**2020年全国高考数学真题试卷及解析（上海卷）**



**一、填空题（本大题共有12题，满分54分，第1-6题每题4分，第7-12题每题5分）**

1．已知集合，2，，集合，4，，则　　．

2．计算：　　．

3．已知复数为虚数单位），则　　．

4．已知函数，是的反函数，则　　．

5．已知、满足，则的最大值为　　．

6．已知行列式，则　　．

7．已知有四个数1，2，，，这四个数的中位数是3，平均数是4，则　　．

8．已知数列是公差不为零的等差数列，且，则　　．

9．从6个人挑选4个人去值班，每人值班一天，第一天安排1个人，第二天安排1个人，第三天安排2个人，则共有　　种安排情况．

10．已知椭圆的右焦点为，直线经过椭圆右焦点，交椭圆于、两点（点在第二象限），若点关于轴对称点为，且满足，求直线的方程是　　．

11．设，若存在定义域为的函数同时满足下列两个条件：

（1）对任意的，的值为或；

（2）关于的方程无实数解，

则的取值范围是　　．

12．已知，，，，，是平面内两两互不相等的向量，满足，且，（其中，2，，2，，，则的最大值是　　．

**二、选择题（本大题共4题，每题5分，共20分）**

13．下列等式恒成立的是　　

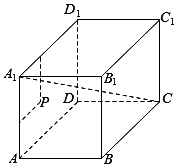
A． B． C． D．

14．已知直线方程的一个参数方程可以是　　

A．为参数） B．为参数）

C．为参数） D．为参数）

15．在棱长为10的正方体中，为左侧面上一点，已知点到的距离为3，到的距离为2，则过点且与平行的直线相交的面是　　



A． B． C． D．

16．命题：存在且，对于任意的，使得（a）；

命题单调递减且恒成立；

命题单调递增，存在使得，

则下列说法正确的是　　

A．只有是的充分条件 B．只有是的充分条件

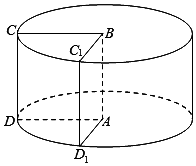
C．，都是的充分条件 D．，都不是的充分条件

**三、解答题（本大题共5题，共14+14+14+16+18＝76分）**

17．（14分）已知是边长为1的正方形，正方形绕旋转形成一个圆柱．

（1）求该圆柱的表面积；

（2）正方形绕逆时针旋转至，求线段与平面所成的角．



18．（14分）已知函数，．

（1）的周期是，求，并求的解集；

（2）已知，，，，求的值域．

19．（14分）在研究某市场交通情况时，道路密度是指该路段上一定时间内通过的车辆数除以时间，车辆密度是该路段一定

时间内通过的车辆数除以该路段的长度，现定义交通流量为，为道路密度，为车辆密度．

．

（1）若交通流量，求道路密度的取值范围；

（2）已知道路密度，交通流量，求车辆密度的最大值．

20．（16分）已知双曲线与圆交于点，（第一象限），曲线为、上取满足的部分．

（1）若，求的值；

（2）当，与轴交点记作点、，是曲线上一点，且在第一象限，且，求；

（3）过点斜率为的直线与曲线只有两个交点，记为、，用表示，并求的取值范围．

21．（18分）已知数列为有限数列，满足，则称满足性质．

（1）判断数列3、2、5、1和4、3、2、5、1是否具有性质，请说明理由；

（2）若，公比为的等比数列，项数为10，具有性质，求的取值范围；

（3）若是1，2，3，，的一个排列，符合，2，，，、都具有性质，求所有满足条件的数列．

**参考答案**

1．，

【解析】因为，2，，，4，，则，．故答案为：，．

2．

【解析】，故答案为：．

3．

【解析】由，得．故答案为：．

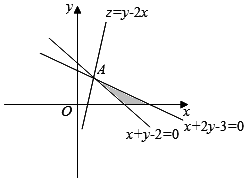
4．

【解析】由，得，把与互换，可得的反函数为．

故答案为：．

5．-1

【解析】由约束条件作出可行域如图阴影部分，



化目标函数为，由图可知，当直线过时，直线在轴上的截距最大，联立，解得，即．

有最大值为．故答案为：．

6．2

【解析】行列式，可得，解得．

故答案为：2．

7．36

【解析】因为四个数的平均数为4，所以，

因为中位数是3，所以，解得，代入上式得，

所以，故答案为：36．

8．

【解析】根据题意，等差数列满足，即，变形可得，所以．

故答案为：．

9．180

【解析】根据题意，可得排法共有种．

故答案为：180．

10．

【解析】椭圆的右焦点为，

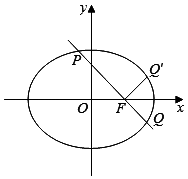
直线经过椭圆右焦点，交椭圆于、两点（点在第二象限），

若点关于轴对称点为，且满足，

可知直线的斜率为，所以直线的方程是：，

即．

故答案为：．



11．，，，

【解析】根据条件（1）可得或（1），

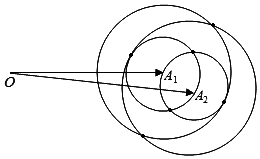
又因为关于的方程无实数解，所以或1，

故，，，，

故答案为：，，，．

12．6

【解析】如图，设，，



由，且，，分别以，为圆心，以1和2为半径画圆，其中任意两圆的公共点共有6个．故满足条件的的最大值为6．故答案为：6．

13．B

【解析】．显然当，时，不等式不成立，故错误；

．，，，故正确；

．显然当，时，不等式不成立，故错误；

．显然当，时，不等式不成立，故错误．

故选：．

14．B

【解析】为参数）的普通方程为：，即，不正确；

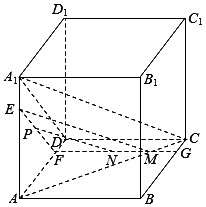
为参数）的普通方程为：，即，正确；

为参数）的普通方程为：，即，不正确；

为参数）的普通方程为：，即，不正确；故选：．

15．D

【解析】如图，



由点到的距离为3，到的距离为2，

可得在△内，过作，且于，于，

在平面中，过作，交于，则平面平面．

连接，交于，连接，平面平面，平面平面，平面平面，．

在中，过作，且于，则．

线段在四边形内，在线段上，在四边形内．

过点且与平行的直线相交的面是．故选：．

16．C

【解析】对于命题：当单调递减且恒成立时，

当时，此时，又因为单调递减，所以

又因为恒成立时，所以（a），所以（a），

所以命题命题，对于命题：当单调递增，存在使得，

当时，此时，（a），

又因为单调递增，所以，所以（a），

所以命题命题，所以，都是的充分条件，故选：．

**17**．【解析】（1）该圆柱的表面由上下两个半径为1的圆面和一个长为、宽为1的矩形组成，．故该圆柱的表面积为．

（2）正方形，，

又，，

，且、平面，

平面，即在面上的投影为，

连接，则即为线段与平面所成的角，

而，线段与平面所成的角为．

18．【解析】（1）由于的周期是，所以，所以．

令，故或，整理得或．

故解集为或，．

（2）由于，所以．所以

由于，，所以．

，故，故．

所以函数的值域为．

19．【解析】（1），越大，越小，

是单调递减函数，，

当时，最大为85，

于是只需令，解得，

故道路密度的取值范围为．

（2）把，代入中，

得，解得．

，

当时，单调递增，；

当时，是关于的二次函数，开口向下，对称轴为，

此时有最大值，为．

故车辆密度的最大值为．

20．【解析】（1）由，点为曲线与曲线的交点，联立，解得，；

（2）由题意可得，为曲线的两个焦点，

由双曲线的定义可得，又，，

所以，因为，则，

所以，在△中，由余弦定理可得

，由，可得；

（3）设直线，可得原点到直线的距离，

所以直线是圆的切线，设切点为，

所以，并设与圆联立，可得，

可得，，即，

注意直线与双曲线的斜率为负的渐近线平行，

所以只有当时，直线才能与曲线有两个交点，

由，可得，

所以有，解得或（舍去），

因为为在上的投影可得，，

所以，则，．

21．【解析】（1）对于数列3，2，5，1，有，，，满足题意，该数列满足性质；

对于第二个数列4、3、2、5、1，，，．不满足题意，该数列不满足性质．

（2）由题意：，可得：，，3，，，

两边平方可得：，

整理可得：，当时，得此时关于恒成立，

所以等价于时，，

所以，，所以，或，所以取，

当时，得，此时关于恒成立，所以等价于时，，

所以，所以，所以取．

当时：，

当为奇数时，得，恒成立，当为偶数时，，不恒成立；

故当时，矛盾，舍去．

当时，得，当为奇数时，得，恒成立，

当为偶数时，，恒成立；故等价于时，，

所以，所以或，所以取，

综上，．

（3）设，，4，，，，

因为，可以取，或，可以取，或，

如果或取了或，将使不满足性质；所以的前5项有以下组合：

①，；；；；

②，；；；；

③，；；；；

④，；；；；

对于①，，，，与满足性质矛盾，舍去；

对于②，，，，与满足性质矛盾，舍去；

对于③，，，，与满足性质矛盾，舍去；

对于④，，，与满足性质矛盾，舍去；

所以，4，，，，均不能同时使、都具有性质．

当时，有数列，2，3，，，满足题意．

当时，有数列，，，3，2，1满足题意．

当时，有数列，1，3，，，满足题意．

当时，有数列，，，，，3，2，1满足题意．

所以满足题意的数列只有以上四种。