

2023 年度 大学院入学試験問題

先端数理科学研究科 先端メディアサイエンス専攻（博士前期課程）

科目：専門科目

注意事項

試験時間は 90 分です。

外国人留学生志願者のみ、英語による解答を認めます。

問題は、[I] 数学、[II] 情報、[III] プログラミングの 3 分野から出題されています。3 分野のうち 2 分野を選択し解答しなさい。

選択した 2 分野の解答用紙の選択欄に「○」を、選択しなかった 1 分野の解答用紙の選択欄に「×」を、それぞれ必ず記入しなさい。選択欄にこれら以外の記載がある場合や、空欄がある場合、すべての答案を無効とします。

選択しなかった分野を含め、すべての解答用紙および問題用紙に受験番号と氏名を記入しなさい。

問題用紙は 10 ページあります（表紙は含まず）。

解答は、解答用紙に記入しなさい。

問題用紙、解答用紙は試験終了後すべて回収します。

受験番号 _____

氏 名 _____

前期

2021

前期

前期

2022

前期

前期

〔I〕 数学

【問題1】 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

とする。ある正則行列 P に対して $P^{-1}AP$ が対角行列となるときの、そのときの P と $P^{-1}AP$ を求めよ。もしいかなる正則行列 P に対しても $P^{-1}AP$ が対角行列とはならないならば、その理由を説明せよ。

【問題2】

(1) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_1^3 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$$

(2) (i) $f(x) - f(1-x) = x^2$ となる実関数 $f(x)$ は存在するか。存在するならばその例を挙げ、存在しなければその証明をせよ。

(ii) 実関数 $g(x)$ に対して、 $f(x) - f(1-x) = g(x)$ となる実関数 $f(x)$ が存在するための $g(x)$ に関する必要十分条件を求めよ。

〔II〕 情報

【問題1】

回転待ち時間が 10 ミリ秒となる磁気ディスクに対する以下の問いに答えよ。

- (1) このディスクの回転数 R [rpm] を求めよ。
- (2) トラックあたり 25,000 バイト記憶できるとき、データ転送速度 B [バイト/秒] を求めよ。
- (3) 磁気ディスクに (a) が生じていると、データの読み書きに時間がかかる。ここで (a) に入る言葉を示し、また (a) を解決し高速に読み書きするにはどのようにすることが適切か、具体的に説明せよ。ただし、磁気ディスクは故障していないものとする。

2021

工期

二期

2022

一期

二期

【問題2】

二分木に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 空の二分木に次の順でデータを追加したときの木を図示せよ。
7, 11, 4, 6, 1, 5, 10, 16
- (2) (1)の木に対し、探索にかかる計算量がもっとも多いデータはどれか答えよ。
- (3) (1)の木からデータ7の節点を削除した木を1つ図示せよ。

【問題3】

データベースシステムについて以下の問いに答えよ。

- (1) 関係データベースの表を設計する過程で、以下のとおり A 表と B 表が抽出された。主キーはそれぞれ列 a と列 b である。この 2 つの表の対応関係を実装する表の設計に関する記述のうち、正しいものをすべて選べ。該当するものがない場合は、解答欄に「None」と記入せよ。

A	
a	

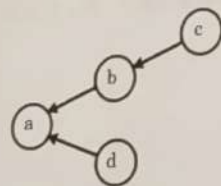
B	
b	

- ア A 表と B 表の対応関係が 1 対 1 の場合、列 a を B 表に追加して外部キーとしても良いし、列 b を A 表に追加して外部キーとしても良い。
- イ A 表と B 表の対応関係が 1 対多 (A 表の 1 つのインスタンスに対し、多数の B 表のインスタンスが対応する) の場合、列 b を A 表に追加して外部キーとする。
- ウ A 表と B 表の対応関係が多対多の場合、新しい表を作成し、その表に列 a か列 b のどちらか一方を外部キーとして設定する。
- エ A 表と B 表の対応関係が多対多の場合、列 a を B 表に、列 b を A 表にそれぞれ追加して外部キーとする。

- (2) 以下の表のように t_1, t_2, \dots, t_{10} の時刻でスケジュールされたトランザクション T_1, T_2, \dots, T_4 が実行される。select (X) は共有ロックをかけて資源 X を参照することを表し、update (X) は専有ロックをかけて資源 X を更新することを表す。これらのロックは、commit まで解除されないものとする。

時刻	トランザクション			
	T_1	T_2	T_3	T_4
t_1	select (A)	-	-	-
t_2	-	select (B)	-	-
t_3	-	-	select (A)	-
t_4	-	-	-	select (B)
t_5	-	-	-	update (B)
t_6	select (C)	-	-	-
t_7	-	select (C)	-	-
t_8	-	update (C)	-	-
t_9	-	-	update (A)	-
t_{10}	commit	-	-	-

このスケジュールにおいて、時刻 t_{10} で T_1 が commit を発行する直前のトランザクションの待ちグラフを下図のとおり作成した。トランザクションの順序関係を表すものであり、 $T_i \rightarrow T_j$ とし、トランザクションとその解除待ちのトランザクションの順序関係を表す。a, b, c, d にあてはまるトランザクションをそれぞれ答えよ。



トランザクションの待ちグラフ

[111] プログラミング

この問題では Processing という言語でプログラムが記述されている。Processing は Java を基にしたプログラミング言語である。以下のプログラムの仕様を前提に各設問に答えよ。

- 関数 setup() はプログラム実行開始時に一度だけ呼び出される。
- 関数 println(x) は引数 x で指定された内容を標準出力 (コンソール) に表示した後、改行する。
- 関数 sqrt(x) は x の平方根を求める。
- 関数 dist(x1, y1, x2, y2) は座標 (x1, y1) から座標 (x2, y2) までの距離を求める。
- 関数 max(a, b) は a と b のうち大きい方の値を求める。
- 関数 min(a, b) は a と b のうち小さい方の値を求める。
- 整数同士の演算では、その計算結果の小数点以下の値は切り捨てられる。
- 配列 array に対し、array.length は、array の要素数を表す変数である。
- 関数 random(x, y) は x 以上 y 未満の範囲の乱数を出力する。
- 関数 floor(x) は x の小数点以下を切り捨てた整数値を出力する。

Processing における主な算術演算子

- + 足す (加算)
- 引く (減算)
- * 掛ける (乗算)
- / 割る (除算)
- % 割った数の余り (剰余)

【問題1】

以下に示すプログラムを実行すると、標準出力に3行文字列が出力される。それぞれの行に何が表示されるか解答用紙に記入せよ。

```
void setup() {  
    int x = 2525;  
    int y = 5;  
    println( func1(x) );  
    println( func2(y) );  
    println( func1(func2(y)) );  
}  
  
int func1(int a) {  
    int ret = 0;  
    while(a > 0) {  
        ret = ret + (a % 10);  
        a = a / 10;  
    }  
    return ret;  
}  
  
int func2(int a) {  
    if (a > 1) {  
        return a * func2(a - 1);  
    }  
    return 1;  
}
```

【問題2】

畳み込みニューラルネットワーク (Convolutional Neural Network, CNN) や画像処理で広く用いられる畳み込み処理を行うプログラムを書くことを考える。いま、大きさが $m \times n$ ($m, n \geq 3$) の入力行列 `input` が配列として与えられており、これに大きさ 3×3 の配列 `filter` で与えられたフィルタを適用して、大きさ $(m-2) \times (n-2)$ の出力行列 `output` を計算したい。畳み込み処理において、`output` の各要素は以下の数式で計算されるものとする。

$$\text{output}[i, j] = \max \left\{ 0, \sum_{u=0}^2 \sum_{v=0}^2 \text{input}[i+u, j+v] \times \text{filter}[u, v] \right\}$$

※ $\max\{a, b\}$ は a, b のうちの最大値を返す

この処理を実現する関数として、`input`, `output`, `filter` をそれぞれ単精度の浮動小数点数の配列として受け取り、計算結果を `output` に書き込む関数 `convolution2d(float[][] input, float[][] output, float[][] filter)` を完成させよ。なお m, n はグローバル変数として与えられ、行列計算のための外部ライブラリは使用できないものとする。

解答用紙のプログラムを埋めることで関数 `convolution2d` を完成させよ。

【問題3】

($X[i], Y[i]$) で定義される点 (ただし i は 0 以上 99 以下とする) が 100 個定義されているとき、下に示す図のように全ての点を内包する最小の長方形を求め、その面積を計算し、面積を標準出力したい。なお、長方形のすべての辺は X 軸、 Y 軸のいずれかに平行であるものとする。

解答用紙を埋めることで、プログラムを完成させよ。なお、本プログラムでは図形を描画する必要はない。



【問題4】

ユークリッドの互除法を用いて最大公約数を求めて返す関数 `calcGCD` を作成したい。ユークリッドの互除法とは、ある 2 つの自然数の最大公約数を求める方法である。

ユークリッドの互除法では、与えられた 2 つの数字のうち、大きい方の値を被除数 (分数において分子となるもの)、小さい方の値を除数 (分数において分母となるもの) として除算を行い、余り (剰余) を求める。ここで余りが 0 でない場合は、与えられた 2 つの数字のうちの大きい方の値を、求めた余りの値に置き換える。次に、現時点での 2 つの数字のうち、大きい方の値を被除数、小さい方の値を除数として除算を行い、余りを求めるといった試行を繰り返す。余りが 0 の場合は、その計算を行ったときの除数が最大公約数となる。

解答用紙のプログラムを埋めることで、最大公約数を求めて返す関数 `calcGCD` を完成させよ。

また、ある 2 つの自然数が与えられた時、その 2 つの自然数の積は、その 2 つの自然数の最大公約数と最小公倍数の積と一致することが知られている。解答用紙のプログラムを埋めることで、最小公倍数を求めて返す関数 `calcLCM` を完成させよ。なお、関数 `calcGCD` は使って良い。

2021

1期

2期

2022

1期

2期