

2021年度 大学院入学試験問題

先端数理科学研究科 先端メディアサイエンス専攻(博士前期課程)

科目: 専門科目

【問題4】
コラッツ予想とは、下記のルールに従うとすべての自然数が最終的に1になるという予想である。

- ・ある数が奇数なら3を掛けて1を足す
- ・ある数が偶数なら2で割る
- ・計算結果が1になるまで上記計算を繰り返す

以下のプログラムは、コラッツ予想に基づき、numが5のときには
[5]->16->8->4->2->1 のように出力するプログラムである。

①, ②の穴を埋めよ。また、完成した関数を利用して下記を行った時にどうなるか③, ④について回答せよ。

```
void OutputCollatz(int num) {
    print("(" + num + ")");
    while (①) {
        ②
        print(" -> " + num);
    }
}
```

OutputCollatz(6)の標準出力への出力結果は ③ となる。また、
OutputCollatz(6)のとき、3行目(while文)の条件判定は ④ 回行われる。

受験時間は90分です。
外国人留学生志願者のみ、英語による解答を認めます。
問題は、〔I〕数学、〔II〕情報、〔III〕プログラミングの3分野から出題されています。3分野のうち2分野
を選択し解答しなさい。
選択した2分野の解答用紙の選択欄に「○」を、選択しなかった1分野の解答用紙の選択欄に「×」を、
それぞれ必ず記入しなさい。選択欄にこれら以外の記載がある場合や、空欄がある場合、すべての答案を
無効とします。
記入しなかった分野を含め、すべての解答用紙および問題用紙に受験番号と氏名を記入しなさい。
問題用紙は11ページあります(表紙は含まず)。
答は、解答用紙に記入しなさい。
問題用紙、解答用紙は試験終了後すべて回収します。

受験番号 _____

氏名 _____

[問題1] A を n 次正方行列とし, $\alpha \in \mathbb{R}$ とする。このとき,
 $V(\alpha) = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^n \mid A\vec{x} = \alpha\vec{x} \}$
 が \mathbb{R}^n の部分線形空間になることを示せ。

[問題2]

(1) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ とおくとき, $n \geq 2$ で

$$f^{(n)}(0) = -n(n-1)f^{(n-2)}(0)$$

が成り立つことを示せ。

(2) $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ に対して,

$$\iint_D \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

を求めよ。

[問題3] グラフ理論において、握手補題と呼ばれる性質「点の次数の総和は辺の本数の2倍に等しい」が成り立つことを示せ。

【II】情報

【問題1】

2進法、10進法、16進法に関する以下の問い合わせよ。

- (1) 10進数における整数 $69_{(10)}$ を 8 ビットの 2 進数に変換し、1 の補数を求め、この値を符号なしの 10 進数に変換した結果を答えよ。

- (2) 16 進数表記で $FA_{(16)}$ となる 8 ビットのビット列 X と、ある 8 ビットのビット列 Y との排他的論理和を考える。計算結果が奇数となるビット列 Y の条件を説明せよ。

- (3) 負数を 2 の補数で表す 8 ビットの数値がある。この値を 10 進数で表現すると $-100_{(10)}$ であった。この値を符号なしの数値として解釈した場合の値を、10 進数で答えよ。

【題3】

次は SRAM, DRAM, FLASH の 3 種類のメモリについての記述である。それについて、SRAM, DRAM, FLASH、該当なしのどれかひとつを選び、解答用紙に記入せよ。

- (a) 不揮発性である。
- (b) コンデンサを用いて情報を記憶する。
- (c) フリップフロップ回路で情報を記憶する。
- (d) ROM である。
- (e) SSD に使われている。
- (f) 情報を維持するために定期的にリフレッシュする必要がある。

- (g) 主記憶に向いているメモリはどれか？またその理由を述べよ。

- (h) メモリの種類としての RAM と ROM の正式名称を英語で書け。

【題4】

ネットマスクが 255.255.255.240 で IP アドレスが 10.20.30.40 であるホストが属するサブネットについて答えよ。

- (1) 空の二分木に 4, 5, 6, 7, 3, 2, 1 の順序でデータを追加した結果の木を図示せよ。

- (2) 上記の状態は、要素を探索するにあたり最適とは言えない。この理由について説明し、(1) に示したデータ群をどのような順序で挿入すれば探索時に最も効率がよくなるか、順序と結果の木の 1 つを図示せよ。

- 1) このサブネットに属する IP アドレスの最小値。
- 2) このサブネットに属することができるホストの IP アドレス総数。
- 3) このサブネットが属するクラスは A, B, C のどれか。
- 4) IP アドレスは OSI 参照モデルの何番目の何と呼ばれる層の識別子か。

【III】プログラミング

この問題では Processing という言語でプログラムが記述されている。Processing は Java を基にしたプログラミング言語である。以下のプログラムの仕様を前提に各設問に答えよ。

- Processing は画面の左上が原点(0, 0)であり、右方向に x、下方向に y 移動した場所を(x, y)として表現する。
- 関数 `setup()` はプログラム実行開始時に一度だけ呼び出される。
- 関数 `size(w, h)` は画面サイズを横 w ピクセル、縦 h ピクセルの大きさに設定する。
- 関数 `fill(x)` は塗りつぶし色を x で指定された色に指定する。なお x=0 の場合は黒色に、x=255 の場合は白色になる。
- 関数 `point(x, y)` は座標(x, y)の場所に 1 ピクセルの点を描画する。
- 関数 `line(x1, y1, x2, y2)` は座標(x1, y1)から座標(x2, y2)の場所に線を描画する。
- 関数 `rect(x, y, w, h)` は座標(x, y)の位置から横幅 w、縦幅 h の四角形を描画する。
- 関数 `println(x)` は引数 x で指定された内容を標準出力（コンソール）に表示した後、改行する。
- 関数 `sqrt(x)` は x の平方根を求める。
- 関数 `cos(a)` は余弦（コサイン）を求める（a の単位はラジアン）。
- 関数 `sin(a)` は正弦（サイン）を求める（a の単位はラジアン）。
- 整数同士の演算において計算結果の小数点以下の値は切り捨てられる。
- 配列 `array` に対し、`array.length` は、`array` の要素数を表す変数である。

Processing における主な算術演算子

- + 足す（加算）
- 引く（減算）
- * 掛ける（乗算）
- / 割る（除算）
- % 割った数の余り（剰余）

【問題 1】

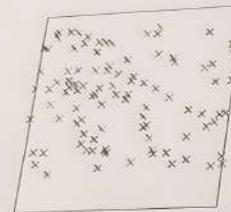
以下に示すプログラムを実行すると、縦 5 個、横 5 個の合計 25 個の白色または黒色の四角形が描画される。黒色に塗りつぶされる四角形について、解答用紙の四角形を塗りつぶせ。

```
size(500, 500);
for (int i = 0; i < 5; i++) {
    for (int j = 0; j < 5; j++) {
        if ((i * j) % 2 == 0) {
            fill(0);
        } else {
            fill(255);
        }
        rect(i * 100, j * 100, 100, 100);
    }
}
```



【問題2】

配列 x, y により座標($x[i]$, $y[i]$)で定義される点(ただし i は 0 以上とする)が 100 個与えられているとき、下に示す図のように、すべての点を内包する最小の正方形を求め、その面積を計算したい。ここで、正方形のすべての辺は X 軸、Y 軸のいずれかに平行であるものとする。解答用紙のプログラムの空白部分を埋め、面積を計算し出力するプログラムを完成させよ。なお、下図は参考のためのものであり、プログラムでは図形を描画する必要はない。



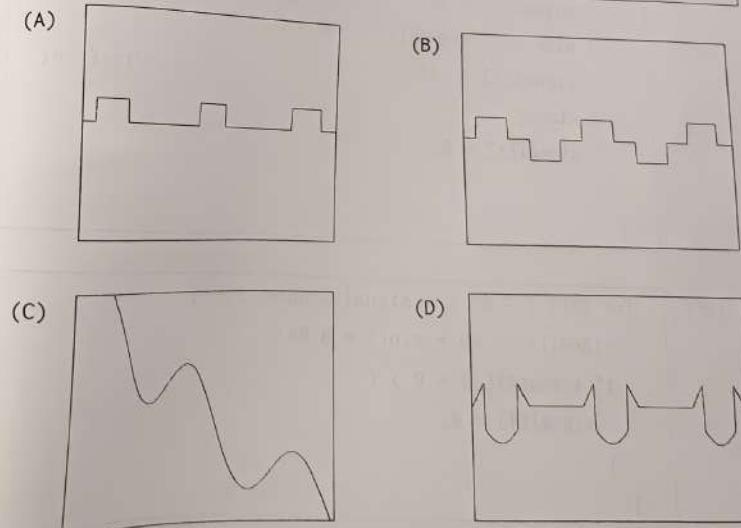
```
// 配列 x, y にはそれぞれ 100 個ずつ値が入っているとする  
int[] x = {80, 50, 25, ..., 40, 38};  
int[] y = {85, 23, 93, ..., 80, 41};  
float area;
```

```
println("面積は" + area);
```

【問題3】

以下はある波形を画面に描画するプログラムである。(A)～(D)の実行結果に対応する処理①と処理②の組み合わせを(ア)～(オ)の中から選べ。

```
float[] signal = new float [400];  
  
void setup() {  
    size(400, 300);  
    処理①  
    処理②  
  
    background(255);  
    for (int i = 0; i < signal.length - 1; i++) {  
        line(i, 150 - signal[i], i + 1, 150 - signal[i + 1]);  
    }  
}
```



```
(7) for (int i=0; i< signal.length; i++) {  
    if ( signal[i] > 30 ) {  
        signal[i] = - signal[i];  
    }  
}
```

```
(4) for (int i = 0; i < signal.length; i++) {  
    signal[i] = 50 * sin(i * 0.04);  
}
```

```
(*) for (int i = 0; i < signal.length; i++) {  
    signal[i] = signal[i] - 0.75 * i + 150;  
}
```

```
(二) for (int i = 0; i < signal.length; i++) {  
    if ( signal[i] > 30 ) {  
        signal[i] = 30;  
    } else if ( signal[i] < -30 ) {  
        signal[i] = -30;  
    } else {  
        signal[i] = 0;  
    }  
}
```

```
(才) for (int i = 0; i < signal.length; i++) {
    signal[i] = 50 * sin(i * 0.04);
    if ( signal[i] < 0 ) {
        signal[i] = 0;
    }
}
```

問題 4

西暦で表現されるある年月のカレンダーを作成しようと思った場合、その年月の最終日は何日であるのか、またその年月は何曜日から始まるのかといったことが重要になる。以下の指示に従い、ある年月の最終日を求める関数と、その年月が何曜日から始まるかを求める関数を完成させよ。

まず、`year`（西暦）と `month` が引数として与えられる。この二つの引数は、`0` 以上の値で、`month` は、

- 1月, 3月, 5月, 7月, 8月, 10月, 12月は31日が最終日
 - 4月, 6月, 9月, 11月は30日が最終日
 - 2月は通常28日が最終日であるが、年が4で割り切れる場合には29日が最終日になる。ただしこのうち、年が100で割り切れるが400で割り切れない場合には28日が最終日となる

プログラム

```
int getLastDay(int year, int month  
{
```

```
int lastDay = 31;
```

100 DAWI

return

次に、その年月の最初の日（1日）が何曜日かを求めるために、ここで西暦 1582 年以降については、年月日から曜日を計算できるツェラーの公式が知られている。ツェラーの公式で 1582 年以降の year 年 month 月 day 日の曜日 h （ただし曜日は 0 から 6 までの整数値で表現される）を計算する方法は下記に示すとおりである。

$$h = \left\{ day + \left\lfloor \frac{13(m+1)}{5} \right\rfloor + Y + \left\lfloor \frac{Y}{4} \right\rfloor + G \right\} \bmod 7$$

$$m = \begin{cases} month + 12, & month \leq 2 \\ month, & month \geq 3 \end{cases}$$

$$Y = y \bmod 100$$

$$y = \begin{cases} year - 1, & month \leq 2 \\ year, & month \geq 3 \end{cases}$$

$$G = 5C + \left\lfloor \frac{C}{4} \right\rfloor$$

$$C = \left\lfloor \frac{y}{100} \right\rfloor$$

なお、 $\lfloor x \rfloor$ は、 x を超えない x 以下の最大の整数を意味するものである。

また \bmod は剰余演算のこと、 $a \bmod b$ は a を b で割ったあまりを意味する。

ここで、year と month が引数として与えられたときに（ただし year は 1582 以上の値で、month は 1 から 12 までの値とする）、その年月の最初の日（1 日）の曜日を 0～6 の値として求めて返り値として返す Zeller 関数を作成したい。
解答用紙のプログラムの空白部分を埋め、Zeller 関数を完成させよ。

プログラム

```
int Zeller(int year, int month)
```

```
{
```

```
    int h;
```

```
    return h;
```

```
}
```