

مقاييس التشتت (Measures of Dispersion):

في كثير من الأحيان نجد مقاييس النزعة المركزية غير كافية لوصف البيانات فمثلاً إذا كان لدينا المجموعات التالية من المفردات

الأولى : 24 , 24 , 24 , 24 , 24

الثانية : 29 , 26 , 24 , 21 , 20

الثالثة : 52 , 33 , 24 , 8 , 3

فإذا حسبنا متوسط المجموعات = 24 وإذا حسبنا وسيط المجموعات أيضاً 24 ولكن واضح أن هنالك فرق من حيث مدى تقارب مفردات هذه المجموعات وتباعدها عن بعضها، ومن هذا المثال يتضح لنا أن الحد الأدنى الممكن للتشتت هو الصفر الذي يدل على التجانس الكامل بين أفراد المجموعة، ولا يحدث ذلك إلا إذا كانت جميع الدرجات متطابقة كما هو الحال في المجموعة الأولى، ومقاييس التشتت كثيرة منها:

المدى (range):

ويمثل الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في البيانات.

في الأمثلة السابقة نجد أن:

مدى المجموعة الأولى = 24 - 24 = 0

مدى المجموعة الثانية = 29 - 20 = 9

مدى المجموعة الثالثة = 52 - 3 = 49

وهنا يظهر أن المجموعة الثالثة أكثر المجموعات الثلاث تشتتاً.

وفي حالة البيانات ذات التوزيعات التكرارية، فإن:

المدى = الحد الأعلى لآخر فئة - الحد الأدنى لأول فئة

مثال (١): أوجد المدى للبيانات الآتية:

الفئة	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠
F_i	٤	٦	١٢	٢٠	٢٥	٢٢	١١

الحل:

المدى = ٥٥ - ٢٠ = ٣٥

التباين (variance) والانحراف المعياري (standard deviation):

أن أحد مقاييس التشتت هو مجموع انحرافات البيانات عن وسطها الحسابي أي

$$\sum (x_i - \bar{x})$$

لكن هذا المجموع يساوي صفراً دائماً، ولذلك لابد من حذف الإشارة السالبة لنحصل على مقياس ذي معنى، إحدى الطرق التي نزيل بها الإشارة السالبة هي استعمال مربعات الانحرافات في حساب التباين.

تعريف: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ تمثل عينة عشوائية يعرف التباين s^2

$$s^2 = \frac{1}{n-1} (\sum x_i^2 - n\bar{x}^2) \quad \text{أو} \quad s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

الانحراف المعياري: ما هو إلا الجذر التربيعي للتباين

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)}$$

مثال (٢): احسب التباين والانحراف المعياري للبيانات الآتية :

٥ ، ٧ ، ٨ ، ٦ ، ٩ ، ١١ ، ١٢ ، ٦

الحل:

نطبق القانون:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} (\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)$$

نلاحظ أن $n=8$

أولاً نوجد المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{64}{8} = 8$$

$$\bar{x} = 8, \quad \bar{x}^2 = 64$$

ثانيا نوجد مجموع مربعات القيم:

$$\sum x^2 = 6^2 + 12^2 + 11^2 + 9^2 + 6^2 + 8^2 + 7^2 + 5^2 = 36 + 144 + 121 + 81 + 36 + 64 + 49 + 25 = 556$$

$$\sum x^2 = 556$$

$$s^2 = \frac{1}{7} (556 - 8(64)) = \frac{44}{7}$$

$$s^2 = 6.29$$

إذن الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{6.29}$$

$$s = 2.5$$

مثال (٣): أوجد الانحراف المعياري للبيانات الآتية :

-٥٠	-٤٥	-٤٠	-٣٥	-٣٠	-٢٥	-٢٠	الفئة
١١	٢٢	٢٥	٢٠	١٢	٦	٤	F _i

الحل:

لإيجاد الانحراف المعياري للتوزيعات التكرارية نستخدم قانون التباين الآتي :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} (\sum xic^2 fi - n\bar{x}^2)$$

ويكون الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين

حيث يمثل xic^2 مربع مركز الفئة

لتسهيل الحسابات نكون الجدول الآتي:

الفئة	F_i	X_{ic}	$X_{ic}f_i$	$(X_{ic})^2$	$xic^2 Fi$
-٢٠	٤	٢٢,٥	٩٠	٥٠٦,٢٥	٢٠٢٥
-٢٥	٦	٢٧,٥	١٦٥	٧٥٦,٢٥	٤٥٣٧,٥
-٣٠	١٢	٣٢,٥	٣٩٠	١٠٥٦,٢٥	١٢٦٧٥
-٣٥	٢٠	٣٧,٥	٧٥٠	١٤٠٦,٢٥	٢٨١٢٥
-٤٠	٢٥	٤٢,٥	١٠٦٢,٥	١٨٠٦,٢٥	٤٥١٥٦,٢٥
-٤٥	٢٢	٤٧,٥	١٠٤٥	٢٢٥٦,٢٥	٤٩٦٣٧,٥
-٥٠	١١	٥٢,٥	٥٧٧,٥	٢٧٥٦,٢٥	٣٠٣١٨,٧٥
المجموع	١٠٠		٤٠٨٠		١٧٢٤٧٥

$$40.8 = \frac{4080}{100} = \text{المتوسط}$$

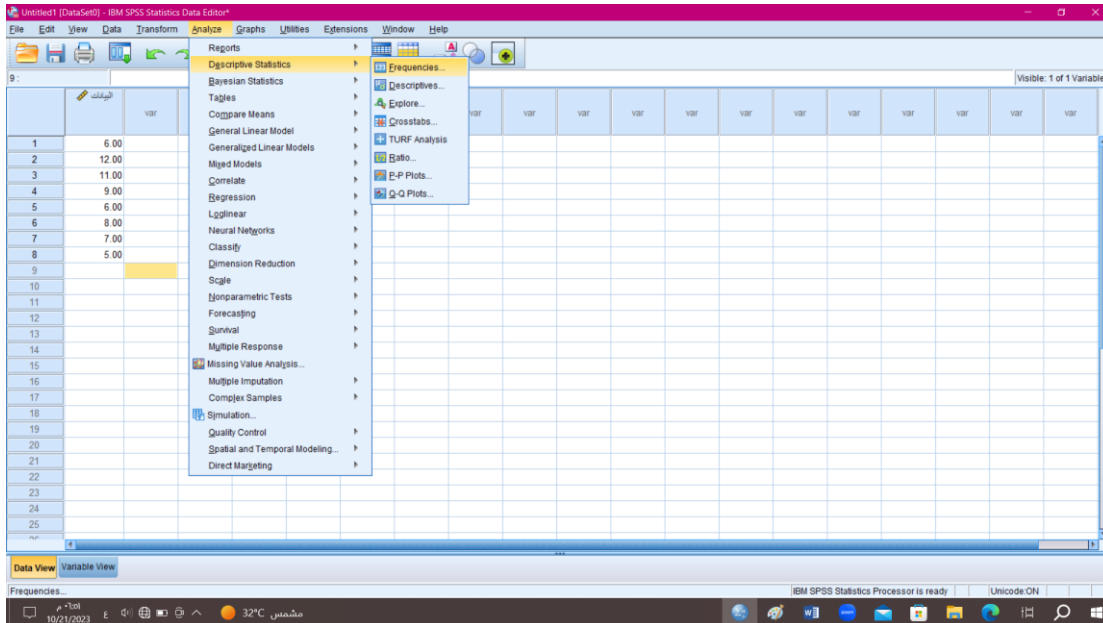
$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} (\sum xic^2 fi - nx^2)}$$

$$S = \sqrt{\frac{172475 - 100(40.8)^2}{99}} = \sqrt{\frac{172475 - 166464}{99}} = \sqrt{\frac{6011}{99}} = \sqrt{60.7} = 7.79$$

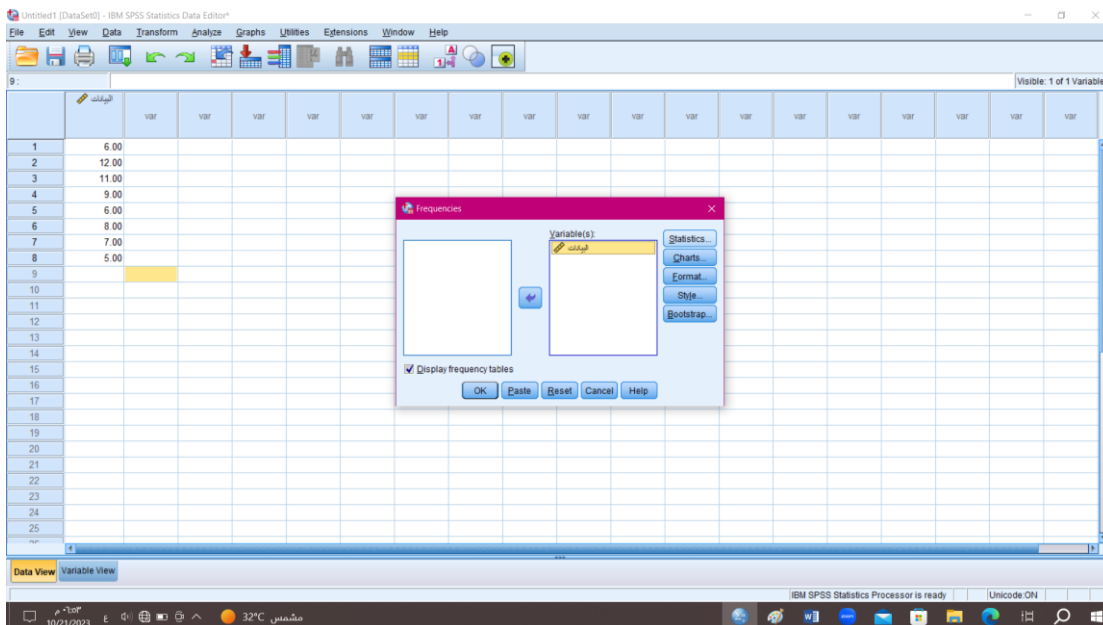
تطبيقات spss:

مثال (٢) : لحل هذا المثال في برنامج spss نتبع الخطوات الآتية:

Analyze → Descriptive statistics → Frequencies



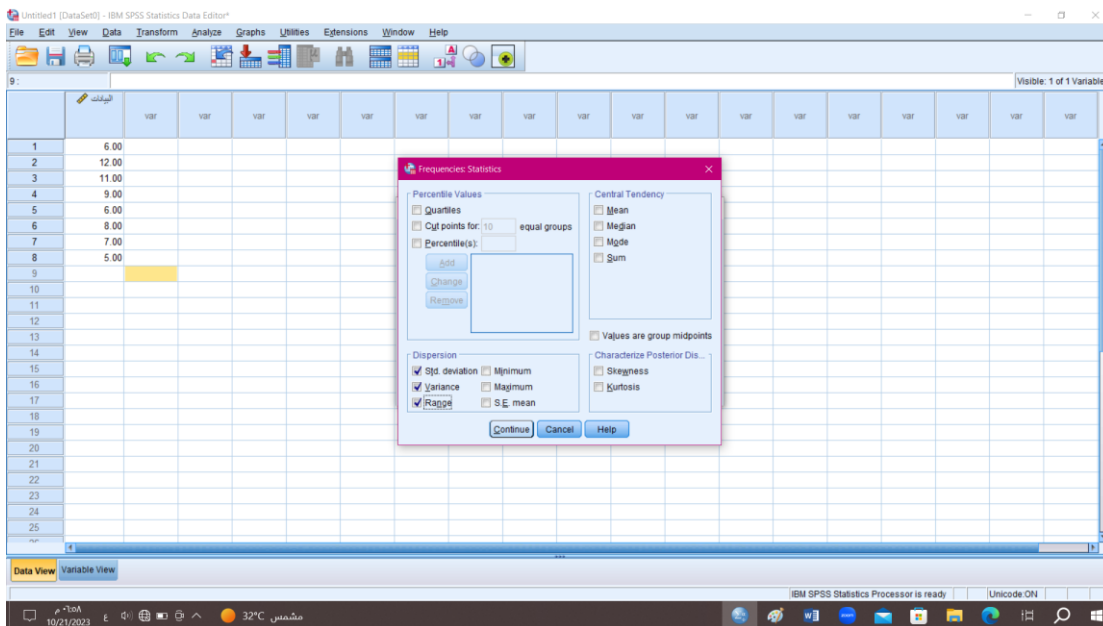
ندخل البيانات إلى المربع variable(s)
→ statistics



يظهر لك مربع حوار فيه :

dispersion

اختار المدى variance ، والتباين std ، والانحراف المعياري deviation



ثم continue ثم ok تظهر لك النتائج التالية:

Statistics

البيانات

N	Valid	8
	Missing	0
Std. Deviation		2.50713
Variance		6.286
Range		7.00

مثال (٣) : لحل هذا المثال في برنامج spss نتبع الخطوات الآتية :

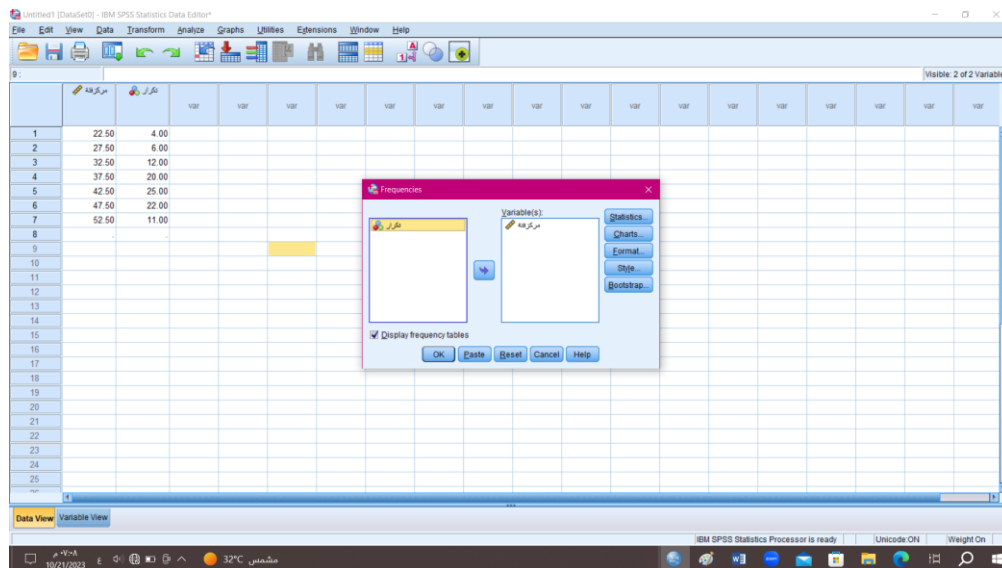
ندخل البيانات وهي مراكز الفئات والتكرارات،
ثم نوزن التكرارات ثم:

Analyze → Descriptive statistics → Frequencies

ويظهر مربع حوار ي :

ندخل مركز الفئة في المربع variable(s) →

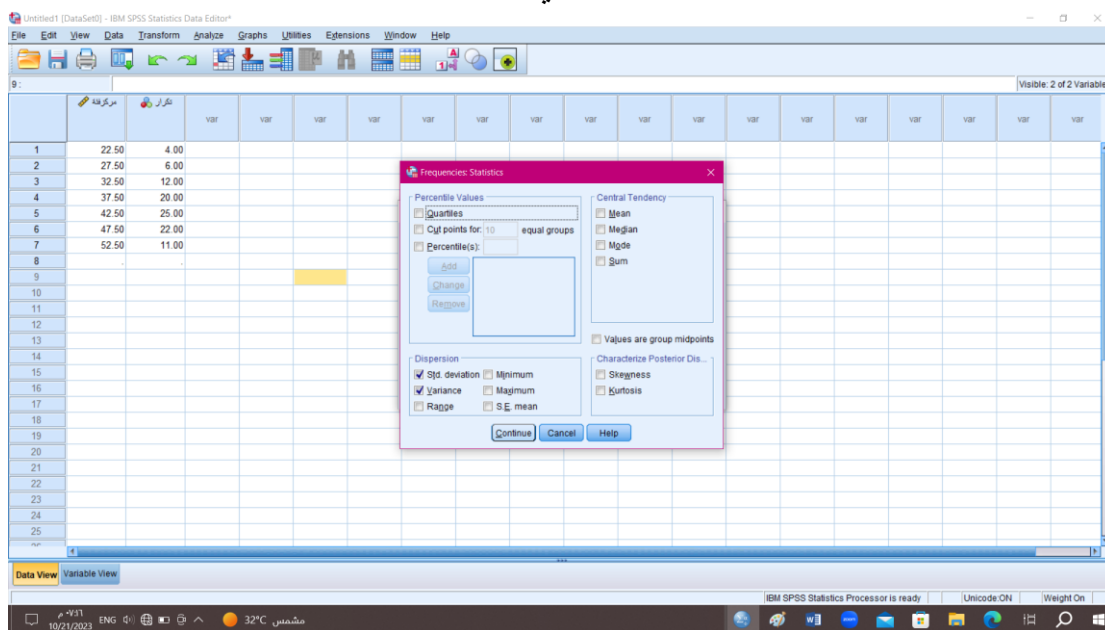
statistics →



يظهر لك مربع حوار في فيه :

Dispersion

اختار التباين variance ، والانحراف المعياري std deviation



ثم continue ثم ok تظهر لك النتائج الآتية :

Statistics

مركز

N	Valid	100
	Missing	0
Std. Deviation		7.79212
Variance		60.717

