

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity

# PRAKTIKUM Z FYZIKY PLAZMATU

Paschenův zákon, katodový spád potenciálu v doutnavém výboji

**Zpracovali:** Radek Horňák, Lukáš Vrána

**Naměřeno:** 15. 3. 2022

---

## 1 Teorie

### 1.1 Paschenův zákon

Z Townsendovy teorie lavin víme, že působením elektrického pole na zředěný plyn dochází k urychlování přítomných elektronů. Takto urychlené elektrony mohou ionizovat neutrální částice a vytvořit takzvanou Townsendovu lavinu. Počet elektronů vzniklých v důsledku Townsendovy laviny závisí exponenciálně na dráze  $d$

$$n = n_0 e^{\alpha d} \quad (1)$$

kde  $n_0$  je počet elektronů v počátečním bodě  $d = 0$  a  $\alpha$  je první Townsendův nebo také ionizační koeficient. Elektrické pole můžeme charakterizovat napětím  $U$  přiloženým mezi dvě rovinné elektrody, dráha  $d$  je vzdálenost mezi elektrodami. Elektronovou lavinu doprovází vznik iontů, jejichž počet lze vyjádřit jako

$$n_i = n_0 (e^{\alpha d} - 1) \quad (2)$$

Ionty jsou polem urychlovány ke katodě, dopadají na ni a vyvolávají sekundární emisi elektronů. Tu popisuje Townsendův třetí koeficient neboli koeficient sekundární emise  $\gamma$ . Konkrétně udává průměrný počet elektronů emitovaných jedním iontem při jeho dopadu na katodu. Pomocí  $\gamma$  lze vyjádřit podmínku zapálení výboje jako

$$\gamma (e^{\alpha d} - 1) = 1 \quad (3)$$

tedy že v lavině musí být jedním primárním elektronem vytvořeno tolik iontů, které dopadem na katodu způsobí emisi jednoho nového elektronu. Ionizační koeficient  $\alpha$  závisí na intenzitě elektrického pole

$$\frac{\alpha}{p} = A e^{-\frac{Bp}{E}} \quad (4)$$

kde  $A = 1/\lambda_1$  a  $B = U/\lambda_1$  jsou konstanty závislé na druhu plynu,  $\lambda_1$  je střední volná dráha elektronů při jednotkovém tlaku. Dále lze (4) přepsat jako

$$\frac{\alpha}{p} = A e^{-\frac{Bpd}{U}} \quad (5)$$

Logaritmováním a úpravou (5) získáme

$$U = \frac{Bpd}{\ln A - \ln \frac{\alpha}{d}} \quad (6)$$

Zápalné napětí výboje  $U_z$  získáme dosazením  $d\alpha$  z (6) do podmínky zapálení výboje (3). Logaritmováním a dalšími úpravami dojdeme k tvaru

$$A p d e^{-\frac{B p d}{U_z}} = \ln \left( \frac{1}{\gamma} + 1 \right) \quad (7)$$

Pro daný plyn a materiál katody položíme pravou stranu

$$\ln \left( \frac{1}{\gamma} + 1 \right) = C \quad (8)$$

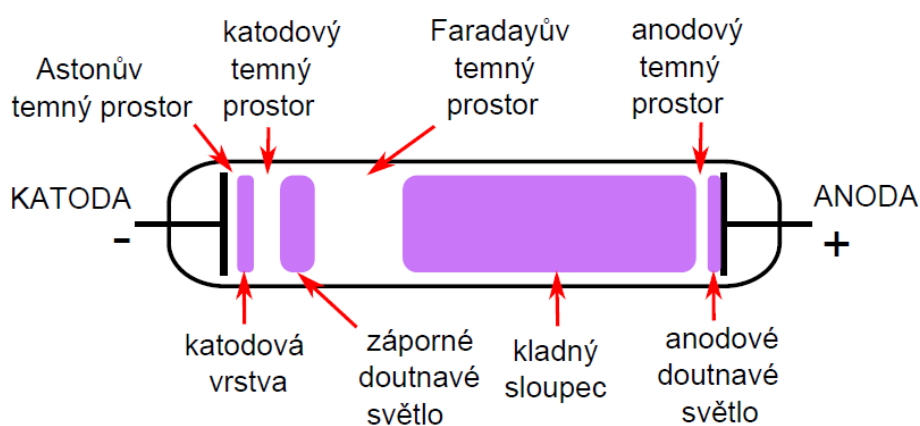
Úpravami dostáváme

$$U_z = \frac{B p d}{C' + \ln(p d)} \quad (9)$$

kde  $C' = \ln C - \ln A$ . Závislost  $U_z = f(p d)$  se nazývá Paschenův zákon. Má charakteristický tvar, včetně minima nazývaného Stoletovův bod.

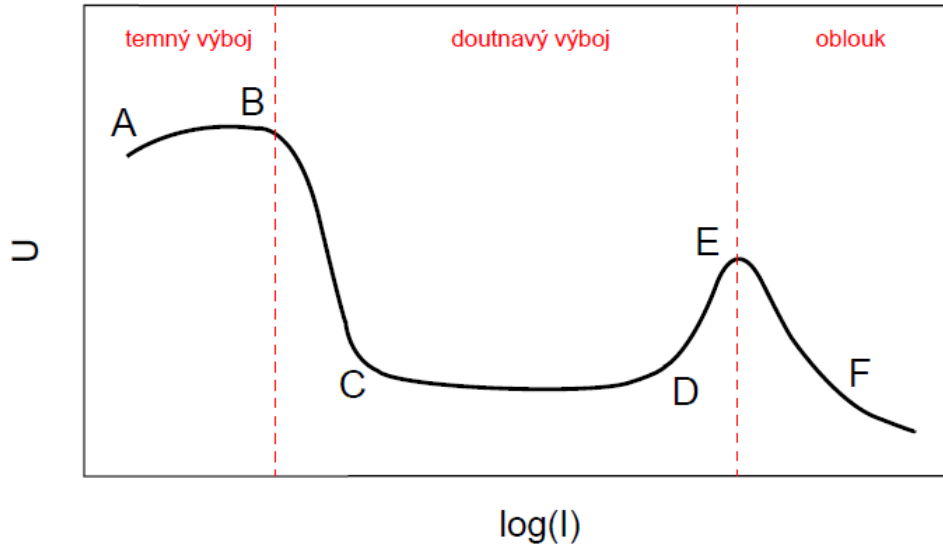
## 1.2 Doutnavý výboj

Doutnavý výboj je druh výboje, jehož typický vzhled můžeme vidět na schématu na obr. 1. V rozmezí tlaku  $10^1$ - $10^2$  Pa v něm můžeme pozorovat střídající se temné nebo svítící oblasti. Elektron pohybující se ve výboji od katody k anodě získá dostatečnou energii k excitaci neutrálů až v oblasti katodové vrstvy, ta je tedy první svítící oblastí. Následuje temný katodový prostor. Zde mají elektrony energii vyšší, a nedochází tak často k excitaci a vzniku fotonů. Na konci temného katodového prostoru mají elektrony dostatečnou energii k ionizaci plynu. Nové elektrony s malou energií, které vznikly ionizací, vytvoří další svítivou oblast, kterou nazýváme záporné světlo. Energie elektronů dále klesá a následuje Faradayův temný prostor. Na jeho konci vzrůstá intenzita elektrického pole, energie elektronů opět roste a jsou schopné excitačních svítivých srážek, viz kladný sloupec. Jak se blížíme k anodě, na konci kladného sloupce vzniká anodový spád potenciálu v důsledku prostorového náboje, elektrony vystupují z kladného sloupce s malou rychlostí. Jakmile překonají anodový temný prostor, mají opět dostatek energie na excitaci i ionizaci neutrálů, a tak u anody pozorujeme anodové světlo.



Obrázek 1: Schéma doutnavého výboje.

Výboj můžeme charakterizovat voltampérovou (VA) charakteristikou. Ta pro samostatný výboj je vidět na obr. 2. Za změnu proudu při konstantním napětí u bodu B je zodpovědný prostorový náboj, kvůli němuž dojde ke změně původního elektrického pole. To nové může podporovat ionizaci ve výboji, což způsobí další růst proudu, přičemž napětí na elektrodách



Obrázek 2: Voltampérová charakteristika samostatného výboje.

může klesat, a vznikne tak část charakteristiky mezi body B a C. Specifická oblast charakteristiky je mezi body C a D, zvyšování proudu zde nelze vysvětlit nárůstem driftové rychlosti nabitých částic. Musí se zde měnit celkový počet částic procházejících průřezem výbojky. Celkový počet částic  $N$  lze napsat jako

$$N = \int n dS \quad (10)$$

kde  $n$  je koncentrace nabitých částic ve výboji a  $S$  je plocha, kterou zabírá záporné světlo na katodě. V katodové oblasti normálního doutnavého výboje vzrůstá  $N$  v důsledku růstu  $S$ , v kladném sloupci však vzrůstá koncentrace  $n$ . Napětí ve výbojce se skládá z napětí v katodové oblasti a ze spádu napětí na kladném sloupci, který se s rostoucím proudem zvyšuje. Pokud vzroste proud tak, že celá katoda je pokryta záporným světlem, přechází doutnavý výboj do takzvaného anomálního stavu. Napětí v katodové oblasti roste rychleji než napětí v kladném sloupci klesá, výsledkem je oblast charakteristiky od bodu D k E. Oblast E-F odpovídá přechodu na obloukový výboj.

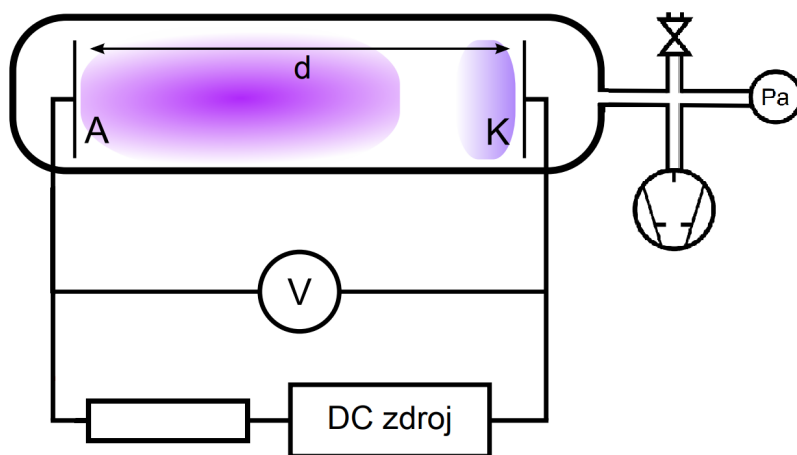
### 1.3 Katodový spád potenciálu v doutnavém výboji

Katodový spád potenciálu  $U_k$  je označení pro napětí mezi ostrou hranicí záporného světla a katodou. Je funkcí materiálu elektrod a plynu ve výbojce. Stanovení katodového spádu potenciálu lze provést metodou ztíženého výboje. Tato metoda spočívá v udržování konstantního výbojového proudu, přičemž se mění vzdálenost elektrod a na ní závislé napětí. Zmenšováním vzdálenosti elektrod se zmenšuje kladný sloupec a následně Faradayův temný prostor. Dalším zmenšováním vzdálenosti elektrod začne napětí nutné na udržení výboje prudce růst, protože elektronové laviny nemají k dispozici potřebnou dráhu pro dostatečnou ionizaci.

## 2 Měření a výsledky

### 2.1 Paschenův zákon

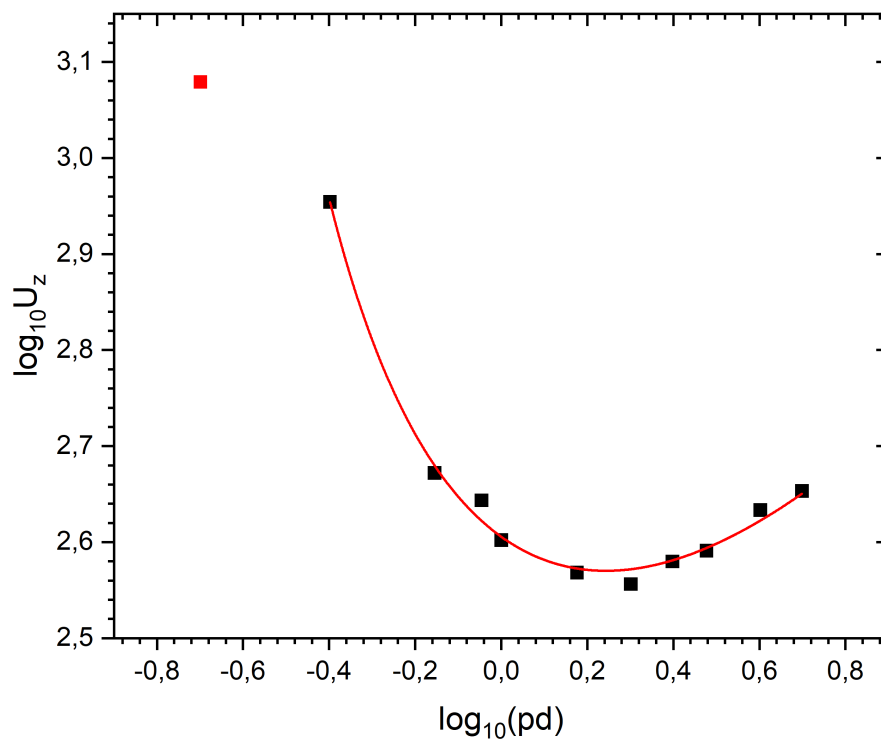
Pro měření použijeme výbojku s pohyblivými elektrodami, viz schéma na obr. 3. Tlak měříme Piraniho manometrem, zápalné napětí určujeme voltmetrem s vysokým vstupním odporem. Plyn ve výbojce je vzduch, kalibrační faktor k Piraniho manometru je tedy 1. První měření provedeme s konstantním tlakem  $p = 100 \text{ Pa}$ , přičemž budeme měnit vzdálenost elektrod od 4 mm do 50 mm. Na výbojce zvyšujeme napětí a odečítáme hodnotu napětí v okamžiku zapálení výboje. Mezi každým měřením vyčkáváme alespoň jednu minutu na rekombinaci náboje ve výbojce. Výsledný graf závislosti  $U_z = f(pd)$  je na obr. 4. Body jsou proloženy zlogaritmovanou rovnicí (9). Její logaritmování jsme provedli, abychom snížili váhu prvních dvou bodů, jejichž hodnoty jsou trojnásobné vůči ostatním. Chyba při měření vzdálenosti  $d$  je přibližně 0,5 mm, tedy nízký součin  $pd$  má vysokou relativní odchylku. Červený bod na obr. 4 byl vyloučen kvůli svému odchýlení. Získané hodnoty  $B$  a  $C'$  jsou v tabulce 1. Výsledky měření se od ideální závislosti popsané rovnicí (9) odchylují. Tato odchylka může být způsobena jak nepřesností odečítání zápalného napětí, tak nedostatečnou rekombinací nábojů mezi jednotlivými měřeními. Druhá série měření je za konstantní vzdálenosti elektrod  $d = 20 \text{ mm}$ , měníme tlak od 25 Pa do 300 Pa. Opět zapisujeme hodnotu napětí v okamžiku zapálení výboje. Graf závislosti  $U_z = f(pd)$  je na obr. 5. Toto měření se oproti předchozímu více blíží ideální závislosti popsané rovnicí (9), z grafu vidíme až na malou odchylku typickou závislost napětí na součinu tlaku a vzdálenosti elektrod. Z minim fitovaných křivek je v tabulce 1 také uvedeno zápalné napětí  $U_{z,\min}$  a součin tlaku a vzdálenosti  $pd_{\min}$ . Tyto hodnoty lze srovnat s tabulkovými hodnotami [1, 2], které se uvádí pro vzduch.



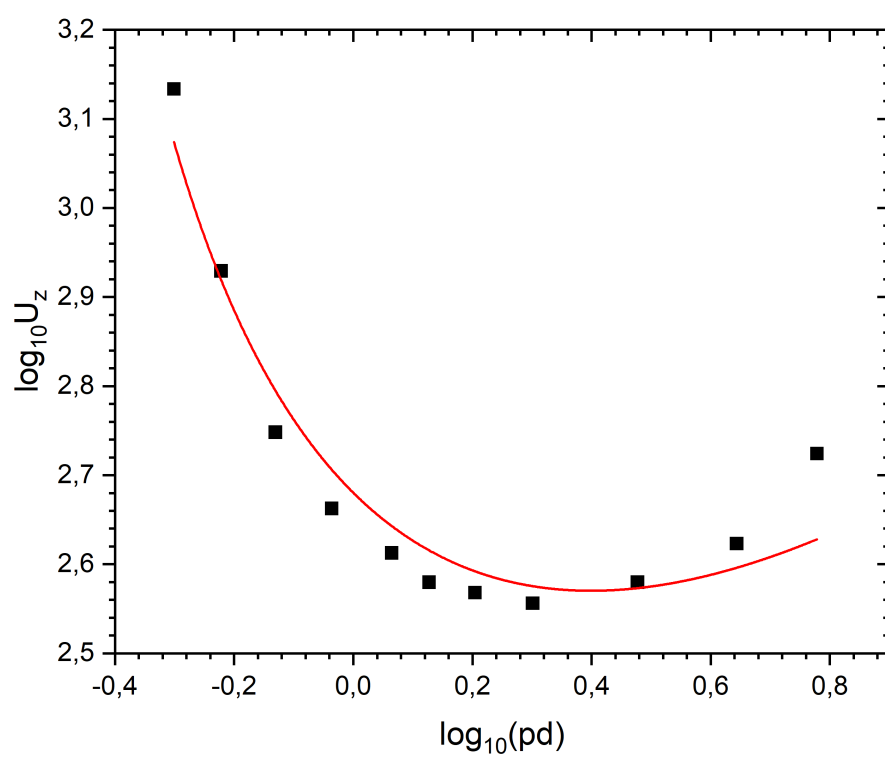
Obrázek 3: Schéma zapojení pro měření Paschenovy křivky.

Tabulka 1: Hodnoty konstant  $B$ ,  $C'$ , zápalného napětí  $U_{z,\min}$  a minima součinu  $pd_{\min}$

	$B [\text{V Pa}^{-1} \text{m}^{-1}]$	$C'$	$U_{z,\min} [\text{V}]$	$pd_{\min} [\text{Pa}\cdot\text{m}]$
Měření s konstantním tlakem	$213 \pm 2$	$5,75 \pm 0,04$	373	1,8
Měření s konstantní vzdáleností elektrod	$148 \pm 5$	$3,98 \pm 0,13$	367	2,5
Tabulkové hodnoty [1, 2]	273,75	10,34	327	0,75



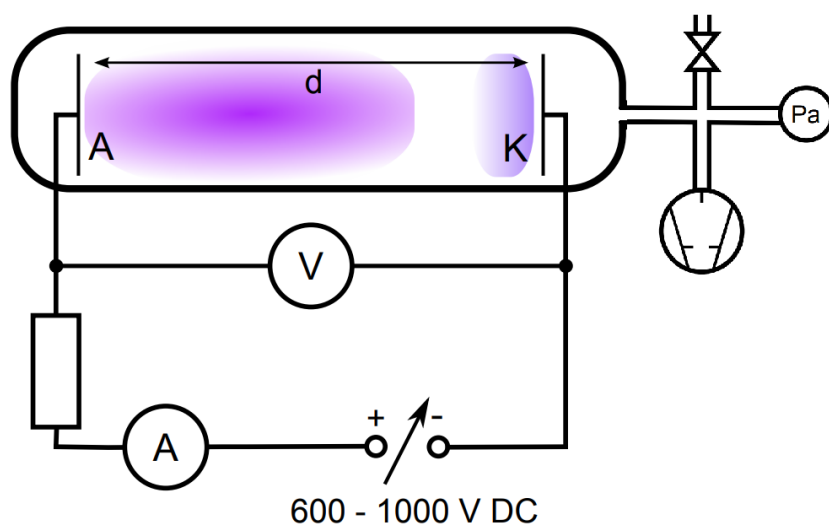
Obrázek 4: Naměřená Paschenova křivka při konstantním tlaku.



Obrázek 5: Naměřená Paschenova křivka při konstantní vzdálenosti elektrod.

## 2.2 Katodový spád potenciálu v doutnavém výboji

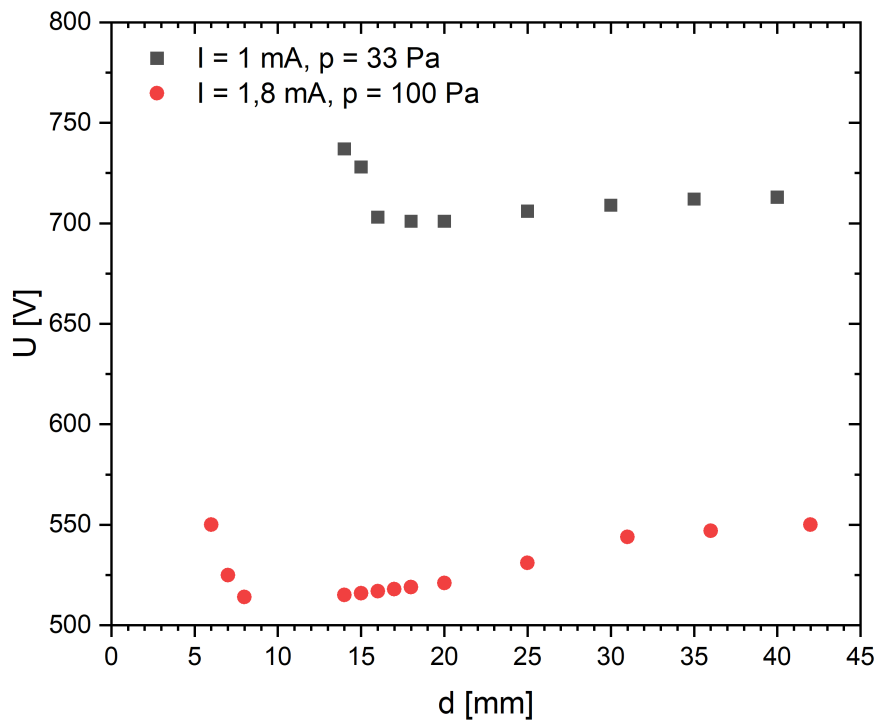
Měření katodového spádu potenciálu metodou ztíženého výboje provedeme pro dvě konstantní hodnoty tlaku a proudu, zaznamenáváme změnu napětí se změnou vzdálenosti elektrod při konstantním proudu, viz schéma na obr. 6. V grafu na obr. 7 jsou vidět naměřené závislosti. Výsledné hodnoty katodového spádu jsou uvedeny v tabulce 2. S vyšším proudem i tlakem jsme naměřili nižší katodový spád. Při měření jsme vypožorovali, že katodová vrstva se s rostoucím tlakem vizuálně ztenšuje. Dle literatury je katodový spád nejvyšší pro největší průřez katodové vrstvy, tedy v případě, když je celý povrch katody pokrytý výbojem. To je v souladu s našimi pozorováními. Při změně tlaku pozorujeme v grafu také posun minima, tedy při vyšším tlaku se minimum posunulo k menší vzdálenosti elektrod. Jelikož je katodový spád funkcí elektrod a plynu ve výbojce, v našem případě molybdenu a vzduchu, a zároveň závisí na tlaku a proudu, není možné najít přesné tabulkové hodnoty. Hodnoty katodového spádu s podobnými parametry lze najít např. v [3], naše výsledky se však pohybují ve stejném řádu  $10^2$  Pa.



Obrázek 6: Schéma zapojení pro měření katodového spádu potenciálu.

Tabulka 2: Naměřené hodnoty katodového spádu a polohy minima

	$I = 1 \text{ mA}, p = 33 \text{ Pa}$	$I = 1,8 \text{ mA}, p = 100 \text{ Pa}$
$U_k [\text{V}]$	701	514
$d_k [\text{mm}]$	18	11

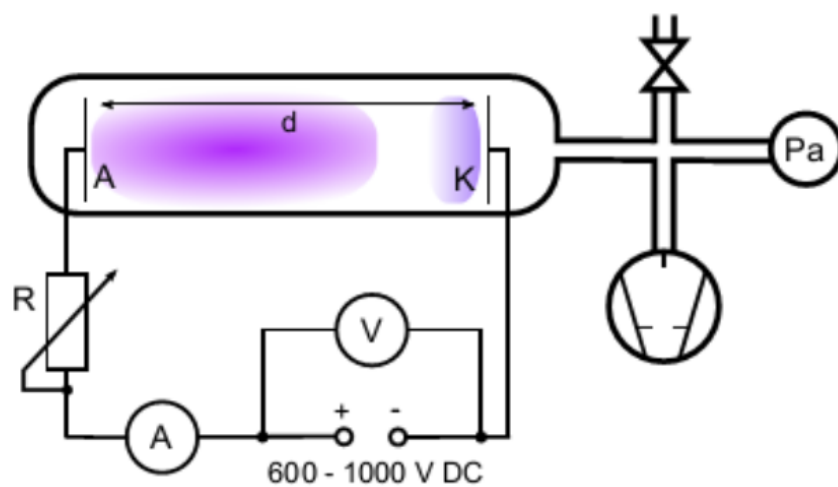


Obrázek 7: Závislosti napětí na vzdálenosti elektrod, kde minimum napětí odpovídá katodovému spádu.

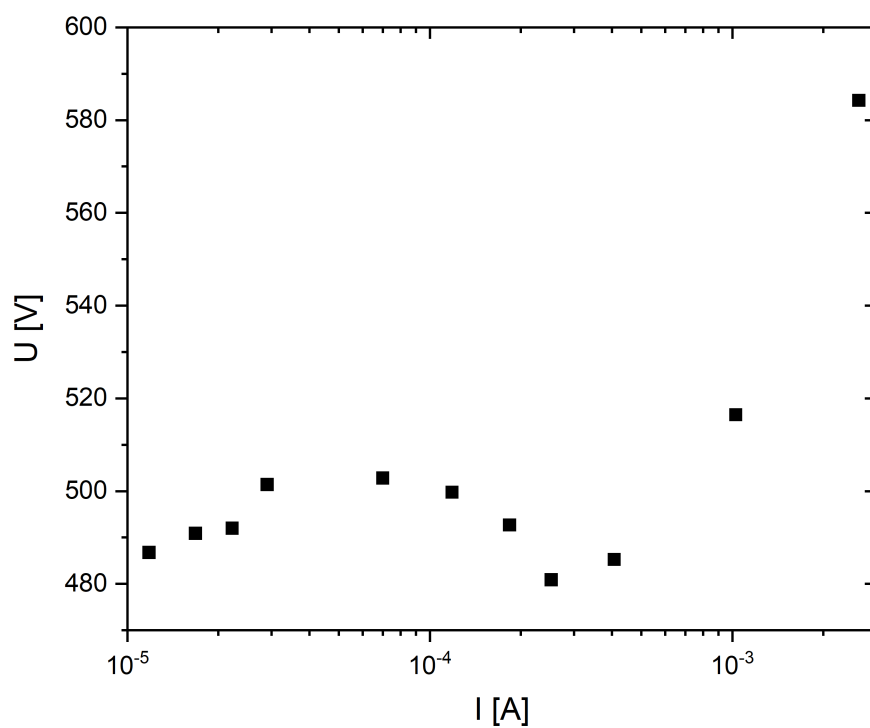
### 2.3 Voltampérová charakteristika

Pro měření voltampérové charakteristiky bylo použito zapojení dle schématu na obr. 8. Napětí na výbojce  $U$  měníme proměnným odporem  $R$  zapojeným do série a určíme jej z rovnice  $U = U_z - RI$ , kde  $U_z$  je napětí na zdroji a  $I$  je proud obvodem. Naměřená voltampérová charakteristika je v grafu na obr. 9. Vidíme, že se nám podařilo naměřit oblast C-E, jak je znázorněno v obr. 2. Oblast C-D se nazývá normální doutnavý výboj. Vyšší proud je umožněn zvětšením plochy katodové vrstvy. Až je celý povrch katody pokrytý výbojem, zvětšuje se velikost katodového spádu, a tím energie iontů dopadajících na katodu. Tomu odpovídá abnormální doutnavý výboj, tedy oblast D-E. Dalším ohřevem katody by výboj přešel v elektrický oblouk.





Obrázek 8: Schéma zapojení pro měření voltampérové charakteristiky.



Obrázek 9: Voltampérová charakteristika

### 3 Závěr

V této úloze jsme se seznámili s Paschenovým zákonem, tedy závislostí zápalného napětí na součinu tlaku a vzdálenosti elektrod. Podařilo se nám naměřit typický tvar Paschenovy křivky včetně jejího minima. To je důležité pro nejrůznější aplikace výbojů, protože se jedná o bod, ve kterém lze nejsnázeji zapálit výboj. Dále jsme se zabývali měřením katodového spádu potenciálu. Pro  $I = 1 \text{ mA}$  a  $p = 33 \text{ Pa}$  jsme dostali katodový spád  $U_k = 701 \text{ V}$ . Pro  $I = 1,8 \text{ mA}$  a  $p = 100 \text{ Pa}$  je katodový spád nižší,  $U_k = 514 \text{ V}$ . Zjistili jsme, že oblast katodového spádu je pro hoření výboje kritická. Pokud přiblížíme elektrody takových způsobem, že zmizí katodová vrstva, je kvůli ztížené ionizaci potřeba dodávat vysoké napětí. Nakonec jsme naměřili voltampérovou charakteristiku doutnavého výboje, kterou jsme identifikovali jako oblasti odpovídající normálnímu i abnormálnímu doutnavému výboji.

### Reference

- [1] Wikipedia contributors. *Paschen's law* [Internet]. Wikipedia, The Free Encyclopedia; 2022 Mar 31, 05:42 UTC [cited 2022 Apr 27]. Available from: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Paschen%27s\\_law&oldid=1080258746](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Paschen%27s_law&oldid=1080258746).
- [2] Arumugam, S., Alex, P., & Sinha, S. K. (2017). *Effective secondary electron emission coefficient in DC abnormal glow discharge plasmas*. Physics of Plasmas, 24(11), 112106. doi:10.1063/1.4997622
- [3] Ward, A. L. (1962). *Calculations of Cathode-Fall Characteristics*. Journal of Applied Physics, 33(9), 2789–2794. doi:10.1063/1.1702550