

Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity

# PRAKTIKUM Z FYZIKY PLAZMATU

Mikrovlnná interferometrie plazmatu

**Zpracovali:** Radek Horňák, Lukáš Vrána

**Naměřeno:** 5. 4. 2022

---

## 1 Teorie

Plazma lze obecně kvalitativně považovat za vodič, dielektrikum či magnetickou kapalinu. Výběr modelu je závislý na konkrétní situaci. V případě interakce elektromagnetického záření s plazmatem se v oblasti nízkých frekvencí plazma popisuje jako vodič pomocí nízkofrekvenční vodivosti, při vysokých frekvencích je vhodná aplikace dielektrického modelu včetně definice vysokofrekvenční permitivity. Hranicí mezi nízkými a vysokými frekvencemi je plazmová frekvence  $\omega_{\text{pl}}$ , od které se může vlna plazmatem šířit. Tu lze vyjádřit pomocí vztahu

$$\omega_{\text{pl}} = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \quad (1)$$

kde  $n_e$  je koncentrace volných elektronů,  $e$  elementární náboj,  $m_e$  hmotnost elektronu a  $\epsilon_0$  permitivita vakua.

Pro dielektrický model nemagnetického plazmatu je permitivita komplexní skalár ve tvaru  $\epsilon_r = \epsilon_1 + i\epsilon_2$ . V případě, že pro popis rozdělení rychlosti elektronů zvolíme Maxwellovo rozdělení, je relativní permitivita popsána vztahem

$$\epsilon_r = 1 - \frac{n_e e^2 (\omega - i\nu_m)}{m_e \epsilon_0 \omega (\omega^2 + \nu_m^2)} \quad (2)$$

kde  $\nu_m$  je srážková frekvence pro přenos hybnosti elektron–neutrál. Na rozdíl od běžných dielektrik je reálná část permitivity plazmatu menší než jedna. Místo relativní permitivity můžeme obdobně popisovat plazma pomocí komplexního indexu lomu  $N = n + i\kappa$ , přičemž mezi ním a relativní permitivitou je vztah  $N^2 = \epsilon_r$ . Pro jeho složky platí

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}}{2}} \quad (3)$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{-\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}}{2}} \quad (4)$$

Reálná část indexu lomu je přímo úměrná fázové rychlosti vlny a tedy i fázovému posuvu  $\Delta\phi$ . Platí vztah

$$\Delta\phi = k_0(1 - n)\Delta z \quad (5)$$

kde  $k_0$  je vlnové číslo a  $\Delta z$  úsek dráhy.

## 1.1 Stanovení koncentrace elektronů

Pro stanovení koncentrace elektronů v této úloze aproximujeme vztah (2) tak, že zanedbáme imaginární složku a vypustíme  $\nu_m^2$ . Dostáváme

$$\epsilon_r = 1 - \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0 \omega^2} \quad (6)$$

Po dosazení do (5) a úpravách můžeme vyjádřit koncentraci elektronů v závislosti na fázovém posunu jako

$$n_e = \frac{\left(1 - \left(1 - \frac{\Delta\phi}{k_0 \Delta z}\right)^2\right) m_e \epsilon_0 \omega^2}{e^2} \quad (7)$$

## 1.2 Stanovení driftové rychlosti elektronů

Pro stanovení driftové rychlosti elektronů použijeme vztah

$$v_d = \frac{I}{S n_e} \quad (8)$$

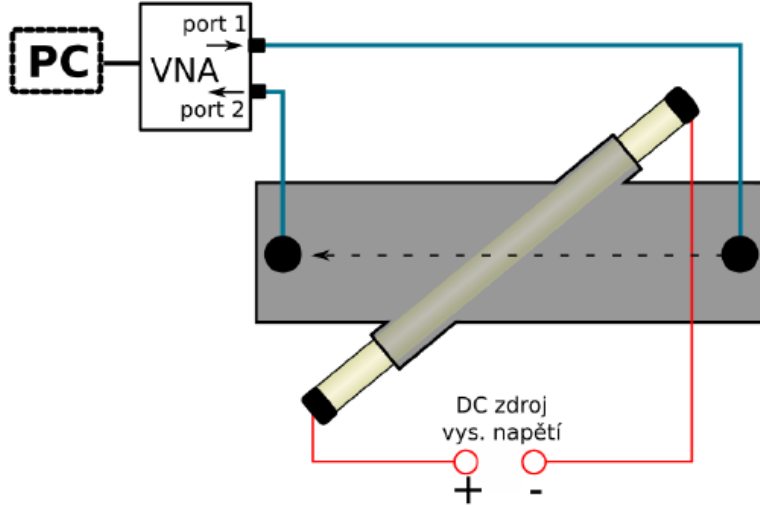
kde  $I$  je výbojový proud  $S = \pi d^2/4$  je průřez zářivky.

## 2 Měření a výsledky

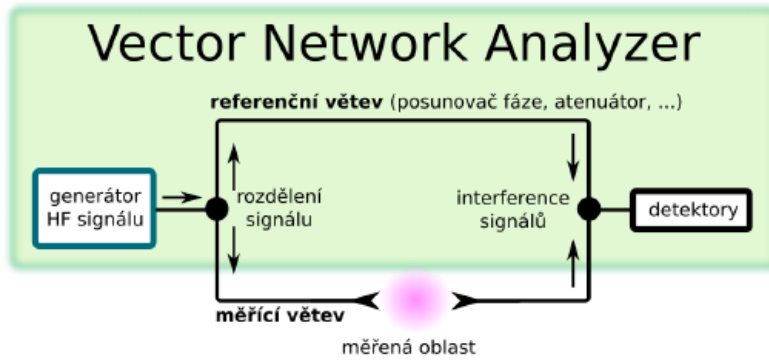
Měřicí aparatura se skládá ze zářivky procházející vlnovodem. Uvnitř ní je zapálený doutnavý výboj v argonu a parách rtuti za sníženého tlaku, typicky kolem 400 Pa. Schéma aparatury je na obr. 1. Důležitým prvkem v zapojení je Vector Network Analyzer (VNA), který zastává funkci vysokofrekvenčního zdroje i detektoru. V klasickém interferometrickém experimentu je signál ze zdroje rozdělený do referenční a měřicí větve, které jsou nakonec svedeny dohromady. Výsledný detekovaný signál je tedy interferencí signálů z obou větví. Abychom kromě změny fáze také detekovali změnu amplitudy signálu, je potřeba použít metodu kvadraturní detekce se dvěma detektory. VNA, jehož schéma je vidět na obr. 2, má uvnitř integrovanou referenční větev včetně detektorů, nám tedy stačí přes dva porty připojit měřicí větev. Prostřednictvím VNA měříme  $S$  parametry rozptylové matice.

Před měřením je potřeba VNA zkaliбrovat. To se klasicky provádí pomocí definovaných zátěží – short, open a match. Měření probíhá následovně: Na vysokonapěťovém zdroji měníme proud mezi hodnotami 0,2–3 mA a zaznamenáváme fázi a absolutní hodnotu parametru  $S_{21}$ . Odražený výkon zanedbáváme. Na VNA máme zapnuté 10násobné průměrování, čímž potlačíme šum. Jelikož je zářivka už stará, mezi měřeními je potřeba s ní občas pohnout. Proto každé dvě měření s určitými hodnotami proudu na zářivce vystřídáme měřením s nulovým proudem, tedy vypnutou zářivkou. Při zpracování dat poté vztahujeme jednotlivá měření k nejbližšímu s nulovým proudem. Tímto způsobem tedy zkoumáme vliv výboje v zářivce umístěné ve vlnovodu na procházející signál vlnovodem.

Ve výpočtech vystupuje veličina  $\Delta z$ , kterou jsme obecně označili jako úsek dráhy. V našem případě se jedná o tloušťku plazmatu, kterou je potřeba odhadnout. To provedeme pomocí geometrické úvahy ze znalosti příčného rozměru vlnovodu  $a = 86$  mm, průměru zářivky  $d = 18$  mm, délky zářivky  $l = a/\sin \alpha$  a úhlu mezi zářivkou a vlnovodem  $\alpha = 35^\circ$ . Za předpokladu, že zářivka má objem válce  $V_v$ , který následně nahradíme pravidelným čtyřbokým hranolem s objemem  $V_h = V_v = ab\Delta z$ , tloušťka plazmatu podél nejdelšího rozměru vlnovodu je



Obrázek 1: Schéma měřící aparatury [1].



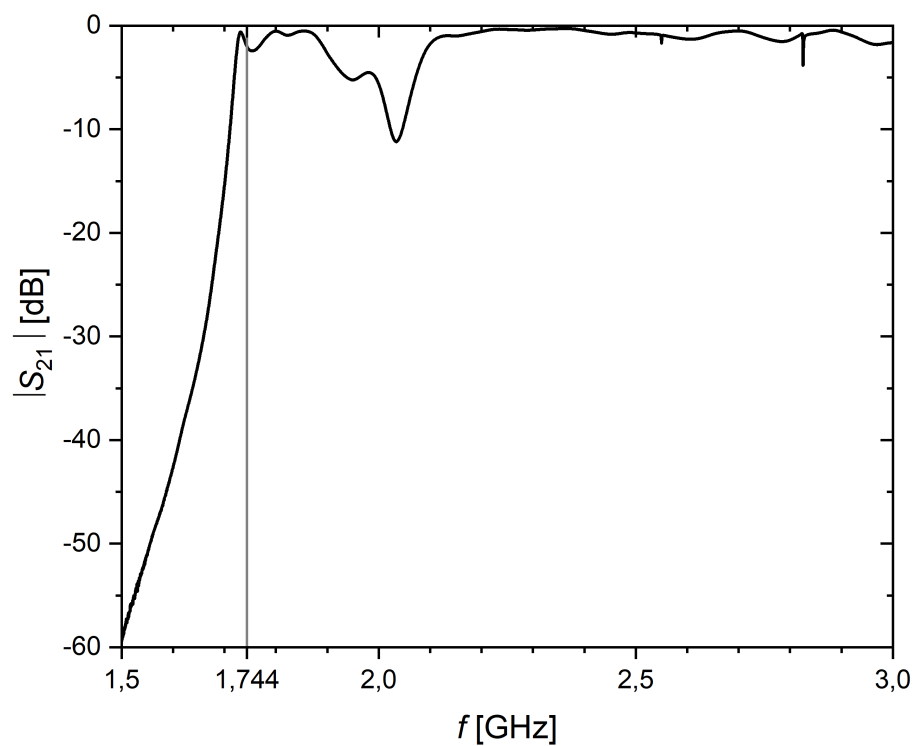
Obrázek 2: Schéma Vector Network Analyzer (VNA) [1].

$$\Delta z = \frac{\pi d^2}{4a \sin \alpha} = 5,2 \text{ mm} \quad (9)$$

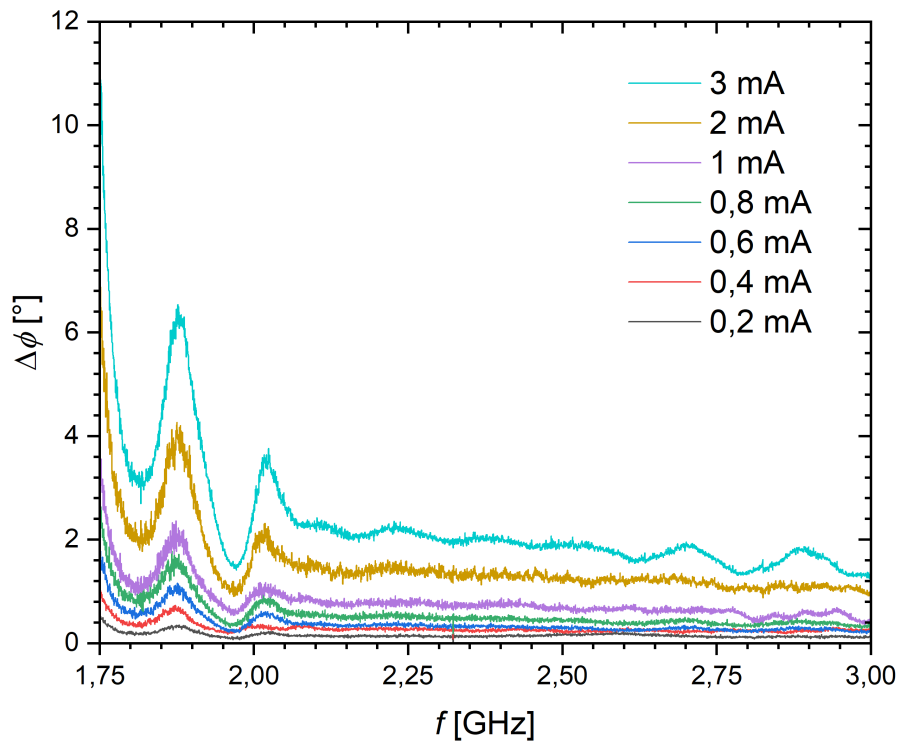
První sadu dat měříme pro oblast frekvencí 1,5–3 GHz. Vlnovod přenáší energii až od určité mezní frekvence. Průřezem vlnovodu je obdélník a jeho delší strana  $a$  určuje mezní frekvenci  $f_m = \frac{c}{2a} = 1,744 \text{ GHz}$ . Horní hranici 3 GHz jsme zvolili kvůli nedokonalostem vlnovodu na vyšších frekvencích. Druhou sadu dat jsme naměřili stejným způsobem pro menší oblast frekvencí 2,235–2,265 GHz.

Na obr. 3 je zobrazena amplituda  $S_{21}$  parametru pro vypnutou výbojku. Vidíme tedy propustnost vlnovodu a měřená mezní frekvence téměř odpovídá vypočítané. Pro následující grafy je  $S_{21}$  parametr měřen od frekvence 1,75 GHz. Na obr. 4 a 5 jsou vyneseny fázové posuvy v závislosti na frekvenci pro 7 různých proudů  $I$  tekoucích plazmatem a pro širší a užší oblast frekvencí. Pozorujeme s rostoucím proudem vyšší fázový posuv. Z něj jsme dále vypočítali koncentraci elektronů v plazmatu dle vztahu (7) a její závislost na proudu vynesli do obr. 6. Pro proudy  $I = 0,4\text{--}3 \text{ mA}$  se koncentrace pohybuje řádově  $n_e \approx 10^{15}\text{--}10^{16} \text{ m}^{-3}$ . Typické hodnoty pro doutnavý výboj  $n_{e,\text{typ}} \approx 10^{15}\text{--}10^{17} \text{ m}^{-3}$  dle [2] odpovídají námi naměřenými. Z koncentrace jsme následně dle vztahu (8) vypočítali driftovou rychlost elektronů. Její závislost na proudu jsme vynesli do obr. 7. Závislost zde žádnou nepozorujeme, řádově se pohybuje  $v_d \approx 10^3 \text{ m s}^{-1}$ . Typickou hodnotu  $v_{d,\text{typ}} \approx 10^4 \text{ m s}^{-1}$  jsme vypočítali

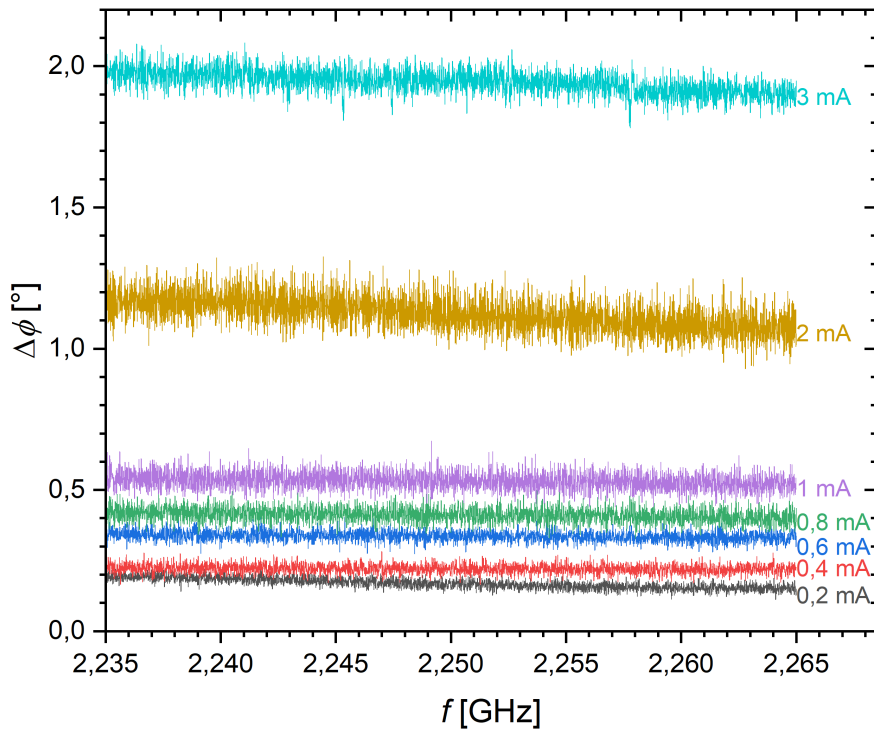
v databázi [3] pro intenzitu elektrického pole  $E = 10 \text{ V cm}^{-1}$  a tlak  $p = 100 \text{ Pa}$ .



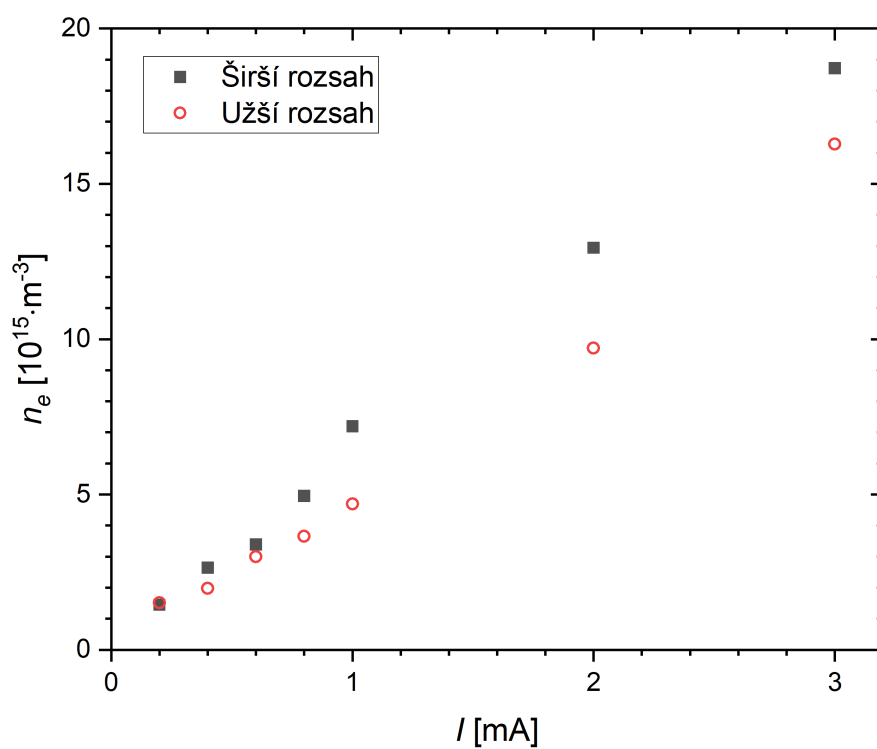
Obrázek 3: Závislost amplitudy parametru  $S_{21}$  na frekvenci se znázorněnou teoretickou mezní frekvencí.



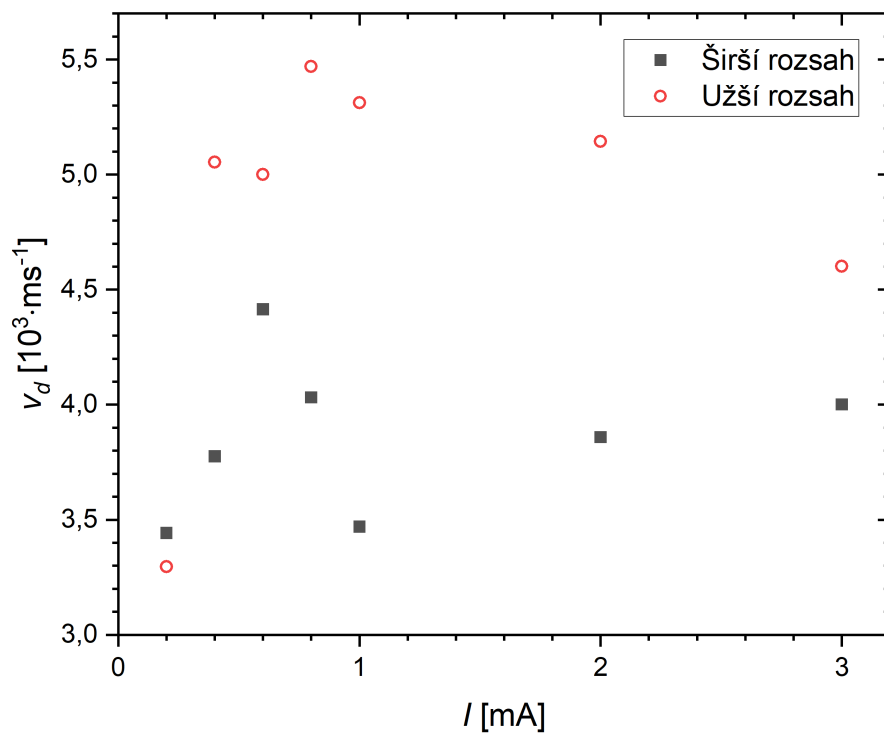
Obrázek 4: Závislost fázového posuvu parametru  $S_{21}$  na frekvenci pro širší oblast frekvencí.



Obrázek 5: Závislost fázového posuvu parametru  $S_{21}$  na frekvenci pro užší oblast frekvencí.



Obrázek 6: Závislost koncentrace elektronů na proudu pro širší a užší rozsah frekvencí.



Obrázek 7: Závislost driftové rychlosti na proudu pro širší a užší rozsah frekvencí.

### 3 Závěr

Mikrovlnnou inteferometrií jsme měřili vlastnosti běžné zářivky. Pomocí VNA jsme naměřili  $S_{21}$  parametr, který je závislý na interakci elektromagnetického záření s plazmatem. Z něj jsme následně určili posuv fáze v závislosti na frekvenci a koncentraci elektronů uvnitř zářivky. Ta vyšla pro proudy  $I = 0,4 - 3 \text{ mA}$  řádově  $n_e \approx 10^{15} - 10^{16} \text{ m}^{-3}$ . Typické hodnoty  $n_{e,\text{typ}} \approx 10^{15} - 10^{17} \text{ m}^{-3}$  dle [2] odpovídají měření. Driftová rychlost elektronů vyšla  $v_d \approx 10^3 \text{ m s}^{-1}$ , přičemž typická hodnota  $v_{d,\text{typ}} \approx 10^4 \text{ m s}^{-1}$  určena z [3] je o řád vyšší.

### Reference

- [1] Návod k praktiku: *Mikrovlnná inteferometrie plazmatu*. Experimentální metody 2.
- [2] FRANZ, Gerhard. *Low Pressure Plasmas and Microstructuring Technology* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009 [cit. 2022-06-26]. ISBN 978-3-540-85848-5. Dostupné z: doi:10.1007/978-3-540-85849-2
- [3] E. Carbone, W. Graef, G. Hagelaar, D. Boer, M.M. Hopkins, J.C. Stephens, B.T. Yee, S. Pancheshnyi, J. van Dijk, L. Pitchford. *Data Needs for Modeling Low-Temperature Non-Equilibrium Plasmas: The LXCat Project, History, Perspectives and a Tutorial*. Atoms (2021) 9 (1), 16.