Лабораторные работы кафедры ВТ ИКТИБ ЮФУ для курсов «Проблемноориентированные методы и средства цифровой обработки сигналов», «Специализированные методы и средства цифровой фильтрации»

Лабораторная работа №4.

Фильтрация сигнала во временной области

Цель работы.

Лабораторная работа №4 нацелена на изучение принципов фильтрации спектра модельного сигнала во временной области с использованием КИХ-фильтров на основе операции свертки.

Подготовка к работе.

Лабораторная работа предполагает реализацию программы фильтрации спектра модельного сигнала на языке Python с использованием IDE PyCharm или Visual Studio Code (VSCode). Инструкция по установке IDE и описание начала работы в ней приведена в приложении 1 настоящего документа.

При оформлении отчета о проведенной работе, требуется приводить только осмысленную часть графиков сигнала во временной области: графики должны отражать поведение сигнала на одном-двух периодах минимальной частоты.

Ход работы:

1. Выполнить построение дискретного сигнала с использованием языка Руthon, как это было сделано в задании №2 пп.1 лабораторной работы №1:

$$x_n = \sum_{k=1}^7 A_k \cdot \sin(2\pi \cdot f_k \cdot t_n)$$

Если $max(f_n)$ из варианта лабораторного задания больше 30, определить частоту дискретизации $fd=110~{\rm K}\Gamma$ ц, иначе $fd=75~{\rm K}\Gamma$ ц. Количество семплов N=2048.

2. Выполнить построение графиков АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра, коэффициенты которого определены вариантом индивидуального задания, по формулам:

$$A(fn) = \frac{\sqrt{\left(\sum_{j=0}^{p-1} b_{j} \cos(2\pi \cdot fn \cdot j)\right)^{2} + \left(\sum_{j=0}^{p-1} b_{j} \sin(2\pi \cdot fn \cdot j)\right)^{2}}}{\sqrt{\left(1 + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i} \cos(2\pi \cdot fn \cdot i)\right)^{2} + \left(\sum_{i=1}^{n-1} a_{i} \sin(2\pi \cdot fn \cdot i)\right)^{2}}}.$$

$$\phi(fn) = arctg \left(\frac{\displaystyle\sum_{j=0}^{p-1} b_j \sin(2\pi \cdot fn \cdot j)}{\displaystyle\sum_{j=0}^{p-1} b_j \cos(2\pi \cdot fn \cdot j)} \right) - arctg \left(\frac{\displaystyle\sum_{i=0}^{n-1} a_j \sin(2\pi \cdot fn \cdot i)}{1 + \displaystyle\sum_{j=0}^{p-1} a_i \cos(2\pi \cdot fn \cdot i)} \right)$$

Вариантом лабораторной работы задана импульсная характеристика фильтра h_i , коэффициенты которой являются коэффициентами b фильтра. Так как выполняется именно КИХ-фильтрация, формулы принимают следующий вид:

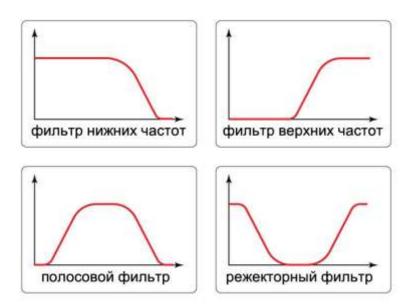
$$A(fn) = \sqrt{\left(\sum_{j=0}^{p-1} b_j \cos(2\pi \cdot fn \cdot j)\right)^2 + \left(\sum_{j=0}^{p-1} b_j \sin(2\pi \cdot fn \cdot j)\right)^2}$$

$$\phi(fn) = arctg \left(\frac{\sum_{j=0}^{p-1} b_j \sin(2\pi \cdot fn \cdot j)}{\sum_{j=0}^{p-1} b_j \cos(2\pi \cdot fn \cdot j)} \right)$$

где: p — общее число элементов импульсной характеристики h, fn — шкала нормированных частот, представляющая собой массив их N чисел в диапазоне от 0 до 1. Для расчета значений шкалы абсолютных частот стоит использовать функцию numpy Python:

Функция linspace принимает на вход 3 параметра: стартовое значение шкалы, финальное значение шкалы, число элементов шкалы.

- 3. Вывести графики АЧХ и ФЧХ по шкале нормированной частоты (ось x) в интервале [0-0.5]. Для этого стоит использовать первые половины массивов со значениями АЧХ/ФЧХ и fn: $f_norm[:N//2]$, AFR[:N//2], PFR[:N//2]
- 4. По графикам, построенным в п.3 определить тип фильтра:



5. Выполнить построение графиков АЧХ и ФЧХ по шкале абсолютных частот. Построение шкалы абсолютных частот аналогично пункту №6 задания №2 лабораторной работы №1.

Для построениях шкалы абсолютных частот необходимо создать массив f_n , содержащий интервалы частоты, рассчитанные по формуле: $f_i = n_i \cdot F_{step}$, где n_i – номер семпла, $F_{step} = fd/N$ – шаг по шкале частот.

Вместо расчета значений шкалы абсолютных частот вручную, можно использовать функцию numpy Python:

$$fn = np.fft.fftfreq(N, 1/fd)$$

6. По графику, построенному в п.5 определить диапазоны частот, относящихся к полосам пропускания и полосам заграждения фильтра. Для этого необходимо определить частоты среза фильтра: частоту, при которой наблюдается спад амплитуды сигнала в 1/√2 раза (на 3 дБ). В зависимости от типа фильтра, может присутствовать как единственная частота среза (для ФНЧ и ФВЧ), так и несколько (для полосовых и режекторных фильтров).



7. Выполнить фильтрацию сигнала во временной области путем реализации свертки исходного сигнала с коэффициентами импульсной характеристики фильтра h_i (определенными вариантом индивидуального задания). Свертку стоит выполнять согласно следующей формуле:

$$y_n = \sum_{j=0}^{p-1} x_{n-j} b_j$$

$$y_n = b_0 x_k + b_1 x_{k-1} + b_2 x_{k-2} + \dots + b_n x_{k-n}$$

8. Построить график полученного сигнала в семплах.

9. Построить эталонный модельный сигнал, состоящий только из тех гармоник, которые согласно варианту, попадают в диапазон полос пропускания КИХ-фильтра. Для этого по графику АЧХ фильтра в абсолютных частотах (построенный в п №5 данной работы) необходимо определить, какие частоты были отфильтрованы, а какие нет. Эталонный модельный сигнал рассчитывается аналогично исходному сигналу по формуле:

$$x_n = \sum_{m=1}^{M} A_m \cdot \sin(2\pi \cdot f_m \cdot t_n)$$

где A_m и f_m — амплитуды и частоты гармоник, попадающих в **полосы пропускания** фильтра; M — число таких гармоник.

- 10. Вывести в семплах на одном графике:
 - а. Исходный сигнал
 - b. Эталонный модельный сигнал
 - с. Сигнал, полученный после фильтрации во временной области.
- 11.В отчете сделать вывод о точности фильтрации сигнала во временной области.
- 12.Сделать вывод о количестве выполненных операций сложения и умножения.
- 13.Изменить частоту дискретизации на $fd = 10 \cdot max(f_n)$. Проанализировать полученный результат и добавить вывод в отчет.

Варианты заданий к лабораторной работе №1

Варианты лабораторного задания выбираются согласно номеру студента в общем списке группы. В таблице приведены значения частот и амплитуд для генерации модельного сигнала.

No		1	2	3	4	5	6	7
1	F, кГц	0,5	1	2	5	7	9	12
	A	1	5	3	7	3	2	1
2	F, кГц	3	5	6	9	12	15	18
	A	7	9	8	12	7	4	6
3	F, кГц	0,9	1	2	9	12	15	18
	A	2	5	3	12	7	4	6
4	F, кГц	3	5	6	8	9	10	12
	A	7	9	8	7	3	2	5
5	F, кГц	0,5	1	2	9	12	14	17
	A	1	5	3	12	15	4	6
6	F, кГц	2	4	5	7	9	12	15
	A	11	15	12	13	21	10	9
7	F, кГц	9	11	15	17	21	29	35
	A	17	19	36	34	28	25	40
8	F, кГц	0,3	0,56	1,2	3,5	5	7	9
	A	21	18	23	19	13	20	11
9	F, кГц	10	13	14	17	21	22	25
	Α	9	14	15	19	21	26	30
10	F, кГц	1	5	7	13	18	19	29
	A	9	11	12	17	21	29	35
11	F, кГц	10	11	12	13	15	20	25
	A	9	11	15	17	21	29	35
12	F, кГц	21	25	32	33	41	45	50
	A	9	11	15	17	21	29	35
13	F, кГц	20	21	22	23	27	30	40
	A	9	11	15	17	21	29	35
14	F, кГц	11	15	12	13	21	23	25
	A	19	12	15	27	23	29	25
15	F, кГц	5	11	12	13	21	23	30
	A	9	11	15	17	21	29	35
16	F, кГц	11	13	15	17	21	23	25
	A	22	23	25	17	21	29	35
17	F, кГц	1	2	3	7	9	11	13
	A	2	12	11	15	3	8	13
18	F, кГц	3	9	14	16	21	26	32
	A	12	2	17	5	9	15	6
19	F, кГц	5	7	12	17	24	26	43
	A	5	14	3	23	6	20	7
20	F, кГц	1	4	14	19	20	23	29
	A	8	5	12	7	3	15	8

$$h(1) = 8.58398885E-0003 = h(16)$$

$$h(2) = 1.01415502E - 0002 = h(15)$$

$$h(3) = -1.18238033E - 0002 = h(14)$$

$$h(4) = -4.97749198E - 0002 = h(13)$$

$$h(5) = -5.10048196E - 0002 = h(12)$$

$$h(6) = 3.87851131E - 0002 = h(11)$$

$$h(7) = 2.01367094E-0001 = h(10)$$

$$h(8) = 3.33522835E-0001 = h(9)$$

Вариант 3

$$h(1) = -3.74076788E - 0002 = h(16)$$

$$h(2) = -5.42711395E-0003=h(15)$$

$$h(3) = 2.96063461E-0002=h(14)$$

$$h(4) = -5.59466344E - 0002 = h(13)$$

$$h(5) = 6.30845354E-0002=h(12)$$

$$h(6) = -2.47230490E - 0002 = h(11)$$

$$h(7) = -9.96993267E - 0002 = h(10)$$

$$h(8) = 5.95044626E-0001=h(9)$$

Вариант 5

$$h(1) = -1.25937288E - 0002 = -h(16)$$

$$h(2) = -2.68906576E - 0002 = -h(15)$$

$$h(3) = 7.24777621E-0002 = -h(14)$$

$$h(4) = -1.01029481E-0001 = -h(13)$$

$$h(5) = 6.35336599E-0002 = -h(12)$$

$$h(6) = 5.55492140E-0002 = -h(11)$$

$$h(7) = 2.12490481E-0001 = -h(10)$$

$$h(8) = 3.24046289E-0001 = -h(9)$$

Вариант 2

$$h(1) = -1.49502378E - 0002 = h(16)$$

$$h(2) = -4.91854122E - 0002 = h(15)$$

$$h(3) = -1.93852179E - 0002 = h(14)$$

$$h(4) = 5.71528560E-0002 = h(13)$$

$$h(5) = -2.44721295E - 0003 = h(12)$$

$$h(6) = -1.15195509E - 0001 = h(11)$$

$$h(7) = 9.20622552E - 0002 = h(10)$$

$$h(8) = 4.94733996E-0001 = h(9)$$

Вариант 4

$$h(1) = 3.42591553E - 0003 = -h(16)$$

$$h(2) = 1.98488129E - 0002 = -h(15)$$

$$h(3) = -5.43602554E - 0002 = -h(14)$$

$$h(4) = 2.56355684E-0002 = -h(13)$$

$$h(5) = 6.93667396E-0002 = -h(12)$$

$$h(6) = -6.39440064E - 0002 = -h(11)$$

$$h(7) = -1.63419803E - 0001 = -h(10)$$

$$h(8) = 4.29283935E-0001 = -h(9)$$

Вариант 6

$$h(1) = 3.42591553E - 0003 = -h(16)$$

$$h(2) = 1.98488129E-0002 = -h(15)$$

$$h(3) = -5.43602554E - 0002 = -h(14)$$

$$h(4) = 2.56355684E-0002 = -h(13)$$

$$h(5) = 6.93667396E-0002 = -h(12)$$

$$h(6) = -6.39440064E - 0002 = -h(11)$$

$$h(7) = -1.63419803E - 0001 = -h(10)$$

$$h(8) = 4.29283935E-0001 = -h(9)$$

- h(1) = -2.91731066E 0002 = h(16)
- h(2) = -2.72994673E 0002 = h(15)
- h(3) = -1.67785454E 0002 = h(14)
- h(4) = 1.88149767E 0002 = h(13)
- h(5) = 7.89431816E 0002 = h(12)
- h(6) = 1.52199144E-0001 = h(11)
- h(7) = 2.19067035E-0001 = h(10)
- h(8) = 2.59023716E-0001 = h(9)

Вариант 9

- h(1) = -5.48848226E 0003 = h(16)
- h(2) = -1.12987967E 0002 = h(15)
- h(3) = 1.77272999E-0002 = h(14)
- h(4) = 2.91855736E 0002 = h(13)
- h(5) = -6.71082094E 0002 = h(12)
- h(6) = -4.98384054E 0002 = h(11)
- h(7) = 3.02652469E-0001 = h(10)
- h(8) = 5.59163628E 0001 = h(9)

Вариант 11

- h(1) = 1.33048788E 0002 = h(26)
- h(2) = 6.45961826E 0003 = h(25)
- h(3) = -2.12425816E 0002 = h(24)
- h(4) = 7.56317498E 0003 = h(23)
- h(5) = -3.77655834E 0003 = h(22)
- h(6) = 2.30796766E-0002 = h(21)
- h(7) = 2.14396319E 0002 = h(20)
- h(8) = -1.12723132E 0001 = h(19)
- h(9) = 5.00865353E-0002 = h(18)
- h(10) = 1.70572861E-0001 = h(17)
- h(11) = -2.03180859E 0001 = h(16)
- h(12) = -8.55489605E 0002 = h(15)
- h(13) = 2.86737905E-0001 = h(14)

Вариант 8

- h(1) = -2.96369758E 0002 = h(16)
- h(2) = 3.96338407E 0002 = h(15)
- h(3) = -6.04446063E 0002 = h(14)
- h(4) = 8.28993022E-0002 = h(13)
- h(5) = -1.04456130E 0001 = h(12)
- h(6) = 1.22393812E 0001 = h(11)
- h(7) = -1.34283081E 0001 = h(10)
- h(8) = 1.38447825E-0001 = h(9)

Вариант 10

- h(1) = 1.33048788E-0002 = h(26)
- h(2) = 6.45961826E 0003 = h(25)
- h(3) = -2.12425816E 0002 = h(24)
- h(4) = 7.56317498E 0003 = h(23)
- h(5) = -3.77655834E 0003 = h(22)
- h(6) = 2.30796766E 0002 = h(21)
- h(7) = 2.14396319E 0002 = h(20)
- h(8) = -1.12723132E 0001 = h(19)
- h(9) = 5.00865353E-0002 = h(18)
- h(10) = 1.70572861E-0001 = h(17)
- h(11) = -2.03180859E 0001 = h(16)
- h(12) = -8.55489605E-0002 = h(15)h(13) = 2.86737905E-0001 = h(14)
- Вариант 12
- h(1) = 8.81847553E-0004 = h(26)
- h(2) = -1.87613842E 0006 = h(25)
- h(3) = 1.27260558E 0002 = h(24)
- h(4) = 1.17333529E-0006 = h(23)
- h(5) = -3.85919636E 0002 = h(22)
- h(6) = -7.94669754E 0007 = h(21)
- h(7) = 2.17106507E 0002 = h(20)
- h(8) = -4.60638630E 0007 = h(19)
- h(9) = 9.94375191E-0002 = h(18)
- h(10) = -1.26607506E 0007 = h(17)
- h(11) = -2.79463243E 0001 = h(16)
- h(12) = -2.18474142E 0007 = h(15)
- h(13) = 3.68401231E-0001 = h(14)

- h(1) = -6.67003549E 0003 = h(26)
- h(2) = -1.13440416E 0002 = h(25)
- h(3) = 1.26537690E-0003 = h(24)
- h(4) = 1.81025848E-0002 = h(23)
- h(5) = 1.03126475E 0002 = h(22)
- h(6) = 1.13130144E 0003 = h(21)
- h(7) = 3.54303667E 0002 = h(20)
- h(8) = 5.60615704E-0002 = h(19)
- h(9) = -4.35435667E 0002 = h(18)
- h(10) = -1.86302739E 0001 = h(17)
- h(11) = -1.37032000E 0001 = h(16)
- h(12) = 1.22843757E-0001 = h(15)
- h(13) = 2.79974827E-0001 = h(14)

Вариант 15

- h(1) = 8.85904164E 0004 = h(26)
- h(2) = -5.22651573E 0006 = h(25)
- h(3) = -1.27182193E 0002 = h(24)
- h(4) = -6.91671243E-0006 = h(23)
- 1(1) 0.910/12/3E 0000 11(29)
- h(5) = -3.85883801E 0002 = h(22)
- h(6) = 2.25802543E 0006 = h(21)
- h(7) = -2.17178060E 0002 = h(20)
- h(8) = 9.67454560E 0006 = h(19)
- h(9) = 9.94318261E-0002 = h(18)
- h(10) = 2.25802543E 0006 = h(17)
- h(11) = 2.79471093E-0001 = h(16)
- h(12) = -1.21432281E 0005 = h(15)
- h(13) = 3.68419060E 0001 = h(14)

Вариант 14

- h(1) = -7.74655555E 0003 = h(26)
- h(2) = 2.66044188E 0006 = h(25)
- h(3) = 1.10328299E-0002 = h(24)
- h(4) = 6.53431514E 0006 = h(23)
- h(5) = 3.39948164E 0002 = h(22)
- h(6) = 9.19342888E 0006 = h(21)
- h(7) = -5.60192530E 0002 = h(20)
- h(8) = 9.49357724E-0006 = h(19)
- h(9) = -6.20920915E 0002 = h(18)
- h(10) = 9.79372561E-0006 = h(17)
- h(11) = 2.97792590E 0001 = h(16)
- h(12) = 9.79239746E-0006 = h(15)
- h(13) = 5.76269151E-0001 = h(14)

Вариант 16

- h(1) = -4.17748598E 0002 = h(26)
- h(2) = 4.62757226E 0002 = h(25)
- h(3) = 1.59902868E-0002 = h(24)
- h(4) = -1.19796053E 0002 = h(23)
- h(5) = -1.49204402E 0002 = h(22)
- h(6) = 6.34415745E 0002 = h(21)
- h(7) = -9.61881971E 0003 = h(20)
- h(8) = -9.91513855E 0002 = h(19)
- h(9) = 1.70396963E-0001 = h(18)
- h(10) = -1.11097547E 0001 = h(17)
- h(11) = -2.41879918E 0002 = h(16)
- h(12) = 1.48144291E-0001 = h(15)
- h(13) = 8.08229724E-0001 = h(14)

H(1) = 8.50294410E-0003 = -h(30) H(2) = 2.53034852E-0004 = -h(29) H(3) = -1.01544916E-0004 = -h(28) H(4) = -5.11994595E-0003 = -h(27) H(5) = 2.53222342E-0002 = -h(26) H(6) = 4.38108535E-0002 = -h(25) H(7) = -2.86237806E-0002 = -h(24) H(8) = -5.51989237E-0004 = -h(23) H(9) = -2.34531488E-0002 = -h(22) H(10) = -2.02102712E-0001 = -h(21) H(11) = -1.88400375E-0002 = -h(20) H(12) = 1.68516943E-0001 = -h(19) H(13) = 8.52473506E-0004 = -h(18)

Вариант 19

$$H(z) = C \prod_{i=1}^{4} \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2}z^{-2}}{a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}$$

C=598.415484

b0i = 1; a0i = 1; b11 = 1; b21 = 0;

a11 = -0.5562958; a21 = 0;

H(14) = . E-0001 = -h(17)

H(15) = . E-0001 = -h(16)

b12 = -0.5954765; b22 = 1;

a12 = -1.1651881; a22 = 0.6287697;

b13 = -0.3192287; b23 = 1;

a13 = -1.0107832; a23 = 0.8114283

b14 = -0.6279658; b24 = 1;

a14 = -0.9464295; a24 = 0.9463153

Вариант 18

$$H(z) = C \prod_{i=1}^{4} \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2}z^{-2}}{a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}$$

C=449.074575 b0i = 1; a0i = 1; b11 = 1; b21 = 0; a11 = -0.7240457; a21 = 0; b12 = -1.4033106; b22 = 1; a12=-1.4677223; a22 = 0.6287697; b13 = -1.2358506; b23 = 1; a13 = -1.5071789; a23 = 0.8114283; b14 = -0.4545053; b24 = 1; a14 = -1.5552730; a24 = 0.9463153

Требования к отчету и защита

Процесс выполнения лабораторной работы документируется с помощью текстового редактора MS Word, полученные сведения служат основой для формирования отчета о выполнении лабораторной работы. Отчет в общем случае должен включать:

- титульный лист;
- описание задач в выбранном варианте лабораторной работы;
- блок-схему реализуемой программы;
- описание хода работы с пояснениями;
- все графики, построенные в рамках лабораторной работы;
- выводы;
- листинг программы.

Защита отчета о выполнении лабораторной работы сопровождается демонстрацией работоспособности кода программ, теоретических знаний и ответов на дополнительные вопросы преподавателя по теме занятия.

приложение 1.

1. Инструкция по установке IDE PyCharm.

а. Зайти на страницу загрузки IDE PyCharm с официального сайта JetBrains, опуститься вниз страницы и нажать Download PyCharm Community Edition. Данная версия программного продукта не нуждается в лицензировании.

https://www.jetbrains.com/pycharm/download/?section=windows

- b. Установить IDE PyCharm. При установке выбрать все чекбоксы.
- с. С официального сайта Python скачать и установить последнюю версию интерпретатора языка. При установке отметить все чекбоксы (обязательно выбрать «Add python.exe to PATH»). https://www.python.org/downloads/

2. Инструкция по установке VSCode и начальная настройка среды.

- а. Зайти на главную страницу официального сайта VSCode и нажать кнопку Download. VSCode не нуждается в лицензировании. https://code.visualstudio.com/
- b. Установить VSCode. При установке выбрать все чекбоксы.
- с. Открыть среду VSCode и зайти в раздел расширения (Extensions).



- d. Найти и установить расширение «Russian Language Pack for Visual Studio Code» (опционально).
- e. Найти и установить расширение «Python».
- f. С официального сайта Python скачать и установить последнюю версию интерпретатора языка. При установке отметить все чекбоксы (обязательно выбрать «Add python.exe to PATH»).

https://www.python.org/downloads/

3. Подготовка работы с IDE.

- а. Проверить, установлена ли на компьютере IDE PyCharm или VSCode. Если нет, выполнить установку согласно описанной выше инструкции.
- b. Создать рабочую директорию с вашей фамилией. Желательно, чтобы папка находилась не на рабочем столе Windows.
- с. Запустить IDE и выполнить команду File => Open Folder, где выбрать путь к созданной вами директории.
- d. Создать новый файл Python File: команда File => New => Python File и задать имя файла с расширением *.py (например, lab1.py).
- е. Файл открылся в правой области окна проекта. Здесь можно набирать код программы.

4. Пример написания и запуска программы в IDE.

Хорошей традицией при изучении первого языка программирования является написание программы, выводящей на экран компьютера приветствие «Hello World!». Для создания такой программы необходимо предварительно создать и открыть новый руthon файл, как это было описано выше.

- a. Наберите команду: print('Hello Python!')
- b. Выполните запуск программы нажав на клавишу RUN расположенную в правом верхнем углу IDE. Результат работы программы появится мгновенно в окне вывода, расположенном в нижней части IDE.
- с. Для запуска программы в первый раз нужно щелкнуть правой кнопкой мыши в окне с текстом программы и выбрать пункт Run.
- d. Если запуск в IDE РуСharm произошел с ошибкой, проверьте, указан ли интерпретатор языка в окне Run => Edit Configuration.

5. Инструкция по установке пакетов matplotlib, scipy, numpy.

- a. В IDE VSCode зайти в раздел расширения (Extensions); в IDE PyCharm открыть вкладку Python Packages.
- b. Найти и установить библиотеки matplotlib, scipy, numpy.