

APLICACIONES DE FUNCIONES EXPONENCIALES.

- 1.) El estudio del crecimiento de una población de mosquitos sigue un comportamiento exponencial de la forma $A = 1000 \cdot 1,8^x$ (A es el número de mosquitos y x el tiempo en días). Calcula:
- La población inicial de mosquitos.
 - El número de mosquitos pasados 3 días.
 - El tiempo que debe pasar para que la población se duplique.
- 2.) Una centena de ciervos, cada uno de 1 año de edad, se introducen en un coto de caza. El número $N(t)$ de los que aún queden vivos después de t años se predice que es $N(t) = 100 \cdot 0,9^t$. Estime el número de animales vivos después de:
- 1 año.
 - 5 años.
 - 10 años.
- 3.) Un medicamento se elimina del cuerpo a través de la orina. La cantidad $A(t)$, en mg, que queda en el cuerpo t horas después está dada por $A(t) = 10 \cdot 0,8^t$. Para que el fármaco haga efecto debe haber en el cuerpo por lo menos 2 mg.
- Calcula la dosis inicial de medicamento.
 - Determine cuándo quedan sólo 2 mg
 - ¿Cuál es la semivida (o vida media) del medicamento?
- 4.) El isótopo radiactivo ^{210}Bi tiene una semivida (o vida media) de 5 días, es decir, el número de partículas radiactivas se reducirá a la mitad del número original en 5 días. Si existen 100g de ^{210}Bi en el instante $t=0$, entonces la cantidad $A(t)$ restante después de t días está dada por $A(t) = 100 \cdot 2^{-t/5}$
- ¿Qué cantidad resta después de 5 días?
 - ¿10 días?
 - ¿12,5 días?
- 5.) Una colonia de 2 500 murciélagos aumenta su número anualmente un 12%. ¿Cuántos murciélagos habrá al cabo de 6 años?
- 6.) Supongamos que un automóvil deprecia su valor en un 15 % anual.
- Si nuevo costó 24 000 €, ¿cuánto valdrá a los 6 años?
 - Escribe la función que nos da el valor actual del coche en función de los años que han pasado desde que se compró.
 - ¿Cuántos años deben pasar para que su valor sea inferior a 6 000 €?
- 7.) Hace 4 años que se repobló una zona con 100 ejemplares de una nueva especie de pinos. Actualmente hay

25 000 ejemplares. Se estima que el número **N** de pinos viene dado en función del tiempo, **t**, por la función $N = A \cdot e^{B \cdot t}$, donde **A** y **B** son dos constantes. El tiempo **t** se considera expresado en años desde el momento de la repoblación.

- Calcula las constantes **A** y **B**.
- ¿Cuánto tiempo se ha de esperar para que haya 200 000 ejemplares?

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS:

1.)

- $x = 0 \quad A ? \Rightarrow A = 1000 \cdot 1,8^0 = 1000$ La población inicial de mosquitos es de 1 000 ejemplares.
- $x = 3 \quad A ? \Rightarrow A = 1000 \cdot 1,8^3 = 5832$
- $x ? \quad A = 2000 \Rightarrow 2000 = 1000 \cdot 1,8^x \Rightarrow 2 = 1,8^x$

$$\log 2 = x \cdot \log 1,8 \Rightarrow x = \frac{\log 2}{\log 1,8} \approx 1,18 \text{ días}$$

2.)

- 90 ciervos.**
- 59 ciervos.**
- 35 ciervos**

3.)

- $t = 0 \quad A ? \Rightarrow A = 10 \cdot 0,8^0 = 10$ La dosis inicial son 10 mg.
- $t ? \quad A = 2 \Rightarrow 2 = 10 \cdot 0,8^t \Rightarrow 0,2 = 0,8^t$

$$\log 0,2 = t \cdot \log 0,8 \Rightarrow t = \frac{\log 0,2}{\log 0,8} \approx 7,2 \text{ horas}$$

- La semivida de un medicamento es el tiempo que una dosis inicial tarda en reducirse a la mitad.
 $t ? \quad A = 5 \Rightarrow 5 = 10 \cdot 0,8^t \Rightarrow 0,5 = 0,8^t$
 $\log 0,5 = t \cdot \log 0,8 \Rightarrow t = \frac{\log 0,5}{\log 0,8} \approx 3,1 \text{ horas}$

4.)

- $A = 100 \cdot 2^{-5/5} = \frac{100}{2} = 50 \text{ gr}$
- $A = 100 \cdot 2^{-10/5} = \frac{100}{4} = 25 \text{ gr}$
- $A = 100 \cdot 2^{-12,5/5} = \frac{100}{4\sqrt{2}} = 17,7 \text{ gr}$

5.) La población de la colonia al cabo de 6 años será $2500 \cdot 1,12^6 \approx 4935$

6.)

- $24000 \cdot 0,85^6 = 9051,59 \text{ €}$
- $y = 24000 \cdot 0,85^x$
- $x ? \quad y = 6000 \Rightarrow 6000 = 24000 \cdot 0,85^x$

$$0,25 = 0,85^x \Rightarrow x = \frac{\log 0,25}{\log 0,85} = 8,53 \text{ años}$$

7.)

- $x = 0 \quad N = 100 \Rightarrow 100 = A \cdot e^{B \cdot 0} \Rightarrow A = 100$
 $x = 4 \quad N = 25000 \Rightarrow 25000 = 100 \cdot e^{B \cdot 4} \Rightarrow 250 = e^{4B}$
 $\ln 250 = 4B \cdot \ln e \Rightarrow B = \frac{\ln 250}{4} \approx 1,38$
- $x ? \quad N = 200000 \Rightarrow 200000 = 100 \cdot e^{1,38x} \Rightarrow x \approx 5,5 \text{ años}$