



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«МИРЭА — Российский технологический университет»  
РТУ МИРЭА

---

Институт искусственного интеллекта (ИИИ)  
Кафедра промышленной информатики (ПИ)

**ОТЧЁТ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №6**

**по дисциплине**  
«Методы верификации и валидации характеристик программного  
обеспечения»

Выполнил студент группы ИКМО-05-23

 Миронов Д.С.

Принял

 Петренко А. А.

Москва 2024

✓ 12.11.2024

## Формализация семантики языков программирования

На основе изучения материала лекций по дисциплине «Методы верификации и валидации характеристик программного обеспечения» требуется выполнить следующее.

1. Выпишите сигнатуру программ P, Q и S, реализующих алгоритм Евклида (см. предыдущее практическое занятие). Расширьте эту сигнатуру предикатным символом НОД, определите аксиомы и правила вывода предметной области.
2. Докажите утверждение о единственности вычисления любой while-программы в произвольном начальном состоянии.
3. Постройте вычисление программы целочисленного деления DIV для  $a=7$  и  $b=3$ , начальные значения переменных  $q$  и  $r$  могут быть любыми.
4. Постройте вычисления программ P, Q и S, реализующих алгоритм Евклида (см. предыдущее практическое занятие), для  $a=14$  и  $b=21$ .
5. Опишите семантику оператора недетерминированного выбора choice, используя операционный и аксиоматический подходы.
6. Опишите семантику оператора цикла repeat - until, используя операционный и аксиоматический подходы.
7. Предложите инвариант цикла для программы целочисленного деления DIV.
8. Предложите инварианты циклов для программ P, Q и S, реализующих алгоритм Евклида (см. предыдущее практическое занятие). Совпадают ли эти инварианты?

### 1. Сигнатура программ P, Q и S, реализующих алгоритм Евклида

#### Сигнатура программы:

Сигнатура включает в себя переменные и предикаты, используемые в программах.

- **Переменные:**  $x, y, z, a, b, c$
- **Функции:**  $-, \%, +$
- **Предикаты:**
  - $\text{gcd}(x, y)$  — предикат, который обозначает, что значение переменных  $x$  и  $y$  равны наибольшему общему делителю.
  - $=, \neq, >, \geq, <$  — предикаты сравнения.

## Аксиомы и правила вывода:

1. **Аксиома эквивалентности НОД:**  $\gcd(x, y) \Rightarrow \gcd(x-y, y)$  если  $x > y$ . Эта аксиома определяет, что НОД остается неизменным при вычитании меньшего числа из большего.
2. **Аксиома остатка:**  $\gcd(x, y) \Rightarrow \gcd(x \% y, y)$  если  $y > 0$  НОД остается неизменным при замене одного числа на остаток от его деления.
3. **Рекурсивное определение НОД:**  $\gcd(x, y) = \gcd(y, x \% y)$  если  $y \neq 0$

## 2. Доказательство единственности вычисления любой программы с циклом while

Для доказательства единственности вычисления программы с циклом while нужно показать, что для любых начальных значений переменных цикл выполняется однозначно до тех пор, пока выполняется условие цикла.

Если при любом выполнении программы с циклом для заданного начального состояния результат всегда один и тот же, это доказывает единственность вычисления. Это можно сделать путем индукции на количество итераций цикла.

## 3. Вычисление программы целочисленного деления DIV для $a=7$ и $b=3$

Программа DIV:

```
q := 0;  
r := a;  
while r ≥ b do  
  q := q + 1;  
  r := r - b  
end
```

### Выполнение шагов:

1. Начальные значения:  $q=0$   $r=7$ .
2. Первая итерация:  $r=7-3=4$ ,  $q=1$ .
3. Вторая итерация:  $r=4-3=1$ ,  $2q=2$ .
4. Завершение цикла, так как  $r < b$ .

Результат:  $q=2$ ,  $r=1$ .

## 4. Вычисления программ P, Q и S для $a=14$ и $b=21$

Программа P:

1.  $x=14, y=21$ .
2.  $x \neq yx, x < y$ , поэтому  $y=21-14=7$ .
3.  $x \neq yx, x > y$ , поэтому  $x=14-7=7$ .
4.  $x = y$ , цикл завершен. НОД = 7.

### **Программа Q:**

1.  $x=14, y=21$ .
2.  $y \neq 0, z=14, x=21, y=14\%21=14$ .
3.  $y \neq 0, z=21, x=14, y=21\%14=7$ .
4.  $y \neq 0, z=14, x=7, y=14\%7=0$ .
5. НОД = 7.

### **Программа S:**

1.  $x=14, y=21$ .
2.  $x \neq 0, y \neq 0, x < y$ , поэтому  $y=21\%14=7$ .
3.  $x \neq 0, y \neq 0, x > y$ , поэтому  $x=14\%7=0$ .
4. НОД = 7.

## **5. Семантика оператора недетерминированного выбора (choice)**

### **Операционная семантика:**

Оператор выбора предоставляет возможность выбора одного из нескольких вариантов выполнения. В операционной семантике это моделируется через множество возможных переходов в различные состояния.

### **Аксиоматическая семантика:**

Оператор выбора интерпретируется как логическое ИЛИ (disjunction) между различными постусловиями.

## **6. Семантика оператора цикла repeat - until**

### **Операционная семантика:**

Оператор выполняет тело цикла один раз, а затем проверяет условие. Если условие истинно, выполнение прекращается, иначе тело цикла выполняется снова.

### **Аксиоматическая семантика:**

Постусловие должно быть истинным, когда условие выхода истинно, а инвариант цикла выполняется перед каждой итерацией.

## **7. Инвариант цикла для программы целочисленного деления DIV**

Инвариант цикла:  $r = a - q \cdot b$ . Этот инвариант описывает связь между переменными  $r$ ,  $a$ ,  $q$ , и  $b$  на каждом шаге выполнения программы.

## **8. Инварианты циклов для программ P, Q и S**

Для программ P, Q и S инварианты будут следующими:

### **Программа P:**

Инвариант:  $\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(a, b)$ .

### **Программа Q:**

Инвариант:  $\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(a, b)$ .

### **Программа S:**

Инвариант:  $\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(a, b)$ .

Все три программы имеют одинаковый инвариант, так как они реализуют один и тот же алгоритм поиска НОД.