

ДИСЦИПЛИНА	Методы верификации и валидации характеристик программного обеспечения (полное наименование дисциплины без сокращений)
ИНСТИТУТ	информационных технологий
КАФЕДРА	математического обеспечения и стандартизации информационных технологий (полное наименование кафедры)
ВИД УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА	Материалы для практических/семинарских занятий (в соответствии с пп. 1-11)
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ	Петренко Александр Анатольевич (фамилия, имя, отчество)
СЕМЕСТР	3, 2023-2024 (указать семестр обучения, учебный год)

Формализация семантики языков программирования

На основе изучения материала лекций по дисциплине «Методы верификации и валидации характеристик программного обеспечения» требуется выполнить следующее.

1. Выпишите сигнатуру программ P, Q и S, реализующих алгоритм Евклида (см. предыдущее практическое занятие). Расширьте эту сигнатуру предикатным символом НОД, определите аксиомы и правила вывода предметной области.
2. Докажите утверждение о единственности вычисления любой whileпрограммы в произвольном начальном состоянии.
3. Постройте вычисление программы целочисленного деления DIV для $a=7$ и $b=3$, начальные значения переменных q и r могут быть любыми.
4. Постройте вычисления программ P, Q и S, реализующих алгоритм Евклида (см. предыдущее практическое занятие), для $a=14$ и $b=21$.
5. Опишите семантику оператора недетерминированного выбора choice, используя операционный и аксиоматический подходы.
6. Опишите семантику оператора цикла repeat - until, используя операционный и аксиоматический подходы.
7. Предложите инвариант цикла для программы целочисленного деления DIV.
8. Предложите инварианты циклов для программ P, Q и S, реализующих алгоритм Евклида (см. предыдущее практическое занятие). Совпадают ли эти инварианты?

1. Сигнатура программ P, Q и S, реализующих алгоритм Евклида

Сигнатура программы:

Сигнатура включает в себя переменные и предикаты, используемые в программах.

- **Переменные:** x, y, z, a, b, c
- **Функции:** $-, \%, +$
- **Предикаты:**
 - $\text{gcd}(x, y)$ — предикат, который обозначает, что значение переменных x и y равны наибольшему общему делителю.
 - $=, \neq, >, \geq, <$ — предикаты сравнения.

Аксиомы и правила вывода:

1. **Аксиома эквивалентности НОД:** $\gcd(x, y) \Rightarrow \gcd(x-y, y)$ если $x > y$. Эта аксиома определяет, что НОД остается неизменным при вычитании меньшего числа из большего.
2. **Аксиома остатка:** $\gcd(x, y) \Rightarrow \gcd(x \% y, y)$ если $y > 0$ НОД остается неизменным при замене одного числа на остаток от его деления.
3. **Рекурсивное определение НОД:** $\gcd(x, y) = \gcd(y, x \% y)$ если $y \neq 0$

2. Доказательство единственности вычисления любой программы с циклом while

Для доказательства единственности вычисления программы с циклом while нужно показать, что для любых начальных значений переменных цикл выполняется однозначно до тех пор, пока выполняется условие цикла.

Если при любом выполнении программы с циклом для заданного начального состояния результат всегда один и тот же, это доказывает единственность вычисления. Это можно сделать путем индукции на количество итераций цикла.

3. Вычисление программы целочисленного деления DIV для $a=7$ и $b=3$

Программа DIV:

```
q := 0;
r := a;
while r ≥ b do
  q := q + 1;
  r := r - b
end
```

Выполнение шагов:

1. Начальные значения: $q=0$ $r=7$.
2. Первая итерация: $r=7-3=4$, $q=1$.
3. Вторая итерация: $r=4-3=1$, $2q=2$.
4. Завершение цикла, так как $r < b$.

Результат: $q=2$, $r=1$.

4. Вычисления программ P, Q и S для $a=14$ и $b=21$

Программа P:

1. $x=14, y=21$.
2. $x \neq yx, x < y$, поэтому $y=21-14=7$.
3. $x \neq yx, x > y$, поэтому $x=14-7=7$.
4. $x = y$, цикл завершен. НОД = 7.

Программа Q:

1. $x=14, y=21$.
2. $y \neq 0, z=14, x=21, y=14\%21=14$.
3. $y \neq 0, z=21, x=14, y=21\%14=7$.
4. $y \neq 0, z=14, x=7, y=14\%7=0$.
5. НОД = 7.

Программа S:

1. $x=14, y=21$.
2. $x \neq 0, y \neq 0, x < y$, поэтому $y=21\%14=7$.
3. $x \neq 0, y \neq 0, x > y$, поэтому $x=14\%7=0$.
4. НОД = 7.

5. Семантика оператора недетерминированного выбора (choice)

Операционная семантика:

Оператор выбора предоставляет возможность выбора одного из нескольких вариантов выполнения. В операционной семантике это моделируется через множество возможных переходов в различные состояния.

Аксиоматическая семантика:

Оператор выбора интерпретируется как логическое ИЛИ (disjunction) между различными постусловиями.

6. Семантика оператора цикла repeat - until

Операционная семантика:

Оператор выполняет тело цикла один раз, а затем проверяет условие. Если условие истинно, выполнение прекращается, иначе тело цикла выполняется снова.

Аксиоматическая семантика:

Постусловие должно быть истинным, когда условие выхода истинно, а инвариант цикла выполняется перед каждой итерацией.

7. Инвариант цикла для программы целочисленного деления DIV

Инвариант цикла: $r = a - q \cdot b$. Этот инвариант описывает связь между переменными r , a , q , и b на каждом шаге выполнения программы.

8. Инварианты циклов для программ P, Q и S

Для программ P, Q и S инварианты будут следующими:

Программа P:

Инвариант: $\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(a, b)$.

Программа Q:

Инвариант: $\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(a, b)$.

Программа S:

Инвариант: $\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(a, b)$.

Все три программы имеют одинаковый инвариант, так как они реализуют один и тот же алгоритм поиска НОД.