



# MINDS' ACADEMY

## Exemples Illustrés

### Méthode de Gauss

Transformation de A en une matrice triangulaire supérieure

Exemple :

$$\begin{cases} 2x + y - 4z = 8 \\ 3x + 3y - 5z = 14 \\ 4x + 5y - 2z = 16 \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 3 & 3 & -5 \\ 4 & 5 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 8 \\ 14 \\ 16 \end{bmatrix}$$

Notation :  $A = \left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -4 & 8 \\ 3 & 3 & -5 & 14 \\ 4 & 5 & -2 & 16 \end{array} \right]$

1<sup>er</sup> pivot :  $\boxed{2}$

2<sup>ème</sup> ligne - 1<sup>ère</sup> ligne \* 3/2  
3<sup>ème</sup> ligne - 1<sup>ère</sup> ligne \* 2

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & 3/2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \end{array} \right]$$

2<sup>ème</sup> pivot :  $\boxed{3/2}$

3<sup>ème</sup> ligne - 2<sup>ème</sup> ligne \* 2

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -4 & 8 \\ 0 & 3/2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{array} \right]$$

3<sup>ème</sup> pivot :  $\boxed{4}$

$$\text{D'où : } \begin{cases} 4z = -4 \\ \frac{3}{2}y - 1 = 2 \\ 2x + 2 + 4 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = -1 \\ y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

**Remarque :** Toutes les matrices intermédiaires ont le même déterminant qui est donc égal à  $2 * \frac{3}{2} * 4 = 12$

#### Autre façon de conduire les calculs

$$\begin{array}{l} \text{(ligne 1) / pivot } \boxed{2} \\ \text{(ligne 2) - (nouvelle ligne 1)*3} \\ \text{(ligne 3) - (nouvelle ligne 1)*4} \end{array} \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 1/2 & -2 & 4 \\ 0 & 3/2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{(ligne 2) / pivot } \boxed{3/2} \\ \text{(ligne 3)-(nouvelle ligne 2)*3} \end{array} \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -2 & 4 \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{array}$$

$$\text{(ligne 3) / pivot } \boxed{4} \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 1/2 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 2/3 & 4/3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}$$

$$\text{D'où : } \begin{cases} z = -1 \\ y = 4/3 - 2/3z \\ x = 4 - 1/2y - (-2)z \end{cases} \quad \begin{cases} z = -1 \\ y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

**Remarque :** Le déterminant de A est égal au produit des pivots, soit  $2 * \frac{3}{2} * 4 = 12$