

Cours : Equation Différentielle

ELABORE PAR: Ouday BenAbid

Equation différentielle Linéaire

I - Vocabulaire, et Notation

a) Genéralité

* Une équation différentielle (ED)

est uné égalité où il ya une fonction

b, avec sa désivé première et sa désivée

» Deconde l' Douvent pour simplifier se
on écrit y, y', y'' au lieu de f(u), f'(1)...

C'est plus simple à Ecrire Heiner!!

* Remarque 8

On norte y mais c'est sous-entendu y(x) où y est une fonction et norpas une Variable.

The s'agit donc d'une équation où l'inconnue n'est par la Variable n mais la Conctiony

(1)

* Résouche une équation différentielle serient à trouver la ou les fonctions y solution de Cette équation.

b) Particularité

* Equation différentielle est dite d'ordre 1 quand l'équation comporte uniquement Da décivé première (y')

EXT 8 9' + 39 = 3 n - 2 $89' = 8 n^3 - 6n + 3$ $-9' = 8 \sqrt{n} + |n'| + 9!$

-D I for y a pas d'y"

* Une équation différentielle est dite d'ordre 2 vi elle somporte le terme y'

$$=3\sqrt{1} + 3 = 3\sqrt{1} + 3$$

 $-3 = 3\sqrt{1} + 3 = 3\sqrt{1} - 3$

→ La présence de yet y' n'est pas une obligation

c) Le terme LINEAIRE

Açes équations esont dites Linéaires

San Ifn'yaque y, y', y"et non-Pas y2, Vy7, 1 ou autre

- s ces équations Ne sont pas linéaires

II- ETude d'une EDL1 et d'une EDL2

1) Methodologie

* Cas d'une EDL 1*

EXPS * et EDL2 *

3n /2y +4y' = 4/8y"

gauche et tout le ceste à droite

84" + 4y'-ly=4-3n

ouday bendbid @ Espoit . In

dominant (Celui de 41)

- 2 'égaction devient ;

" . July soll a figure of a

an mark of a sept in

the state of the second

EXP :

Etape 18 On pame les y à gauche et le reste à droite.

Etape 28 On divise par le coefficient dominant (à coté de y')

$$\frac{4}{3} + \frac{4}{8} = \frac{3}{8} n - \frac{4}{8}$$

Cette étape pert à avoir un Coefficient dominant égal à 1 ce qui Dimplifien le calcul pur la puite

* 20 forme générale d'une équation dibb | d'outre 1 para donc 8 y' + xy = g(x)

* NB : le soebf x peut être une fronction

qu'on note x(x)

* On note toujour que le coebf de y'est

1 car on drivire toujours far le coebf donnimbre

Ouday. Benabid @ Espeit. In

Dr Cette partie (à droite) est appelée le <u>Becond membre</u>.

* Ce second membre sera notée q qui est une fat qui ne dépend que la vaniable ac.

VI_Résolution d'une équation "Principe Générale"

Etape 18 Résoudre l'équation homogéne

* En appliquent les formules (qu'onva voir à la suite) & La solution y H est la solution de l'équotion homogéne A noter que y H semporte des Constantes qu'il faudra déterminer.

Etape 28 trouver une rolution

Particulière de l'équation totale

(c'est à dire avec second membre)

* ye est la solution l'articulière.

* If y'a plusieurs Methodes pour

trouver yp.

Etape 3 : La solution y cherchée est sous la forme

y = y + 4 p

Etape 4: Trouver les constantes.

ERREUR Commise

* Les constantes sont déterminer à partir de l'étape 4 et non pas la 1 ére Etape

Remarque Importante 1

* \$i g(n) = 0 c. à.d l'équ diff à Résouche est directement une équ homogène, on prend yp=0 olors la solution peru uniquement la solution homogène. Equation différentielle lin d'orke 1 : Solution générale

"Les EDL 1 sont de la forme $y' + \underline{a}y = g(n)$ ou $y' + \underline{a}(n)y = g(n)$

· Etape 19 Résondre l'équation homogéne

y' + \(\gamma\) y = 0
ATTL

Em solery)

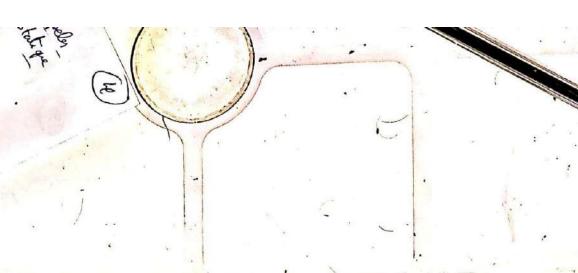
Disectement ST_ALDS)

y = ke , kelk

où; *) R est une est Réelle à determen à la 4 ême Etape.

*) A(n) est une Primitive de a(x) 8 On prends Toujous une sonstante Nuffe. EXP 8 y' + 3y = 0ici $\alpha = 3$ A(n) = 3nOn applique alus 8 y = k = 3n y = k = 3n

Auther exps $7n^3H=5y'=0$ $y'=\frac{7}{5}n^3H=0$ $\Rightarrow a=\frac{7}{5}n$ $\Rightarrow A(n)=\frac{7}{5}n$ $\Rightarrow A(n)=\frac{7}{5}n$ $\Rightarrow A(n)=\frac{7}{5}n$



III - Etude Equation différentielle Linéaire d'ordre 2 (EDL2)

Ra Importante o

* Contrailement du Coefficient de l'EDLL
qui peut être une fct, Les a, b, c que
nous vervous dans EDL 2 pont des
constantes céefles.

IV - Equation Homogene

* Equation homogene = Equation Sans Second membre

* Equation homogene = Equation gene-

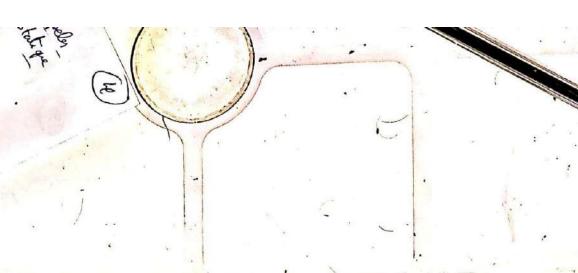
en complazant le second membre par 0

s'est à dire g(x) = 0.

soit 8

4' + xy = 0 xy" + by' + cy = 0.

Ouday . Ben Abid @ Espect . tn



III - Etude Equation différentielle Linéaire d'ordre 2 (EDL2)

Ra Importante o

* Contrailement du Coefficient de l'EDLL
qui peut être une fct, Les a, b, c que
nous vervous dans EDL 2 pont des
constantes céefles.

IV - Equation Homogene

* Equation homogene = Equation Sans Second membre

* Equation homogene = Equation gene-

en complazant le second membre par 0

s'est à dire g(x) = 0.

soit 8

4' + xy = 0 xy" + by' + cy = 0.

Ouday . Ben Abid @ Espect . tn

Equation Différentielle d'ordre & "Solution Génerale" * Résondre 8 ·) y"-10g"+25y=0 ay"+by'+cy=g(x) E tope 18 Résolution de l'équation homogène ay"+by'+cy=0 -D On pose l'équation caractéristique A la place de y" A la place de y On Calade (D = b2. D=be-4ac DYO 3 2 cocines <1 et ce céeffes 3 2 solution <1 = x+iB y=legx re g: 1 = 0 to cret se sont 3 un soclation double so. y= (1x+M) Msin (BR) 1 et M à déterm ds la 4 ere étape