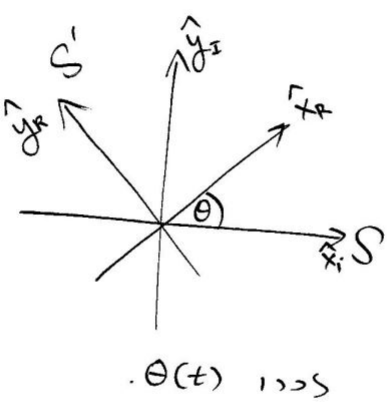
הרצאה 6 - פיסיקה 1מ' 114071 - ססה בקמן

מערכות מסתובבות

במידה ואנחנו רוצים להסתכל על מערכת צירים מסתובבת, היא גם תהיה מערכת מואצת (בדומה למערכות שמאיצות ליניארית בכיוון מסוים, כאן המהירות של המערכת משתנה. היא משנה את כיוונה). זה אומר שאנחנו מצפים שיהיו כוחות מדומים במערכת המסתובבת.

נסתכל על מערכת S' המסתובבת יחסית למערכת המעבדה S. זה אומר שהזווית בין שתי המערכות (ראו ציור) משתנה בזמן. הסיבוב הוא במישור xy ולכן נסמן $\vec{\omega} = \omega\hat{z}$.

איור 1: מערכת S' מסתובבת יחסית למערכת S



נבטא את ווקטורי היחידה המסתובבים באמצעות הטלתם על וקטורי היחידה של מערכת S:

$$
\begin{aligned}
\hat{x}_R &= \cos\theta\hat{x}_I + \sin\theta\hat{y}_I \\
\hat{y}_R &= -\sin\theta\hat{x}_I + \cos\theta\hat{y}_I
\end{aligned}
$$

לכן יתקיים:

$$
\begin{aligned}
\hat{x}_I &= \cos\theta\hat{x}_R - \sin\theta\hat{y}_R \\
\hat{y}_I &= \sin\theta\hat{x}_R + \cos\theta\hat{y}_R
\end{aligned}
$$

נסתכל על נגזרת של וקטורי היחידה במערכת המסתובבת במהירות זוויתית $\omega\hat{z}$.

נגזרת של וקטור יחידה במערכת המסתובבת

נניח שהמערכות מתלכדות ב $t = 0$. הזווית בכל רגע תתואר על ידי $\theta = \omega t$ (נגד כיוון השעון בדוגמה הזו). נחשב את הנגזרת בזמן של שני וקטורי היחידה במערכת המסתובבת:

$$\frac{d}{dt}\hat{x}_R = -\omega \sin(\omega t)\,\hat{x}_I + \omega\cos(\omega t)\,\hat{y}_I = \omega\cdot\hat{y}_R$$
$$\frac{d}{dt}\hat{y}_R = -\omega \cos(\omega t)\,\hat{x}_I - \omega\sin(\omega t)\,\hat{y}_I = -\omega\cdot\hat{x}_R$$

נוכל לרשום את התוצאה הזו גם בדרך הבאה:

$$\frac{d}{dt}\hat{u} = \vec{\omega}\times\hat{u}$$

זה מתקיים לכל וקטור יחידה במערכת המסתובבת.
נגזרת של וקטור כלשהו במערכת המסתובבת
מה יקרה אם נגזור וקטור מורכב יותר?
נניח שיש לנו וקטור כלשהו שנוכל להטיל אותו על הצירים של המערכת המסתובבת:

$$\vec{f}\,(t) = f_x\,(t)\,\hat{x}_R + f_y\,(t)\,\hat{y}_R + f_z\,(t)\,\hat{z}_R$$

נגזור אותו ונקבל:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\vec{f}\,(t) &= \left[\frac{df_x(t)}{dt}\hat{x}_R + \frac{df_y\,(t)}{dt}\hat{y}_R + \frac{df_z\,(t)}{dt}\hat{z}_R\right]\\ &\quad+\left[f_x\,(t)\,\frac{d\hat{x}_R}{dt} + f_y\,(t)\,\frac{d\hat{y}_R}{dt} + f_z\,(t)\,\frac{d\hat{z}_R}{dt}\right]\\ &= \left(\frac{d\vec{f}}{dt}\right)_R + \vec{\omega}\times\left(f_x\,(t)\,\hat{x}_R + f_y\,(t)\,\hat{y}_R + f_z\,(t)\,\hat{z}_R\right)\\ &= \left(\frac{d\vec{f}}{dt}\right)_R + \vec{\omega}\times\vec{f}\end{aligned}$$

כאשר $\left(\frac{d\vec{f}}{dt}\right)_R$ נבטא את הנגזרת של הווקטור כפי שנראה במערכת המסתובבת.
תאוצה במערכת המסתובבת
אנחנו רוצים למצוא את הקשר בין תאוצה במערכת אינרציאלית S לבין תאוצה במערכת מסתובבת S'. מכאן נסיק מסקנות לגבי הכוחות הפועלים בכל אחת מהמערכות, ובפרט על הכוחות המדומים הפועלים במערכת המסתובבת.
נתחיל מלכתוב את הטרנספורמציה של המהירויות, לפי מה שלמדנו

$$\vec{v}_I = \vec{v}_R + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

נכתוב למה שווה התאוצה במערכת האינרציאלית לפי המשוואה עבור הנגזרת שלמדנו (בחישוב הזה אנחנו מניחים מהירות זוויתית קבועה $\omega = const$).

$$\begin{aligned}
\vec{a}_I &= \left(\frac{d\vec{v}_I}{dt}\right)_I = \left(\frac{d\vec{v}_I}{dt}\right)_R + \vec{\omega}\times\vec{v}_I \\
&= \left(\frac{d\left(\vec{v}_R + \vec{\omega}\times\vec{r}\right)}{dt}\right)_R + \vec{\omega}\times\left(\vec{v}_R + \vec{\omega}\times\vec{r}_I\right) \\
&= \underbrace{\left(\frac{d\vec{v}_R}{dt}\right)_R}_{\vec{a}_R} + \vec{\omega}\times\underbrace{\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_R}_{\vec{v}_R} + \vec{\omega}\times\vec{v}_R + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) \\
&= \vec{a}_R + 2\vec{\omega}\times\vec{v}_R + \vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)
\end{aligned}$$

אנחנו רואים לפי המשוואה שקיבלנו שחוץ מהכוחות האמיתיים, הקיימים בכל המערכות, במערכת המסתובבת יהיו לנו שני כוחות מדומים חדשים - כוח צנטריפוגלי וכוח קוריוליס. נדבר עליהם עכשיו בהרחבה.

נכתוב את התאוצה במערכת המסתובבת ונכפול במסה בשני האגפים:

$$m\vec{a}_R = m\vec{a}_I - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}_R - m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

שימו לב **שהתוצאה הזו מניחה** ω **קבוע!**

במידה ואנחנו מאפשרים לו לא להיות קבוע, המשוואה המלאה תהיה:

$$m\vec{a}_R = m\vec{a}_I - 2m\vec{\omega}\times\vec{v}_R - m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right) - m\frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r}$$

הביטוי האחרון נקרא **כוח אוילר**, והוא כוח מדומה נוסף - אבל לא נעסוק בו בקורס זה.

הצד השמאלי של המשוואה הוא סכום הכוחות במערכת המסתובבת, והאיבר הראשון בצד הימני הוא סכום הכוחות במערכת המעבדה. כלומר, שני הכוחות המדומים הם:

כוח צנטריפוגלי:

$$\vec{F}_{cent} = -m\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

דוגמה: כוח צנטריפוגלי

דמיינו שילד נמצא על קרוסלה שמסתובבת במהירות זוויתית $\vec{\omega} = \omega\hat{z}$ ולא זז ביחס לקרוסלה.

מבחינת מישהו שנמצא על האדמה ומסתכל על הילד מסתובב על הקרוסלה, הילד מבצע תנועה מעגלית ולכן פועל עליו כוח צנטריפטלי המכוון לכיוון מרכז הסיבוב, כלומר, מרכז הקרוסלה. סכום הכוחות שפועל עליו:

$$\vec{F}_I = -\frac{mv^2}{R}\hat{r}$$

מבחינת מישהו אחר שנמצא גם הוא על הקרוסלה ולכן מסתכל על הילד מתוך מערכת שמסתובבת (כלומר, אם נצמיד אליו מערכת צירים היא תסתובב באותה מהירות זוויתית כמו הקרוסלה) **הילד לא זז**, כלומר, סכום הכוחות עליו צריך להיות שווה לאפס.

$$\sum_i \vec{F}_{i,R} = 0$$

נחשב את הכוח הצנטריפוגלי שפועל על הילד, לפי הנוסחה שמצאנו:

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{cent} &= -m\omega\hat{z} \times (\omega\hat{z} \times R\hat{r}) \\
&= -m\omega\hat{z} \times \omega R\hat{\theta} \\
&= m\omega^2 R\hat{r} = \frac{mv^2}{R}\hat{r}
\end{aligned}$$

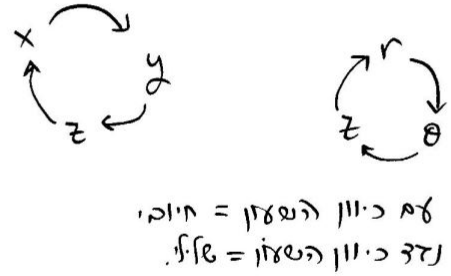
ואכן התקבל שסכום הכוחות על הילד שווה לאפס, במידה ומסתכלים עליו במערכת המסתובבת.

כוח קוריוליס:

$$\vec{F}_{cor} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}_R$$

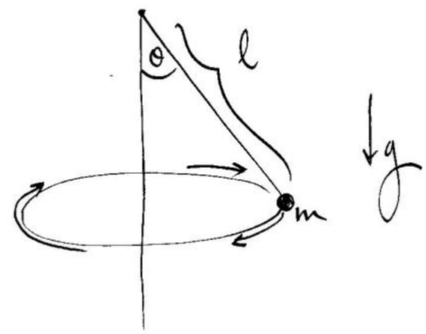
הכוח הזה מופיע כאשר <u>הגוף נע ביחס למערכת המסתובבת</u> (כלומר, מתקיים $\vec{v}_R \neq 0$ ובמקרה הקודם עם הילד על הקרוסלה הוא היה אפס כי הילד לא נע <u>ביחס</u> למערכת המסתובבת).

איור 2: מעגלים שיעזרו לנו לבצע מכפלה ווקטורית



דוגמה: מטוטלת קונית

איור 3: מטוטלת קונית



מסה m מחוברת באמצעות חוט בעל מסה זניחה באורך L לנקודה כלשהי R, ונעה בתנועה מעגלית במישור שנקבע על ידי זוית θ (ראו ציור). מה המהירות הזוויתית של המטוטלת הזו? נתחו את הבעיה מנקודת מבט של צופה אינרציאלי וצופה במערכת המסתובבת יחד עם הגוף.

מבחינת צופה אינרציאלי, ננתח את הכוחות שפועלים על הגוף:

בתנועה הזו התאוצה חייבת להיות מכוונת לכיוון מרכז המעגל (תאוצה צנטריפטלית).
זה אומר שסכום הכוחות בציר המאונך למישור התנועה צריך להיות אפס.
הכוחות שפועלים על הגוף במערכת זו הם:

$$\sum_i \vec{F}_i = -m\frac{v^2}{R}\hat{r}$$
$$T\cos\theta - mg = 0 \to T = \frac{mg}{\cos\theta}$$
$$T\sin\theta = \frac{mv^2}{R}$$
$$g\tan\theta = \frac{v^2}{R}$$
$$\to v = \sqrt{gR\tan\theta}$$
$$\omega = \frac{v}{R} = \sqrt{\frac{g}{R}\tan\theta}$$

בואו נבין מיהו R , רדיוס התנועה. לפי הגיאומטריה של הבעיה מתקבל:

$$R = L\sin\theta$$

ולכן המהירות הזוויתית של התנועה תהיה:

$$\omega = \sqrt{\frac{g\tan\theta}{L\sin\theta}} = \sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$$

הערה: האם הגוף יכול לעלות ל- $\theta = 90^o$? לא, כי אז לא יהיה רכיב של המתיחות שיאזן את כוח המשיכה של כדור הארץ.

מבחינת צופה במערכת המסתובבת (לא אינרציאלי):

במערכת המסתובבת סכום הכוחות מתאפס כי הגוף במנוחה. חוץ מהכוחות האמיתיים יש גם כוח צנטריפוגלי שמכוון החוצה מהסיבוב. כוח קוריוליס הוא אפס כיוון שאין לגוף מהירות במערכת המסתובבת (היזכרו בביטוי לכוח קוריוליס).

בכיוון האנכי הכל אותו הדבר:

$$T\cos\theta = mg \rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

בכיוון האופקי צריך להוסיף גם את הכוח הצנטריפוגלי:

$$\begin{aligned} T\sin\theta - m\omega^2 R &= 0 \\ T\sin\theta &= m\omega^2 R \\ g\tan\theta &= \omega^2 R \\ \omega &= \sqrt{\frac{g\tan\theta}{R}} \end{aligned}$$

והגענו לאותה התוצאה.

כוח קוריוליס

הכוח המדומה השני יכול להופיע רק כאשר מהירות הגוף במערכת המסתובבת שונה מאפס.

$$\vec{F}_{cor} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}_R$$

המקרים שבהם כוח קוריוליס מתאפס:

- $\vec{v}_R = 0$
- $\vec{v}_R || \vec{\omega}$ (מקביל או אנטי מקביל) - במקרה הזה המכפלה הווקטורית מתאפסת.

מה צריכה להיות מהירות הגוף במערכת המסתובבת כדי שיפעל עליו כוח קוריוליס?

- מהירות בכיוון רדיאלי (להתקרב או להתרחק אל מרכז הסיבוב)
- מהירות בכיוון משיקי (עם הסיבוב או נגד הסיבוב)
- שילוב בין השתיים

מה שבטוח, רכיב מהירות בכיוון המקביל או האנטי־מקביל ל־ $\vec{\omega}$ לא יתרום לכוח קוריוליס. יכול להיות למהירות רכיב בכיוון זה, והוא לא ישפיע על הכוח.

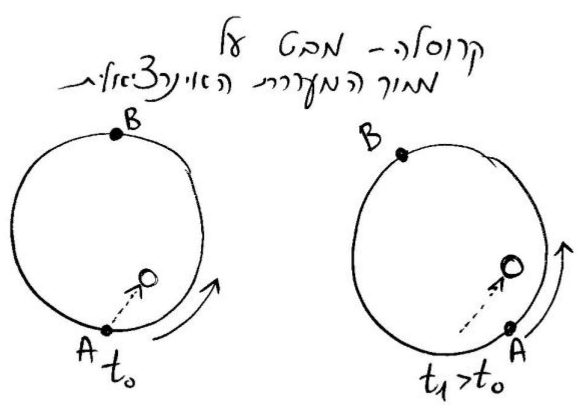
דוגמה:

שני ילדים יושבים זה מול זה בקרוסלה, ילד אחד רוצה למסור כדור לילד השני. הוא זורק את הכדור לעברו. האם הכדור יגיע לילד השני?

נסתכל על הבעיה פעם ממערכת המעבדה (מערכת אינרציאלית) ופעם מתוך המערכת שמסתובבת יחד עם הקרוסלה.

במערכת האינרציאלית בכיוון האופקי (מישור xy) המהירות של הכדור לא תשתנה מרגע הזריקה והלאה, כיוון שלא פועלים עליו כוחות במישור זה (נזניח את התנגדות האוויר). זה אומר שהמסלול במערכת המעבדה יהיה **קו ישר**. **אבל הקרוסלה, יחד עם הילד השני שאמור לתפוס את הכדור, בינתיים הסתובבה!** הילד השני כבר לא נמצא באותו הכיוון שאליו נזרק הכדור! לכן הכדור לא יגיע אל הילד השני.

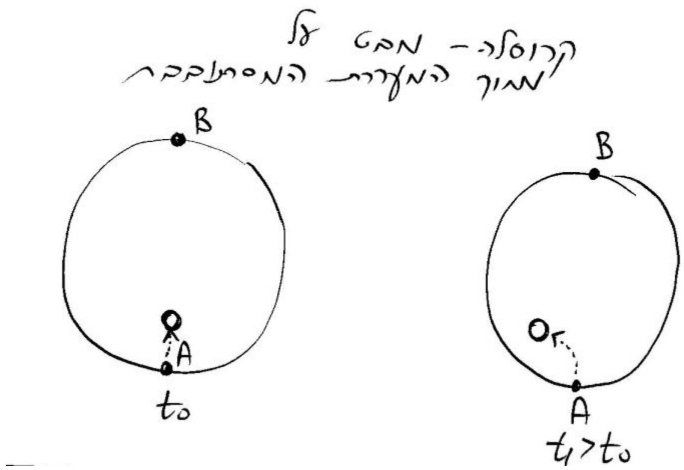
איור 4: זריקת הכדור בין ילדים על קרוסלה ־ מבט מתוך מערכת אינרציאלית



במערכת הקרוסלה, שני הילדים לא זזים, ולכדור יש מהירות התחלתית כלשהי **במערכת המסתובבת** (כלומר, ביחס לקרוסלה). לכן, פועל עליו גם כוח קוריוליס, והמסלול **איננו קו ישר**. פועל עליו גם **כוח צנטריפוגלי** המכוון החוצה מהסיבוב.

ניתן לראות את מסלול הכדור במערכת הזו בתרשים (בתרגול תתעסקו בשאלה הזו יותר בפירוט).

איור 5: זריקת הכדור בין ילדים על קרוסלה ־ מבט מתוך המערכת המתובבת



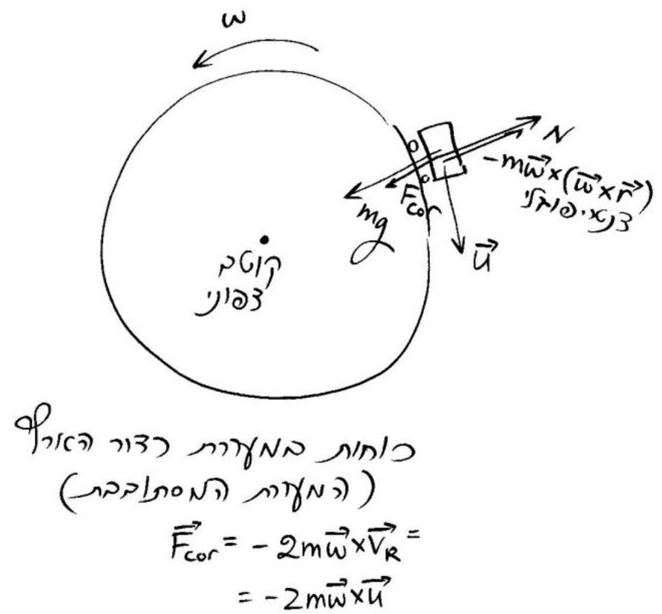
הערה: בתרשים מעלה (במערכת המסתובבת) צריכה להיות הסטה ימינה ולא שמאלה ־ נפלה טעות. התרשים היה נכון אם הסיבוב של הקרוסלה היה בכיוון ההפוך.

הערה נוספת: כוח קוריוליס לא עושה עבודה כיוון שמתקיים $\vec{F}_{cor} \perp \vec{v_R}$ (לכן ההספק שלו הוא אפס והעבודה היא אפס. בפרט הכוח הזה כל הזמן מאונך למסלול).

דוגמה:

כדור הארץ מסתובב במהירות זוויתית $\vec{\omega}$. מכונית נוסעת על קו המשווה במהירות u מערבה (בניגוד לסיבוב כדור הארץ). מה כוח הנורמל שכדור הארץ מפעיל על המכונית?

איור 6: מכונית נוסעת על קו המשווה



פתרון:

המכונית נמצאת על כדור הארץ שמסתובב, כלומר, מערכת כדור הארץ היא מערכת מסתובבת. למכונית יש **מהירות משיקית בלבד** (אנחנו יודעים את זה כי היא לא משנה את רדיוס התנועה שלה!) ויפעלו עליה הן הכוח הצנטריפוגלי והן כוח קוריוליס. נחשב אותם. שימו לב שהמכונית נוסעת מערבה על גבי כדור הארץ, בעוד שכדור הארץ מסתובב מזרחה.

כרגע רדיוס התנועה הוא **רדיוס כדור הארץ**. אם היינו נוסעים לא על קו המשווה, אלא על קו רוחב אחר, רדיוס התנועה היה קטן יותר (נדבר על זה קצת יותר בהמשך).

נחשב את הכוחות הפועלים על המכונית (אנחנו מסתכלים עליהם במערכת המסתובבת):

$$\sum_i \vec{F}_i = -mg\hat{r} + N\hat{r} - 2m\vec{\omega}\times\vec{u} - m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$
$$= -\frac{mu^2}{R}\hat{r}$$

צד ימין של המשוואה נכון כיוון שהצבנו תאוצה של תנועה מעגלית, במהירות משיקית u.
נחשב את הכוחות המדומים הפועלים על המכונית:

$$\vec{F}_{cent} = -m(\omega\hat{z})\times(\omega\hat{z}\times R\hat{r})$$
$$= -m\omega\hat{z}\times\left(\omega R\hat{\theta}\right) = m\omega^2 R\hat{r}$$

(זה מסתדר עם מה שאנחנו יודעים על הכוח הצנטריפוגלי, המכוון החוצה מהסיבוב).
נחשב את כוח קוריוליס:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{cor} &= -2m\left(\omega\hat{z}\right)\times\left(-u\hat{\theta}\right)\\ &= -2m\omega u\hat{r}\end{aligned}$$

וכוח קוריוליס מופנה במקרה הזה כלפי מרכז הסיבוב.
נכתוב שוב את החוק השני של ניוטון במערכת המסתובבת:

$$-mg+N-2m\omega u+m\omega^2R=-\frac{mu^2}{R}$$

ולכן נקבל:

$$N=m\left(g-\frac{u^2}{R}-\omega^2R+2\omega u\right)$$

נסתכל על המכונית הזו במערכת אינרציאלית. במערכת הזו לא קיימים הכוחות המדומים, אלא אמיתיים בלבד. נכתוב את החוק השני של ניוטון במערכת הזו (נשים לב שגם במערכת הזו המכונית נעה בתנועה מעגלית ־ אבל במהירות משיקית **קטנה יותר** המורכבת מהמהירות שלה במערכת כדוה"א ומסיבוב כדור הארץ עצמו!).
מהירות המכונית במערכת כדור הארץ:

$$\vec{u}'=-u\hat{\theta}$$

מהירות מערכת כדור הארץ ביחס למערכת אינרציאלית (מהירות סיבוב הצירים המחוברים לכדור הארץ ונעים איתו):

$$\vec{V}=\omega R\hat{\theta}$$

לכן לפי טרנספורמציית מהירויות נקבל שהמהירות של המכונית במערכת האינרציאלית היא:

$$\vec{u}=\left(\omega R-u\right)\hat{\theta}$$

$$\begin{aligned}\sum_i\vec{F}_i=-mg\hat{r}+N\hat{r}&=-\frac{mv_I^2}{R}\hat{r}\\ -mg+N&=-\frac{m\left(\omega R-u\right)^2}{R}\\ -mg+N&=-\frac{m}{R}\left(u^2+\omega^2R^2-2u\omega R\right)\end{aligned}$$

ולכן נקבל:

$$N = m\left(g - \frac{u^2}{R} - \omega^2 R - 2\omega u\right)$$

וקיבלנו את אותה התוצאה כמו קודם.

קצת על כדור הארץ וקווי הרוחב

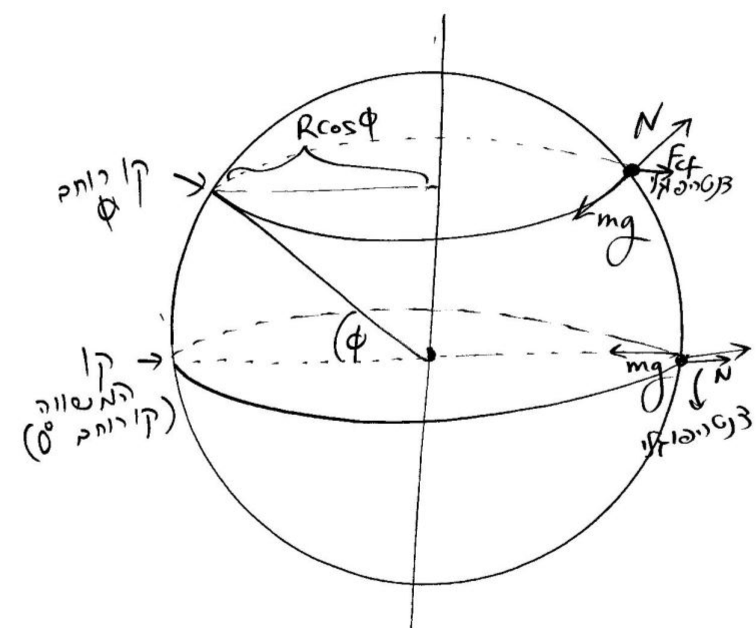
כדור הארץ מסתובב סביב השמש בקצב של סיבוב אחד בשנה, וכן סביב עצמו בקצב של סיבוב ב־24 שעות.

מוגדרים קווי רוחב לכדור הארץ, כאשר קו רוחב 0^o הוא קו המשווה. הזווית מוגדרת כמו בציור.

כלומר, אם אנחנו נמצאים על קו רוחב ϕ זה אומר שרדיוס הסיבוב בפועל הוא $r_\phi = R\cos\phi$ (ראו ציור). רדיוס הסיבוב הגדול ביותר האפשרי הוא בקו המשווה, בכל קו רוחב אחר רדיוס הסיבוב יהיה קטן יותר (בקטבים אין סיבוב בכלל).

הכוח הצנטריפוגלי תמיד יהיה מופנה החוצה **מהסיבוב**, וכוח המשיכה של כדור הארץ יהיה מופנה **כלפי מרכז כדור הארץ** ־ ראו ציור!

איור 7: כדור הארץ ־ ניתוח כוחות וקווי רוחב



נסתכל על כוחות הפועלים על קו המשווה:

$$N + m\omega^2 R = mg$$
$$N = m\left(g - \omega^2 R\right)$$

נרגיש קלים יותר על קו המשווה! לעתים מגדירים **תאוצת כובד אפקטיבית:** $g_{eff} = g - \omega^2 R$.

על אחד מקווי הרוחב המצב קצת מסתבך:

פועל mg המכוון כלפי מרכז כדור הארץ, נורמל הפוך אליו, וגם כוח צנטריפוגלי בכיוון **החוצה מהסיבוב!** (במידה ואנחנו נמצאים במנוחה, לא פועל כוח קוריוליס).

נכתוב את החוק השני של ניוטון. אפשר לחשב אותו בכל ציר שנבחר (סכום הכוחות ייצא אפס כי אנחנו נמצאים במנוחה במערכת כדור הארץ). למשל, נבחר את הציר החוצה מהסיבוב:

$$N + m\omega^2 \left(R\cos\phi\right) \cdot \cos\phi - mg = 0$$

ולכן נקבל:

$$N = mg - m\omega^2 R\cos^2\phi$$

ותאוצת הכובד האפקטיבית במקרה זה תהיה: $g_{eff} = g - \omega^2 R\cos^2\phi$ (אגב, אם נציב $\phi = 0$ נקבל את התשובה שקיבלנו עבור קו המשווה).

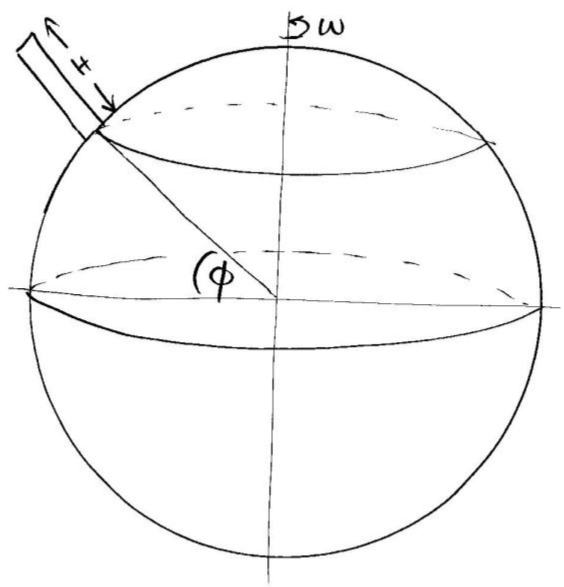
דוגמה ־ אבן נופלת ממגדל

אבן נופלת מראש מגדל בגובה H שנמצא בקו רוחב ϕ. חשבו את סטיית האבן מבסיס המגדל בעת פגיעתה בקרקע. מה כיוון הסטייה?

הנחות: נתייחס לתאוצת הכובד כ־ g (כלומר, נזניח את הרכיב הצנטריפוגלי).

פתרון:

איור 8: אבן נשמטת ממגדל בגובה H בקו רוחב ϕ



הכיוון של התאוצה הצנטריפוגלית הוא תמיד החוצה מהסיבוב. נזניח את התאוצה הזו בשאלה.

נחשב את הסטייה שמתקבלת עקב כוח קוריוליס.

במערכת האינרציאלית יש רק כוחות אמיתיים, ובמקרה שלנו הכוח האמיתי היחיד הוא הכבידה ולכן $\vec{a}_I = \vec{g}$. נכתוב כעת את כוח קוריוליס.

$$\begin{aligned}
\vec{a}_{cor} &= -2\vec{\omega} \times \vec{v}_R \\
\vec{a}_{cor} &= -2\omega\hat{z} \times (-v\cos\phi\hat{r}) \\
&= 2\omega v\cos\phi\left(\hat{\theta}\right)
\end{aligned}$$

(צריך לזכור שהווקטור $\vec{r}$ תמיד מצביע החוצה מהסיבוב!)

תשימו לב - בחישוב מעלה התחשבנו **רק ברכיב המהירות שאיננו מקביל לכיוון של $\vec{\omega}$. משם הקוסינוס במשוואה.**

למה שווה המהירות $\vec{v}_R$? זו מהירות האבן במערכת כדור הארץ. אנחנו מניחים שהסטייה הודות לכוח קוריוליס היא קטנה ולכן נזניח כעת את שינוי המהירות כתוצאה ממנה. (ההזנחה בעצם אומרת שאנחנו מזניחים "אפקטים מסדר שני", כלומר התהליך המלא יהיה: יש מהירות לכיוון הנפילה - פועל בנוסף גם כוח קוריוליס - יש תיקון למהירות - מתייחסים למהירות עם התיקון כשמחשבים את התיקון הנוסף עקב קוריוליס - וחוזר חלילה. כאן אנחנו מתייחסים רק למהירות בכיוון הקרקע, עקב הכבידה, בחישובי הסטייה עקב קוריוליס.

נכתוב:

$$\vec{v}_R = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t = \vec{g} \cdot t$$

לכן הגודל של תאוצת קוריוליס הוא ד

$$a_{cor} = 2\omega g t \cos\phi$$

לכן המהירות שנוספה עקב קוריוליס (בקירוב) היא:

$$v_{cor} = \int_0^t 2\omega g t_1 \cos\phi dt_1 = \omega g \cos\phi \cdot t^2$$

והסטייה עקב קוריוליס:

$$x_{cor} = \int_0^t \omega g \cos\phi t_1^2 dt_1 = \frac{1}{3}\omega g \cos\phi t^3$$

בשביל לברר איזה t להציב במשוואה שקיבלנו, נסתכל כמה זמן לוקח לאבן ליפול מטה.
נסתכל על הרכיב האנכי (מראש המגדל לכיוון מרכז כדור הארץ). הכוח הרלוונטי היחיד בכיוון זה בשאלה שלנו הוא כוח הכובד (כוח קוריוליס פועל תמיד בניצב למהירות). לכן נכתוב:

$$0 = H - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t_{fall} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

נציב את הזמן שקיבלנו ונקבל את הסטייה שהתקבלה בגלל כוח קוריוליס:

$$x_{cor} = \frac{1}{3}\omega g \cos\phi \left(\frac{2H}{g}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}\omega \cos\phi \sqrt{\frac{8H^3}{g}}$$

ניתן להראות שהסטייה קטנה מאוד ביחס לגובה המגדל כאשר לוקחים גובה H של כמה מאות מטרים. למשל, עבור $H = 100m$ מתקבל $x_{cor} = 0.0187m$.
כעת נחשב את כיוון הסטייה. כפי שדיברנו קודם, הכיוון הוא $\hat{\theta}$ כלומר החוצה מהדף, כלומר מזרחה (כמו כיוון סיבוב כדור הארץ, שמסתובב מזרחה).
ראו מבט על:

איור 9: מגדל ואבן - מבט על