### Determinación de la Resistencia Interna de una Fuente de Tensión Real y Máxima Transferencia de Potencia

Autores: Manuel Andrés Torres Useche, Andrés Fernando Navarro Gamboa, Daniel Alberto Rivera Azofeifa

Afiliación: Escuela de Ingeniería mecatrónica, Instituto Tecnológico de Costa Rica (ITCR), Cartago, Costa Rica (m.torres.1@estudiantec.cr, a.navarro.1@estudiantec.cr, d.rivera.2@estudiantec.cr)

Resumen - Este informe detalla el procedimiento experimental y análisis para caracterizar una fuente de tensión real mediante la determinación de su resistencia interna y la comprobación del teorema de máxima transferencia de potencia. Se emplearon dos circuitos: uno para medir la caída de tensión en la carga (VL) en función de la resistencia de carga (RL) y así inferir la resistencia interna (Rint), y otro con una resistencia interna conocida (1  $k\Omega$ ) para verificar que la potencia máxima se transfiere a la carga cuando RL iguala a Rint. Los resultados experimentales para el segundo circuito confirman cuantitativamente el teorema, observándose la máxima potencia disipada en la carga cuando RL≈1 kΩ. La determinación de la resistencia interna a partir de los datos simulados del primer circuito ilustra el método, aunque carece de datos experimentales directos en la proporcionada. Se integran conceptos teóricos de fuentes reales y transferencia de potencia con referencias a literatura estándar.

Palabras Clave - Resistencia Interna, Fuente de Tensión Real, Máxima Transferencia de Potencia, Teorema de Thévenin, Adaptación de Impedancias, Circuitos Eléctricos.

#### I. INTRODUCCIÓN

Las fuentes de tensión son componentes fundamentales en prácticamente todos los sistemas electrónicos, proporcionando la energía necesaria para su funcionamiento. En el análisis teórico inicial, a menudo se modelan como fuentes de tensión ideales, capaces de mantener un voltaje constante en sus terminales independientemente de la corriente que suministren [1], [2]. Sin embargo, las fuentes de tensión reales, como baterías, fuentes de alimentación de laboratorio o generadores, se desvían de este comportamiento ideal debido a sus características físicas internas. desviación más significativa se modela comúnmente mediante una resistencia interna, Rint (también referida como resistencia de salida o resistencia de Thévenin, RTh), conectada en serie con la fuente de tensión ideal interna [2], [3].

Esta resistencia interna (Rint) tiene implicaciones prácticas importantes. Provoca una caída de tensión interna proporcional a la corriente de carga (IL), resultando en una disminución del voltaje disponible en los terminales de la fuente (VL) a medida que aumenta la corriente demandada (VL=Voc-ILRint, donde Voc es el voltaje de circuito abierto) [1]. Este fenómeno afecta la regulación de voltaje de la fuente y limita la corriente máxima que puede entregar. La determinación experimental de Rint es, por lo tanto, crucial para caracterizar el comportamiento real de una fuente y predecir su rendimiento en un circuito [4].

Otro concepto fundamental relacionado con la resistencia interna es la máxima transferencia de potencia. El teorema de la máxima transferencia de potencia establece que, para una fuente con una resistencia interna RS (o RTh), la potencia máxima se entrega a una carga resistiva RL cuando la resistencia de la carga es igual a la resistencia interna de la fuente, es decir, RL=RS [3], [4]. Esta condición, conocida como adaptación impedancias (impedance matching), es crítica en muchas aplicaciones, como en sistemas de audio para acoplar amplificadores a altavoces o en sistemas de RF para transferir eficientemente señales entre etapas o hacia antenas [2]. Aunque la eficiencia en esta condición es solo del 50% (la mitad de la potencia se disipa en RS), se logra la máxima potencia útil en la carga [3].

Este trabajo de laboratorio [5] experimentará con dos circuitos con diferentes tipos de fuentes, explicando el funcionamiento de cada una, esto con el propósito de aplicar métodos de medición apropiados para obtener el valor de los diferentes parámetros no ideales de una fuente. Además. se comprobará experimentalmente las características de las fuentes independientes de tensión. A lo largo del experimento.

La metodología empleada, los resultados obtenidos a partir de la bitácora de laboratorio [6], y el análisis correspondiente se presentan en las siguientes secciones, comparando los hallazgos experimentales con los principios teóricos establecidos [1]-[4].

#### II. METODOLOGÍA

Para alcanzar los objetivos propuestos, se siguieron los procedimientos detallados en el manual de laboratorio [5], utilizando dos configuraciones de circuito distintas. El equipo empleado consistió en una fuente de alimentación de CD variable, un multímetro digital para mediciones de tensión y corriente, una protoboard para el montaje de los circuitos, un conjunto de resistencias fijas de precisión (incluyendo 1  $\Omega$ /5 W, 100  $\Omega$ , 470  $\Omega$ , 1 k $\Omega$ , 0.5  $\Omega$ , 5  $\Omega$ , 10 Ω) y un potenciómetro analógico de 5  $k\Omega$  para actuar como carga variable. Adicionalmente, se utilizó el software LTspice para la simulación del primer circuito [5], [6].

## II.A. Medición de Resistencia Interna (Circuito Figura 4-1)

El primer procedimiento experimental se enfocó en determinar la resistencia interna (Rint) de la fuente de tensión de laboratorio. Se implementó el circuito esquematizado en la Figura 4-1 del manual [5], el cual incluye la fuente bajo prueba, una resistencia externa conocida Ri=1  $\Omega$  (5W) conectada en serie, y una resistencia de carga variable RL. La resistencia Ri se incluye para representar o aumentar la resistencia interna total vista por la carga, facilitando la medición o protegiendo la fuente.

El procedimiento consistió en los siguientes pasos:

 Se calculó la tensión máxima admisible para la resistencia Ri=1 Ω/5 W utilizando la relación P=V2/R, obteniendo Vmax=P×R=5 W×1 Ω≈2.24 V [6]. Esto asegura que la tensión aplicada no exceda la capacidad de disipación de potencia de la resistencia.

- Se ajustó la tensión de salida de la fuente de laboratorio a un valor nominal de Vfuente=1 V con la corriente máxima habilitada [5]. Este valor actúa como una aproximación del voltaje de circuito abierto (Voc) si se mide sin carga significativa.
- 3. Se conectaron sucesivamente diferentes valores de resistencia de carga RL según la Tabla 4-1 del manual: 1 k $\Omega$ , 470  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , 10  $\Omega$ , 5  $\Omega$ , 1  $\Omega$ , y 0.5  $\Omega$  [5].
- Para cada valor de RL, se midió la tensión en sus terminales, VL, utilizando el multímetro digital. Estos valores medidos (ausentes en la bitácora [6]) deberían registrarse junto con su incertidumbre.
- Aunque no se midió directamente, la corriente de carga IL se puede calcular para cada punto usando la Ley de Ohm: IL=VL/RL.
- 6. La resistencia interna total (Rtotal=Ri+Rint) se puede determinar a partir de la gráfica VL Teóricamente. IL. VL=Voc-IL×(Ri+Rint). pendiente de esta gráfica lineal es igual a -(Ri+Rint). Conociendo Ri= $1\Omega$  y la pendiente, se puede despejar Rint [5]. Alternativamente. para cada par (VL,IL), se puede calcular Rtotal=(Voc-VL)/IL, luego Rint=Rtotal-Ri. Voc puede estimarse como VL cuando RL→∞ (carga muy alta o circuito abierto).
- 7. Se realizó una simulación de este circuito en LTspice como parte del cuestionario previo para obtener valores teóricos de VL [6].

# II.B. Máxima Transferencia de Potencia (Circuito Figura 4-2)

El segundo experimento se diseñó para verificar el teorema de la máxima transferencia de potencia. Se utilizó el circuito de la Figura 4-2 del manual [5]. Este circuito modela una fuente real con un voltaje de circuito abierto VS=20 V y una resistencia interna conocida RS=1  $k\Omega$ . La carga RL se implementó usando el potenciómetro de 5  $k\Omega$ , permitiendo un ajuste continuo de su resistencia.

El procedimiento fue el siguiente:

- 1. Se montó el circuito de la Figura 4-2 en la protoboard [5].
- Utilizando el potenciómetro, se ajustó la resistencia de carga RL a los valores especificados: 0 Ω (cortocircuito teórico), 100 Ω, 330 Ω, 800 Ω, 1 kΩ, 1.33 kΩ, 1.47 kΩ, 2 kΩ, 2.47 kΩ, e ∞ (circuito abierto) [5]. El valor exacto de RL se mediría idealmente con el multímetro antes de conectar la fuente.
- 3. Para cada valor ajustado de RL, se midieron simultáneamente tensión en la carga (VL) y la corriente que circula a través de ella (IL) utilizando el multímetro digital [5]. Estos datos registraron en la Tabla 4-2 de la bitácora [6], incluyendo incertidumbre de medición si fuera posible.
- Se calculó la potencia disipada por la carga para cada punto utilizando la fórmula PL=VL×IL.

#### III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

La primera tabla presenta los valores teóricos y experimentales del voltaje  $V_{\text{L}}$  medido en una resistencia de carga  $R_{\text{L}}$ , conectada a una fuente de 1 V con una resistencia interna de 1  $\Omega.$  El circuito permite analizar cómo la resistencia de carga afecta el voltaje disponible en sus

terminales, considerando la caída de tensión en la resistencia interna.

Tabla 1: Mediciones de tensiones de carga para determinar la resistencia interna de la fuente de tensión.

RL	$\boldsymbol{V}_L \pm \boldsymbol{V}_L$	$\boldsymbol{V}_L \pm \boldsymbol{V}_L$
	Teórico	Experimenta l
		(±0.000001
$\infty$	1	1.000456
1kΩ	0.999001	0.999025
470Ω	0.997876	0.993972
100Ω	0.990099	0.979250
10Ω	0.909091	0.846023
5Ω	0.833333	0.588562
1Ω	0.5	0.523638
0.5 Ω	0.333333	0.281354

Los resultados muestran una relación inversa entre el valor de la resistencia de carga  $R_L$  y la caída de voltaje en la resistencia interna de la fuente. Por ejemplo, cuando  $R_L = \infty$ , el voltaje medido es prácticamente igual al de la fuente (teórico: 1.0000 V, experimental: 1.0005 V), ya que no hay corriente

circulando. En contraste, cuando  $R_L$  =0.5  $\Omega$ , el voltaje teórico cae a 0.3333 V, y el experimental a 0.2814 V, lo que representa un error relativo del **15.6** %.

La diferencia entre valores teóricos y experimentales crece conforme se reduce  $R_L$ , lo que es consistente con un aumento en los errores por caída de tensión en cables, resistencia de contacto o incluso una resistencia interna mayor a la estimada de 1  $\Omega$ . Para  $R_L$ =1 $\Omega$ , el error entre el valor teórico (0.5000 V) y el experimental (0.5236 V) es de aproximadamente +4.7 %, lo cual es razonable considerando las tolerancias típicas.

Estos resultados confirman la importancia del valor de la resistencia interna en la entrega de energía a cargas bajas, así como la utilidad de modelos teóricos simples para predecir el comportamiento real de fuentes de tensión con buena precisión en condiciones ideales.

La tabla 2 compara los valores teóricos y experimentales de la corriente  $I_L$  y el voltaje  $V_L$  sobre una resistencia de carga  $R_L$ , conectada en serie con una resistencia fija de 1 k $\Omega$  y una fuente de 20 V. Este análisis permite observar el comportamiento de un divisor de voltaje simple y cómo varían los parámetros eléctricos al cambiar la carga.

Tabla 2: Mediciones de corriente y tensión para distintos valores de la resistencia R<sub>L</sub>.

RL	IL	IL	VL	VL
(Ω)	teóri	experi	teóri	experi
	со	mental	со	mental

0	20	20.032	0	0.0201
100	18.1	20.124	1.81	1.8402
	818	7	82	2
330	15.0	13.563	4.96	6.6567
	376	9	23	1
800	11.11	11.158	8.88	8.9857
	11	32	89	2
1000	10	9.9785 1	10	10.137 41
1330	8.58	8.6317	11.4	11.467
	37	4	123	81
1470	8.09	8.1448	11.9	11.942
	72	9	019	81
2000	6.66	6.6897	13.3	13.380
	67	2	333	3
2470	5.76	5.7768	14.2	14.281
	55	6	368	5

En este circuito, la corriente total  $I_L$  disminuye progresivamente al aumentar  $R_L$ , como se espera por Ley de Ohm. Por ejemplo, al pasar de  $R_L$ =100 $\Omega$  a  $R_L$ =2000 $\Omega$ , la corriente cae de 18.1818 mA a 6.6667 mA, lo que también provoca un incremento proporcional del voltaje en la carga, desde 1.8182 V hasta 13.3333 V.

Comparando con los valores experimentales, se observan buenas

coincidencias. Para  $R_L$ =1000 $\Omega$ , el valor teórico de  $V_L$  es 10.0000 V y el experimental es 10.1374 V, lo que implica un error relativo del **1.4** %. Incluso en valores bajos como  $R_L$ =100 $\Omega$ , donde las corrientes son más altas, el error en el voltaje sigue siendo moderado tal como se aprecia al considerar 1.8182 V teórico en comparación 1.8402 V experimental, lo cual denota un error de **1.2** %.

El mayor error relativo se da para  $R_L$ =330 $\Omega$ , con un  $V_L$  experimental de 6.6567 V frente a un teórico de 4.9623 V, lo que representa un desvío de aproximadamente **34.1** %, posiblemente debido a errores de conexión, tolerancias en resistencias, mala calibración en esa medición puntual o bien demás posibles errores en la ejecución de las mediciones. Aun así, en general, los resultados validan adecuadamente el modelo del divisor de voltaje, especialmente en rangos medios y altos de la resistencia  $R_L$ .

A continuación, se presentan y analizan los datos teóricos y experimentales recopilados en la bitácora [6], estructurados según los dos experimentos realizados.

### III.A. Resistencia Interna (Circuito Figura 4-1)

La bitácora [6] proporciona datos teóricos/simulados para VL en función de RL para el circuito de la Figura 4-1, los cuales se resumen en la TABLA I.

TABLE I VALORES
TEÓRICOS/SIMULADOS DE VL PARA
DIFERENTES RL (CIRCUITO FIG. 4-1)

 $RL(\Omega)$  VL(V)[6]

∞ 1.000456

1000	0.999025
470	0.993972
100	0.979250
10	0.846023
5	0.5885620 (?)

0.281354

0.5

### Exportar a Hojas de cálculo

Nota: La alta precisión en VL para  $RL=5\Omega$  parece un artefacto de simulación.

Estos datos simulados muestran la tendencia esperada: VL disminuye a medida que RL disminuye (y por tanto IL aumenta), debido a la caída de tensión en la resistencia interna total simulada (Ri+Rint). El valor VL para RL=∞ (1.000456 V) representa el voltaje de circuito abierto (Voc) en la simulación. Para determinar Rint experimentalmente, se requerirían los datos medidos de VL (ausentes en [6]). Con ellos, se calcularía IL=VL/RL y se graficaría VL (eje Y) vs IL (eje X). La pendiente de la recta ajustada a estos puntos sería m=-(Ri+Rint). Con Ri=1  $\Omega$ , se obtendría Rint=-m-1  $\Omega$ . El manual [5] pregunta qué rango de RL es meior para esta determinación. Generalmente, se obtiene una mejor estimación cuando la caída de tensión interna es significativa comparada con Voc, lo cual ocurre para valores bajos de RL (altas corrientes IL), siempre que no se excedan los límites de la fuente o los componentes. Un rango que muestre una clara dependencia lineal en la gráfica VL vs IL sería adecuado.

## III.B. Máxima Transferencia de Potencia (Circuito Figura 4-2)

La bitácora [6] contiene los datos experimentales de VL e IL para el circuito de la Figura 4-2. Estos datos se utilizan para calcular la potencia disipada en la carga PL=VL×IL. Los resultados se presentan en la TABLA II.

TABLE II DATOS EXPERIMENTALES Y POTENCIA CALCULADA PARA MÁXIMA TRANSFERENCIA DE POTENCIA (CIRCUITO FIG. 4-2)

R L (Ω )	IL experimen tal (mA) [6]	VL experime ntal (V) [6]	PL=VL× IL (mW)
0	0.001 (\$\mu\$A?)	0.0201 (mV?)	≈0
10 0	20.1247	1.84022 (mV?)	Inconsist ente
33 0	13.5639	6.65671	90.29
80 0	11.15832	8.98572	100.27
10 00	9.97851	10.13741	101.16
13 30	8.63174	11.46781	98.98
14 70	8.14489	11.94281	97.29
20 00	6.68972	13.3803	89.51
24 70	5.77686	14.2815	82.48
∞	20.4233 (?)	20	0 (ideal)

### Exportar a Hojas de cálculo

Notas: Los datos para RL=0 y  $RL=\infty$  en la bitácora parecen tener unidades o valores inconsistentes (e.g., corriente finita en circuito abierto, corriente  $\mu A$  con mV en corto). El valor de VL para  $RL=100\Omega$  (1.84 mV) es probablemente erróneo (debería ser  $\approx 1.8$  V), haciendo el cálculo de PL inválido para ese punto. Se asume IL=0 para  $RL=\infty$  para el cálculo de PL=0.

El análisis de la potencia calculada (PL) en función de RL (excluyendo los puntos inconsistentes) muestra una clara tendencia: la potencia aumenta a medida que RL se acerca a 1 k $\Omega$  desde valores bajos, alcanza un máximo, y luego disminuye a medida que RL sigue aumentando. El valor máximo de potencia calculado partir de los datos experimentales es PL,max≈101.16 mW, y ocurre precisamente en RL=1000  $\Omega$ =1 k $\Omega$ . Este resultado experimental concuerda perfectamente con el teorema de la máxima transferencia de potencia [3], [4]. El teorema establece que PL es máxima cuando RL iguala a la resistencia interna de la fuente, RS. Dado que en este circuito RS=1 kΩ, la condición RL=RS=1  $k\Omega$  se cumple exactamente en el punto donde se midió la potencia máxima.

#### **IV. CONCLUSIONES**

A través del análisis de los dos circuitos estudiados, se ha podido comprobar experimentalmente el comportamiento predecible de los sistemas resistivos en corriente continua bajo leyes fundamentales como la Ley de Ohm y la división de voltaje. En el primer caso, con una fuente de 1 V y resistencia interna de  $1 \Omega$ , se observó que el voltaje en la carga R<sub>I</sub> disminuye conforme esta se reduce, debido a la creciente caída de tensión en la resistencia interna. Los valores teóricos coinciden estrechamente con los experimentales, especialmente en cargas altas, donde la corriente es mínima y la caída interna es despreciable. En cargas bajas, aunque se presentaron desviaciones de hasta un 15 %, los resultados se mantuvieron dentro de un rango esperable por factores prácticos como mal uso del equipo o contactos imperfectos.

En el segundo circuito, con una fuente de  $20\,V$  y una resistencia fija de  $1\,k\Omega$  en serie, se validó el comportamiento típico de un divisor de voltaje. El voltaje en  $R_L$  aumentó progresivamente con su valor, mientras que la corriente total del circuito disminuyó. La concordancia entre los datos teóricos y experimentales fue muy buena, con errores relativos generalmente menores al  $2\,\%$ , excepto en un caso puntual donde se observó un error mayor, posiblemente atribuible a factores de medición.

En ambos montajes, se evidenció cómo los modelos teóricos básicos permiten predecir con precisión el comportamiento de circuitos resistivos simples. Sin embargo, también se destacó la importancia de considerar los elementos no ideales en una medición real, como la resistencia interna de fuentes, las tolerancias de componentes, y los errores experimentales.

Este trabajo de laboratorio permitió investigar experimentalmente dos propiedades fundamentales de las fuentes de tensión reales: su resistencia interna y condiciones para la las máxima transferencia de potencia. Basado en los procedimientos del manual [5], los datos de la bitácora [6] y los principios teóricos de análisis de circuitos [1]-[4], se extraen las siguientes conclusiones claras:

1. Resistencia Interna: Se describió y simuló un método experimental estándar para determinar la resistencia interna (Rint) de una fuente de tensión, basado en la medición de la variación del voltaje de carga (VL) con la corriente de carga (IL). Los datos simulados mostraron la caída de voltaje esperada conforme aumenta la carga [6]. Aunque los datos experimentales específicos para la fuente del circuito 1 no estaban disponibles en la bitácora [6], la metodología confirma que Rint se puede extraer de la pendiente de la característica VL-IL. La cuantificación de Rint es esencial para modelar con precisión fuentes reales [1], [2].

2. Máxima Transferencia de Potencia: El teorema de la máxima transferencia de potencia fue verificado experimentalmente con éxito. Los datos medidos para un circuito con una resistencia interna conocida de RS=1 kΩ demostraron cuantitativamente que la potencia entregada a la carga (PL) fue máxima (101.16 mW) cuando la resistencia de carga (RL) se igualó a la resistencia de la fuente (RL=1  $k\Omega$ ) [6]. Este resultado confirma la condición de adaptación de impedancias (RL=RS) para maximizar la potencia útil en la carga, un principio clave en el diseño de sistemas electrónicos eficientes [3], [4].

En resumen, el laboratorio permitió aplicar y validar experimentalmente conceptos teóricos cruciales relacionados con el comportamiento no ideal de las fuentes de tensión y la optimización de la transferencia de energía en circuitos eléctricos.

### V. REFERENCIAS

[1] A. S. Sedra and K. C. Smith, Microelectronic Circuits, 8th ed. New York: Oxford University Press, 2020. [2] C. K. Alexander and M. N. O. Sadiku, Fundamentals of Electric Circuits, 7th ed. New York: McGraw Hill, 2021. [3] W. H. Hayt, Jr., J. E. Kemmerly, and S. M. Durbin, Engineering Circuit Analysis, 9th ed. New York: McGraw Hill, 2019. [4] R. L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, 14th ed. Boston: Pearson, 2022. [5] Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Ingeniería Electrónica, "Laboratorio 4. Determinación de la resistencia interna de una fuente de tensión real y máxima transferencia de potencia," (Documento instructivos-de-laboratorio\_Lab oratorio\_4.pdf).