

T. P. 1

Exercice 1 *Ecrire un programme qui retourne les n premiers termes du générateur congruentiels linéaires de module $m = 10^3$ de multiplicateur $a = 121$, d'incrément $b = 567$ et de racine $y_0 = 0$.*

1. *Afficher les 20 premières valeurs des nombres pseudo-aléatoires.*
2. *Tester la qualité de ce générateur par un test du Khi-deux avec 10 intervalles et $\alpha = 0,05$.*
3. *En utilisant la commande appropriée tracer l'histogramme de la variable u pour $n = 10^4$ et où l'on prendra 10 classes. Comparer l'histogramme à la densité d'une loi uniforme sur $[0, 1]$.*
4. *Utiliser la commande appropriée pour générer un vecteur colonne constitué de 20 nombres aléatoires dans $[0, 1]$. Lancer plusieurs fois la commande, que se passe-t-il ?*
5. *Afficher la racine de la suite aléatoire que vous avez obtenue à la question précédente.*
6. *Choisir maintenant pour la racine $u_0 = 1$ dans la commande précédente et comparer le résultat obtenu à celui de la question 1.*

Exercice 2 1. *Ecrire un programme de simulation du jeu de Pile ou Face avec une pièce parfaite. Simuler plusieurs jeux en faisant varier le nombre d'expériences (de lancers) $n = 5, 10, 50, 100, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$.*

2. *On considère un joueur A et on connaît la probabilité $p = \mathbb{P}(\text{Pile}) = \mathbb{P}(A \text{ gagne})$. Considérer les différents scénarios suivants :*

- a) $p = 3/4$ gain de $A = 10$ et perte = 10;
- b) $p = 3/4$ gain de $A = 10$ et perte = 20;
- c) $p = 3/4$ gain de $A = 20$ et perte = 10;

Le joueur décide de continuer à jouer jusqu'à ce que sa fortune soit égale à 80 DA ou bien qu'il soit ruiné. Sachant que le joueur a une fortune initiale de 40 DA. Ecrire un programme qui réalise l'expérience susmentionnée.

3. Reprendre les trois scénarios a)-c) avec $p = 1/2$.

Exercice 3 Ecrire un programme permettant de simuler chacune de ces lois :

1. Loi logistique (cas particulier de Pareto) de fonction de répartition

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{x-\alpha}{\beta}}}, \beta > 0, \alpha = \mathbb{E}[X],$$

pour les paramètres $\beta = 1$ et $\alpha = 1$ puis $\alpha = 3$

2. Erlang d'ordre 2 de moyenne 4.

3. On reprend l'exercice 4, question 2 de la série 3. La variable aléatoire X de densité $f(x) = x^2\sqrt{25-x^2}$, $0 \leq x \leq 4$, pour $0 \leq x \leq 4$.

4. Hyperexponentielle d'ordre 2 : loi exponentielle de paramètre 1 avec la probabilité 0.25 et de paramètre 2 avec la probabilité complémentaire.

5. Binomiale de paramètres $n = 10, p = 1/4$ et $n = 40, p = 1/4$.

6. Poisson de paramètre $\lambda = 5$ et $\lambda = 30$.

7. Normale de moyenne $m = 2$ et de variance $\sigma^2 = 4$.

Tracer l'histogramme et tester la validité de ces lois (on peut prendre 10 classes).