Stochastic Modeling and Simulation
Semester 5
2023/2024

T. P. 2

Exercice 1 *Écrire un algorithme pour simuler une loi normale multi-dimensionnelle de moyenne* $m = (1, 1, 2)$ *et de matrice des covariances*

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 11 \end{pmatrix};$$

générer des observations à l'aide de l'algorithme obtenu.

Exercice 2 *Simuler la chaîne de Markov à temps discret dont la matrice de transition est:*

$$P = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$$

et la distribution initiale $\pi^0 = (1, 0, 0)$. *Générer le temps de séjour.*

Exercice 3 *Ecrire un programme de simulation de la file d'attente classique* $M/M/1$. *La durée de service suit une loi exponentielle de paramètre* $\mu = 1$ *et le temps entre deux arrivées successives suit une* $\mathcal{E}(\lambda)$.

Cosidérer trois cas : $\lambda = 0.5, \lambda = 0.7$ *et* $\lambda = 0.9$. *L'objectif est de mesurer le temps moyen de réponse pour chaque valeur de* λ. *Pour cela, il faut calculer la moyenne d'échantillons indépendants.*

Une exécution du simulateur consiste à faire fonctionner le système à partir d'un état vide pour 2000 *arrivées, puis à enregistrer le temps de réponse subi par l'arrivée numéro* 2001. *Effectuez* $n = 200$ *exécutions, chacune générant un échantillon, puis déterminez la moyenne des* $n = 200$ *échantillons.*