Tricks

Prendere il modulo di una quantità

Supponiamo di avere due quantità a e b tali che $a, b \in N$ tali che potenzialmente $a - b < 0$ e vogliamo trovare una variabile c tale che $c = |a - b|$. Allora possiamo renderla tale con i seguenti vincoli

$$c \geq a - b \quad \text{ e } \quad c \geq b - a$$

Consigli magazzino

Inizializzare una varabile y che tenga conto all'inizio di ogni periodo la quantità di magazzino presente. Per cui dopo ogni periodo (e.g. anno, mese) ci sarà il vincolo

$$y(p+1) = y(p) + x(p) - d(p)$$

dove x è la quantità prodotta in quel periodo, e d invece la domanda di quel periodo.

Massimizzare un flusso

Per ogni nodo **intermedio** la quantità di flusso uscente è uguale alla quantità di flusso entrante

$$\sum_{n \in N} x(n, m) = \sum_{n \in N} x(m, n) \qquad\qquad \forall m \in N$$

per massimizzare il flusso complessivo bisogna semplicemente massimizzare il flusso dell'ultimo nodo. Per quanto riguarda invece i nodi di origine e di destinazione devono trattati in maniera diversa in quanto non è vero che il flusso entrante è uguale a quello uscente.

Il grafo è spesso modellato con una matrice di adiacenza.

Variabili decisionali utili:

- x(n, m) indica se l'arco è percorso
- y(n, m) indica quante unità passano per un certo arco

Pianificazione Piano Produttivo

Supponiamo di avere n attività da svolgere che prevedono una relazione di dipendenza (e.g. l'attività 20 per essere svolta devono essere prima svolte le attività 10 e 15). Tali relazioni di dipendenza si modellano con un grafo. Qualora si volesse minimizzare la durata complessiva della realizzazione di un progetto è bene inizializzare una variabile decisionale

$$x\text{: array(ATTIVITA)}$$

in cui la relazione di dipendenza è data dal seguente vincolo

$$x(a_1) >= \big(DURATA(a_2) + x(a_2)\big) * PREDECESSORI(a_1, a_2) \ \ \forall a_1, a_2 \in A$$

per ulteriori informazioni guardare l'esame del 22/10/2012.

Formulazione con 'almeno'

Riprendiamo l'esame della ferrovia, aereo e strada. Per fare in modo che bisogni prendere la ferrovia almeno una volta qualora venga preso l'areo almeno una volta, allora la modellazione è la seguente (sia T l'insieme delle tratte)

$$x(t,3) \leq \sum_{t_2 \in T} x(t_2,1) \qquad \forall t \in T$$

$$\sum_{t \in T} x(t,3) \leq 4 \cdot \sum_{t \in T} x(t,1) \qquad \forall t \in T$$

Passare da una modalità ad un altra

Supponiamo che ci siano più periodi, in cui bisogna adottare una possibile modalità. Supponiamo che ci sia un costo da sostenere per passare da una modalità all'altra. Allora è utile definire una mpvar binaria y(periodo, modalità1, modalità2) tale che indichi appunto se si è passati da una modalità all'altra tra il periodo p. Si definisce con un AND logico partendo dalle mpvar x(periodo, modalità) che indicano quale modalità è stata adottata nel periodo p.

Modulo di una differenza di quantità positiva

Supponiamo di avere la differenza di due quantità positive x e y, e vogliamo determinarne il modulo. Per come funzione MOSEL, sappiamo che il seguente trick funziona: si inizializzano due variabili a e b is_integer e si pongono nel seguente vincolo

$$x - y = a - b$$

così facendo solo a o solo b sarà diverso da zero. In altri termini

$$|x - y| = a + b$$

Portare una variabile binaria ad essere uguale a 1 sse le precedenti sono 1

Supponiamo di avere 5 camion di cui possiamo noleggiare il quinto solo a patto di poter noleggiare i precedenti quattro. Allora, sia x(camion) la mpvar binaria che indica se un camion viene o meno noleggiato, è sufficiente porre il seguente vincolo

$$4 \cdot x(5) \leq \sum_{c \in \{1,\dots 4\}} x(c)$$

Minimizzare l'elemento la grandezza dell'elemento massimo

Supponiamo di avere un insieme di elementi e voler minimizzare l'elemento maggiore. Allora possiamo definire una mpvar tale che sia maggiore o uguale di tutti gli elementi di tale insieme. Minimizzando tale mpvar minimizziamo appunto la grandezza dell'elemento più grande di tale insieme. In simboli

$$x(\text{elementi}) \leq y \quad \Rightarrow \quad \text{minimise}(y) \quad \forall\, e \in E$$

Big M – Valore Assoluto

Siano a e b due grandezze e vogliamo modellare

$$|a - b| \geq \mathrm{K} \quad \text{con } \mathrm{K} \in R$$

allora si definisce una variabile binaria z che indica se la quantità $a > b$. Il tutto con il seguente vincolo

$$a - b \geq \mathrm{K} - \mathrm{M}(1 - z) \qquad a - b \leq -\mathrm{K} + \mathrm{M} \cdot z$$

Valore Assoluto |x – y|<= K

Siano a e b due grandezze e vogliamo modellare

$$|a - b| \leq K$$

è equivalente ai seguenti vincoli

$$a - b \leq K \quad e \quad a - b \geq -K$$

Stabilire una classifica

Per farlo si utilizzi una mpvar che stabilisce la posizione della classifica di un certo concorrente. Tale posizione è determinata confrontando le mpvar che indicano il punteggio di tale concorrente.

$$\text{posizione}(concorrente) \;\; \text{punteggio}(concorrente) \;\text{più\_alto}(concorrente1, concorrente2)$$

Subtour TSP

Sia $y(n, m)$ la mpvar che indica se l'arco (n, m) viene percorso. Ogni nodo viene visitato una sola volta e si passa da un nodo all'altro (i.e. da un nodo non si può arrivare in più nodi)

$$\sum_{m \in N} y(n, m) = \sum_{m \in N} y(n, m) \quad \forall n \in N$$

Ogni nodo deve essere visitato una ed una sola volta

$$\sum_{m \in N} y(n, m) = 1 \;\; \forall n \in N$$

Partendo da un nodo non si può andare nello stesso nodo

$$y(n, n) = 0 \qquad \forall n \in N$$

Evitare i subtours (21/06/2019)

Inizializzare una mpvar $\text{level}(\text{nodi})$ is_continuos con il vincolo

$$NM \cdot y(n, m) + level(n) - level(m) \leq NM - 1 \;\; \forall n, m \in NODI \text{ e } m \neq 1$$

dove NM è il numero di nodi.

Ore consecutive

Sia $x(ore)$ una mpvar binaria, e vogliamo fare in modo che i suoi valori siano consecutivi. Allora bisogna istanziare una mpvar binaria $y(ore)$ che vogliamo indichi la prima volta che $x(ore)$ assume il valore 1. Per fare questo sono necessari i seguenti vincoli

$$\sum_{o \in O} y(o) = 1 \qquad \text{e} \qquad x(o) \leq \sum_{t \in H} y(t) \qquad \forall o \in O$$

Per fare poi in modo che effettivamente le $x(ore)$ siano consecutive è necessario l'ulteriore vincolo

$$x(o) \geq x(o + 1) - y(o + 1) \quad \forall o \in O \text{ t.c. } o + 1 \in O$$

Stabilire differenza minima tra gli elementi

Supponiamo di avere un insieme S di N elementi e di volere che la differenza tra ciascuno di essi sia almeno pari a una certa quantità K. In simboli

$$\forall n_1, n_2 \in S : |n_1 - n_2| \geq K$$

si modella con il BIG_M.

Massimizzare la minima differenza in un insieme di elementi (29/01/2020)

Supponiamo di avere un insieme S di N elementi e di voler massimizzare la minima differenza tra gli elementi dell'insieme. Allora dobbiamo utilizzare il BIGM come segue

$$\forall s_1, s_2 \in S \;\; \text{t.c.} \;\; s_1 \neq s_2 \qquad s_1 - s_2 \geq differenza(s_1, s_2) - BIGM \cdot \left(1 - z(s_1, s_2)\right)$$

$$\forall s_1, s_2 \in S \;\; \text{t.c.} \;\; s_1 \neq s_2 \qquad s_1 - s_2 \leq -differenza(s_1, s_2) + BIGM \cdot z(s_1, s_2)$$

Dopodichè bisogna fare il min max per massimizzare la differenza più piccola:

$$\forall s_1, s_2 \in S \;\; \text{t.c.} \;\; \mathrm{s}_1 \neq s_2 \qquad \text{differenzaMinima} \leq differenza(s_1, s_2)$$

la funzione obiettivo

$$\text{maximise}(differenza\_minima)$$