

Indentyfikacja modów pulsacyjnych gwiazdy typu sdBV

Radosław Kluczewski¹

Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej Uniwersytetu Jagiellońskiego
e-mail: radek.kluczewski@student.uj.edu.pl

12 lipca 2022

STRESZCZENIE

Cel. Otrzymanie listy częstotliwości pulsacyjnych gwiazdy typu sdBV wraz z liczbami kwantowymi l, n, m .

Metoda. Wykorzystanie udostępnionych programów do obliczenia transformaty fouriera oraz języka python do opracowania danych.

Wyniki. Lista częstotliwości pulsacyjnych wraz z okresem, amplitudą oraz liczbami kwantowymi.

1. Podstawy teoretyczne

Gwiazdy pulsujące są to gwiazdy zmienne, które zmieniają jasność, rozmiary oraz kształt w sposób okresowy. Okresowość wiąże się z występowaniem w zewnętrznych obszarach gwiazdy warstwy częściowej jonizacji, która w określonych warunkach destabilizuje gwiazdę wpierw ją kurcząc, a następnie rozszerzając wokół położenia równowagi. Na podstawie obserwacji widma częstotliwości pulsacji astrosejsmologia, czyli dziedzina astrofizyki, która zajmuje się badaniem wspomnianych pulsacji oraz drgań jest w stanie uzyskać informację o wnętrzu badanej gwiazdy.

Drgania gazu, z którego składa się gwiazda zachodzi w trzech wymiarach, tak więc do opisu teoretycznego używa się kwantowych liczb całkowitych n, l, m . Liczba n opisuje radialny rząd wielkości modu, czyli zawiera ona liczbę powierzchni węzłowych znajdujących się we wnętrzu gwiazdy. Powierzchnie te nie biorą udziału w ruchu oddzielając tylko warstwy, w których gaz porusza się w różnych kierunkach. Stopień kątowy modu l informuje o liczbie płaszczyzn węzłowych na powierzchni gwiazdy, natomiast rząd azymutalny m zawiera informację o liniach przechodzących przez bieguny gwiazdy pulsacyjnej. Linie węzłowe dzielą gwiazdę na obszary, w których zmieniają się warunki fizyczne w wyniku pulsacji w przeciwnych fazach (na przykład zmiany jasności).

Gdy $|m| \leq l$ to dla danego modu m opisuje listek boczny modułu wysuniętego z lewej oraz prawej strony (symetrycznie) transformaty Fouriera względem listka centralnego. Gdy gwiazda pulsująca jest sferyczna oraz zostanie zastosowane przybliżenie wolnej rotacji to częstotliwości modów wchodzących w skład multipletu są proporcjonalne do częstotliwości rotacji gwiazdy. Tak więc na podstawie odstępów pomiędzy kolejnymi częstotliwościami multipletu można określić rotację gwiazdy.

2. Wykonanie ćwiczenia

Do wykonania ćwiczenia został użyty plik `sdB93.dane`, który zawiera dane o krzywej jasności gwiazdy pulsacyjnej. Dodatkowo wykorzystano źródła [1] oraz [2] podczas opracowywania danych.

2.1. Obliczenie transformaty Fouriera z wybranej krzywej jasności

W celu wykonania obliczeń został wykorzystany program `jkft50`, który oblicza transformatę Fouriera. Wynikowy plik po zadziałaniu programu to Fourieriowskie widmo amplitudowe, które zawiera kolumny częstotliwości w [c/d] oraz amplitudy częstotliwości w jednostkach [ppt].

2.2. Obliczenie poziomu szumów widma amplitudowego

Korzystając z programu `fnoise` obliczono poziom detekcji w zakresie od 0 do 50 cykli na dobę, którego wartość wyniosła: 0.037. Powyższy wynik odpowiada poziomowi detekcji szumów równemu $4 \cdot \sigma$, gdzie σ to średni poziom szumów transformaty Fouriera. Wynik ten został zaznaczony na rys.1.

2.3. Identyfikacja sygnałów widma

Do identyfikacji sygnałów widma, które wykraczają powyżej ustalonego poziomu szumów wykorzystano moduł `scipy` oraz zawartą w nim funkcję `find peaks`. Dodatkowo wygenerowano okno spektralne za pomocą, którego wyeliminowano sygnały będące artefaktami transformaty Fouriera. Zidentyfikowane sygnały bez artefaktów zostały przedstawione w tabeli 1, gdzie dla każdego zidentyfikowanego „piku” zanotowano częstotliwość oraz okres.

Na rys.2 oraz rys.3 zostały przedstawione okna spektralne. Do wyrysowania okna spektralnego było potrzebne sporządzenie sinusoidy dla punktów o takim samym rozkładzie w czasie jak dla danych `sdB93`, która posłużyła do identyfikacji multipletów oraz tripletów (liczb m dla danego l). Do wygenerowania wykorzystano interpretowalny język programowania `awk`, gdzie wykonano następujące polecenie:
`awk '{print $1, sin(2π · $1)}' sdB10.dane > sin.`

Następnie dla wygenerowanej sinusoidy obliczono transformatę Fouriera, która została porównana z sygnałami o najwyższych amplitudach, w pobliżu których ewentualne składowe multipletów również mają wysokie amplitudy. Na podstawie okna spektralnego można ustalić, które sygnały są artefaktami. Po eliminacji wspomnianych artefaktów jesteśmy w stanie poprawnie zidentyfikować prawdziwe składowe multipletów (o ile istnieją).

2.4. Przekonwertowanie listy częstotliwości $f_i[c/d]$ na okresy $P_i[s]$

Znaleziono sygnały wraz z całym zakresem danych sdB93 zostały przekonwertowane z częstotliwości w jednostce cykle na dzień do okresów w sekundach. Poniżej została przedstawiona formuła konwersji:

$$\frac{86400}{i},$$

gdzie liczba 86400 jest to dzień wyrażony w sekundach, natomiast i to częstotliwość z transformaty z danych. Sygnały w okresach zostały wyszczególnione w tabeli 1 oraz na rys.4, który przedstawia widmo amplitudowe transformaty Fouriera w zależności od okresu w sekundach. Dodatkowo na rys.5 została przedstawiona tak zwana drabinka modów, czyli wyrysowane widmo amplitudowe transformaty fouriera wraz z naniesionymi równoodległymi kropkami modów l_1 (272.62 sekund, kolor zielony), l_2 (151.92 sekund, kolor niebieski) oraz l_3 (78.23 sekund, kolor czarny). Drabinka została opracowana z pomocą zidentyfikowanych modów przedstawionych na rys.2 oraz rys.3. Z przytoczonych rysunków odczytano częstotliwości centralne pików, które były punktami początkowymi dla równoodległych kropek. Następnie naniesiono kolejne kropki dla danej liczby $l=1$ i $l=2$ o odległościach odpowiednio równych 272.62 sekund oraz 151.92 sekund po obu stronach częstotliwości centralnych modów, aż do wypełnienia całego zakresu transformaty fouriera.

2.5. Znalezienie odległości Π_{l_1} , Π_{l_2} dla serii l_1 oraz l_2

Dla gwiazd pulsujących sdBV w przestrzeni okresów mody pulsacji dla danego l są w przybliżeniu równoodstępne. Odległość kolejnych modów n oraz $n+1$ jest w przybliżeniu równa 245 sekund dla $l=1$ oraz 140 sekund dla $l=2$. Dla tak określonych modów podzielono dane przypisując im z góry wartości l_1 oraz l_2 w celu otrzymania przejrzystych histogramów. Początkowo dane zostały podzielone na części o okresach $T < 4500$ oraz $T > 4500$, gdzie dla pierwszego zakresu spodziewano się odległości 245 sekund natomiast dla drugiego 140 sekund. Rozwiązanie to nie przyniosło spodziewanych rezultatów, ponieważ eliminowało znaczącą część odległości pomiędzy sygnałami. Ostatecznie zdecydowano się na nie dzielenie danych na dwie części tylko obliczenie odległości dla całego zakresu danych bez wstępnego przypisania. Następnie z wykorzystaniem języka python oraz modułu *math* i funkcji *dist* zostały obliczone szukane odległości. Poniżej został zaprezentowany wzór za pomocą, którego obliczono odległości:

$$d(x_i, x_j) = |(x_i - x_j)|, \quad (1)$$

gdzie x_i oraz x_j to odpowiednio współrzędne x-owe zidentyfikowanych sygnałów wyrażone w okresach. Na rys.6 został przedstawiony histogram rozkładu występowania danej odległości od odległości pomiędzy sygnałami. Jak można zauważyć wyrysowany histogram odległości dla danych posiada w odległości $n \cdot \Pi$ kolejne mody, gdzie Π to odległość dla danego l .

2.6. Identyfikacja modów

Chcąc zidentyfikować mody wykorzystano histogram dla całości danych o szerokości słupków 12 sekund rys.6, do którego dopasowano funkcje Gaussa, gdzie pola pod wykresem zostały unormowane do jedynki. Przedziałami dopasowania funkcji Gaussa są odpowiednio dla rys.7 o szerokości słupków 3 sekundy oraz rys.8 o szerokości słupków 4 sekundy, przedziały 120 – 190 sekund i 240 – 300 sekund. Parametrami dopasowania są:

- $\mu_{l_1} = 272.62$,
- $\sigma_{l_1} = 5.82$,
- $\mu_{l_2} = 151.92$,
- $\sigma_{l_2} = 8.01$.

Dla tak otrzymanych parametrów dopasowania zidentyfikowano następnie mody poszczególnych sygnałów, gdzie indetyfikacja danego modu była oparta na poniższych przedziałach szerokości histogramów:

$$(\mu_2 - \sigma_2, \mu_2 + \sigma_2).$$

Jeżeli w danym przedziale odstępów w okresach znaleziono mody dające taki odstęp, wtedy mod był identyfikowany jako l_1 (pierwszy zakres) lub l_2 (dla drugiego zakresu).

Dodatkowo na histogramie dla całości danych rys.6 można zauważyć niewielkie maksimum odpowiadające odległością między okresami w przybliżeniu 80 sekund, które mogą odpowiadać odstępom między okresami dla $l=3$. Dla tych odległości również dopasowano funkcję Gaussa rys.9, gdzie szerokość słupków histogramu to 3 sekundy z następującym przedziałem 70 – 90 sekund oraz parametrami:

- $\mu_{l_3} = 78.23$,
- $\sigma_{l_3} = 1.51$,

Następnie zidentyfikowano mody analogicznie jak powyżej. Wyniki wszystkich zidentyfikowanych modów zostały przedstawione w tabeli 1.

Uzasadnienie odległości w przybliżeniu równej 80 sekund wynika z następującego wzoru zaczerpniętego z publikacji [3], gdzie odległość między modami o $l=3$ jest opisana następująco:

$$DP(l=3) = \frac{1}{2} \cdot DP(l=1). \quad (2)$$

W powyższym wzorze $DP(l=1)$ to odległość między modami dla $l=1$. Tak więc dla $l=1$ wynoszącego w przybliżeniu 150 sekund jesteśmy w stanie przypisać pik $l=3$ wynoszący w przybliżeniu 80 sekund.

Zidentyfikowano również liczbę n opisującą rząd radialny. Liczbę tą przypisywano dla $l=1$ oraz $l=2$ zaczynając od wartości $n=1$. Gdy zidentyfikowane sygnały wyrażone w okresach są odległe o 272.62 sekund oraz 151.92 sekund przypisywane są im odpowiednio względne wartości n , gdzie dla kolejnego równoodstępnego sygnału liczba rzędu radialnego będzie równa $n = n_{bierzace} + 1$. Brakujący równoodstępny mod w sekwencji zwiększa n o 1, tak więc również pojawiają się przerwy nie mające przypisanej liczby n między okresami. Tabela 1 przedstawia zidentyfikowaną liczbę rzędu radialnego n wraz ze spodziewanymi przerwami.

2.7. Wzrokowa identyfikacja multipletów

Chcąc potwierdzić identyfikację z tak zwanej drabinki modów rys.5 wykonano wzrokową identyfikację multipletów. Tak więc dla modów o największych amplitudach znaleziono składowe multiplety, gdzie $|m| \leq l$. Przykładowe identyfikacje zostały przedstawione na rys.2 oraz rys.3. Jak można zauważyć na pierwszym rysunku widzimy symetryczne sygnały względem piku centralnego dla $l=2$, które wystają ponad poziom detekcji oraz wyrysowaną sinusoidę. Sygnały te zostały odpowiednio zostały zidentyfikowane jako $m = -2, -1, +1, +2$. Analogicznie wzrokową identyfikację przeprowadzono na rysunku drugim, który pokazuje centralny sygnał dla $l=1$ wraz z wyrysowanym poziomem detekcji oraz dopasowaną sinusoidą. Zidentyfikowane symetryczne sygnały wystające ponad poziom detekcji oraz sinusoidy zostały opisane następującymi liczbami

$m = -1, +1$. Wszystkie zidentyfikowane liczby m zostały przedstawione w tabeli 1.

2.8. Potwierdzenie wyznaczenia Π

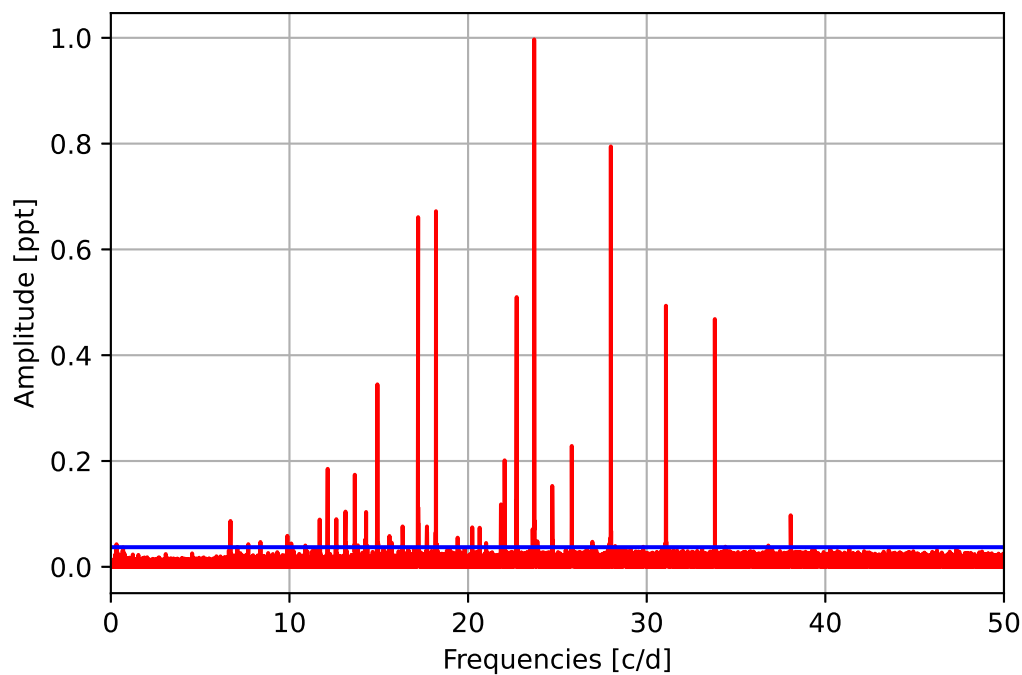
W celu potwierdzenia wyznaczenia Π obliczono transformatę fouriera z widma amplitudowego, ale przekonwertowanego na okres. Przed wykonaniem obliczeń za pomocą programu *jkft50* ograniczono zakres transformaty Fouriera do 20000 sekund oraz posortowano rosnąco względem kolumny okresu. Dla tak przygotowanych danych obliczono transformatę, której wyniki są przedstawione na rys.10. Porównując wykres z otrzymanymi maksimami histogramów w częstotliwości, które zostały zaznaczone na wspomnianym rysunku odpowiednio $\sigma_1 = 1/151.92$ oraz $\sigma_2 = 1/272.62$, można spróbować potwierdzić poprawność wyznaczenia odległości między okresami serii modów dla danego l , które powinno być widoczne w transformacie Fouriera z widma amplitudowego przekonwertowanego na okres.

3. Dyskusja wyników

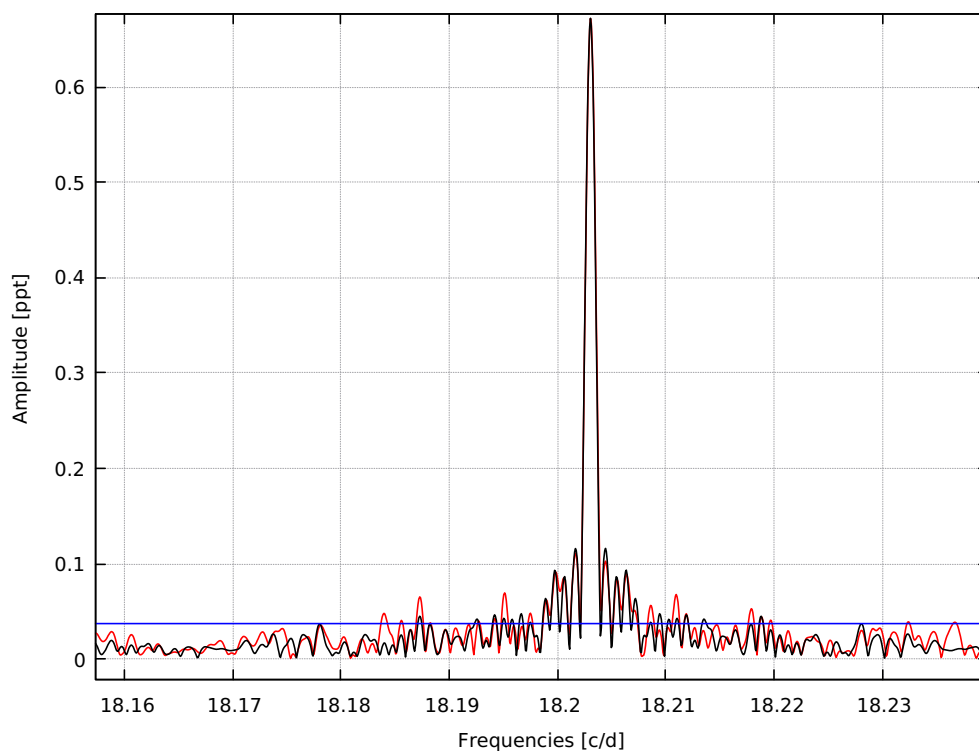
Poprzez zastosowanie języka programowania python udało się zidentyfikować mody l_1 , l_2 oraz l_3 . Warto również odnotować liczbę zidentyfikowanych pików, których liczba to 130. Jest to spodziewana liczba pików dla gwiazd sdBV. Większa liczba wynikała z zastosowania funkcji języka programowania, która zlicza wszystkie sygnały wraz z artefaktami powyżej ustalonego poziomu detekcji. Artefakty w większości wyeliminowano wizualnie poprzez zastosowanie okna spektralnego. Próbowano również wyeliminować artefakty stosując między innymi filtr *prominence* w funkcji *find peaks*, natomiast nie zauważono znacznej poprawy dla histogramu. Zastosowanie filtru powodowało wycięcie odległości, które skutkowało dopasowaniem funkcji Gaussa dla małej liczby zliczeń. W konsekwencji również wpływało na poprawność identyfikacji modów, gdzie dla wspomnianej odległości praktycznie nie były identyfikowalne liczby $l = 1$. Ostatecznie zdecydowano się na dopasowanie funkcji Gaussa dla sygnałów -80, -155, -270 dla całości danych bez zastosowania filtru. Identyfikacja liczby rzędu radialnego n potwierdza przypuszczenia o pojawiającej się przerwie nie mającej przypisanej wartości liczby n . Wzrokowa identyfikacja liczby m potwierdziła istnienie multipletów. Natomiast maksima histogramów dla poszczególnych sygnałów równe odpowiednio: $\sigma_1 = 1/151.92$ oraz $\sigma_2 = 1/272.62$ pokrywają się z wykresem potwierdzającym wyznaczenie Π , tak więc identyfikacja modów została poprawnie wykonana.

4. Referencje

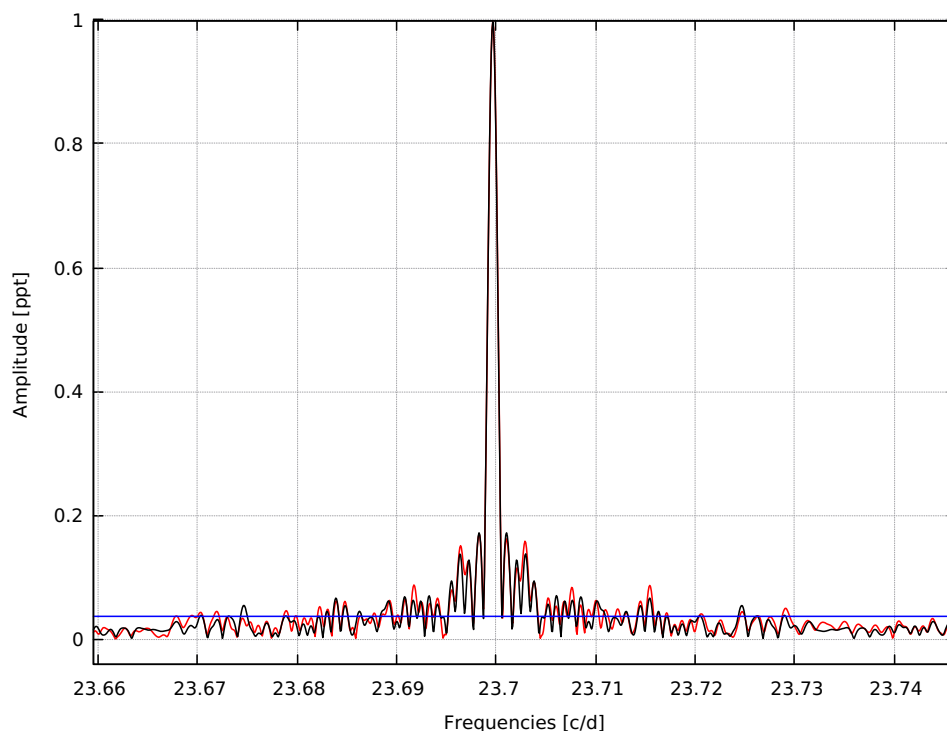
1. Jerzy Krzesinski, 2015, A&A 581, A7, 7
2. Radosław Smolec, Asterosejsmologia – sondowanie wnętrza gwiazd, Centrum Astronomiczne im. Mikołaja Kopernika, Warszawa
3. J. Krzesiński, A. Blokesz, A.S. Baran, S. Bachulski, 2014, AA, 64, 151–165



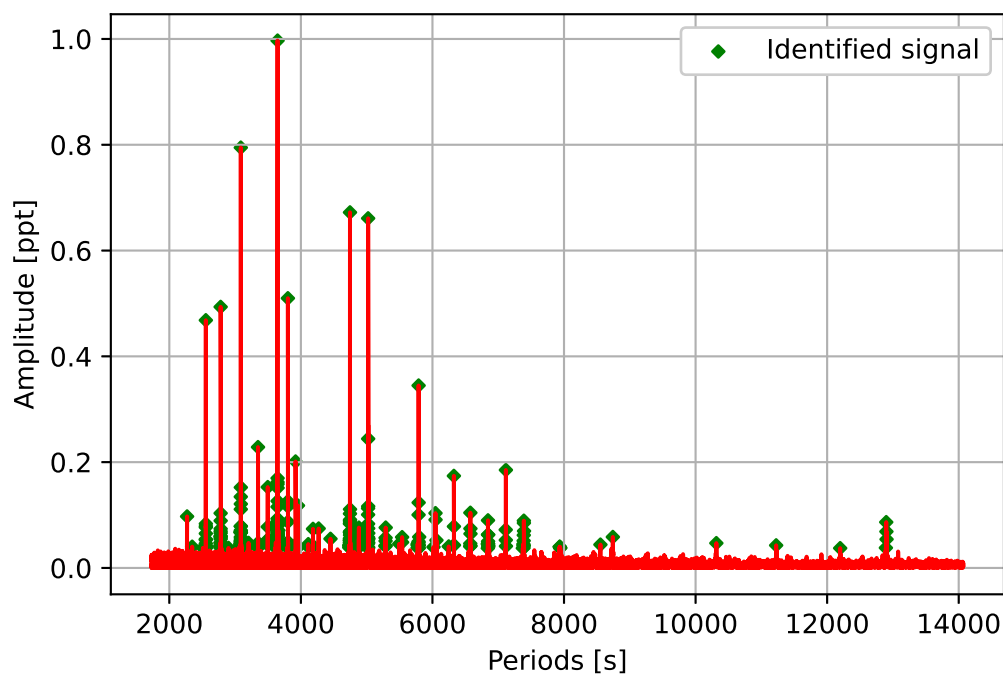
Rysunek 1: Widmo amplitudowe gwiazdy pulsacyjnej w kolorze czerwonym wraz z naniesionym poziomem detekcji w kolorze niebieskim.



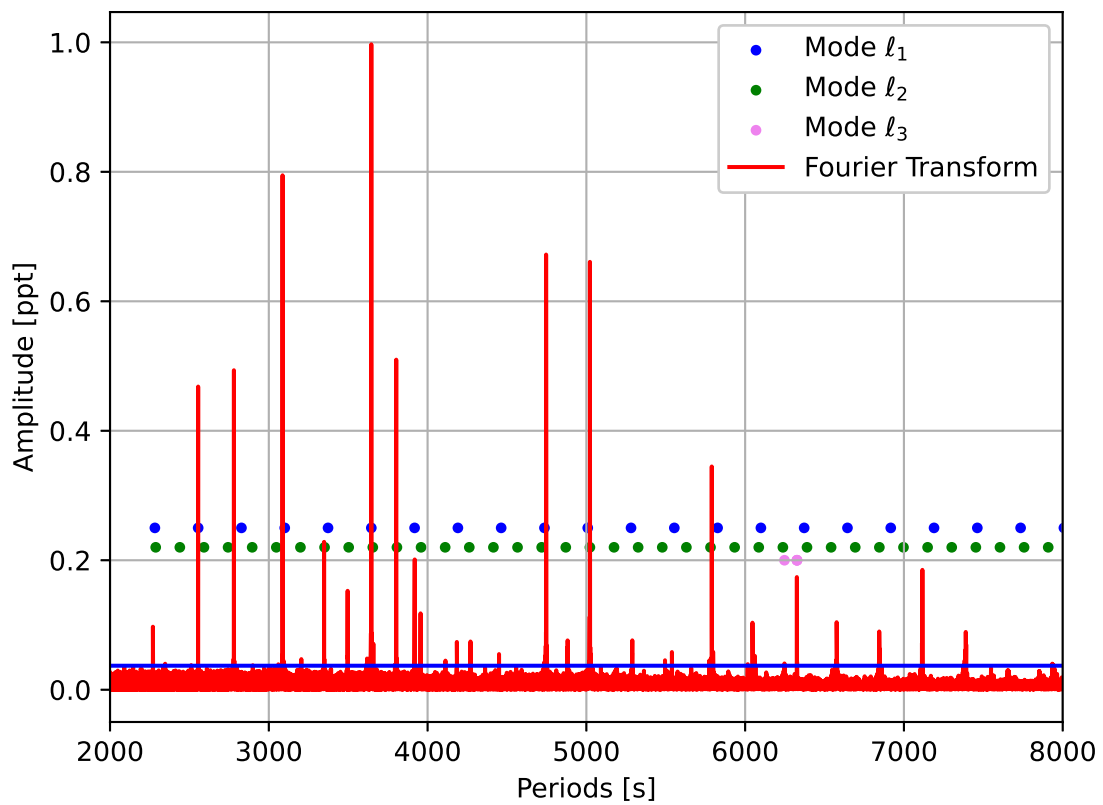
Rysunek 2: Okno spektralne nałożone na mod pulsacyjny o częstotliwości 18.203054 [c/d]. Poza główną częstotliwością widoczne są jeszcze słabe sygnały multipletu po dwa z każdej strony częstotliwości 18.203054 [c/d] (tj. 18.187281, 18.195129 oraz po drugiej stronie piku centralnego 18.210979, 18.217905). Tym samym mod można zidentyfikować jako $l = 2$, gdzie kolor czerwony to widmo amplitudowe danych, kolor czarny to wygenerowane widmo amplitudowe sinusoidy, natomiast kolor niebieski to poziom detekcji widma amplitudowego.



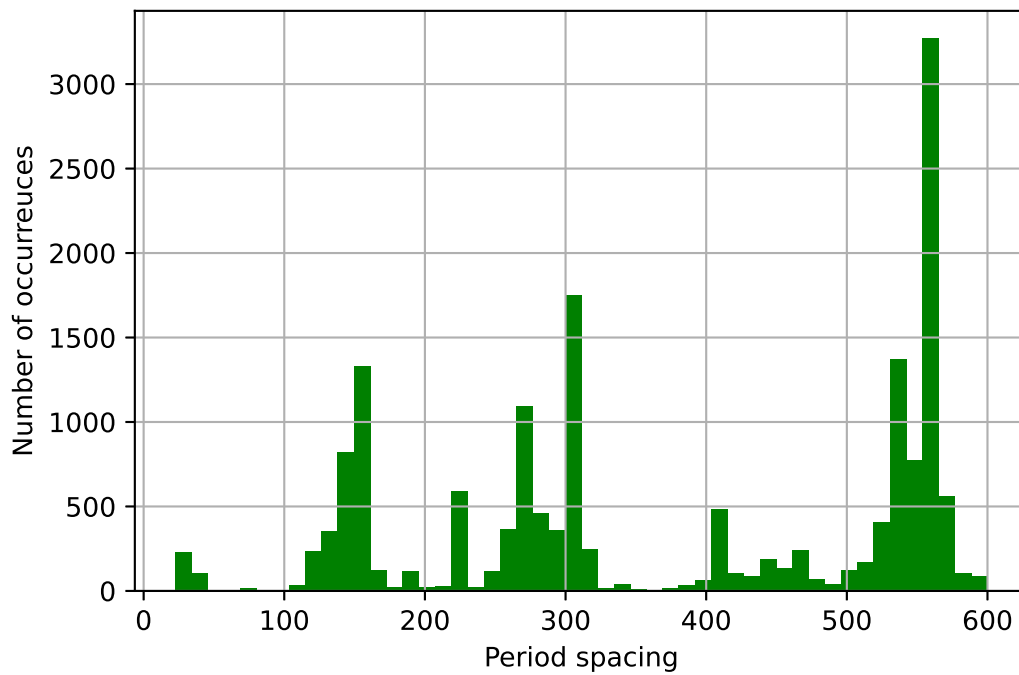
Rysunek 3: Okno spektralne nałożone na mod pulsacyjny o częstotliwości 23.69969 [c/d]. Poza główną częstotliwością widoczne są jeszcze słabe sygnały multipletu po dwa z każdej strony częstotliwości 23.69969 [c/d] (tj. 23.691763 oraz po drugiej stronie pików centralnego 23.707615). Tym samym mod można zidentyfikować jako $l = 1$, gdzie kolor czerwony to widmo amplitudowe danych, kolor czarny to wygenerowane widmo amplitudowe sinusoidy, natomiast kolor niebieski to poziom detekcji widma amplitudowego.



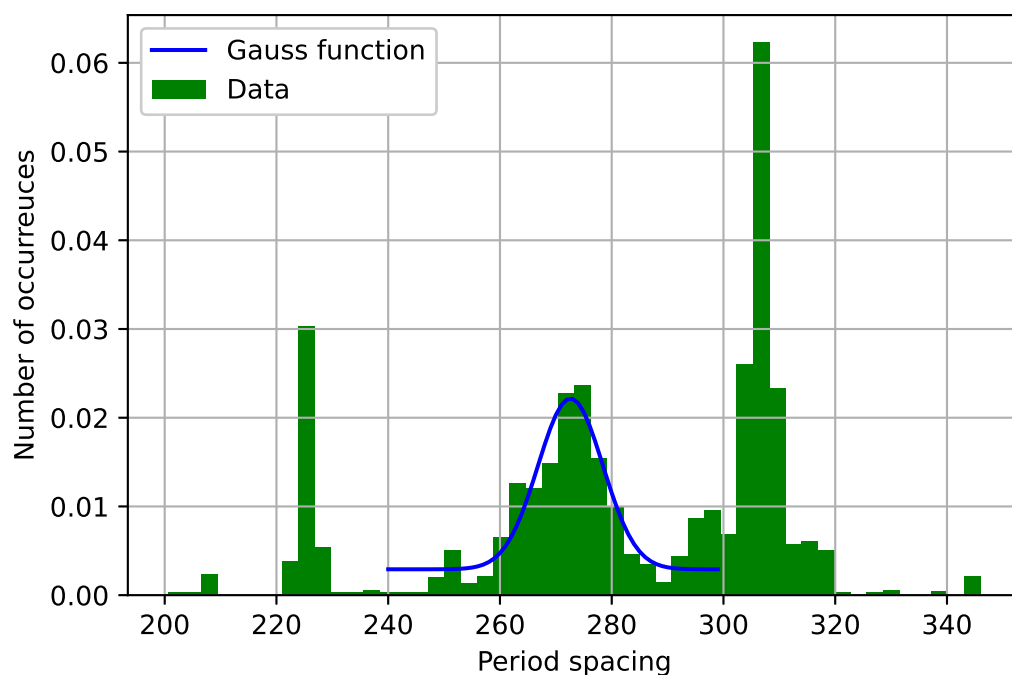
Rysunek 4: Przekonwertowane (patrz rodz. 2.4) widmo transformaty Fouriera wraz z naniesionymi sygnałami.



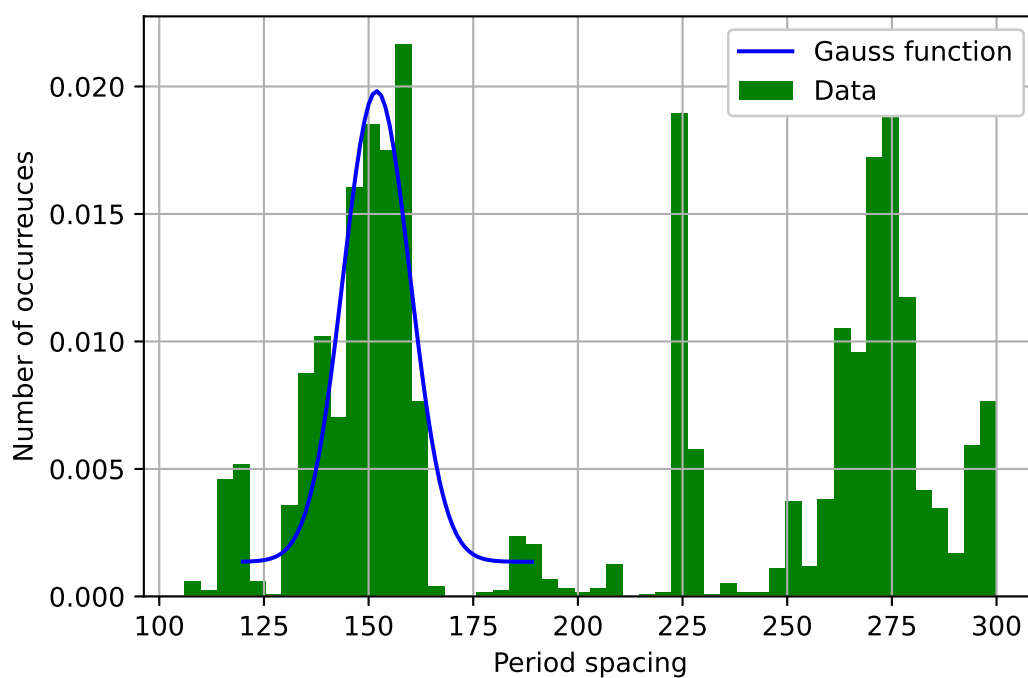
Rysunek 5: Przekonwertowane widmo amplitudowe wraz z naniesionymi modami sygnałów.



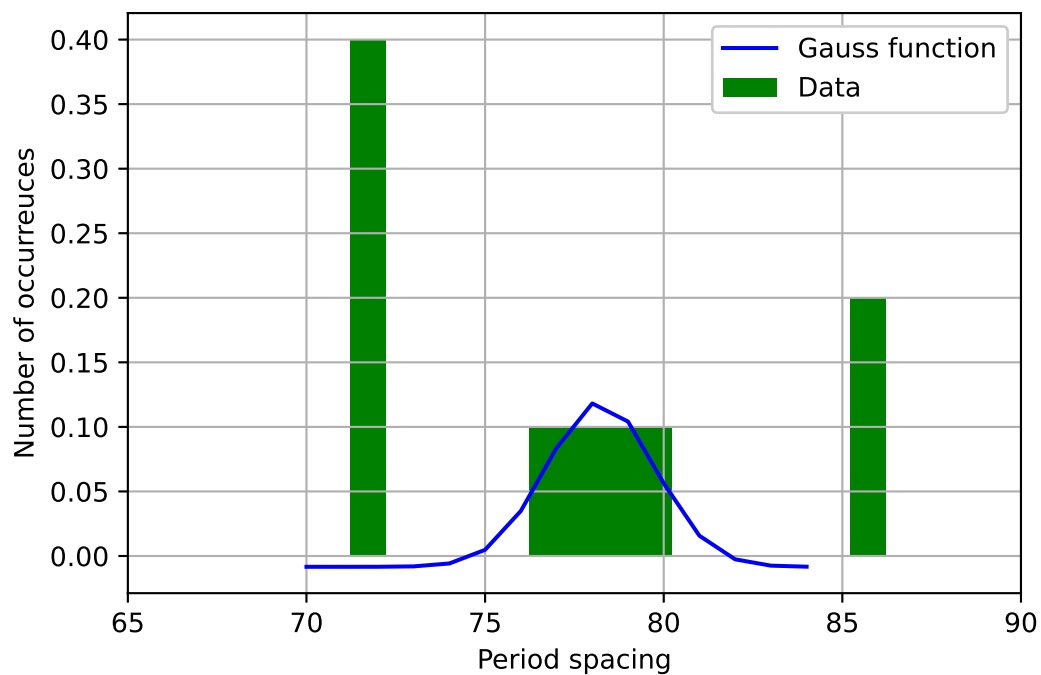
Rysunek 6: Histogram przedstawiający rozkład odległości dla danych, gdzie szerokość słupków to 12 sekund.



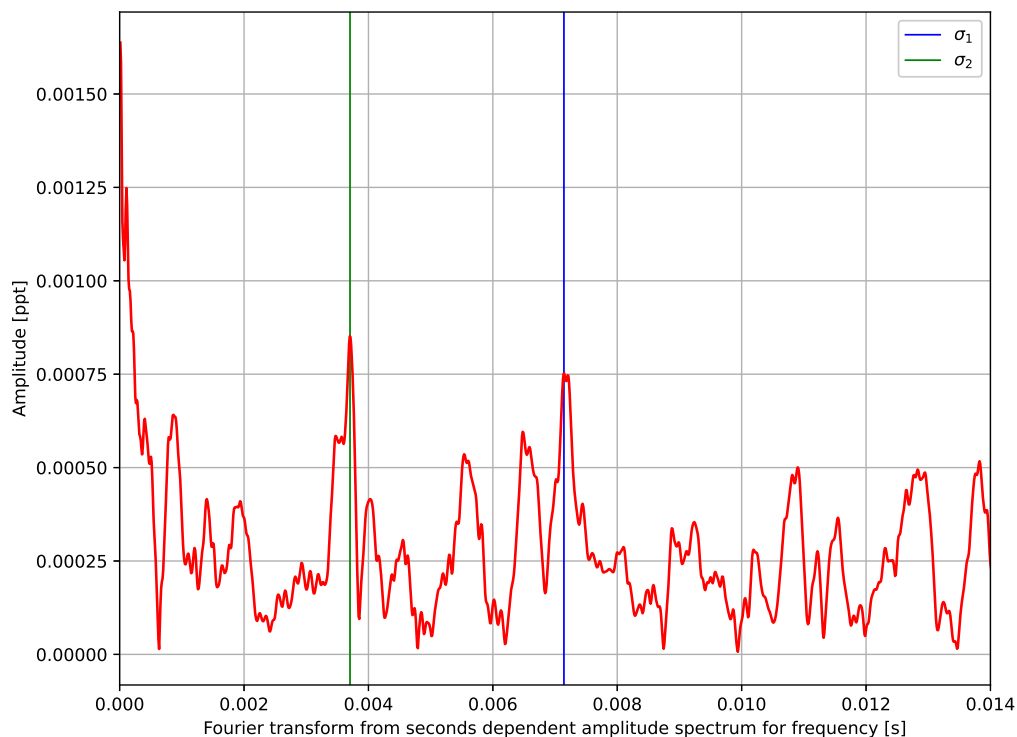
Rysunek 7: Histogram przedstawiający rozkład odległości dla $l = 1$ wraz z dopasowaną funkcją Gaussa w zakresie 240 do 300 sekund, gdzie szerokość słupków to 3 sekundy.



Rysunek 8: Histogram przedstawiający rozkład odległości dla $l = 2$ wraz z dopasowaną funkcją Gaussa w zakresie od 120 do 190 sekund, gdzie szerokość słupków to 4 sekundy.



Rysunek 9: Histogram przedstawiający liczbę rozkład odległości dla $l = 3$ wraz z dopasowaną funkcją Gaussa w zakresie od 70 do 85 sekund, gdzie szerokość słupków to 3 sekundy.



Rysunek 10: Transformata fouriera potwierdzająca wyznaczenie Π wraz z zaznaczonymi maksimami histogramów σ_1 , σ_2 dla poszczególnych zidentyfikowanych sygnałów.

Index	Częstotliwość [s]	Okres [s]	Amplituda [ppt]	Liczby l oraz m	Liczba n
0	11.687871	7392.278726	0.069794	2, -2	0
1	11.691179	7390.186903	0.084929	2, -1	
2	11.692334	7389.456944	0.089297	2, 0	
3	11.69395	7388.43609	0.061972	2, +1	
4	11.696643	7386.734885	0.051378	2, +2	1
5	11.697566	7386.151938	0.042368	2	
6	11.703568	7382.363789	0.045161	2	
7	12.139242	7117.412997	0.041216	2	3
8	12.141089	7116.330081	0.185183	2	4
9	12.143244	7115.067563	0.052738	2	5
10	12.145706	7113.625072	0.072152	2	6
11	12.616083	6848.401281	0.062762	2	7
12	12.620316	6846.104573	0.045573	2	8
13	12.621316	6845.561927	0.050248	2	9
14	12.623162	6844.56067	0.089982	2	10
15	12.624085	6844.060148	0.062989	2	11
16	12.62524	6843.434085	0.046195	2	12
17	12.626086	6842.975595	0.044561	2	13
18	13.134321	6578.185398	0.064605	2	14
19	13.136322	6577.183466	0.074395	2	15
20	13.138092	6576.29736	0.104344	2	16
21	13.141478	6574.603158	0.046138	2	17
22	13.655638	6327.057121	0.043131	3	18
23	13.656946	6326.45094	0.07842	3	
24	13.658408	6325.773764	0.174031	3	
25	14.255286	6060.909523	0.052377	2	
26	14.287989	6047.037274	0.091084	2	20
27	14.290066	6046.158317	0.103591	2, -2	
28	14.921724	5790.215537	0.123525	2, -1	
29	14.923109	5789.678257	0.344852	2, 0	
30	14.924495	5789.140705	0.100397	2, +1	21
31	16.334549	5289.402252	0.076301	2, +2	
32	16.339859	5287.683324	0.056953	2	
33	16.341013	5287.309928	0.051016	2	
34	16.342012	5286.986562	0.042326	2	23
35	16.344091	5286.314043	0.041033	2	30
36	17.187584	5026.884547	0.055428	2	
37	17.195433	5024.590059	0.065719	2	
38	17.196972	5024.140328	0.048017	2	
39	17.19828	5023.758093	0.038583	2	31
40	17.199356	5023.443878	0.074763	2	
41	17.200357	5023.151426	0.116555	2, -2	
42	17.201973	5022.679678	0.244131	2, -1	
43	17.203358	5022.27539	0.660921	2, 0	32
44	17.204742	5021.87117	0.100748	2, +1	
45	17.205744	5021.578901	0.083403	2, +2	
46	17.206591	5021.331753	0.112716	2	
47	17.208975	5020.636081	0.045892	2	33
48	17.209591	5020.456352	0.053044	2	34
49	17.211206	5019.985107	0.058084	2	35
50	17.212208	5019.693061	0.037217	2	36
51	17.218132	5017.965938	0.039706	2	0
52	17.685892	4885.249749	0.039499	1	
53	17.691587	4883.677072	0.04821	1	
54	17.693665	4883.103766	0.044769	1	
55	17.69582	4882.509018	0.05444	1	37
56	17.697973	4881.914939	0.076211	1	
57	17.699358	4881.532994	0.053501	1	
58	17.701668	4880.896028	0.065924	1	
59	17.703821	4880.302344	0.046614	1	37
60	18.183971	4751.437299	0.047834	2	

Index	Częstotliwość [s]	Okres [s]	Amplituda [ppt]	Liczby l oraz m	Liczba n
61	18.185587	4751.015204	0.040378	2	38
62	18.187281	4750.572758	0.065038	2, -2	
63	18.195129	4748.523528	0.069324	2, -1	
64	18.203054	4746.456169	0.672171	2 0	39
65	18.210979	4744.390613	0.067572	2, +1	
66	18.217905	4742.587021	0.052674	2, +2	
67	18.218828	4742.346711	0.043955	2	
68	18.246452	4735.167058	0.04267	1	8
69	20.232609	4270.334135	0.074524	1	
70	21.007235	4112.868817	0.040064	1	
71	21.008467	4112.627597	0.044996	1	
72	21.841496	3955.773082	0.117993	1	12
73	22.045019	3919.252663	0.043751	2	41
74	22.046482	3918.992592	0.201251	2	42
75	22.705687	3805.214158	0.048795	1	13
76	22.712612	3804.053864	0.040971	1	14
77	22.713535	3803.899253	0.048534	1	15
78	22.717461	3803.241982	0.039939	1	16
79	22.718384	3803.087438	0.087243	1, -1	
80	22.721462	3802.572169	0.509853	1, 0	17
81	22.724077	3802.134589	0.116377	1, +1	
82	23.616278	3658.493567	0.071092	1	
83	23.647057	3653.73169	0.046596	1	19
84	23.670372	3650.132747	0.043553	2	43
85	23.671988	3649.883639	0.045096	2	44
86	23.678913	3648.816124	0.046307	1	20
87	23.682299	3648.294502	0.052955	1	21
88	23.683069	3648.175799	0.048491	1	22
89	23.683992	3648.033599	0.061885	1	23
90	23.684839	3647.903162	0.061257	1	24
91	23.687763	3647.452874	0.042415	1	25
92	23.688686	3647.310731	0.040786	1	26
93	23.689301	3647.216171	0.062787	1	27
94	23.690918	3646.967167	0.064309	1	28
95	23.691763	3646.837101	0.087831	1, -1	
96	23.69969	3645.617326	0.996922	1, 0	29
97	23.707615	3644.398661	0.08374	1, +1	
98	23.708538	3644.256756	0.05529	1	30
99	23.709307	3644.138609	0.04838	1	31
100	23.710077	3644.020175	0.06274	1	32
101	23.711	3643.878301	0.047859	1	33
102	23.712231	3643.689249	0.049148	1	34
103	23.713078	3643.559121	0.043619	1	35
104	23.71454	3643.334353	0.061614	1	
105	23.715464	3643.192531	0.087175	1	
106	23.724773	3641.762916	0.044907	1	
107	23.729082	3641.101649	0.050071	1	
108	23.877359	3618.490579	0.048206	1	
109	24.706541	3497.049619	0.05248	1, -1	
110	24.710619	3496.472513	0.152824	1, 0	41
111	24.714005	3495.993534	0.048611	1, +1	
112	25.793957	3349.621805	0.047351	2	
113	25.802498	3348.513019	0.038077	2	46
114	25.804806	3348.213538	0.228419	2	47
115	26.95878	3204.892769	0.047304	1	
116	26.966476	3203.978102	0.04159	1	
117	31.044746	2783.079587	0.044616	2, -2	
118	31.070061	2780.812073	0.054514	2, -1	
119	31.073139	2780.536574	0.089261	2, 0	48
120	31.073986	2780.460796	0.06578	2, +1	

Index	Częstotliwość [s]	Okres [s]	Amplituda [ppt]	Liczby l oraz m	Liczba n
121	31.075064	2780.364372	0.073978	2, +2	
122	31.076372	2780.247308	0.493493	2	
123	31.077757	2780.123428	0.103449	2	
124	31.078833	2780.027198	0.057261	2	
125	31.079603	2779.958272	0.059969	2	
126	31.08045	2779.882525	0.069354	2	
127	31.081911	2779.751855	0.041901	2	
128	31.084297	2779.538476	0.060012	2	
129	31.092222	2778.830005	0.047492	2	
130	34.404331	2511.311715	0.038026	2	
					57