第六章 数据表示与运算
习题与解答

- **6.1 将十进制数127.125和25/32转换成二进制数，然后再转换成八进制和十六进制数。**
- **解：此题可采用简便方法转换如下：**

$$127.125=128-1+0.125=2^{7}-1+2^{-3}=(\underbrace{1111111}_{7\text{位}}.\underbrace{001}_{3\text{位}})_2$$

$$=(001，111，111.001)_2=(177.1)_8$$

以小数点为起点，向左、向右三位一组分组，然后用八进制缩写。

$$=(0111，1111.0010)_2=(7F.2)_{16}$$

以小数点为起点，向左、向右四位一组分组，小数末位补零凑足四位，然后用十六进制缩写。

- $25/32 = 25\times2^{-5} = (11001\times0.\underbrace{00001}_{\text{5位}})_2 = (0.\underbrace{11001}_{\text{5位}})_2$

  $=(0\ .110,\ 010)_2 = (0.62)_8$ —— 转换方法同上。

  $=(0\ .1100,\ 1000)_2 = (0.C8)_{16}$ —— 转换方法同上。

- **评注：数制转换的基本方法已在前导课程《数字逻辑》中进行过充分讨论，在《组成》中要求熟练应用，因此，方法上就应更灵活、简便、快速，技巧性更高，更具变通性。这类方法基本建立在数的按权展开多项式的基础上。**

- 6.2 把下列各数转换为十进制数。

  (1) $(101.100\ 11)_2$；(2) $(1\ 101\ 000\ 110.101\ 01)_2$

  (3) $(1702.32)_8$；(4) $(247.63)_8$

  (5) $(F5B.48)_{16}$；(6) $(AD.4)_{16}$

- 解：

  (1) **5.59375；** (2) **838.65625**

  (3) **962.40625；** (4) **167.796875**

  (5) **3931.28125；** (6) **173.25**

- 6.3 设某十进制数S， 在八进制中写成 $S=\sum_{i=0}^{m} L_i\times 8^i$，
  在二进制中写成 $S=\sum_{j=0}^{n} K_j\times 2^j$。若令： $n = 3m + 2$，
  试证： $(L_0)_8 = (K_2\ K_1\ K_0)_2$
  $(L_1)_8 = (K_5\ K_4\ K_3)_2$
  $\vdots$
  $(L_m)_8 = (K_n\ K_{n-1}\ K_{n-2})_2$

- 评注：此题从理论上推导了二、八进制间的转换关系，用同样方法可推导二、十六进制间的转换关系。

Computer Science Technology

- **证：思路：先将$(S)_2$按权展开，然后整理成位权为8的形式，既得$(S)_8$。**

$(S)_2 = K_n\times 2^n + K_{n-1}\times 2^{n-1} + \dots + K_j\times 2^j + \dots + K_2\times 2^2 + K_1\times 2^1 + K_0\times 2^0$

将$n = 3m+2$代入2的幂得：

$(S)_2 = K_n\times 2^{3m+2} + K_{n-1}\times 2^{3m+1} + K_{n-2}\times 2^{3m} + \dots + K_j\times 2^{3i+2} + K_{j-1}\times 2^{3i+1} +$
$K_{j-2}\times 2^{3i} + \dots + K_2\times 2^2 + K_1\times 2^1 + K_0\times 2^0$
$= (K_n\times 2^2 + K_{n-1}\times 2^1 + K_{n-2})\times 2^{3m} + \dots + (K_j\times 2^2 + K_{j-1}\times 2^1 + K_{j-2})\times 2^{3i}$
$+ \dots + (K_5\times 2^2 + K_4\times 2^1 + K_3)\times 2^{3\times 1} + (K_2\times 2^2 + K_1\times 2^1 + K_0)\times 2^{3\times 0}$
$= (K_nK_{n-1}K_{n-2})\times 8^m + \dots + (K_jK_{j-1}K_{j-2})\times 8^i + \dots + (K_5K_4K_3)\times 8^1$
$+ (K_2K_1K_0)\times 8^0 = (S)_8$

故 $(L_0)_8 = (K_2K_1K_0)_2$

$(L_1)_8 = (K_5K_4K_3)_2$

$\vdots$

$(L_m)_8 = (K_nK_{n-1}K_{n-2})_2$ 证毕。

第六章 6.4

- 6.4 用八位二进制数（含1位符号）表示下列各数的原码、反码、补码、移码。如果是小数，小数点在符号位之后；如果是整数，小数点在LSB之后。

  (1) -35/64；　(2) 23/128；　(3) -127；

  (4) 用小数表示-1；(5) 用整数表示-1

- 解：根据各种机器码与真值关系的远近程度，可按下述顺序及简易规则进行转换：

数制转换　符号代码化　正数不变 负数按位变反　正数不变 负数反码末位加1　补码符号位变反

十进制真值 → 二进制真值 → 原码 → 反码 → 补码 → 移码

- 各数的机器码表示列表如下：

	十进制真值	二进制真值	原 码	反 码	补 码	移 码
(1)	-35/64	-0.100 0110	1.100 0110	1.011 1001	1.011 1010	0.011 1010
(2)	23/128	0.001 0111	0.001 0111	0.001 0111	0.001 0111	1.001 0111
(3)	-127	-0111 1111	1 111 1111	1 000 0000	1 000 0001	0 000 0001
(4)	小数表示-1	-1.000 0000	无	无	1.000 0000	0.000 0000
(5)	整数表示-1	-0000 0001	1 000 0001	1 111 1110	1 111 1111	0 111 1111

- 6.5 对于模4补码，设 $[X]_补 = X_sX_0.X_1X_2……X_n$

  求证： $X = -2X_s + X_0 + \sum_{i=1}^{n} X_i \times 2^{-i}$ 。

- 证：据模4补码定义：$[X]_补 = \begin{cases} X & 2 > X \geq 0 \\ 4+X & 0 > X \geq -2 \end{cases} \pmod{4}$

  当 $2 > X \geq 0$ 时，$X_s = 0$，

  $X = [X]_补 = 0\ X_0.\ X_1X_2……X_n$ —— 位置表示法

  $= X_0 + \sum_{i=1}^{n} X_i \times 2^{-i} = -2X_s + X_0 + \sum_{i=1}^{n} X_i \times 2^{-i}$

  $\downarrow \qquad\qquad \downarrow$

  多项式表示法 → 配项

- 当$0 > X \geq -2$时，$X_s=1$，

$$[X]_{补}=1\,X_0.X_1X_2\ldots\ldots X_n = 2 + X_0 + \sum_{i=1}^{n} X_i \times 2^{-i} = 4 + X$$

则 $X=[X]_{补}-4 = -4+2+X_0+\sum_{i=1}^{n} X_i \times 2^{-i} = -2 + X_0 + \sum_{i=1}^{n} X_i \times 2^{-i}$

$$= -2X_s + X_0 + \sum_{i=1}^{n} X_i \times 2^{-i}$$

↓

配项

综上所述可知：无论X为正还是为负，均有：

$$X = -2X_s + X_0 + \sum_{i=1}^{n} X_i \times 2^{-i}$$

- 证毕。
- 评注：本题证明了真值与模4补码之间的转换公式，此类题基本上都是利用补码定义进行求证。

- 6.6 设X为整数，$[X]_{补}=1，X_1X_2X_3X_4X_5$，若要求 $X < -16$，试问 $X_1 \sim X_5$ 应取何值?

- 解：若要$X < -16$，需 $X_1=0$，$X_2 \sim X_5$ 任意。

- 注：负数绝对值大的反而小。

- 6.7 用除2取余法求： $(2019)_{10} = (\qquad\qquad)_2$?
  用乘2取整法求： $(0.543)_{10} = (\qquad\qquad)_2$?
  用减权定位法求： $(4091.629)_{10} = (\qquad\qquad)_2$?
  用按权相加法求： $(1010110101001.1101001)_2 = (\qquad)_{10}$?
  （注：十→二按0舍1入法取五位小数。）

- 解： $(2019)_{10} = (11\ 111\ 100\ 011)_2$;
  $(0.543)_{10} = (0.100\ 01)_2$;
  $(4091.629)_{10} = (111\ 111\ 111\ 011.101)_2$;
  $(1\ 010\ 110\ 101\ 001.110\ 100\ 1)_2 = (5535.8203125)_{10}$

6.8 已知数的补码表示，求数的原码与真值。

$[X_1]_{补} = 00011010 \quad [X_2]_{补} = 10011010 \quad [X_3]_{补} = 11110001$

解： 已知数的补码表示，数的原码与真值见下表：

补 码 $[X]_{补}$	原 码 $[X]_{原}$	真 值
0 001 1010	同补码	同补码
1 001 1010	1 110 0110	-110 0110
1 111 0001	1 000 1111	-000 1111

- 6.9 讨论若$[X]_{补}>[Y]_{补}$，是否有X>Y?

- 解:
- 若$[X]_{补}>[Y]_{补}$，不一定有X>Y。
- $[X]_{补} > [Y]_{补}$时 X > Y的结论只在 X > 0、Y > 0，及 X<0、Y<0时成立。
- 当X>0、 Y<0时，有X>Y，但由于负数补码的符号位为1，则$[X]_{补}<[Y]_{补}$。
- 同样，当X<0、 Y >0时，有X < Y，但$[X]_{补}>[Y]_{补}$。

第六章 6.10

- 6.10 设$[X]_{补} = a_0 .a_1a_2a_3a_4a_5a_6$，其中$a_i$取0或1，若要X>-0.5，求$a_0$，$a_1$，$a_2$，……，$a_6$的取值。

- 解：根据补码结构特点知：

  (1) a_0为符号位，因此可任取0或1；

  (2) 当a_0=0时，为正数，必有X > -0.5，因此$a_1 \sim a_6$可任取0或1；

  (3) 当a_0=1时，为负数，必须有：a_1=1，$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1$

  （即 $a_2 \sim a_6$不全为0），才满足X > -0.5的条件。

- 评注：当X为负数，且X > -0.5时，其绝对值小于0.5，则据定义必有$[X]_{补} > (1.5)_{10}$。作此题需注意：

  ① 负数的绝对值越小，补码值越大；

  ② 临界值0.5不在题意要求的范围内，条件$a_2 \sim a_6$不全为0就是为此而设。

第六章 6.11

- 6.11 已知$X=0.a_1a_2a_3a_4a_5a_6$（a_i为0或1），讨论下列几种情况时a_i各取何值。
  （1）$X > 1/2$；（2）$X \geq 1/8$；（3）$1/4 \geq X > 1/16$

- 解：

（1）若要$X > 1/2$，只要$a_1=1$，$a_2 \sim a_6$不全为0即可

（a_2 or a_3 or a_4 or a_5 or $a_6 = 1$）；

（2）若要$X \geq 1/8$，只要$a_1 \sim a_3$不全为0即可

（a_1 or a_2 or $a_3 =1$），$a_4 \sim a_6$可任取0或1；

（3）若要$1/4 \geq X > 1/16$，只要$a_1=0$，a_2可任取0或1；

当$a_2=0$时，若$a_3=0$，则必须$a_4=1$，且a_5、a_6不全为0

（a_5 or $a_6=1$）；

若$a_3=1$，则$a_4 \sim a_6$可任取0或1；

当$a_2=1$时，$a_3 \sim a_6$可任取0或1。

- 6.12 当十六进制数9AH，80H和FFH分别表示原码、补码、反码、移码和无符号数时，对应的十进制真值各为多少（设机器数采用一位符号位）？

- 解：真值和机器数的对应关系如下：

十六进制	真值	无符号数	原码	补码	反码	移码
9AH	二进制 十进制	1001 1010 154	-001 1010 -26	-110 0110 -102	-110 0101 -101	001 1010 26
80H	二进制 十进制	1000 0000 128	- 000 0000 - 0	-1000 0000 -128	-111 1111 -127	000 0000 0
FFH	二进制 十进制	1111 1111 255	-111 1111 -127	-000 0001 -1	-000 0000 -0	111 1111 127

- 注意：9AH、80H、FFH为机器数，本身含符号位。

- 6.13 设机器数字长为16位，写出下列各种情况下它能表示的数的范围。机器数采用一位符号位，答案均用十进制2的幂形式表示。

  （1）无符号整数；

  （2）原码表示的定点小数；

  （3）补码表示的定点小数；

  （4）原码表示的定点整数；

  （5）补码表示的定点整数。

第六章 6.13

- 解：各种表示方法的数据范围如下：

  （1）无符号整数：$0\sim 2^{16}-1$，即：$0\sim 65535$；

  （2）原码定点小数：$-(1-2^{-15})\sim 1-2^{-15}$

  （3）补码定点小数：$-1\sim 1-2^{-15}$

  （4）原码定点整数：$-(2^{15}-1)\sim 2^{15}-1$

  即：$-32767\sim 32767$；

  （5）补码定点整数：$-2^{15}\sim 2^{15}-1$

  即：$-32768\sim 32767$；

注意：

1）应写出可表示范围的**上下限**精确值（用≥或≤，不要用>或<）；

2）不要用十进制小数表示，不直观不精确且无意义；

3）原码正、负域**对称**，补码正、负域**不对称**。

- 6.14 设机器字长为8位（含一位符号位），分整数和小数两种情况讨论真值X为何值时，$[X]_{补}= [X]_{原}$成立。

- 解：当X为小数时，若$X \geq 0$，则据定义有

  $[X]_{补}=[X]_{原}$成立；

  若$X < 0$，则当$X= -1/2$时，

  $[X]_{补}=[X]_{原}$成立。

  当X为整数时，若$X \geq 0$，则

  $[X]_{补}=[X]_{原}$成立；

  若$X < 0$，则当$X= -64$时，

  $[X]_{补}=[X]_{原}$成立。

- 6.15 用以下形式表示十进制数5862。
  (1) 二进制数；(2) 8421码；(3) 余3码；(4) 2421码。

- 解:
  (1) $(5862)_{10}=(1\ 0110\ 1110\ 0110)_2=16E6H$
  (2) $(5862)_{10}=(0101\ 1000\ 0110\ 0010)_{8421}=5862H$
  (3) $(5862)_{10}=(1000\ 1011\ 1001\ 0101)_{E3}=8B95H$
  (4) $(5862)_{10}=(1011\ 1110\ 1100\ 0010)_{2421}=BEC2H$

- 6.16 用前分隔数字串表示法、后嵌入数字串表示法和压缩的十进制数串表示法表示下列十进制数，设存储器按字节编址。

  +1980；　-76543；　+254；　-1992

- 解：

(1) 前分隔数字串表示：（ASCII码用十六进制表示，下同）

+1980：

2Bh	31h	39h	38h	30h

-76543：

2Dh	37h	36h	35h	34h	33h

+254：

2Bh	32h	35h	34h

-1992：

2Dh	31h	39h	39h	32h

(2) 后嵌入数字串表示：

+1980：	31h	39h	38h	30h	
-76543：	37h	36h	35h	34h	73h
+254：	32h	35h	34h		
-1992：	31h	39h	39h	72h	

(3) 压缩十进制数串表示：

+1980：	0	1	9	8	0	Ch
-76543：	7	6	5	4	3	Dh
+254：	2	5	4	Ch		
-1992：	0	1	9	9	2	Dh

□6.17 用十六进制写出大写字母“F”、小写字母“a”和星号“*”的ASCII码。当最高位用作偶校验位时，写出它们的ASCII机内码字节。

解：通过查ASCII编码表（表2B-1），可得

- 大写字母“F”的ASCII码为46H，当最高位用作偶校验位时，其ASCII机内码字节最高位为“1”，46H+80H=C6H
- 同样，小写字母“a” 的ASCII码为61H，机内码E1H
- 符号“*”的ASCII码为2AH，机内码为AAH

第六章 6.18

- 6.18 汉字“大”和“小”的国标区位码分别为2083和4801，要求
- (1) 分别写出这两个字对应的国标码；
- (2) 若采用汉字两个字节的最高位均设为“1”的机内表示方案，分别写出这两个字的机内码形式。
- 解：
- (1) 在已知区位码的情况下，只要将区码和位码分别转换成十六进制表示，然后再分别加上20H即可得到国标码。
- 2083→（1453H +2020H）=3473H
- 4801→（3001H+2020H）=5021H
- 则“大”字的国标码为3473H，“小”字的国标码为5021H。
- (2) 当采用汉字两个字节的最高位均设为“1”的机内表示方案时，只要将国标码的两个字节分别加上80H即可得其机内码。
- 3473H+8080H =B4F3H；5021H+8080H =D0A1H
- 则“大”字的机内码为B4F3H，“小”字的机内码为D0A1H。

- 6.19 用向量表示法，在32位字长的存储器中，用ASCII码分别按左→右（大端方式）和右→左（小端方式）的顺序表示下列字符串：

  (1) WHAT IS THIS?

  (2) THIS IS A DISK。

- 解：(1) 左→右：

31 0

W	H	A	T
	I	S	
T	H	I	S
?			

右→左：

31 0

T	A	H	W
	S	I	
S	I	H	T
			?

(2) 方法同上。

- 6.20 如果采用偶校验，并将校验位安排在最高位，下列数据的校验码是什么？采用奇校验呢？

  (1) 010 1010　　(2) 001 1011

  (3) 111 0001　　(4) 100 1110

- 解：对应的校验位设置见下表：

	奇校验位	偶校验位	数　据
(1)	0	1	0 101 010
(2)	1	0	0 011 011
(3)	1	0	1 110 001
(4)	1	0	1 001 110

第六章 6.21

- 6.21 设有16个信息位，如果采用海明校验，要求能分别指示无错、一位错和二位错，并纠正一位错，至少需要设置多少个校验位？应放在哪些位置上？

- 解：设信息位数为n，校验位数为k，则据式：$2^{k-1} \geq n+k+1$
可知，纠一检二码至少需要设置6个校验位，应放在位序为1，2，4，8，16，22的位置上。设海明码用H表示，信息位用B表示，校验位用P表示，则校验位安排情况如下：

$$H_{22}H_{21}H_{20}H_{19}H_{18}H_{17}H_{16}H_{15}H_{14}H_{13}H_{12}H_{11}H_{10}H_{9}H_{8}H_{7}H_{6}H_{5}H_{4}H_{3}H_{2}H_{1}$$
$$= P_6\ B_{16}\ B_{15}\ B_{14}\ B_{13}\ B_{12}\ P_5\ B_{11}\ B_{10}\ B_9\ B_8\ B_7\ B_6\ B_5\ P_4\ B_4 B_3\ B_2\ P_3\ B_1\ P_2\ P_1$$

第六章 6.22

❒ 6.22 设（7，4）码的生成多项式为G（X）= X^3+X+1，写出代码1011和0101的循环冗余校验码。

解： 编码过程如下：

$M(X)_1=1011$， $M(X)_2=0101$， $n=4$

$G(X)=X^3+X+1=1011$，$k+1=4$，$k=3$

$M(X)_1 \cdot X^3=1011\ 000$， $M(X)_2 \cdot X^3=0101\ 000$

$M(X)_1 \cdot X^3/G(X)=1011\ 000/1011=1000+000/1011$

$R(X)_1=000$

$M(X)_1 \cdot X^3+R(X)=1011\ 000+000=1011\ 000=$CRC码

$M(X)_2 \cdot X^3/G(X)=0101\ 000/1011=0100+100/1011$

$R(X)_2=100$

$M(X)_2 \cdot X^3+R(X)=0101\ 000+100=0101\ 100=$CRC码

由于码制和生成多项式均与教材上的例题相同，故此（7，4）码的出错模式同教材P_{257}表6-8。

第六章 6.23

- 6.23 已知接收到的8421海明码（按偶校验配置）为110 1100，1 00 0100，010 1101，001 1010，检查上述代码是否出错？第几位出错？ 若出错请写出正确代码（不考虑双错及多错情况）。

- 解：设8421码为$B_4B_3B_2B_1$，校验位为$P_3P_2P_1$，海明码排列为$B_4B_3B_2P_3B_1P_2P_1$，则检查结果及纠正情况如下表：

接收代码	出错情况	出错位序	正确代码
110 1100	有	B_3	100 1100
100 0100	有	P_3	100 1100
010 1101	无		
001 1010	有	B_1	001 1110

- 6.24 有两位8421BCD码编码的十进制整数置于寄存器A中，可以通过一个加法器网络将其直接转换成二进制整数。试用半加器、全加器电路画出该加法器网络。
- 解：算法分析：

设两位8421码 $A = A_1A_2 = a_8\ a_7\ a_6\ a_5\ a_4\ a_3\ a_2\ a_1$

二进制数 $B = b_7\ b_6\ b_5\ b_4\ b_3\ b_2\ b_1$

则 $B = A_1 \times 1010 + A_2 = A_1 \times 1000 + A_1 \times 10 + A_2$

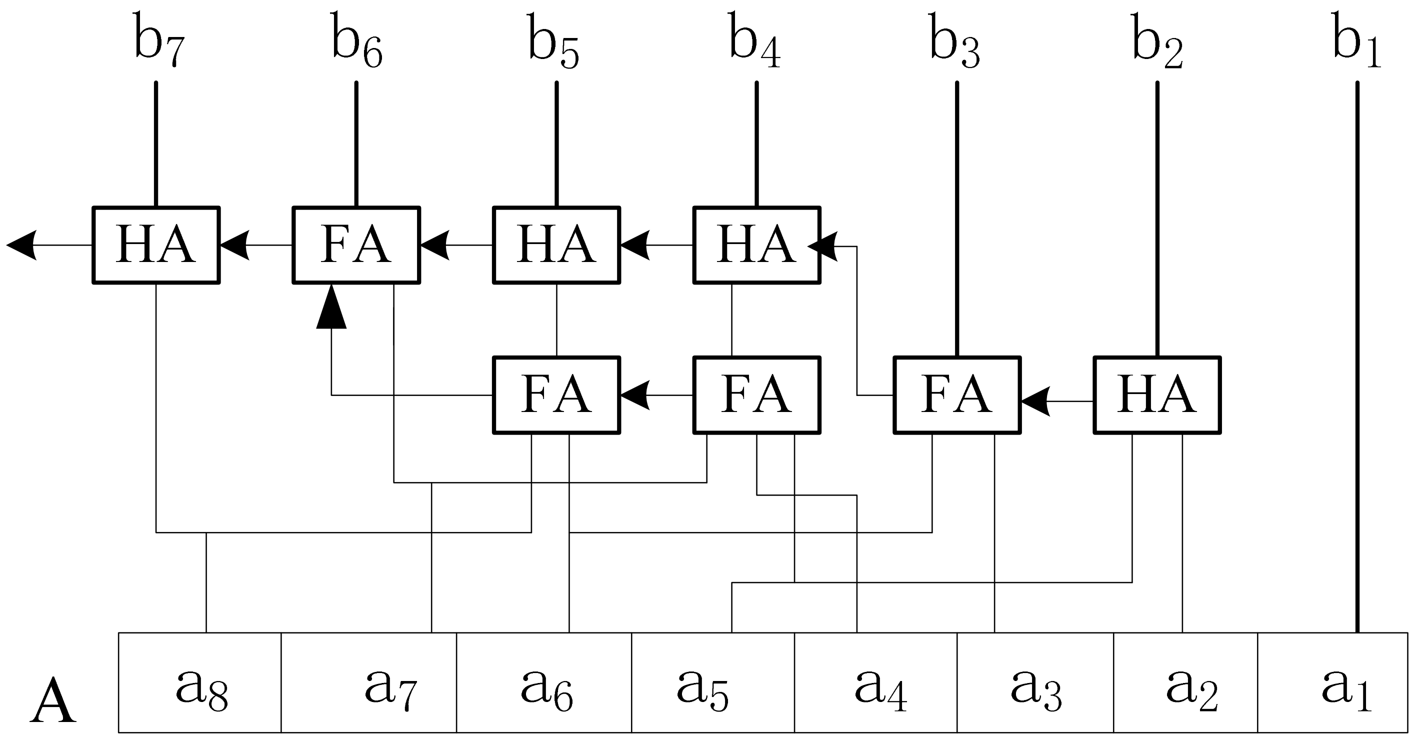
$= a_8a_7a_6a_5000 + a_8a_7a_6a_50 + a_4a_3a_2a_1$

- 为了更加清楚起见，进一步用竖式表示相加关系如下：

$$
\begin{array}{rccccccc}
 & a_8 & a_7 & a_6 & a_5 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & a_8 & a_7 & a_6 & a_5 & 0 \\
+ & 0 & 0 & 0 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\
\hline
 & b_7 & b_6 & b_5 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1
\end{array}
$$

- 该竖式对应的加法网络电路图如下页。

两位8421码—二进制整数转换加法网络电路图



- 6.25 设机器数字长为8位（含1位符号位），对下列各机器数算术左移一位、两位，算术右移一位、两位，并讨论结果是否正确。

  $[x_1]_{原}=0.001\ 1010$； $[x_2]_{原}=1.110\ 1000$； $[x_3]_{原}=1.001\ 1001$

  $[y_1]_{补}=0.101\ 0100$； $[y_2]_{补}=1.110\ 1000$； $[y_3]_{补}=1.001\ 1001$

  $[z_1]_{反}=1.010\ 1111$； $[z_2]_{反}=1.110\ 1000$； $[z_3]_{反}=1.001\ 1001$

- 解：算术左移一位：

  $[x_1]_{原}$=0. 011 0100；正确
  $[y_1]_{补}$=0. 010 1000；溢出（丢1）出错
  $[z_1]_{反}$=1. 101 1111；溢出（丢0）出错

  算术左移两位：

  $[x_1]_{原}$=0. 110 1000；正确
  $[y_1]_{补}$=0. 101 0000；溢出（丢10）出错
  $[z_1]_{反}$=1. 011 1111；溢出（丢01）出错

  算术右移一位：

  $[x_1]_{原}$=0. 000 1101；正确
  $[y_1]_{补}$=0. 010 1010；正确
  $[z_1]_{反}$=1. 101 0111；正确

  算术右移两位：

  $[x_1]_{原}$=0.000 0110（10）；产生误差
  $[y_1]_{补}$=0.001 0101；正确
  $[z_1]_{反}$=1.110 1011；正确

第六章 6.25

- 解：算术左移一位：

  $[x_2]_{原}$=1. 101 0000；溢出（丢1）出错

  $[y_2]_{补}$=1. 101 0000；正确

  $[z_2]_{反}$=1. 101 0001；正确

  算术左移两位：

  $[x_2]_{原}$=1. 010 0000；溢出（丢11）出错

  $[y_2]_{补}$=1. 010 0000；正确

  $[z_2]_{反}$=1. 010 0011；正确

  算术右移一位：

  $[x_2]_{原}$=1.011 0100；正确

  $[y_2]_{补}$=1.111 0100；正确

  $[z_2]_{反}$=1.111 0100(0)；产生误差

  算术右移两位：

  $[x_2]_{原}$=1.001 1010；正确

  $[y_2]_{补}$=1.111 1010；正确

  $[z_2]_{反}$=1.111 1010(00)；产生误差

第六章 6.25

❒ 解：算术左移一位：

$[x_3]_{原}$=1. 011 0010；正确

$[y_3]_{补}$=1. 011 0010；溢出（丢0）出错

$[z_3]_{反}$=1. 011 0011；溢出（丢0）出错

算术左移两位：

$[x_3]_{原}$=1. 110 0100；正确

$[y_3]_{补}$=1. 110 0100；溢出（丢00）出错

$[z_3]_{反}$=1. 110 0111；溢出（丢00）出错

算术右移一位：

$[x_3]_{原}$=1. 000 1100（1）；产生误差

$[y_3]_{补}$=1. 100 1100（1）；产生误差

$[z_3]_{反}$=1. 100 1100；正确

算术右移两位：

$[x_3]_{原}$=1. 000 0110（01）；产生误差

$[y_3]_{补}$=1. 110 0110（01）；产生误差

$[z_3]_{反}$=1. 110 0110（01）；产生误差

- 6.26 设带符号数$[Y]_{原}=[Y]_{反}=[Y]_{补}=1$，011 0010，分别对这个8位字长的机器数进行算术左移一位、二位，算术右移一位、二位，逻辑左移一位、二位，逻辑右移一位、二位的操作，比较两种移位运算的区别，并分析结果的真值变化、误差及溢出情况。

- 解：机器数移位结果如下：

  注：表中“误差*”表示误差的绝对值。

$[Y]_原$=1，011 0010移位结果及分析

移位操作	溢出值	符号位	$[Y]_原$	丢掉值	十进制真值	结果分析
移位前		1	011 0010		−50	
逻辑右移1位		0	101 1001	0	+89	符号位移入MSB位引起错误，符号位破坏
算术右移1位		1	001 1001	0	−25	无误差，正确
逻辑右移2位		0	010 1100	10	+44	符号位移入数值位出错符号位破坏
算术右移2位		1	000 1100	10	−12	误差*=1/2，基本正确
逻辑左移1位	0	0	110 0100		+100	溢出出错，符号位破坏
算术左移1位	0	1	110 0100		−100	无溢出，正确
逻辑左移2位	1	1	100 1000		−72	溢出出错，正确值=-200
算术左移2位	1	1	100 1000		−72	溢出出错，正确值=-200

[Y]反=1，011 0010移位结果及分析

移位操作	溢出值	符号位	$[Y]_{反}$	丢掉值	十进制真值	结果分析
移位前		1	011 0010		-77	
逻辑右移1位		0	101 1001	0	+89	符号位移入MSB位引起错误，符号位破坏
算术右移1位		1	101 1001	0	-38	误差*=1/2，基本正确
逻辑右移2位		0	010 1100	10	+44	符号位移入数值位出错符号位破坏
算术右移2位		1	110 1100	10	-19	无误差，正确
逻辑左移1位	0	0	110 0100		+100	溢出出错，符号位破坏
算术左移1位	0	1	110 0100		-27	溢出出错，正确值=-155
逻辑左移2位	01	1	100 1000		-55	溢出出错，正确值=-311
算术左移2位	01	1	100 1000		-55	溢出出错，正确值=-311

$[Y]_{补}$=1，011 0010移位结果及分析

移位操作	溢出值	符号位	$[Y]_{补}$	丢掉值	十进制真值	结果分析
移位前		1	011 0010		-78	
逻辑右移1位		0	101 1001	0	+89	符号位移入MSB位引起错误，符号位破坏
算术右移1位		1	101 1001	0	-39	无误差，正确
逻辑右移2位		0	010 1100	10	+44	符号位移入数值位出错符号位破坏
算术右移2位		1	110 1100	10	-20	误差*=1/2，基本正确
逻辑左移1位	0	0	110 0100		+100	溢出出错，符号位破坏
算术左移1位	0	1	110 0100		-28	溢出出错，正确值=-156
逻辑左移2位	01	1	100 1000		-56	溢出出错，正确值=-312
算术左移2位	01	1	100 1000		-56	溢出出错，正确值=-312

- 6.27 设X_1=0.01 1100 0010，Y_1=-0.01 1100 0010；
  X_2=0.01 1100 1100，Y_2=-0.01 1100 1100；
  X_3=0.01 1100 0101；Y_3=-0.01 1100 0101
- 分别用原码和补码表示，如果只要求8位字长，请采用截断法、恒置1法和0舍1入法对每一个操作数进行舍入，并对舍入结果进行比较。

- 解：先将真值X_1~X_3、Y_1~Y_3表示成机器码形式，再进行舍入。为方便比较，舍入结果用表格列出。注意相同下标的X_i、Y_i互为相反数，LSB*则表示误差方向是相对于最低有效位LSB的绝对值而言，正误差使绝对值增大，负误差使绝对值缩小。

不同舍入方法的比较

舍入前（11位）	舍入后（8位）	丢掉位	结果真值	误差分析
$[X_1]_{原}=[X_1]_{补}=X_1$ =0.011 1000 010	截断=0舍1入 =0.011 1000 (舍) 恒置1=0.011 1001 (入)	010	0.011 1 0.011 1001	-1/4LSB* +3/4LSB*
$[Y_1]_{原}$=1.011 1000 010	截断=0舍1入 =1.011 1000 (舍) 恒置1=1.011 1001 (入)	010	-0.011 1 -0.011 1001	-1/4LSB* +3/4LSB*
$[Y_1]_{补}$=1.100 0111 110	截断=恒置1 =1.100 0111 (入) 0舍1入=1.1001000 (舍)	110	-0.011 1001 -0.011 1	+3/4LSB* -1/4LSB*
$[X_2]_{原}=[X_2]_{补}=X_2$ =0.011 1001 100	截断=恒置1 =0.011 1001 (舍) 0舍1入=0.011 1010 (入)	100	0.011 1001 0.011 101	-1/2LSB* +1/2LSB*
$[Y_2]_{原}$=1.011 1001 100	截断=恒置1 =1.011 1001 (舍) 0舍1入=1.011 1010 (入)	100	-0.011 1001 -0.011 101	-1/2LSB* +1/2LSB*
$[Y_2]_{补}$=1.100 0110 100	截断=0舍1入 =1.100 0110 (入) 恒置1=1. 100 0111 (舍)	100	-0.011 101 -0.011 1001	+1/2LSB* -1/2LSB*
$[X_3]_{原}=[X_3]_{补}=X_3$ =0.011 1000 101	截断=0.011 1000 (舍) 恒置1=0舍1入 =0.011 1001 (入)	101	0.011 1 0.011 1001	-5/8LSB* +3/8LSB*
$[Y_3]_{原}$=1.011 1000 101	截断=1.011 1000 (舍) 恒置1=0舍1入 =1.011 1001 (入)	101	-0.011 1 -0.011 1001	-5/8LSB* +3/8LSB*
$[Y_3]_{补}$=1.100 0111 011	截断=恒置1=0舍1入 =1. 100 0111 (入)	011	-0.011 1001	+3/8LSB*

- 6.28 设机器数字长为8位（含1位符号位），用补码加减运算规则计算下列各题，并指出是否溢出。

  （1）X = - 17/32，Y = 19/64，求X-Y；

  （2）X = - 21/32，Y = -67/128，求X+Y；

  （3）X = 97，Y = -54，求X-Y；

  （4）X = 118，Y = - 36，求X+Y。

第六章 6.28（1）

- 解:

（1） $X = -17/32 = (-0.100\ 0100)_2$

$Y = 19/64 = (0.010\ 0110)_2$

$[X]_{补} = 1.011\ 1100$

$[Y]_{补} = 0.010\ 0110$，$[-Y]_{补} = 1.101\ 1010$

$$
\begin{array}{r}
[X-Y]_{补} = 1.011\ \ 1100 \\
+\ 1.101\ \ 1010 \\
\hline
1.001\ \ 0110
\end{array}
$$

——无溢出

$X-Y = (-0.110\ 1010)_2 = -\ 53/64$

第六章 6.28 (2)

- 解:

(2) $X = -21/32 = (-0.101\ 0100)_2$

$Y = -67/128 = (-0.100\ 0011)_2$

$[X]_{补} = 1.010\ 1100$

$[Y]_{补} = 1.011\ 1101$

$$
\begin{array}{rr}
[X+Y]_{补} = & 1.\,0\,1\,0\ \ 1\,1\,0\,0 \\
+ & 1.\,0\,1\,1\ \ 1\,1\,0\,1 \\
\hline
 & 0.\,1\,1\,0\ \ 1\,0\,0\,1
\end{array}
$$

——溢出

$X+Y = (-1.001\ 0111)_2 = -\ 151/128$

Computer Science Technology

- 解:

(3) $X = 97 = (110\ 0001)_2$

$Y = -54 = (-11\ 0110)_2$

$[X]_{补} = 0,110\ 0001$

$[Y]_{补} = 1,100\ 1010$， $[-Y]_{补} = 0,011\ 0110$

$$
\begin{array}{rl}
[X-Y]_{补} = & 0,\ 1\,1\,0\quad 0\,0\,0\,1 \\
+ & 0,\ 0\,1\,1\quad 0\,1\,1\,0 \\
\hline
 & 1,\ 0\,0\,1\quad 0\,1\,1\,1
\end{array}
$$

—— 溢出

$X-Y = (+1001\ 0111)_2 = 151$

- 解:

(4) $X = 118 = (111\ 0110)_2$

$Y = -36 = (-10\ 0100)_2$

$[X]_{补} = 0,111\ 0110$

$[Y]_{补} = 1,101\ 1100$

$$
\begin{array}{rl}
[X+Y]_{补} = & 0,\ 111\ \ 0110 \\
+ & 1,\ 101\ \ 1100 \\
\hline
 & 0,\ 101\ \ 0010 \text{——无溢出}
\end{array}
$$

$X+Y = (+101\ 0010)_2 = 82$

- **注意:** ① 单符号位运算要用单符号位的判溢出方法;
  ② 结果的真值形式上要和原始数据一致。

第六章 6.29

- **6.29 分别用8421码加法和余3码加法求57+48=？316+258=？要求列出竖式计算过程。**

- 解：$(57)_{BCD}$ = 0101，0111；$(48)_{BCD}$ = 0100，1000
  $(57)_{E3}$ = 1000，1010；$(48)_{E3}$ = 0111，1011
  $(316)_{BCD}$ =0011，0001，0110；$(258)_{BCD}$ =0010，0101，1000
  $(316)_{E3}$ = 0110，0100，1001；$(258)_{E3}$ = 0101，1000，1011

- 为清楚起见，这里将各位BCD码之间用逗号隔开。
- 加法过程如下：

第六章 6.29

- 57+48的8421码加法过程：

```
       0101，0111 ——57
    +  0100，1000 —— 48
    ---------------
       1001，1111 ——低位无进位
    +        0110 —— +6修正
    ---------------
       1010，0101 —— 低位进到高位，高位无进位
  +    0110       —— 高位+6修正
  -----------------
  0001，0000，0101 —— 105
```

- 57+48的余3码加法过程：

```
        1000，1010  —— 57
      + 0111，1011  —— 48
      ------------
     1，0000，0101
 + 0011，0011，0011 —— 有进位+3（+0011），无进位-3（+1101）
 ------------------
   0100，0011，1000 —— 105
```

- **316+258的8421码加法过程：**

	0011，0001，0110	——316
+	0010，0101，1000	——258
	0101，0110，1110	——低位无进位
+	0110	—— +6修正
	0101，0111，0100	——574

- **316+258的余3码加法过程：**

	0110，0100，1001	—— 316
+	0101，1000，1011	—— +258
	1011，1101，0100	
+	1101，1101，0011	—— 有进位+3（+0011），无进位-3（+1101）
	1000，1010，0111	—— 574

第六章 6.30

- 6.30 假定在一个 8 位字长的计算机中，定点整数用单字长表示，其中带符号整数用补码表示（符号占1位）；浮点数用双字长表示，阶码为8位移码（包括1位符号位），尾数用8位原码（包括1位符号位）。运行如下类 C 程序段：

```
int  x1 = -124;
int  x2 = 116;
unsigned int  y1 = x1;
float  f1 = x1;
int  z1 = x1 + x2;
int  z2 = x1 - x2;
```

- 请问：
- （1）执行上述程序段后，所有变量的值在该计算机内的数据表示形式各是多少？所有变量的值对应的十进制形式各是多少？
- （2）在该计算机中，无符号整数、带符号整数和规格化浮点数的表示范围各是什么？（要求用十进制2的幂形式表示）
- （3）执行上述程序段后，哪些运算语句的执行结果发生了溢出？

第六章 6.30

- 解：
- （1）执行上述程序段后，变量
- x1值的十进制表示形式：-124
- x1值的机内表示形式： 1,000 0100
- x2值的十进制表示形式： 116
- x2值的机内表示形式： 0,111 0100
- y1 值的十进制表示形式：132
- y1 值的机内表示形式： 1000 0100
- f1 值的十进制表示形式： -124.0
- f1 值的机内表示形式：1,000 0111;1.111 1100
- z1值的十进制表示形式： -8
- z1值的机内表示形式：1,111 1000
- z2值的十进制表示形式： 16
- z2值的机内表示形式：0,001 0000

第六章 6.30

- （2）无符号整数表示范围：$0\sim2^8-1$
- 带符号整数表示范围：$-2^7\sim2^7-1$
- 规格化浮点数表示范围：

  $-(1-2^{-7})\times2^{127}\sim-2^{-1}\times2^{-128}$，$0$，$2^{-1}\times2^{-128}\sim(1-2^{-7})\times2^{127}$

- （3）执行上述程序段后，语句int z2 = x1-x2 的执行结果发生了溢出。

- 6.31 已知X和Y，用变形补码计算X±Y，同时指出结果是否溢出。

  (1) X=0.11011；Y=-0.10101

  (2) X=0.10111；Y=0.11011

  (3) X= -0.10110；Y = -0.00011

  (4) X=0.11011；Y = -0.11111

- 解：
- 首先将X、Y转换为变形补码（模4补码），然后计算，最后判溢出。

(1) $[X]_补= 00.11011$；$[Y]_补= 11.01011$；$[-Y]_补= 00.10101$

$[X+Y]_补= 00.11011+11.01011= 00.00110$

$0 \oplus 0=0$ —— 无溢出，$X+Y = 0.00110$

$[X-Y]_补= [X]_补+[-Y]_补= 00.11011+00.10101=01.10000$

$0 \oplus 1=1$ —— 溢出，$X-Y = +1.10000$

(2) $[X]_{补}=00.10111$；$[Y]_{补}=00.11011$；$[-Y]_{补}=11.00101$

$[X+Y]_{补}=00.10111+00.11011=01.10010$

$0\oplus1=1$ —— 溢出，$X+Y=+1.10010$

$[X-Y]_{补}=[X]_{补}+[-Y]_{补}=00.10111+11.00101=11.11100$

$1\oplus1=0$ —— 无溢出，$X-Y=-0.00100$

(3) $[X]_{补}=11.01010$；$[Y]_{补}=11.11101$；$[-Y]_{补}=00.00011$

$[X+Y]_{补}=11.01010+11.11101=11.00111$

$1\oplus1=0$ —— 无溢出，$X+Y=-0.11001$

$[X-Y]_{补}=[X]_{补}+[-Y]_{补}=11.01010+00.00011=11.01101$

$1\oplus1=0$ ——无溢出， $X-Y=-0.10011$

(4) $[X]_{补}=00.11011$；$[Y]_{补}=11.00001$；$[-Y]_{补}=00.11111$

$[X+Y]_{补}=00.11011+11.00001=11.11100$

$1\oplus1=0$ —— 无溢出，$X+Y=-0.00100$

$[X-Y]_{补}=[X]_{补}+[-Y]_{补}=00.11011+00.11111=01.11010$

$0\oplus1=1$ —— 溢出， $X-Y=+1.11010$

注意：① 补码运算有可能产生模溢出，这是补码运算的正常情况；

② 结果要求真值表示时，应将补码结果转换为真值。

第六章 6.32

- 6.32 已知真值X，Y，用移码运算求X±Y=？并判断溢出。
  - (1) X=101101； Y=-110110
  - (2) X=-101101； Y=-110110
  - (3) X=-10001； Y=101011

- 解：为了判溢出，运算采用双符号位移码，最高符号位初始为零。

(1) $[X]_{移}$=01,101 101； $[Y]_{移}$=00,001 010；

$[Y]_{补}$=11,001 010； $[-Y]_{补}$=00,110 110；

$[X+Y]_{移}=[X]_{移}+[Y]_{补}$= 01,101 101+11,001 010 = 00,110 111

↓

无溢出

$[X-Y]_{移}=[X]_{移}+[-Y]_{补}$= 01,101 101+00,110 110 = 10,100 011

↓

溢出

X+Y= -001 001； X-Y=+1 100 011

第六章 6.32

- (2) $[X]_{移}$=00,010 011； $[Y]_{移}$=00,001 010

  $[Y]_{补}$=11,001 010； $[-Y]_{补}$=00,110 110

  $[X+Y]_{移}=[X]_{移}+[Y]_{补}$= 00,010 011+11,001 010 = 11,011 101——溢出

  $[X-Y]_{移}=[X]_{移}+[-Y]_{补}$= 00,010 011+00,110 110 = 01, 001 001——无溢出

  X+Y= -1 100 011； X-Y=+001 001

- (3) $[X]_{移}$=00,101 111； $[Y]_{移}$=01,101 011

  $[Y]_{补}$=00,101 011； $[-Y]_{补}$=11,010 101

  $[X+Y]_{移}=[X]_{移}+[Y]_{补}$= 00,101 111+00,101 011 = 01,011 010——无溢出

  $[X-Y]_{移}=[X]_{移}+[-Y]_{补}$= 00,101 111+11,010 101 = 00, 000 100——无溢出

  X+Y= +011 010； X-Y= -111 100

第六章 6.33

- 6.33 用原码一位乘法和补码一位乘比较法、两位乘比较法计算X×Y。
  （1） X= 0.110 111，Y= -0.101 110;
  （2） X= -0.010 111，Y= -0.010 101;

- 解:
- 先将数据转换成所需的机器数，然后计算，最后结果转换成真值。
  （1） $[X]_{原}=X=0.110111$，$[Y]_{原}=1.101110$
  $X^*=0.110111$，　　$Y^*=0.101110$
  $X_0=0$，$Y_0=1$，$Z_0=X_0 \oplus Y_0=0 \oplus 1=1$
  $X^* \times Y^*=0.100\ 111\ 100\ 010$
  $[X \times Y]_{原}=1.100\ 111\ 100\ 010$
  $X \times Y= -0.100\ 111\ 100\ 010$

第六章 6.33 (1) 原码一位乘

	部分积	乘数Y*	
	0.000 000	.1 0 1 1 1 0	+0
→1	0.000 000	0 .1 0 1 1 1	+X*
+	0.110 111		
	0.110 111		
→1	0.011 011	1 0 .1 0 1 1	+X*
+	0.110 111		
	1.010 010		
→1	0.101 001	0 1 0 .1 0 1	+X*
+	0.110 111		
	1.100 000		
→1	0.110 000	0 0 1 0 .1 0	+0
→1	0.011 000	0 0 0 1 0 .1	X*
+	0.110 111		
	1.001 111		
→1	0.100 111	1 0 0 0 1 0	

第六章 6.33 (1) 补码乘

$[X]_{补}=X=0.110111$

$[Y]_{补}=1.010010$

$[-X]_{补}=1.001001$

$[2X]_{补}=01.101110$

$[-2X]_{补}=10.010010$

$[X\times Y]_{补}=1.011\ 000\ 011\ 110\ 0$

$X\times Y=-0.100\ 111\ 100\ 010\ 0$

补码一位乘、两位乘运算过程如下：

第六章 6.33 (1) 补码一位乘

	部分积	乘数$[Y]_{补}$	Y_n	Y_{n+1}	
	00.000 000	1.0 1 0 0 1	0	0	+0
→1	00.000 000	0 1.0 1 0 0	1	0	
+	11.001 001				$+[-X]_{补}$
	11.001 001				
→1	11.100 100	1 0 1.0 1 0	0	1	
+	00.110 111				$+[X]_{补}$
	00.011 011				
→1	00.001 101	1 1 0 1 .0 1	0	0	+0
→1	00.000 110	1 1 1 0 1.0	1	0	
+	11.001 001				$+[-X]_{补}$
	11.001 111				
→1	11.100 111	1 1 1 1 0 1.	0	1	
+	00.110 111				$+[X]_{补}$
	00.011 110				
→1	00.001 111	0 1 1 1 1 0	1	.0	
+	11.001 001				$+[-X]_{补}$
	11.011 000	0 1 1 1 1 0	0		清0

第六章 6.33 (1) 补码两位乘

部分积	乘数$[Y]_{补}$	$Y_{n-1}Y_nY_{n+1}$
000.000 000	11.010 0	1 0 0
+ 110.010 010		$+[-2X]_{补}$
110.010 010		
→2 111.100 100	10 1 1.0 1	0 0 1
+ 000.110 111		$+[X]_{补}$
000.011 011		
→2 000.000 110	11 1 0 1 1.	0 1 0
+ 000.110 111		$+[X]_{补}$
000.111 101		
→2 000.001 111	01 1 1 1 0	1 1 .0
+ 111.001 001		$+[-X]$补
111.011 000	01 1 1 1 0	0 0 清0

结果同补码一位乘， X·Y= -0. 100 111 100 010 00

第六章 6.33 (2)

（2） $X=-0.010111$，　　$Y=-0.010101$

$[X]_{原}=1.010111$，　$[Y]_{原}=1.010101$

$X^*=0.010111$，　$Y^*=0.010101$

$[-X^*]_{补}=1.101001$

$X_0=1$，$Y_0=1$，$Z_0=X_0 \oplus Y_0=1 \oplus 1=0$

$[X]_{补}=1.101001$，　$[Y]_{补}=1.101011$

$[-X]_{补}=0.010111$，$[2X]_{补}=1.010010$

$[-2X]_{补}=0.101110$

$X^* \times Y^*=0.000\ 111\ 100\ 011$

$[X \times Y]_{原}=0.000\ 111\ 100\ 011$

$[X \times Y]_{补}=0.000\ 111\ 100\ 011\ 0$

$X \times Y=0.000\ 111\ 100\ 011$

运算过程如下：

第六章 6.33 (2) 原码一位乘

部分积	乘数Y*
0.000 000	.0 1 0 1 0 1 —— +X*
+ 0.010 111	
0.010 111	
→1 0.001 011	1 .0 1 0 1 0 —— +0
→1 0.000 101	1 1 .0 1 0 1 —— +X*
+ 0.010 111	
0.011 100	
→1 0.001 110	0 1 1 .0 1 0 —— +0
→1 0.000 111	0 0 1 1 .0 1 —— +X*
+ 0.010 111	
0.011 110	
→1 0.001 111	0 0 0 1 1 .0 —— +0
→1 0.000 111	1 0 0 0 1 1

第六章 6.33 (2) 补码一位乘

	部分积	乘数$[Y]_{补}$	Y_n	Y_{n+1}	
	00.000 000	1.1 0 1 0 1	1	0	
+	00.010 111				$+[-X]_{补}$
	00.010 111				
→1	00.001 011	1 1.1 0 1 0	1	1	—— +0
→1	00.000 101	1 1 1.1 0 1	0	1	
+	11.101 001				$+[X]_{补}$
	11.101 110				
→1	11.110 111	0 1 1 1 .1 0	1	0	
+	00.010 111				$+[-X]_{补}$
	00.001 110				
→1	00.000 111	0 0 1 1 1.1	0	1	
+	11.101 001				$+[X]_{补}$
	11.110 000				
→1	11.111 000	0 0 0 1 1 1.	1	0	
+	00.010 111				$+[-X]_{补}$
	00.001 111				
→1	00.000 111	1 0 0 0 1 1	1	.1	—— +0
			清0		

第六章 6.33 (2) 补码两位乘

	部分积	乘数	$Y_{n-1}Y_n$ Y_{n+1}
	000.000 000	11.101 0	11 0
+	000.010 111		+[-X]补
	000.010 111		
→2	000.000 101	11 11.1 0	10 1
+	000.010 111		+[-X]补
	000.011 100		
→2	000.000 111	00 11 1 1.	10 1
+	000.010 111		+[-X]补
	000.011 110		
→2	000.000 111	10 00 1 1	11 .1
			+0，清0

结果同补码一位乘， $X \times Y = 0.000\ 111\ 100\ 011\ 00$

- 6.34 用原码加减交替除法和补码加减交替除法计算X÷Y。

  （1）X=-0.10101， Y=0.11011；

  （2）X=13/32， Y= -27/32。

- 解：

（1）$[X]_{原} = 1.101\ 01$，$X^* = 0.101\ 01$

$Y^* = [Y]_{原} = Y = 0.110\ 11$

$[-Y^*]_{补} = 1.001\ 01$

$Q_0 = X_0 \oplus Y_0 = 1 \oplus 0 = 1$

$X^* \div Y^* = 0.110\ 00$，$[X \div Y]_{原} = 1.110\ 00$

$X \div Y = -0.110\ 00$，

$R^* = 0.110\ 00 \times 2^{-5} = 0.000\ 001\ 100\ 0$

计算过程如下：

第六章 6.34 (1) 原码加减交替除法

被除数/余数	商
0.101 01	0.000 00
+ 1.001 01	试减，$+[-Y^*]_{补}$
1.110 10	
1← 1.101 00	0.
+ 0.110 11	R<0，$+Y^*$
0.011 11	
1← 0.111 10	0.1
+ 1.001 01	R>0，$+[-Y^*]_{补}$
0.000 11	
1← 0.001 10	0.11
+ 1.001 01	R>0，$+[-Y^*]_{补}$
1.010 11	
1← 0.101 10	0.1 10
+ 0.110 11	R<0，$+Y^*$
1.100 01	
1← 1.000 10	0.11 00
+ 0.110 11	R<0，$+Y^*$
1.111 01	1← 0.110 00
+ 0.110 11	R<0，$+Y^*$（恢复余数）
0.110 00	

Computer Science Technology

$X = -0.101\ 01$， $Y = 0.110\ 11$

$[X]_{补} = 1.010\ 11$

$[Y]_{补} = y = 0.110\ 11$

$[-Y]_{补} = 1.001\ 01$

$[X \div Y]_{补} = 1.001\ 11$

$X \div Y = -0.110\ 01$

$[R]_{补} = 1.010\ 00$

$R = -0.000\ 001\ 100\ 0$

运算过程如下：

第六章 6.34 (1) 补码加减交替除法

被除数/余数	商
11.010 11	0.000 00
+ 00.110 11	试减，X、Y异号，+[Y]补
00.001 10	
1← 00.011 00	1.
+ 11.001 01	R、Y同号，+[-Y]补
11.100 01	
1← 11.000 10	1.0
+ 00.110 11	R、Y异号， +[Y]补
11.111 01	
1← 11.110 10	1.0 0
+ 00.110 11	R、Y异号， +[Y]补
00.101 01	
1← 01.010 10	1.001
+ 11.001 01	R、Y同号， +[-y]补
00.011 11	
1← 00.111 10	1.0 011
+ 11.001 01	R、Y同号，+[-Y]补
00.000 11	1← 1.0 0111 —— 恒置1
+ 11.001 01	R、X异号，恢复余数
11.010 00	且R、Y同号，+[-Y]补

注：恒置1引入误差。

第六章 6.34(2)

- $X=13/32=(0.011\ \ 01)_2$

  $Y= -27/32=(-0.110\ \ 11)_2$

  $X^*= [X]_{原}= X=0.011\ \ 01$

  $[Y]_{原} = 1.110\ \ 11$

  $Y^* = 0.110\ \ 11$

  $[-Y^*]_{补}=1.001\ \ 01$

  $Q_0 = X_0 \oplus Y_0 = 0 \oplus 1 = 1$

  $X^* \div Y^* = 0.011\ \ 11$

  $[X \div Y]_{原}=1.011\ \ 11$

  $X \div Y=(-0.011\ \ 11)_2 = -15/32$

  $R^*=0.010\ \ 11 \times 2^{-5} =0.000\ \ 000\ \ 101\ \ 1$

  运算过程如下：

	被除数/余数	商
	0.011 01	0.000 00
+	1.001 01	试减，+[-Y*]补
	1.100 10	
1←	1.001 00	0.
+	0.110 11	R<0， +Y*
	1.111 11	
1←	1.111 10	0.0
+	0.110 11	R<0， +Y*
	0.110 01	
1←	1.100 10	0.0 1
+	1.001 01	R>0， +[-Y*]补
	0.101 11	
1←	1.011 10	0.011
+	1.001 01	R>0， +[-Y*]补
	0.100 11	
1←	1.001 10	0.0 111
+	1.001 01	R>0， +[-Y*]补
	0.010 11	1← 0.01 111
		R>0， 结束

$X=13/32=(0.011\ \ 01)_2$

$Y= -27/32=(-0.110\ \ 11)_2$

$[X]_补= x=0.011\ \ 01$

$[Y]_补= 1.001\ \ 01$

$[-Y]_补= 0.110\ \ 11$

$[X÷Y]_补=1.100\ \ 01$

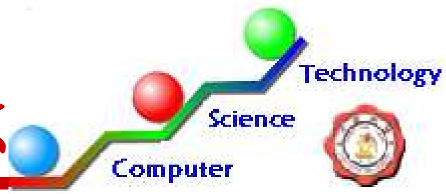
$X÷Y =(-0.011\ \ 11)_2 = -15/32$

$[R]_补=0.010\ \ 11$

$R=R^*=0.000\ \ 000\ \ 101\ \ 1$

运算过程如下：

第六章6.34 (2) 补码加减交替除法



被除数（余数）	商
00.011 01	0.000 00
+ 11.001 01	试减，X、Y异号，+[Y]补
11.100 10	
1← 11.001 00	1.
+ 00.110 11	R、Y同号，+[-Y]补
11.111 11	
1← 11.111 10	1.1
+ 00.110 11	R、Y同号，+[-Y]补
00.110 01	
1← 01.100 10	1.1 0
+ 11.001 01	R、Y异号，+[Y]补
00.101 11	
1← 01.011 10	1.100
+ 11.001 01	R、Y异号，+[Y]补
00.100 11	
1← 01.001 10	1.1 000
+ 11.001 01	R、Y异号，+[Y]补
00.010 11	1← 1.1 0001 —— 恒置1
	R、X同号，结束

- 6.35 设机器字长为16位（含1位符号位），若一次移位需1μs，一次加法需1 μs，试问原码一位乘法、补码一位乘法、原码加减交替除法和补码加减交替除法最多各需多少时间?

- 解:

  原码一位乘最多需时=1μs×15(加)+1μs×15(移位)=30μs

  补码一位乘最多需时= 1μs×16 + 1μs×15 = 31μs

  原码加减交替除最多需时= 1μs×(16+1) +1μs×15=32μs

  补码加减交替除最多需时= 1μs×(16+1) +1μs×15=32μs

第六章 6.36

- 有下列16位字长的逻辑数（八进制表示）：

  A = 000 377；B = 123 456；C = 054 321。

  试计算：$X_1 =(B \oplus C)\cdot A$；

  $X_2 =/(/B\cdot /C)+ A$；

  $X_3 =(A \oplus B)+ /(A\cdot C)$；

  $X_4 =(A \oplus B) \oplus C$；

- 解：

  X_1=000 377；

  X_2=177 777；

  X_3=177 777；

  X_4=177 400

第六章 6.37

- 6.37 设4位二进制加法器进位信号为$C_4C_3C_2C_1$，最低位进位输入为C_0；输入数据为$A_3A_2A_1A_0$和$B_3B_2B_1B_0$；进位生成函数为$g_3g_2g_1g_0$，进位传递函数为$p_3p_2p_1p_0$；请分别按下述两种方式写出$C_4C_3C_2C_1$的逻辑表达式：

  (1) 串行进位方式；(2) 并行进位方式。

- 解：

  令 $g_i=A_iB_i$；$p_i=A_i\oplus B_i$；（i=0，1，2，3） 则

(1) 串行进位方式：	(2) 并行进位方式：
$C_1= g_0+ p_0C_0$；	$C_1= g_0+ p_0C_0$
$C_2= g_1+ p_1C_1$；	$C_2= g_1+ p_1g_0+ p_1p_0C_0$
$C_3= g_2+ p_2C_2$；	$C_3= g_2+ p_2g_1+ p_2p_1g_0+ p_2p_1p_0C_0$
$C_4= g_3+ p_3C_3$；	$C_4= g_3+ p_3g_2+ p_3p_2g_1+ p_3p_2p_1g_0+ p_3p_2p_1p_0C_0$

第六章 6.38

- 6.38 设机器字长为32位，用与非门和与或非门设计一个并行加法器（假设与非门的延迟时间为10ns，与或非门的延迟时间为15ns），要求完成32位加法时间不得超过0.2μs。画出进位线路逻辑框图及加法器逻辑框图。

- **解：首先根据题意要求选择进位方案：**

1）若采用串行进位链（行波进位），则在g_i、p_i函数的基础上，实现32位进位需要的时间为：

$$T=2ty\times 32=64ty=64\times 10=640ns=0.64\mu s$$

不满足0.2μs的加法时间限制，不能用。

（设1ty=10ns）

2）若采用成组先行-级联进位方式，则在g_i、p_i的基础上，4位一组分组，小组内部先行进位，小组间串行进位，则32位进位需：

$T=2.5ty\times8$组$=20ty=20\times10=200ns=$ **0.2μs**

刚好满足0.2μs加法时间的限制。

考虑到一次加法除进位时间外，还需g_i、p_i函数的产生时间、和的产生时间（最高位和）等因素，故此进位方案仍不适用。

结论：若采用成组先行-级联进位，小组规模需在**6位**以上较为合适。即：

$T=2.5ty\times6$组$=15ty=15\times10=150ns=$ **0.15μs**

除进位外还有**50ns**（约5ty）左右的时间供加法开销，较充裕。

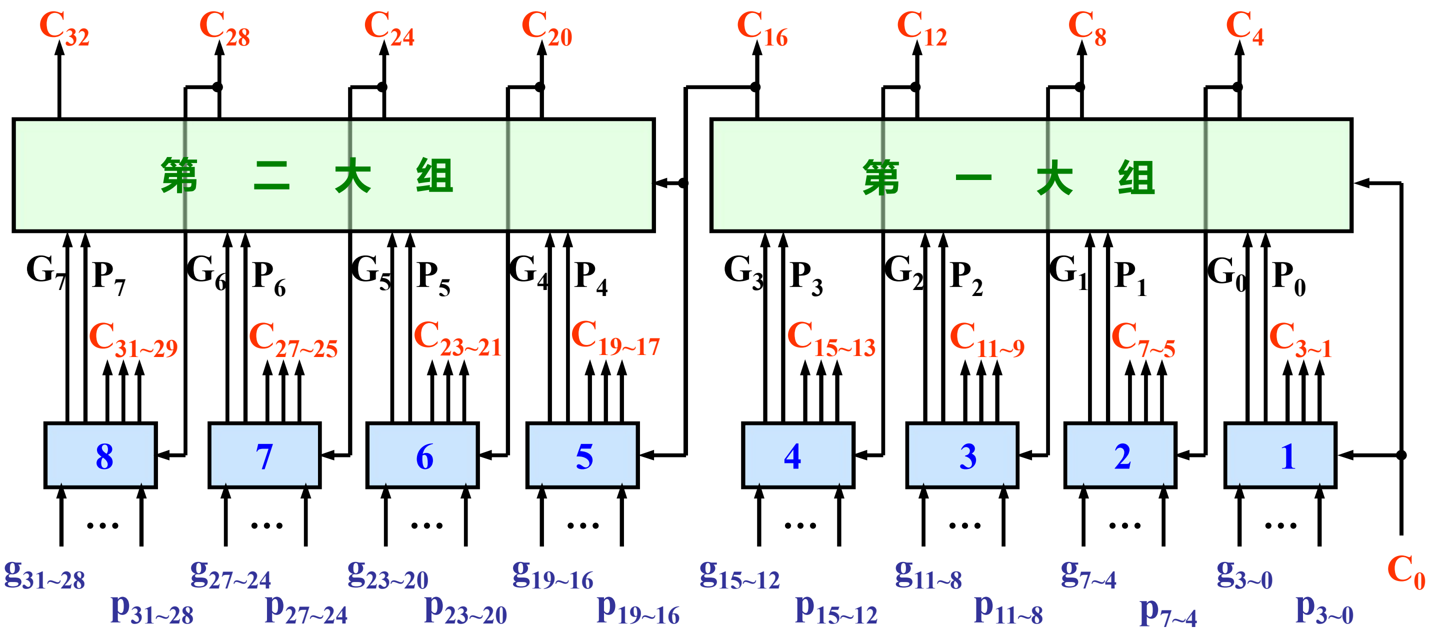
3）若采用二级先行-级联进位方式，4位一小组，4小组为一大组分组。小组内部先行进位，小组间即大组内也先行进位，大组间串行进位，则32位进位需：

T=2.5ty×4级=10ty=10×10=100ns

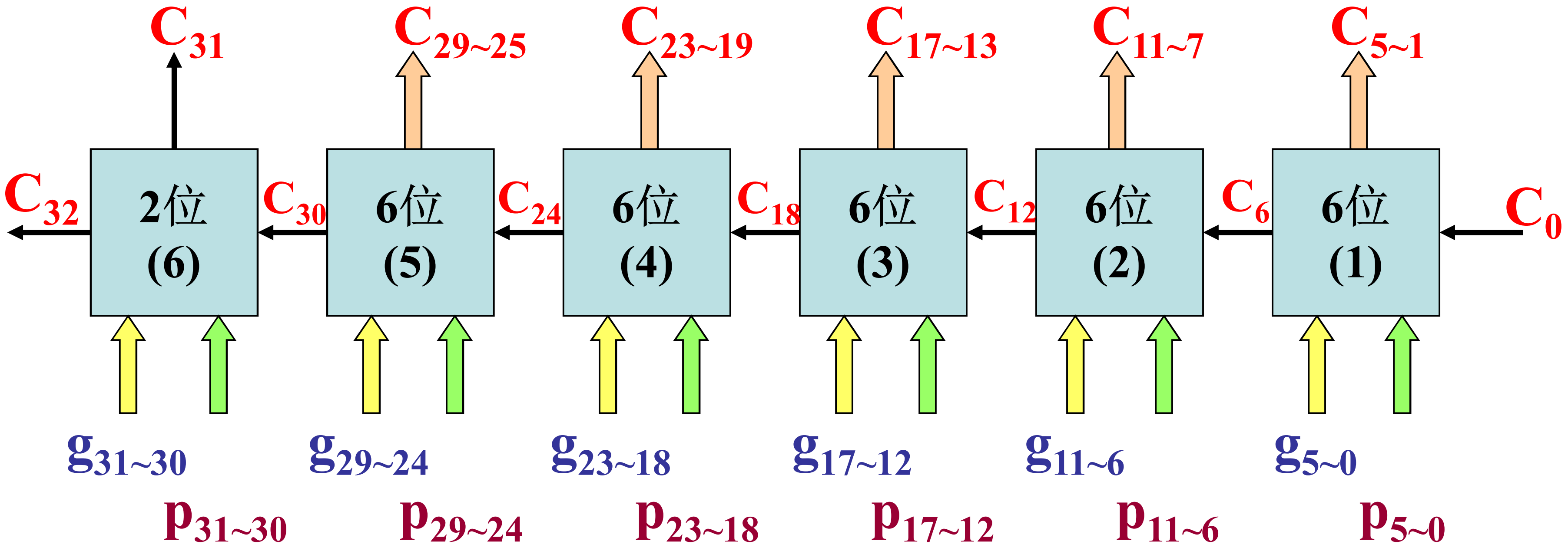
完全满足0.2μs的加法时间限制，可以使用。

进位线路及加法器逻辑框图如下页。

32位二级先行-级联进位线路

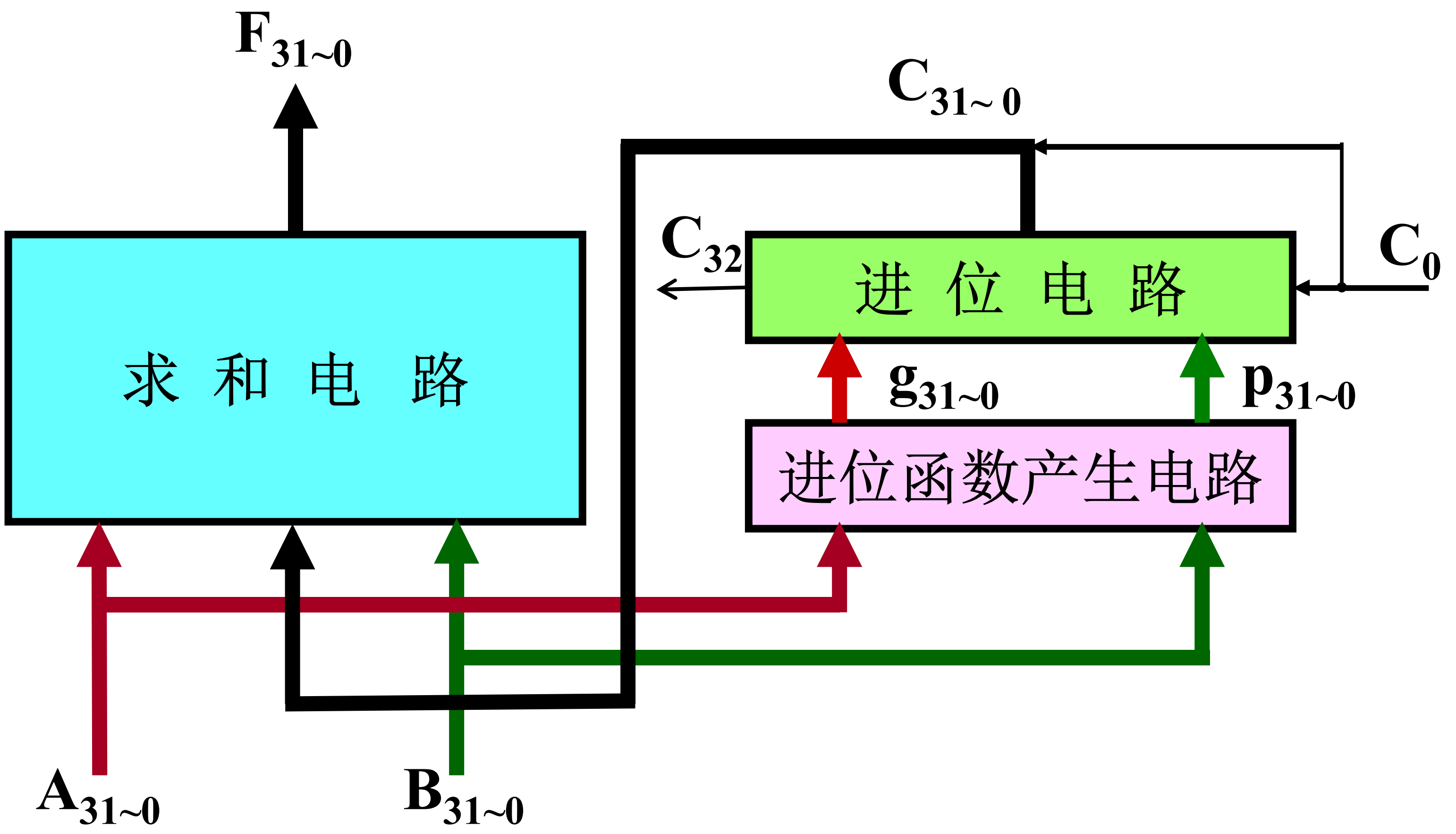


6位一组成组先行-级联进位链



注：为讨论方便，上述电路忽略门电路扇入系数的影响。另外，一个完整的加法器还应考虑g_i、p_i产生电路、求和电路等。

32位加法器逻辑框图：图中进位电路可选上述两种方案之一

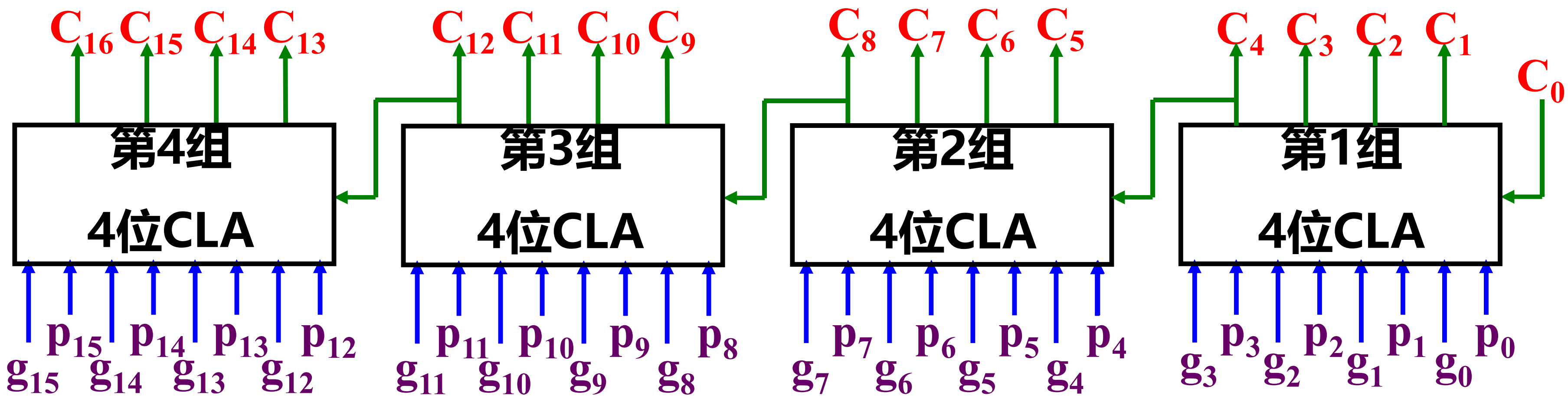


- 6.39 设机器字长为16位，分别按4、4、4、4和3、5、3、5分组后，
  （1）画出两种分组方案的成组先行-级联进位线路框图，并比较哪种方案运算速度快。
  （2）画出两种分组方案的二级先行进位线路框图，并对这两种方案的速度进行比较。
  （3）用74181和74182画出成组先行-级联进位和二级先行进位的并行进位线路框图。

解：

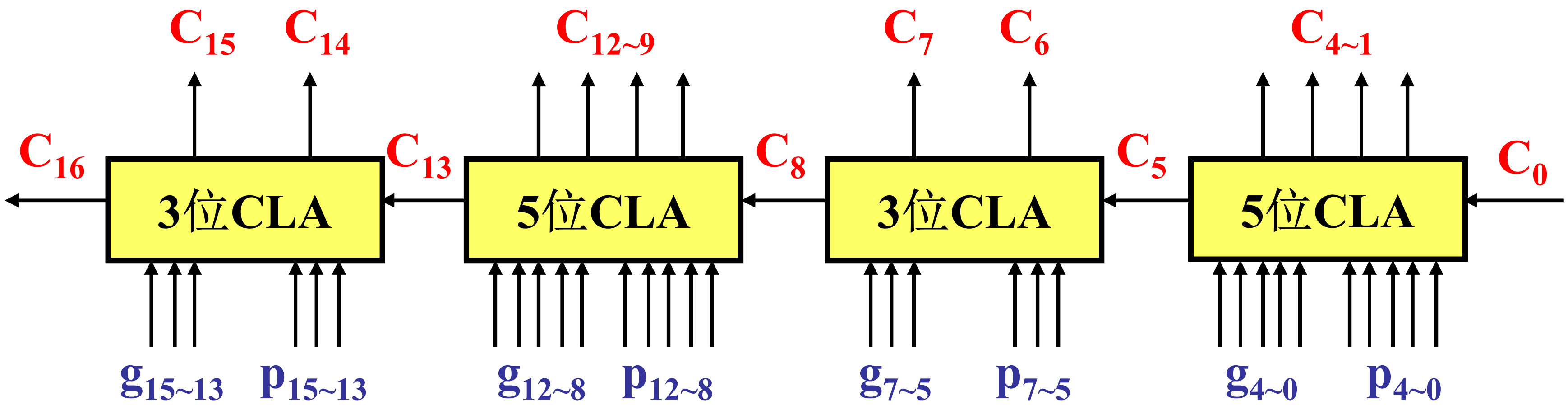
（1）4-4-4-4分组的16位成组先行-级联进位线路框图见下页。

4-4-4-4分组16位成组先行-级联进位线路框图



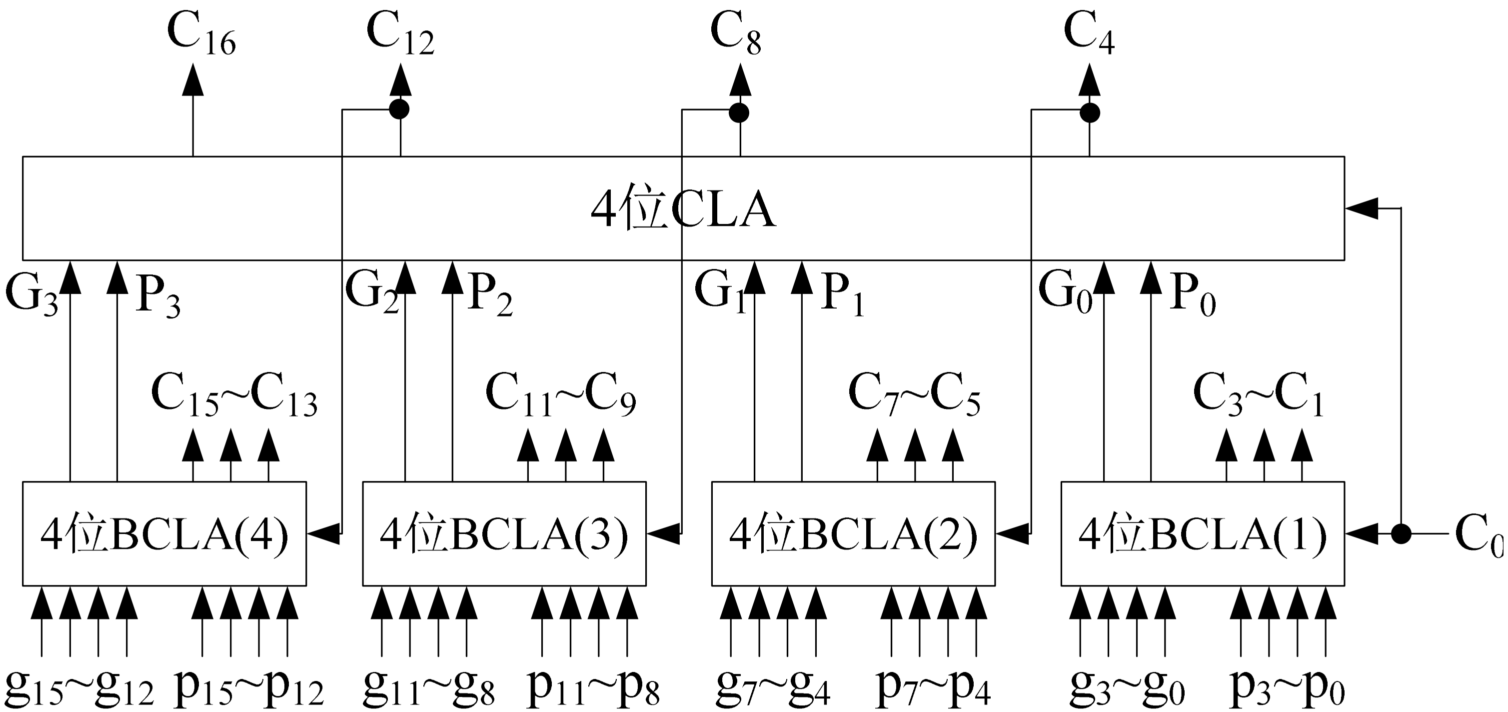
- 4-4-4-4分组16位成组先行-级联进位线路最长进位延迟时间为： $2.5t_y \times 4 = 10t_y$

3-5-3-5分组16位成组先行-级联进位线路框图



- 运算速度比较：4-4-4-4分组的进位时间=2.5ty×4=10ty；
  3-5-3-5分组的进位时间=2.5ty×4=10ty；
  两种分组方案最长加法时间相同。
- 结论：成组先行-级联进位的最长进位时间只与组数有关，与组内位数无关。
- 注： 为便于比较，3-5-3-5分组忽略扇入影响。

4-4-4-4分组16位二级先行进位线路框图

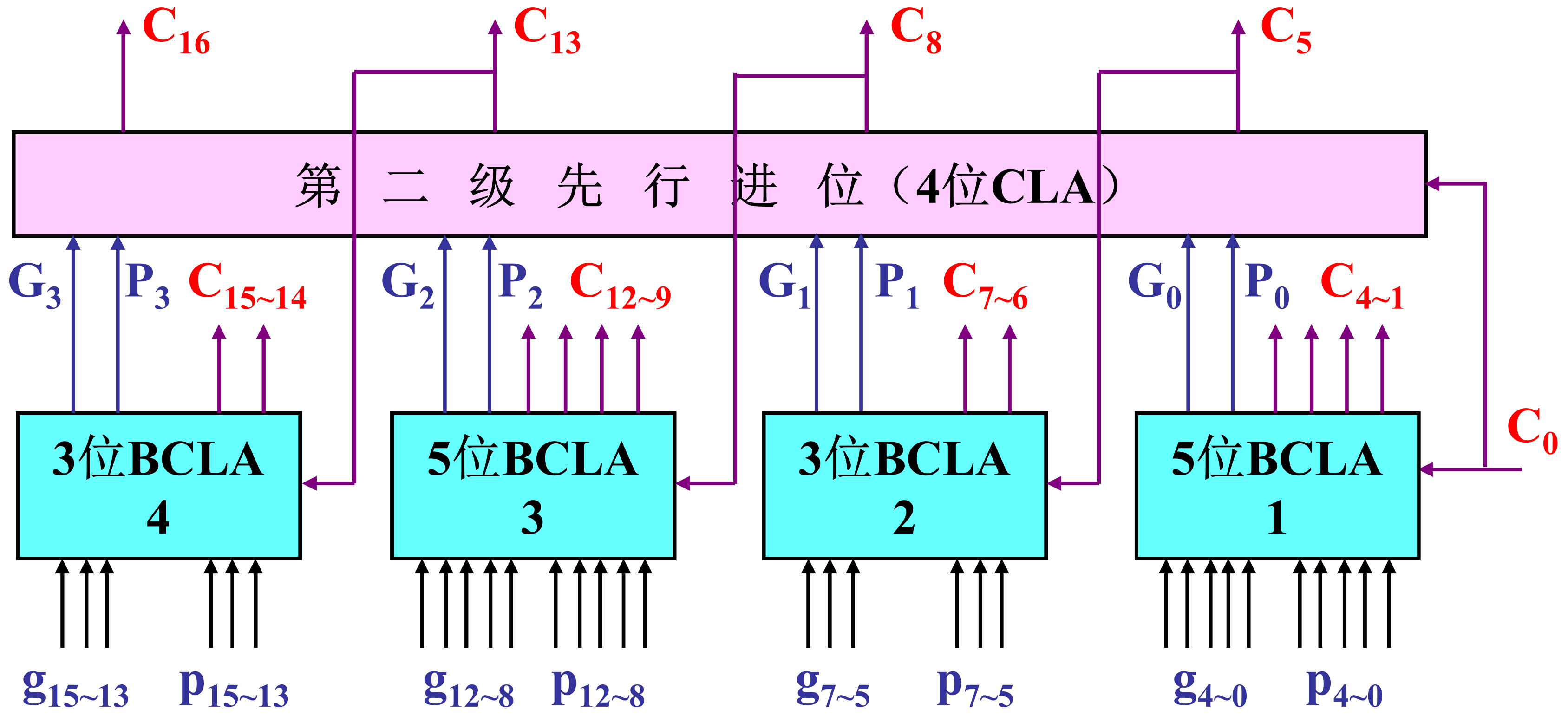


- **4-4-4-4分组16位二级先行进位线路最长进位延迟时间为：**

  $2.5t_y \times 3 = 7.5t_y$

Technology Science Computer

3-5-3-5分组16位二级先行进位线路框图



- 3-5-3-5分组16位二级先行进位线路最长进位延迟时间为：

  $2.5t_y \times 3 = 7.5t_y$

第六章 6.39 (2)

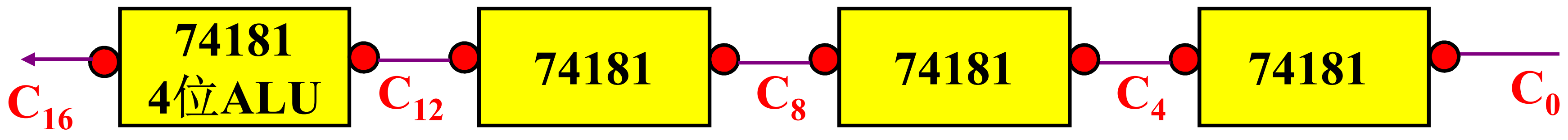
- 运算速度比较：

  4-4-4-4分组的进位时间=2.5ty×3=7.5ty；
  3-5-3-5分组的进位时间=2.5ty×3=7.5ty；
  两种分组方案最长加法时间相同。

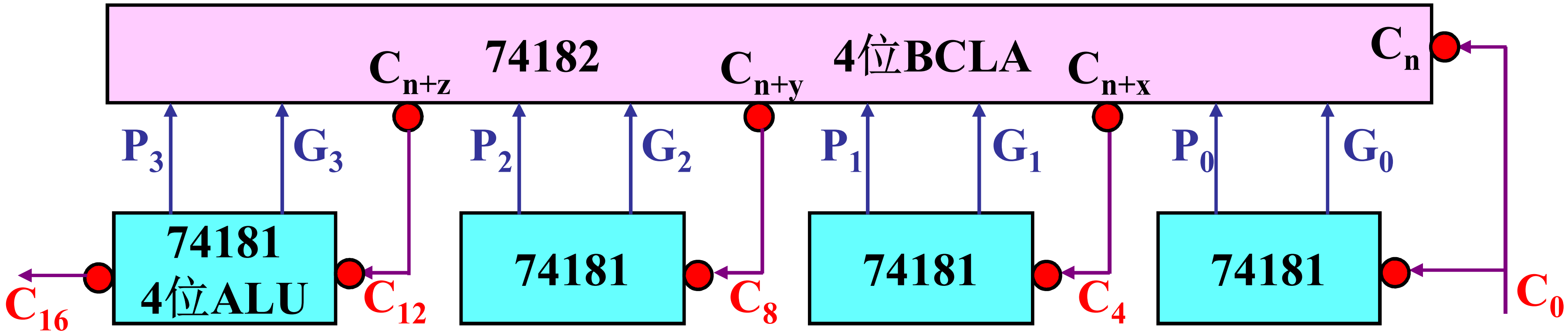
- 结论：二级先行进位的最长进位时间只与组数和级数有关，与组内位数无关。

第六章 6.39（3）

- 16位成组先行-级联进位加法器逻辑图（正逻辑）



- 16位二级先行进位加法器逻辑图（正逻辑）



- **图中，设与进位无关或不用的引脚省略不画。**

第六章 6.39 注意

- 181芯片正、负逻辑引脚的表示方法；
- 为强调可比性，3-5-3-5分组时不考虑扇入影响；
- 181芯片只有最高、最低两个进位输入/输出端，组内进位无引脚；
- 181为4位片，无法3-5-3-5分组，只能4-4-4-4分组；
- 成组先行-级联进位只用到181，使用182的一般是二级以上先行进位；
- 成组先行-级联进位是并行进位和串行进位技术的结合；注意在位数较少时，二级以上进位可以采用全先行进位技术实现；位数较多时，可采用二级并行进位和串行进位技术结合实现（二级先行-级联进位）。

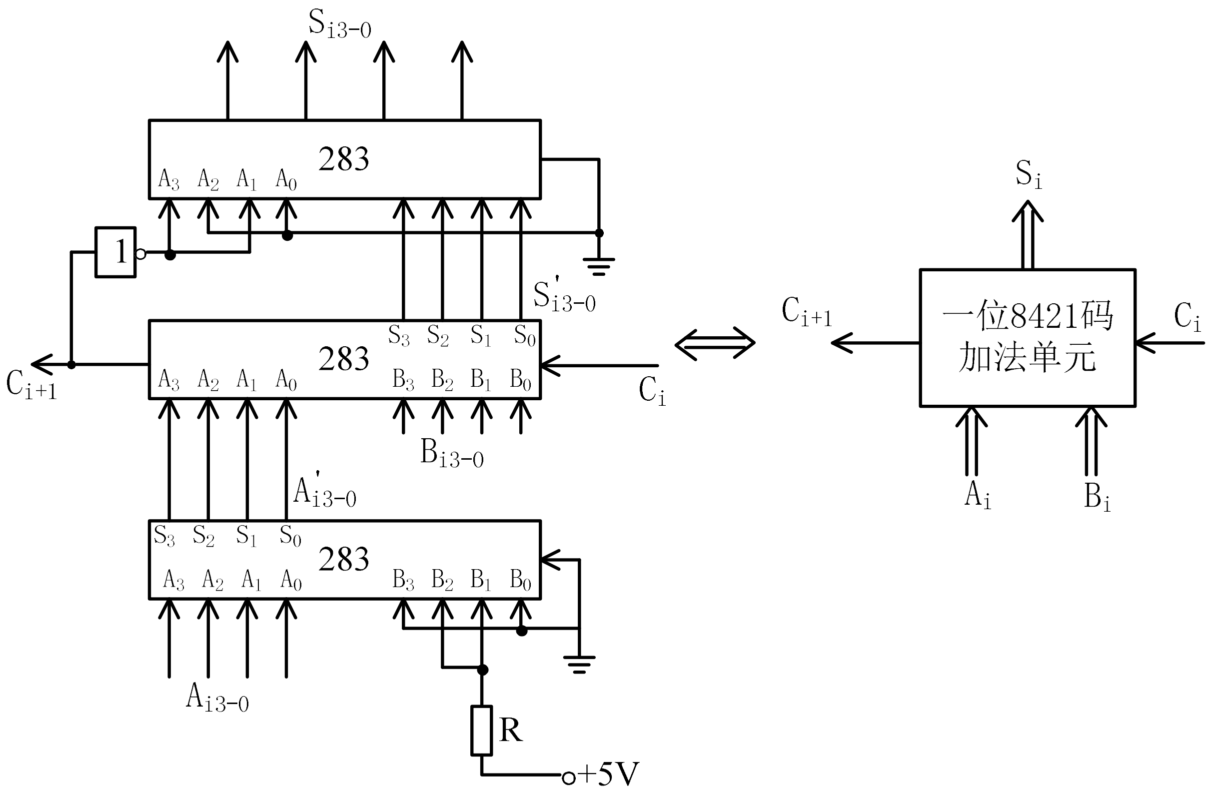
第六章 6.40

- 6.40 用预加6方案设计一位8421码加法单元，并以设计好的加法单元为模块，进一步设计一个4位的8421码加法器。

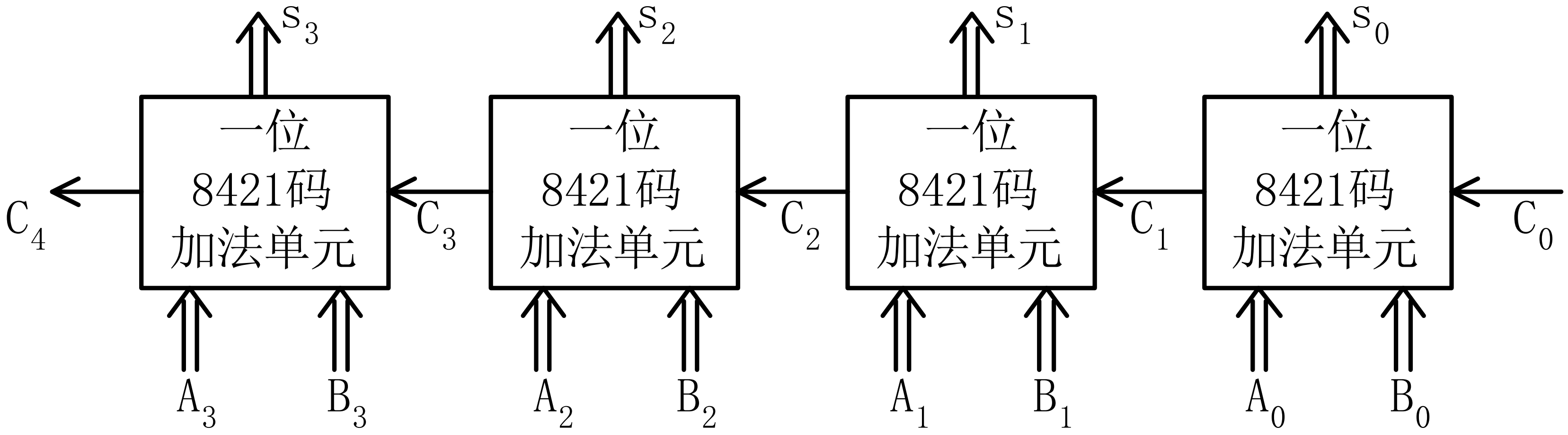
- 解：预加6方案一位8421码加法器算法分析：
  ① 相加前，对其中一个加数预加6；
  ② 做二进制加法；
  ③ 十进制进位自动产生；
  ④ 有进位时，不修正；
  ⑤ 无进位时，减6修正（+1010）。

- 一位8421码加法单元线路见下页：（采用MSI芯片74LS283设计）

一位预加6方案8421码加法单元线路图



- 用一位8421码加法器作基本加法单元，4位8421码加法器线路如下：



- 6.41 (1) 设计一个一位的余3码加法器，并分析其修正规律；
  (2) 用8位并行二进制加法器实现2位余3码加法，试提出你的方案。

- 解：
- (1) 由一位余3码加法和的修正关系表可得：

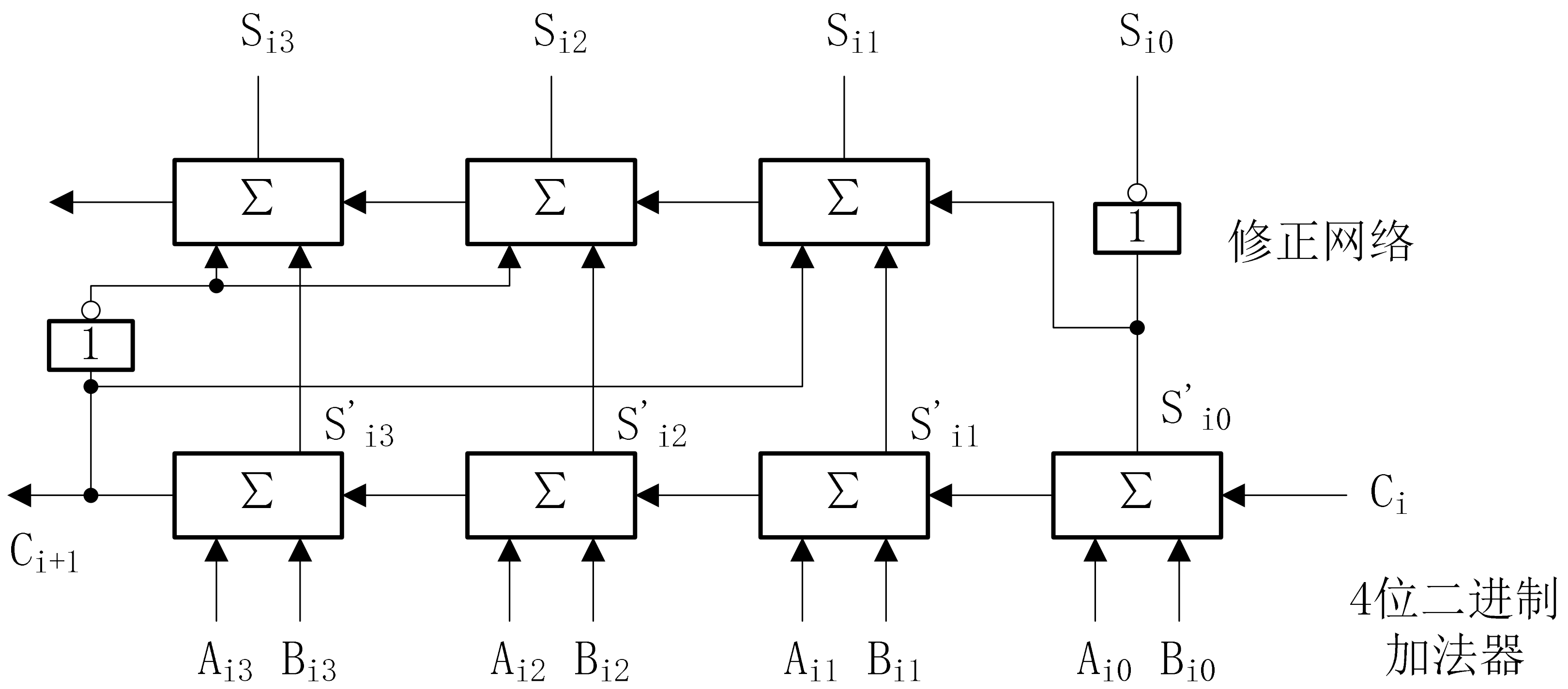
一位余3码加法修正规律： 无进位，-3（+1101）修正；
有进位，+3（+0011）修正。

一位余3码加法器结构：

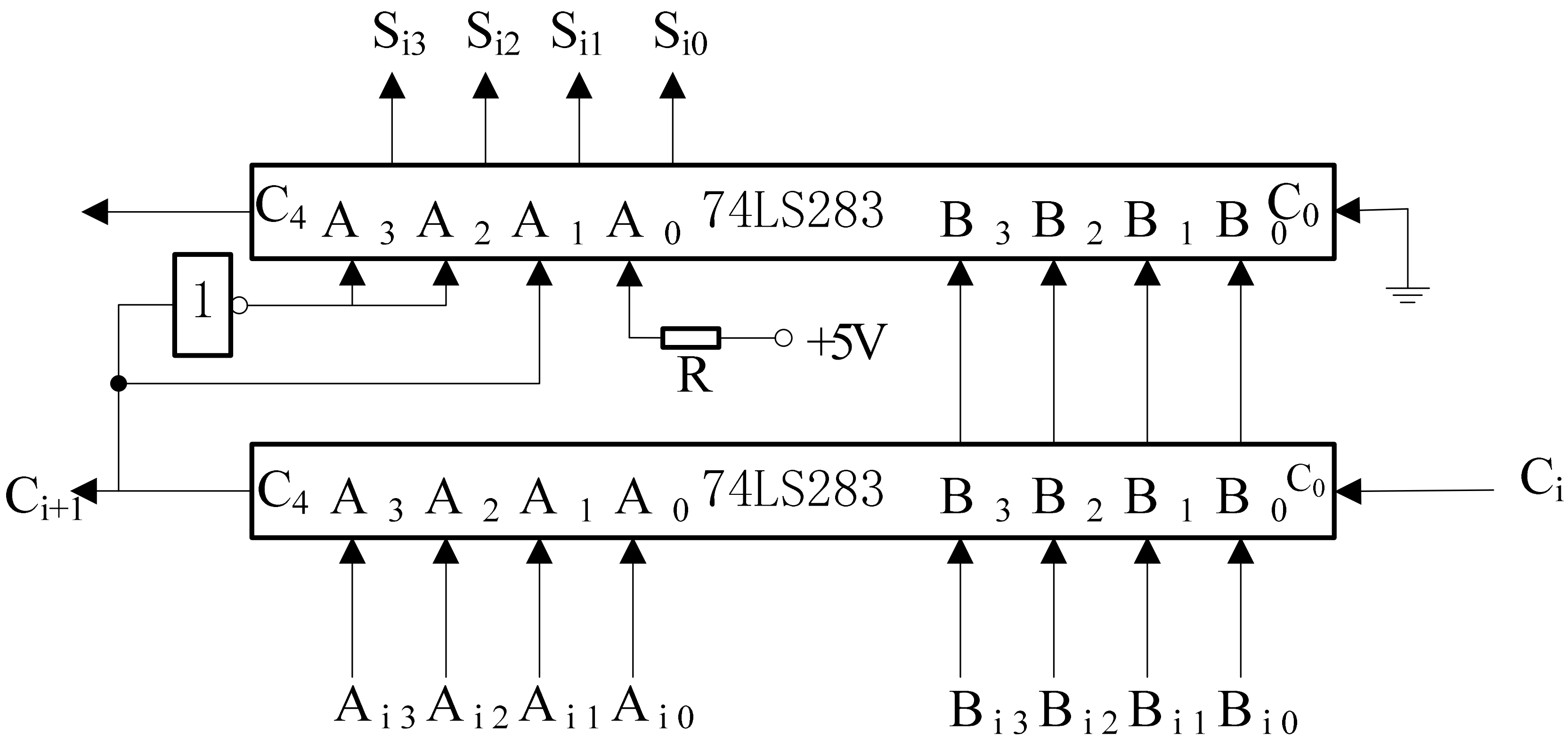
由两级4位二进制加法器组成，第一级常规的二进制加法器实现二进制加法，第二级简化的二进制加法器实现+3、-3修正，加减3的控制由第一级加法器的进位信号完成。线路实现既可采用SSI加法器件，也可采用MSI芯片。设计方案如下：

方案一： 采用SSI全加器构成，线路见下页。

采用SSI全加器设计方案的线路图

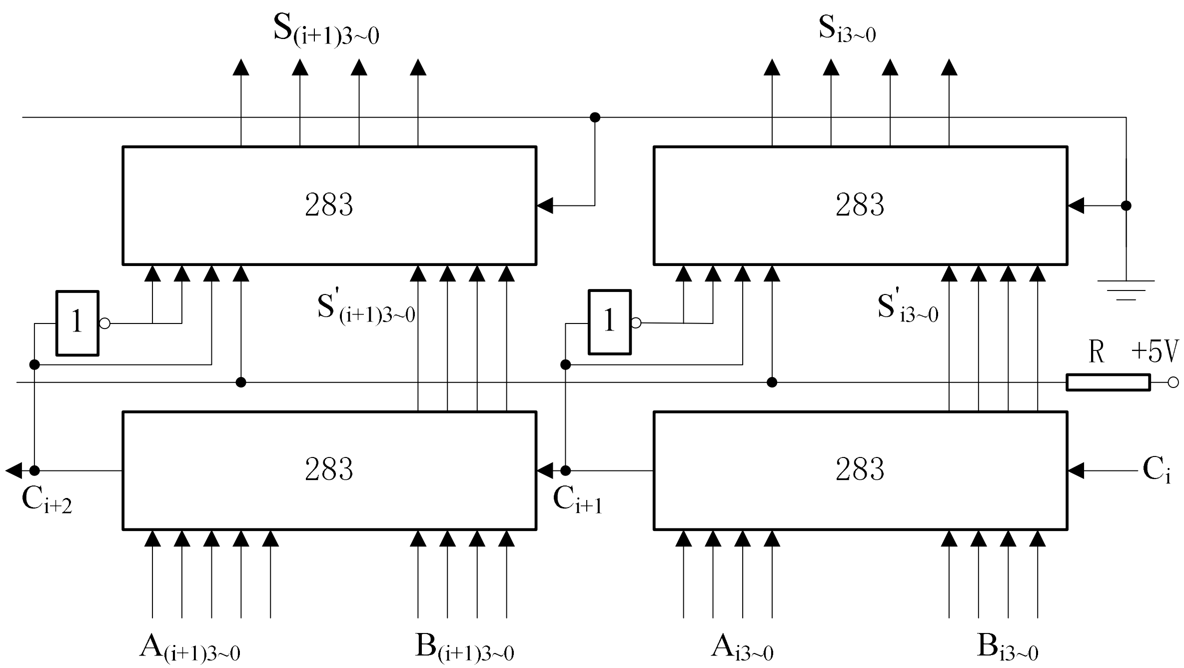


- 方案二：采用4位先行进位二进制加法器MSI芯片构成（74LS283，也可选其他MSI加法器），线路如下：

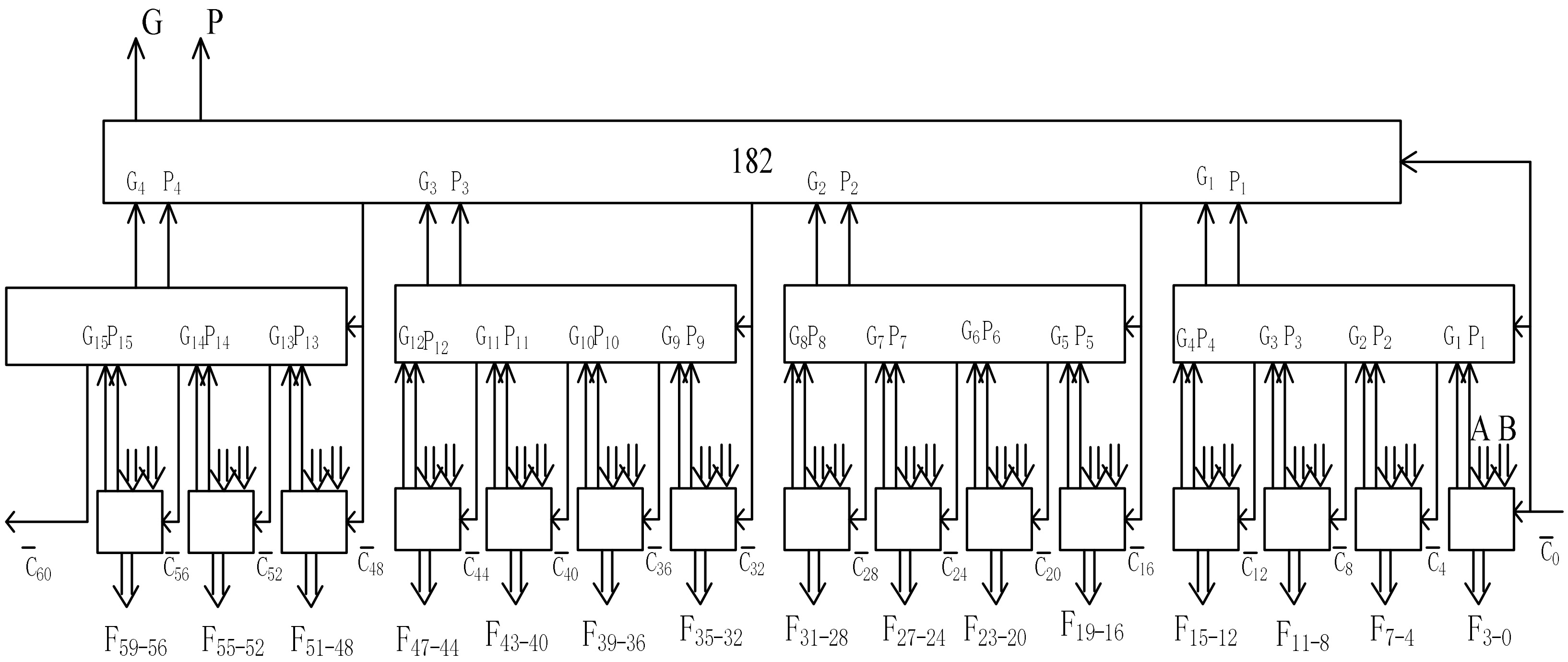


第六章 6.41（2）

- (2) 2位余3码加法实现方案：用两个一位余3码加法器作为加法单元，采用较简单的串行进位方式，构成2位余3码加法线路（也可采用其他进位方式，进位原理与n位二进制加法器基本一样）。此方法也适用于n位余3码加法器的构成。线路结构如下：



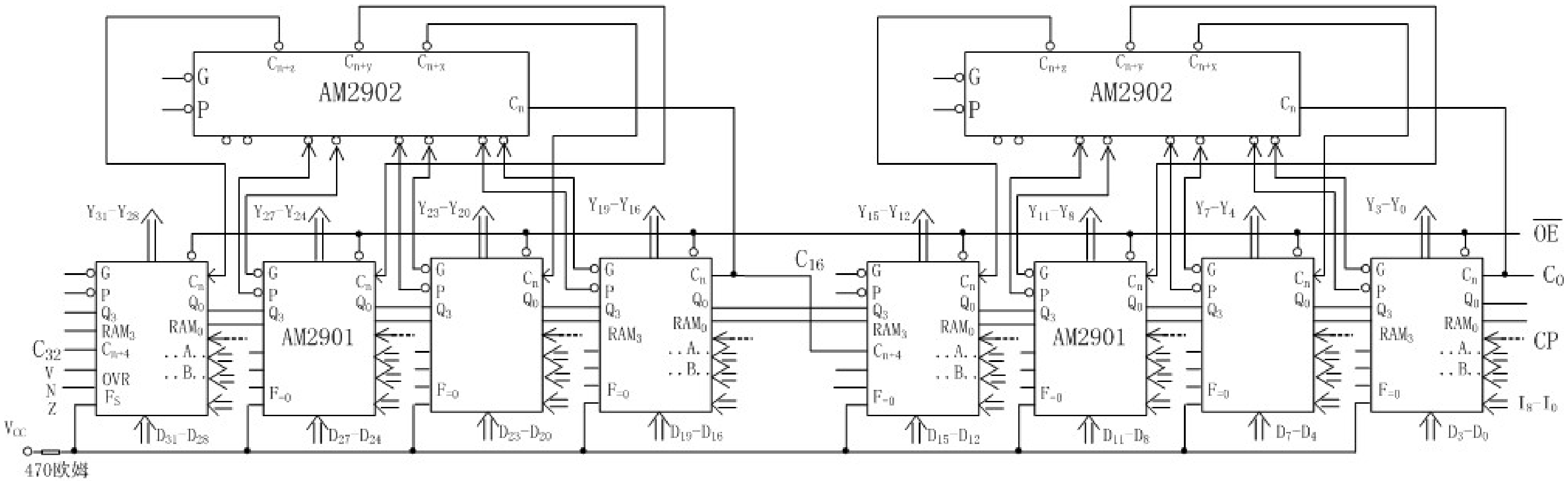
- 6.42 试用74LS181、74LS182等中规模集成电路芯片组成一个分级先行进位的60位ALU。
- 解：分级先行进位的60位ALU线路如下（正逻辑）：



第六章 6.43

- 6.43 用4位位片式运算器芯片AM2901和AM2902组成一个32位定点加、减、乘、除四则运算器，采用二级先行-级联进位结构，请画出其逻辑电路图。

- 解：32位定点四则运算器逻辑电路图如下：



- 6.44 浮点数的格式为：阶码6位（含1位阶符），尾数10位（含1位数符）。按下列要求分别写出正数和负数的表示范围，答案均用2的幂形式的十进制真值表示。
  (1) 阶原尾原非规格化数；
  (2) 阶移尾补规格化数；
  (3) 按照(2)的格式，写出-27/1024和7.375的浮点机器数。

- **解：** (1) 据题意画出该浮点数格式：

1	5	1	9
阶符	阶 码	数符	尾 数

第六章 6.44 (1)

- 当采用阶原尾原非规格化数时，
  - 最小负数=0，11 111；1.111 111 111
  - 最大正数=0，11 111；0.111 111 111
  - 则表示范围为：

$$-2^{31}\times(1-2^{-9})\sim 2^{31}\times(1-2^{-9})$$

第六章 6.44 (2)

(2) 当采用阶移尾补规格化数时，

- 最小正数=0，00 000；0.100 000 000
- 最大正数=1，11 111；0.111 111 111
- 其对应的正数真值范围为：

  $2^{-32}\times 2^{-1} \sim 2^{31}\times(1-2^{-9})$

- 最小负数=1，11 111；1.000 000 000
- 最大负数=0，00 000；1.011 111 111
- 其对应的负数真值范围为

  $2^{31}\times(-1) \sim -2^{-32}\times(2^{-1}+2^{-9})$

- 注意：原码正、负域对称，补码正、负域不对称。浮点补码规格化尾数范围满足条件：数符⊕MSB位=1

第六章 6.44（3）

(3) 首先将十进制数-27/1024和7.375转换为二进制：

- -27/1024 =(-0.000 001 101 1)$_2$ = 2^{-5} ×(-0.110 11)$_2$
- 7.375=(111.011)$_2$ =2^3 ×(0.111 011)$_2$
- 再写成浮点机器数形式：
- -27/1024的阶移尾补规格化数=0，11011；1.001 010 000
- 7.375的阶移尾补规格化数=1，00011；0.111011000

注：以上浮点数也可采用如下格式：

1	1	5	9
数符	阶符	阶 码	尾 数

- 此时只要将上述答案中的数符位移到最前面即可。
- **注意：机器数末位的0不能省。**

第六章 6.45

- 6.45 (1) 将十进制数138.75 转换成32位的IEEE754短浮点数格式，并用十六进制缩写表示。

  (2) 将IEEE754短浮点数C1B7 0000H转换成对应的十进制真值。

- 解：

- (1) 首先把十进制真值转换成符合IEEE754标准要求的二进制规格化真值形式：$(138.75)_{10}=(10001010.11)_2=1.0001\ 0101\ 1\times 2^{111}$

  然后计算阶码的移码（=偏置常数＋阶码真值）

  E=+127+7=111 1111＋111＝1000 0110

  写成短浮点数格式

  S=0，E=1000 0110，隐藏位=1.

  M＝.0001 0101 1000 0000 0000 000（23位）

  则 (138.75)10的短浮点数机器码为：

  0，100 0011 0；.000 1010 1100 0000 0000 0000

- 对应的十六进制缩写为：430A C000H

第六章 6.45

- (2) 首先把十六进制缩写展开成二进制机器码形式，并分离出符号位、阶码和尾数部分

  C1B7 0000H=1100 0001 1011 0111 0000 0000 0000 0000B

  =1, 100 0001 1；. 011 0111 0000 0000 0000 0000

- 则 **S＝1，E=1000 0011，隐藏位=1.**

  M＝. 011 0111 0000 0000 0000 0000（23位）

- 计算出阶码的真值（即移码－偏置常数）

  1000 0011 -111 1111＝100

- 写出此数的规格化二进制真值形式：**$-1.011\ 0111 \times 2^{100}$**
- 进一步去掉指数项：**$-1.011\ 0111 \times 2^{100}$=-1011 0.111**
- 转换成十进制真值：**$(-1011\ 0.111)_2 = (-22.875)_{10}$**

- 6.46 设浮点数字长为32位，欲表示±60000间的十进制数，在保证数的最大精度条件下，除阶符、数符各取一位外，阶码和尾数各取几位？按这样分配，该浮点数溢出的条件是什么？

- 解：若要保证数的最大精度，应取阶的基=2。

  若要表示±6万间的十进制数，由于32768（2^{15}）< 6万 <65536（2^{16}），则：阶码除阶符外还应取5位（向上取2的幂）。

  故：尾数位数=32-1-1-5=25位

  按此格式，该浮点数上溢的条件为：阶码 ≥ 32

  该浮点数格式如下：

1	5	1	25
阶符	阶　值	数符	尾　　数

- 6.47 对于尾数为40位的浮点数（不包括符号位在内），若采用不同的机器数表示，试问当尾数左规或右规时，最多移位次数各为多少?

- 解：
- 对于尾数为40位的浮点数，若采用原码表示，当尾数左规时，最多移位39次；反码表示时情况同原码；若采用补码表示，当尾数左规时，正数最多移位39次，同原码；负数最多移位40次。当尾数右规时，不论采用何种码制，均只需右移1次。

- **6.48 按机器补码浮点运算步骤计算$[X\pm Y]_{补}$**

  (1) $X=2^{-011}\times 0.101\ 100$， $Y=2^{-010}\times(-0.011\ 100)$

  (2) $X=2^{101}\times(-0.100\ 101)$， $Y=2^{100}\times(-0.001\ 111)$

解：设检测0步骤省略。

(1) 先将X、Y转换成浮点机器数形式：

$[X]_{补}$=1，101；0.101 100

$[Y]_{补}$=1，110；1.100 100＝1，101；1.001 000

第六章 6.48（1）

1）对阶：

$[\Delta E]_{补}=[Ex]_{补}+[-Ey]_{补}$ =11，101+00，011=00，000

$[\Delta E]_{补}=0$，Ex=Ey

无需对阶

2）尾数相加减：

$$
\begin{array}{lr}
[Mx]_{补}+[My]_{补}= & 00.101\ 100 \\
 & +\ 11.001\ 000 \\
\hline
 & 11.110\ 100
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lr}
[Mx]_{补}+[-My]_{补}= & 00.101\ 100 \\
 & +\ 00.111\ 000 \\
\hline
 & 01.100\ 100
\end{array}
$$

第六章 6.48（1）

3）结果规格化：

$[X+Y]_{补}$=11，101；11.110 100 =11，011；11.010 000

（左规2次，阶码减2，尾数左移2位）

$[X-Y]_{补}$=11，101；01.100 100 = 11，110；00.110 010

（右规1次，阶码加1，尾数右移1位）

4）舍入：无

5）溢出：无

则：$X+Y=2^{-101}\times$（-0.110 000）

$X-Y=2^{-010}\times 0.110\ 010$

第六章 6.48（2）

(2) $X=2^{101}\times$（-0.100 101），$Y=2^{100}\times$（-0.001 111）

$[X]_{补}$=0，101；1.011 011，$[Y]_{补}$=0，100；1.110 001 = 0，010；1.000 100

1）对阶：

$[\Delta E]_{补}=[Ex]_{补}+[-Ey]_{补}$ =00，101+11，110=00，011

$[\Delta E]_{补}>0$，应Ey向Ex对齐，则：

$[Ey]_{补}$+011=00，010+00，011 =00，101

$[\Delta E]_{补}+[-011]_{补}$=00，011+11，101 =00，000=0

至此， Ey=Ex，对阶毕。

$[Y]_{补}$=0，101；1.111 000（100）

2）尾数运算：

$$
\begin{array}{rl}
[Mx]_{补}+[My]_{补}= & 11.011\ \ 011 \\
+ & 11.111\ \ 000\ (100) \\
\hline
 & 11.010\ \ 011\ (100)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
[Mx]_{补}+[-My]_{补}= & 11.011\ \ 011 \\
+ & 00.000\ \ 111\ (100) \\
\hline
 & 11.100\ \ 010\ (100)
\end{array}
$$

3）结果规格化：

$[X+Y]_{补}$=00,101；11.010 011(100)

已是规格化数。

$[X-Y]_{补}$=00,101；11.100 010(100)=00,100；11.000 101(00)

（左规1次，阶码减1，尾数左移1位）

4）舍入：

$[X+Y]_{补}$=00,101；11.010 011（舍）

$[X-Y]_{补}$=00,100；11.000 101（舍）

5）溢出：无

则：$X+Y=2^{101}\times$（-0.101 101）

$X-Y=2^{100}\times$（-0.111 011）

- 6.48 按机器补码浮点运算步骤计算$[X\pm Y]_{补}$
  (1) $X=2^{-011}\times 0.101\ 100$， $Y=2^{-010}\times(-0.011\ 100)$
  (2) $X=2^{101}\times(-0.100\ 101)$，$Y=2^{100}\times(-0.001\ 111)$

解： 设检测0步骤省略。

(1) 先将X、Y转换成浮点机器数形式：

$[X]_{补}=1，101；0.101\ 100$

$[Y]_{补}=1，110；1.100\ 100$

第六章 6.48（1）----非规格化

1）对阶：

$[\Delta E]_{补}=[Ex]_{补}+[-Ey]_{补}$ =11，101+00，010=11，111

$[\Delta E]_{补}<0$，应Ex向Ey对齐，则：

$[Ex]_{补}$+1=11，101+00，001=11，110

$[\Delta E]_{补}$+1=11，111+00，001=00，000=0

至此，Ex=Ey，对阶毕。

$[X]_{补}$=1，110；0.010 110(0)

2）尾数相加减：

$$
\begin{array}{rr}
[Mx]_{补}+[My]_{补}= & 00.010\ \ 110(0) \\
+ & 11.100\ \ 100 \\
\hline
 & 11.111\ \ 010(0)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rr}
[Mx]_{补}+[-My]_{补}= & 00.010\ \ 110(0) \\
+ & 00.011\ \ 100 \\
\hline
 & 00.110\ \ 010(0)
\end{array}
$$

3）结果规格化：

$[X+Y]_{补}$=11，110；11.111 010(0)

=11，011；11.010 000

（左规3次，阶码减3，尾数左移3位）

$[X-Y]_{补}$=11，110；00.110 010(0)

已是规格化数。

4）舍入：舍

5）溢出：无

则：$X+Y=2^{-101}\times$（-0.110 000）

$X-Y=2^{-010}\times 0.110\ 010$

第六章 6.48（2）----非规格化

(2) $X=2^{101}\times(-0.100\ 101)$，$Y=2^{100}\times(-0.001\ 111)$

$[X]_补=0，101；1.011\ 011$，$[Y]_补=0，100；1.110\ 001$

1）对阶：

$[\Delta E]_补=[Ex]_补+[-Ey]_补=00，101+11，100=00，001$

$[\Delta E]_补>0$，应Ey向Ex对齐，则：

$[Ey]_补+1=00，100+00，001=00，101$

$[\Delta E]_补+[-1]_补=00，001+11，111=00，000=0$

至此， Ey=Ex，对阶毕。

$[Y]_补=0，101；1.111\ 000（1）$

2）尾数运算：

$$
\begin{array}{rr}
[Mx]_补+[My]_补= & 11.011\ \ 011 \\
+ & 11.111\ \ 000\ (1) \\
\hline
 & 11.010\ \ 011\ (1)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rr}
[Mx]_补+[-My]_补= & 11.011\ \ 011 \\
+ & 00.000\ \ 111\ (1) \\
\hline
 & 11.100\ \ 010\ (1)
\end{array}
$$

第六章 6.48（2）----非规格化

3）结果规格化：

$[X+Y]_{补}$=00,101；11.010 011（1）

已是规格化数。

$[X-Y]_{补}$=00,101；11.100 010（1）=00,100；11.000 101

（左规1次，阶码减1，尾数左移1位）

4）舍入：

$[X+Y]_{补}$=00,101；11.010 011（舍）

$[X-Y]_{补}$不变。

$[X-Y]_{补}$=00,100；11.000 101

5）溢出：无

则：$X+Y=2^{101}\times$（-0.101 101）

$X-Y=2^{100}\times$（-0.111 011）

□6.49 设浮点数阶码取3位，尾数取6位（均不包括符号位），要求阶码用移码运算，尾数用原码运算，计算X×Y和X÷Y，且结果保留1倍字长。

(1) $X=2^{100}\times 0.100\ 111$， $Y=2^{011}\times(-0.101\ 011)$

(2) $X=2^{101}\times(-0.101\ 101)$，$Y=2^{001}\times(-0.111\ 100)$

解：设检测0步骤省略。

(1) 先将X、Y转换成机器数形式：

$[X]_{阶移尾原}=1,100;\ 0.100\ \ 111$

$[Y]_{阶移尾原}=1,011;\ 1.101\ \ 011$

1） 阶码相加减：

$[Ex]_{移}+[Ey]_{补}=01,100+00,011=01,111$ （无溢出）

$[Ex]_{移}+[-Ey]_{补}=01,100+11,101=01,001$（无溢出）

2）尾数相乘除：

- 尾数相乘：

$[Mx]_{原}=0.100\ 111$，$[My]_{原}=1.101\ 011$

$Mx^* = 0.100\ 111$，$My^* = 0.101\ 011$

$Mx_0=0$，$My_0=1$，$Mp_0=Mx_0 \oplus My_0=0 \oplus 1=1$

$Mx^* \times My^* =0.011\ 010\ 001\ 101$

$[Mx \times My]_{原}=1.011\ 010\ 001\ 101$

$[P]_{浮}=[X \times Y]_{阶移尾原}=01,111$； $1.011\ 010\ 001\ 101$

- 尾数相除：

$[-My^*]_{补}=1.010\ 101$

$Mx^* \div My^* = 0.111\ 010$，$[Mx \div My]_{原}= 1.111\ 010$

$r^* = 0.000\ 010 \times 2^{-6} =0.000\ 000\ 000\ 010$

$[Q]_{浮}=[X \div Y]_{阶移尾原}= 01,001$； $1.111\ 010$

运算过程如下：

第六章6.49 (1) 原码一位乘法

部分积	乘数Y*	
0.000 000	.1 0 1 0 1 1	+X*
+ 0.100 111		
0.100 111		
→1 0.010 011	1 .1 0 1 0 1	+X*
+ 0.100 111		
0.111 010		
→1 0.011 101	0 1 .1 0 1 0	+0
→1 0.001 110	1 0 1 .1 0 1	+X*
+ 0.100 111		
0.110 101		
→1 0.011 010	1 1 0 1 .1 0	+0
→1 0.001 101	0 1 1 0 1 .1	+X*
+ 0.100 111		
0.110 100		
→1 0.011 010	0 0 1 1 0 1	

被除数（余数）	商
00.100 111	0.000 000
+ 11.010 101	试减，+[-My*]补
11.111 100	r<0，商0
1← 11.111 000	0.
+ 00.101 011	+My*
00.100 011	r>0，商1
1← 01.000 110	0.1
+ 11.010 101	+[-My*]补
00.011 011	r>0，商1
1← 00.110 110	0.1 1
+ 11.010 101	+[-My*]补
00.001 011	r>0，商1
1← 00.010 110	0.1 1 1
+ 11.010 101	+[-My*]补
11.101 011	r<0，商0
1← 11.010 110	0.1 1 1 0
+ 00.101 011	+My*
00.000 001	r>0，商1
1← 00.000 010	0.1 1 1 0 1
+ 11.010 101	+[-My*]补
11.010 111	1← 0.1 1 1 0 1 0，r<0，商0
+ 00.101 011	（恢复余数），+My*
00.000 010	

第六章6.49 (1)

3）结果规格化：

$[X\times Y]_{阶移尾原}$=01,111； 1.011 010 001 101

=01,110； 1.110 100 011 010（左规1位）

$[X\div Y]_{阶移尾原}$= 01,001； 1. 111 010（不变）

——已是规格化数

4）舍入：

$[P]_{浮}=[X\times Y]_{阶移尾原}$=01,110； 1.110 100 011 010

=01,110； 1.110 100 (舍)

$[Q]_{浮}=[X\div Y]_{阶移尾原}$= 01,001； 1. 111 010（不变）

5）溢出：无

则

$X\times Y=2^{110}\times$（-0. 110 100）

$X\div Y=2^{001}\times$（-0.111 010）

第六章 6.49（2）

（2）$X=2^{101}\times(-0.101\ 101)$，$Y=2^{001}\times(-0.111\ 100)$

$[X]_{阶移尾原}=1，101；1.101\ 101$

$[Y]_{阶移尾原}=1，001；1.111\ 100$

1）阶码相加减：

$[Ex]_{移}+[Ey]_{补}=01，101+00，001=01，110$（无溢出）

$[Ex]_{移}+[-Ey]_{补}=01，101+11，111=01，100$（无溢出）

2）尾数相乘除：

❍尾数相乘：

$[Mx]_{原}=1.101\ 101$，$[My]_{原}=1.111\ 100$

$Mx^* = 0.101\ 101$， $My^* = 0.111\ 100$

$Mx_0=1$，$My_0=1$，$Mp_0=Mx_0 \oplus My_0=1 \oplus 1=0$

第六章 6.49 (2)——尾数相乘除

- 尾数相乘：

  $Mx^* \times My^* = 0.101\ 010\ 001\ 100$

  $[Mx \times My]_{原} = 0.101\ 010\ 001\ 100$

  $[P]_{浮}=[X \times Y]_{阶移尾原}=01,110$； $0.101\ 010\ 001\ 100$

- 尾数相除：

  $[-My^*]_{补}=1.000\ 100$

  $Mx^* \div My^* = [Mx \div My]_{原} = 0.110\ \ 000$

  $r^* = 0.000\ \ 000 \times 2^{-6} = 0.000\ 000\ 000\ 000 = 0$

  $[Q]_{浮}=[X \div Y]_{阶移尾原}= 01,100$； $0.\ 110\ \ 000$

- 运算过程如下：

第六章 6.49 (2) 原码一位乘法

	部分积	乘数Y*	
	0.000 000	.1 1 1 1 0 0	+0
→1	0.000 000	0 .1 1 1 1 0	+0
→1	0.000 000	0 0 .1 1 1 1	+X*
+	0.101 101		
	0.101 101		
→1	0.010 110	1 0 0 .1 1 1	+X*
+	0.101 101		
	1.000 011		
→1	0.100 001	1 1 0 0 .1 1	+X*
+	0.101101		
	1.001110		
→1	0.100111	0 1 1 0 0 .1	+X*
+	0.101101		
	1.010100		
→1	0.101010	0 0 1 1 0 0	

第六章6.49 (2)原码加减交替除法

被除数（余数）	商
00.101 101	0.000 000
+ 11.000 100	试减，+[-My*]补
11.110 001	r＜0，商0
1← 11.100 010	0.
+ 00.111 100	+My*
00.011 110	r＞0，商1
1← 00.111 100	0.1
+ 11.000 100	+[-My*]补
00.000 000	r＞0，商1
1← 00.000 000	0.1 1
+ 11.000 100	+[-My*]补
11.000 100	r＜0，商0
1← 10.001 000	0.1 1 0
+ 00.111 100	+My*
11.000 100	r＜0，商0
1← 10.001 000	0.1 1 0 0
+ 00.111 100	+My*
11.000 100	r＜0，商0
1← 10.001 000	0.1 1 0 0 0
+ 00.111 100	+My*
11.000 100	1← 0.1 1 0 0 0 0，r＜0，商0
+ 00.111 100	恢复余数，+My*
00.000 000	

第六章 6.49(2)

3）结果规格化：已是规格化数。

4）舍入：

$[P]_{浮}=[X\times Y]_{阶移尾原}$=01,110；0.101 010 001 100

= 01,110；0.101 010（舍）

$[Q]_{浮}=[X\div Y]_{阶移尾原}$= 01,100；0. 110 000（不变）

5）溢出：无

则

$X\times Y= 2^{110}\times 0.101\ \ 010$

$X\div Y = 2^{100}\times 0.110\ \ 000$

注：由于加减交替除法算法中缺少对部分余数判“0”的步骤，因此算法运行中的某一步已除尽时，算法不会自动停止，而是继续按既定步数运行完。

- 6.50 设数的阶码3位，尾数6位，均不含符号位；阶码用移码表示，尾数用补码表示；阶的基为2。用浮点算法计算X+Y、X-Y、X×Y、X÷Y，结果要求为规格化数。

  已知：$X=2^{-2}\times 11/16$；$Y=2^{3}\times(-15/16)$

- 解：为判溢出方便，阶符和尾符均采用双符号位，先将X、Y转换成浮点规格化格式（如果仅作为练习，原始数据也可直接转换，不要求一定为规格化形式，运算完后再规格化）：

  $[X]_{阶移尾补}$=00，110；00.101 100

  $[Y]_{阶移尾补}$=01，011；11.000 100

- 为便于讨论，设阶码用E表示，尾数用M表示。

Computer Science Technology

1. 浮点加减法：

(1) 对阶：

求阶差：$[\Delta E]_{移}=[E_x]_{移}+[-E_y]_{补}=00\ 110+11\ 101=00\ 011$

$[\Delta E]_{移}<0$，$E_x<E_y$，$\Delta E=-5$，E_x向E_y对齐。

M_x右移5位。每右移一次，E_x+1，直到$E_x=E_y$为止。

对阶后：$[X]_{阶移尾补}=01，011；00.000\ 001\ （01100）$

(2) 尾数运算：

$[M+]_{补}=[M_x]_{补}+[M_y]_{补}$

$=00.000\ 001\ （011）\ +11.000\ 100$

$=11.000\ 101\ （011）$

$[M-]_{补}=[M_x]_{补}+[-M_y]_{补}$

$=00.000\ 001\ （011）\ +00.111\ 100$

$=00.111\ 101\ （011）$

Technology Science Computer

(3) 结果规格化：

设尾数的高三位为$M_sM_0.M_{MSB}$……，

加法时：$M_0 \oplus M_{MSB}=1 \oplus 0=1$；

减法时：$M_0 \oplus M_{MSB}=0 \oplus 1=1$；

则：$[M+]_{补}$、$[M-]_{补}$已是规格化数，不需再规格化。

(4) 舍入：

采用0舍1入法

$[X+Y]_{阶移尾补}$=01，011；11.000 101（舍）

$[X-Y]_{阶移尾补}$=01，011；00.111 101 （舍）

(5) 溢出判断：

由于$[X+Y]_{阶移尾补}$、$[X-Y]_{阶移尾补}$的阶码均未溢出，故结果无溢出。

则：$X+Y=2^3\times(-59/64)$； $X-Y=2^3\times61/64$

2. 浮点乘法：

(1) 阶码相加：

$[E_{\times}]_{移}=[E_x]_{移}+[E_y]_{补}=00\ 110+00\ 011=01\ 001$—无溢出

(2) 尾数相乘：

采用补码两位乘比较法，有：

$[M_x]_{补}=00.101\ 100$；$[M_y]_{补}=11.000\ 100$

$[-M_x]_{补}=11.010\ 100$

$[M_{\times}]_{补}=111.010\ 110$（110 000 00）

机器运算步骤如下：

部分积	乘数	$Y_{n-1}Y_nY_{n+1}$
0 0 0 . 0 0 0 0 0 0	1 1. 0 0 0 1 0 0 0	—+0
→2 0 0 0 . 0 0 0 0 0 0	0 0 1 1. 0 0 0 1 0	
+ 0 0 0 . 1 0 1 1 0 0		+$[M_x]_{补}$
0 0 0 . 1 0 1 1 0 0		
→2 0 0 0 . 0 0 1 0 1 1	0 0 0 0 1 1. 0 0 0	—+0
→2 0 0 0 . 0 0 0 0 1 0	1 1 0 0 0 0 1 1. 0	
+ 1 1 1 . 0 1 0 1 0 0		+$[-M_x]_{补}$
1 1 1 . 0 1 0 1 1 0	1 1 0 0 0 0 0 0	
		清0

(3) 结果规格化：

$M_0 \oplus M_{MSB}=1 \oplus 0= 1$，$[M_\times]_补$已是规格化数。

(4) 舍入：采用0舍1入法

$[X\times Y]_{阶移尾补}=01，001；11.010\ 111$（入）

(5) 判溢出：

由于$[X\times Y]_{阶移尾补}$的阶码未溢出，故结果无溢出。

则：$X\times Y =2^1\times(-41/64)$

3. 浮点除法：

(1) 阶码相减：

$[E_\div]_移=[E_x]_移+[-E_y]_补= 00\ 110+ 11\ 101 = 00\ 011$ ——无溢出

(2) 尾数相除：

采用补码加减交替除法，由于满足$X^*<Y^*$条件，除法过程无溢出。

$[M_x]_补=00.101\ 100$；$[M_y]_补=11.000\ 100$；$[-M_y]_补=00.111\ 100$

$[M_\div]_补=1.010\ 001$，余数忽略。

若考虑余数还要进行一次恢复余数操作。机器运算步骤如下：

第六章6.50 浮点除法

被除数$[M_x]_{补}$/余数$[M_r]_{补}$	商q
00 .101100	0.000000
+ 11 .000100	X、Y异号，+$[M_y]_{补}$
11 .110000	
←1 11 .100000	1. —— R、Y同号，商1
+ 00 .111100	+$[-M_y]_{补}$
00 .011100	
←1 00 .111000	1.0 —— R、Y异号，商0
+ 11 .000100	+$[M_y]_{补}$
11 .111100	
←1 11 .111000	1.01 —— R、Y同号，商1
+ 00 .111100	+$[-M_y]_{补}$
00 .110100	
←1 01 .101000	1.010 —— R、Y异号，商0
+11 .000100	+$[M_y]_{补}$
00 .101100	
←1 01 .011000	1.0100 —— R、Y异号，商0
+11 .000100	+$[M_y]_{补}$
00 .011100	
←1 00 .111000	1.01000 —— R、Y异号，商0
+ 11 .000100	+$[M_y]_{补}$
11 .111100 ←1	1.010001 —— 恒置1

第六章6.50 浮点除法

Technology
Science
Computer

(3) 结果规格化：

$M_0 \oplus M_{MSB}=1 \oplus 0=1$，$[M_{\div}]_{补}$已是规格化数。

(4) 舍入：

由于尾数除法采用了恒置1法舍入，故不用再进行其他舍入操作。（若采用0舍1入法舍入，可多求几位商作为保护位。）

$[X \div Y]_{阶移尾补}$=00，011；11.010 001

(5) 判溢出：

由于$[X \div Y]_{阶移尾补}$的阶码无溢出，故结果无溢出。

则：$X \div Y = 2^{-5} \times (-47/64)$

- 评注：浮点运算与定点运算的主要区别在运算步骤上，每一步的具体操作方法基本以定点算法为基础；阶码运算与尾数运算分别进行，溢出判断以阶码溢出为标志，尾数溢出可通过规格化操作进行调整。浮点运算时舍入问题比较突出，为尽量减少精度损失，一般设有若干保护位，因此本题在运算过程中保留多余位，直到舍入操作时才对保留位进行处理。注意最后结果按题意要求用浮点真值表示，真值的形式要与原始数据一致。

- 6.51 当采用最高位为奇校验位的ASCII码方案时，写出下列字符的机内码。

  G，g，7，！，&

- 解：
- G的ASCII码=47H；G的ASCII机内码=C7H

  g的ASCII码=67H；g的ASCII机内码=67H

  7的ASCII码=37H；7的ASCII机内码=37H

  ！的ASCII码=21H；！的ASCII机内码=A1H

  &的ASCII码=26H；&的ASCII机内码=26H

- 6.62 设有效信息为110，试用生成多项式G(X) =11011将其编成循环冗余校验码。
- 解：编码过程如下：

  M(X) =110， n =3

  G(X) =11011， k+1 =5， k =4

  $M(X)\cdot X^4$ =110 0000

  $M(X)\cdot X^4/G(X)$ =110 0000/11011

  =100+1100/11011， R(X) =1100

  $M(X)\cdot X^4+R(X)$ =110 0000+1100

  =110 1100 =CRC码 （7，3）码
- 注：此题的G(X)选得不太好，当最高位和最低位出错时，余数相同，均为0001。此时只能检错，无法纠错。

- 6.53 试比较逻辑移位和算术移位。

- 解：逻辑移位和算术移位的区别：

  逻辑移位是对逻辑数或无符号数进行的移位，其特点是不论左移还是右移，空出位均补0，移位时不考虑符号位。

  算术移位是对带符号数进行的移位操作，其关键规则是移位时符号位保持不变，空出位的补入值与数的正负、移位方向、采用的码制等有关。补码或反码右移时具有符号延伸特性。左移时可能产生溢出错误，右移时可能丢失精度。

第六章 6.54

- 6.54 在整数定点机中，设机器数采用一位符号位，写出±0的原码、补码、反码和移码，得出什么结论?

- 解：不同码制0的机器数形式如下：

真值	原码	补码	反码	移码
+0	0，00…0	0，00…0	0，00…0	1，00…0
-0	1，00…0	0，00…0	1，11…1	1，00…0

- 结论：补、移码0的表示唯一，原、反码不唯一。
- 注意：本题不用分析不同编码间的其他特性。

- 6.55 求证：定点小数运算时，$[X]_{补}+[Y]_{补}=[X+Y]_{补}$ （mod 4）
- 证：根据模4补码定义：

$$[X]_{补}=\begin{cases} X & 2 > X \geq 0 \\ 4+X & 0 > X \geq -2 \end{cases} \quad (\text{mod } 4)$$

- 设X、Y为定点小数，X+Y亦为定点小数，分四种情况证明：

(1) $1 > X \geq 0$，$1 > Y \geq 0$，则

$$[X]_{补}+[Y]_{补}=X+Y=[X+Y]_{补} \quad (\text{mod } 4)$$

当 $2 > X+Y \geq 1$ 时，$X+Y$溢出。

(2) $1 > X \geq 0$，$0 > Y \geq -1$，则

$$[X]_{补}+[Y]_{补}=X+4+Y$$

$$=4+(X+Y)=\begin{cases} X+Y=[X+Y]_{补}, & 1>X+Y\geq 0 \\ [X+Y]_{补} & 0>X+Y\geq -1 \end{cases} \pmod 4$$

(3) $1 > Y \geq 0$，$0 > X \geq -1$，证明方法同(2)，略。

(4) $0 > X \geq -1$，$0 > Y \geq -1$，则

$$[X]_{补}+[Y]_{补}=4+X+4+Y=4+(4+X+Y)=4+X+Y \pmod 4$$

$$=[X+Y]_{补} \pmod 4$$

当 $-1>X+Y\geq -2$ 时，X+Y 溢出。

- 注：此题需用模4补码定义进行论证。

- 6.56 求证：$-[Y]_{补} = [-Y]_{补}$ （mod 4）
- 证： 利用模4补码加法公式进行证明。

  因为 $[X]_{补} + [Y]_{补} = [X + Y]_{补}$ （mod 4）

  令 X=-Y 代入上式得

  $[-Y]_{补} + [Y]_{补} = [-Y + Y]_{补} = [0]_{补} = 0$ （mod 4）

  所以 $[-Y]_{补} = -[Y]_{补}$ （mod 4） 证毕。

- 评注：$[-Y]_{补}$称为$[Y]_{补}$的机器负数，利用此关系，可方便地将补码减法转换成加法来做。

第六章 6.57

- 6.57 已知：$[Y]_{补}= Y_0.Y_1Y_2\ldots\ldots Y_n$，
  求证：$[-Y]_{补}= /Y_0./Y_1/Y_2\ldots\ldots/Y_n+ 2^{-n}$
- 证：当 $1>Y\geq 0$ 时，$Y_0=0$，$[Y]_{补}=[Y]_{原}=0.Y_1Y_2\ldots\ldots Y_n$
  $[-Y]_{原}= 1.Y_1Y_2\ldots\ldots Y_n$；则
  $[-Y]_{补}= 1./Y_1/Y_2\ldots\ldots/Y_n+2^{-n} =/Y_0./Y_{1/}Y_2\ldots\ldots/Y_n+2^{-n}$
  当 $0>Y\geq -1$ 时，$Y_0=1$，$[Y]_{补}= 1.Y_1Y_2\ldots\ldots Y_n$
  $[Y]_{原}= 1./Y_1/Y_2\ldots\ldots/Y_n+ 2^{-n}$
  $[-Y]_{原}= 0./Y_1/Y_2\ldots\ldots/Y_n+ 2^{-n}$
  $[-Y]_{补}=[-Y]_{原}=0./Y_1/Y_2\ldots\ldots/Y_n+2^{-n}$
  $=/Y_0./Y_1/Y_2\ldots\ldots/Y_n+2^{-n}$
- 所以：不论Y是正还是负，在整个补码定义域均有
  $[-Y]_{补}=/Y_0./Y_1/Y_2\ldots\ldots/Y_n+2^{-n}$

- 6.58 某16位机的加法器，由低至高位输出序号为$F_0 \sim F_{15}$，4位一组分组，组内组间均采用先行进位结构，使用的器件为与-非、或-非、与或非、反相器等SSI门电路：

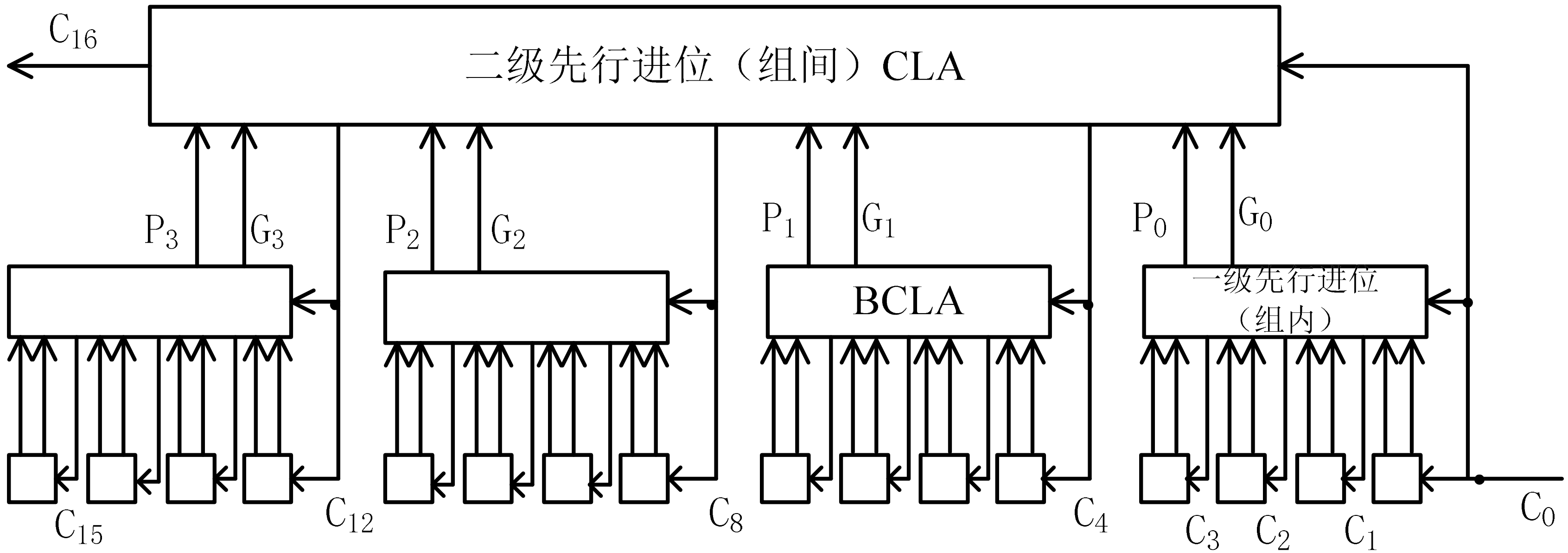
(1) 按所用的逻辑结构写出第6位进位信号C_6的逻辑表达式；

(2) 画出与C_6有关部分的逻辑图，令原始输入为A_i、B_i（i=0～15）、C_0；

(3) 估算产生C_6所需的最长时间，设与-非、或-非、反相器等标准门电路的时延为T，与或非门的时延为1.5T 。

- 解：该加法器逻辑框图如下所示：

第六章 6.58 (1)



(1) $/C_6 = /(g_5+p_5g_4+p_5p_4C_4)$；

$C_4=/(/G_0/P_0+/G_0/C_0)$；

$/G_0= /(g_3+p_3g_2+p_3p_2g_1+p_3p_2p_1g_0)$；

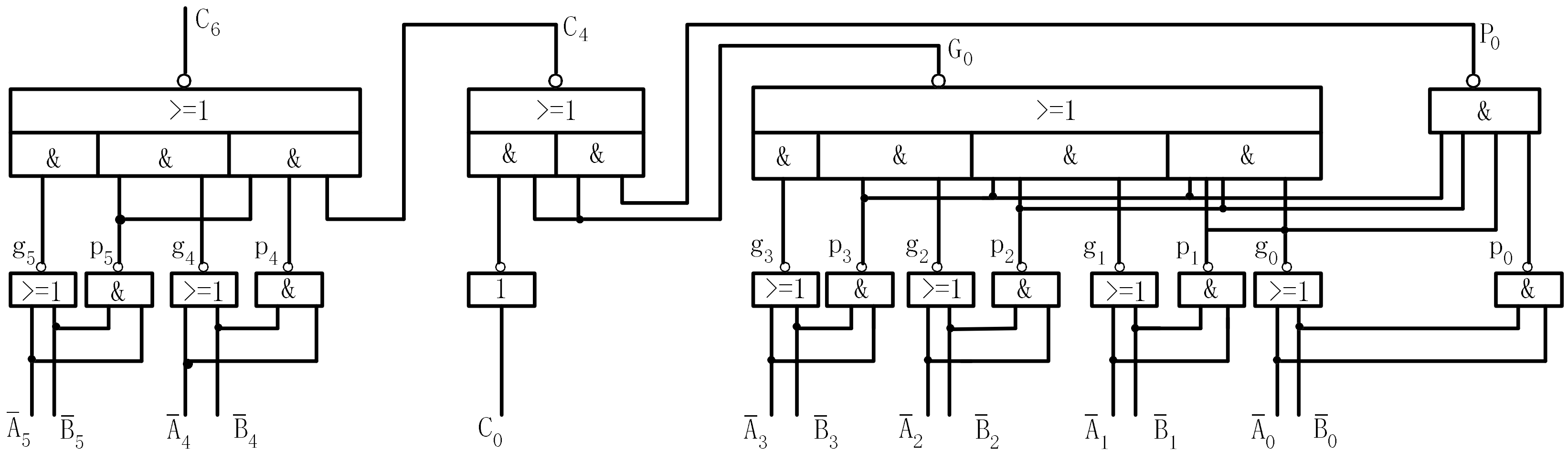
$/P_0=/(p_3p_2p_1p_0)$；

$g_i=/(\ /A_i+\ /B_i)$；　$p_i=/(/A_i/B_i)$；　$(i = 0 \sim 15)$

- **注：该题逻辑设计使用了反演定律，以便减少门的级数。**

第六章 6.58 (2)

(2) 与C_6有关部分的逻辑图如下：



(3) 产生C_6所需的最长路径为：A_i、$B_i \rightarrow g_i$、$p_i \rightarrow G_0$、$P_0 \rightarrow C_4 \rightarrow C_6$；

与非(或非)　与或非　与或非　与或非

则产生C_6所需的最长时间为：$T_{max} = T + 1.5T \times 3 = 5.5T$