

习题 5-4 最大团问题的迭代回溯法

试设计一个解最大团问题的迭代回溯法。

分析与解答：

与主教材中装载问题的迭代回溯法类似,最大团问题的迭代回溯法描述如下。



```
static void IterClique()
```

```
{
    for(int i=0; i<=n; i++) x[i]=0;
    int i=1;
    while(true){
        while(i<=n && ok(i)){ x[i++]=1; cn++; }
        if(i>=n){
            for (int j=1; j<=n; j++) bestx[j]=x[j];
            bestn=cn;
        }
        else x[i++]=0;
        while(cn+n-i<=bestn){
            i--;
            while(i>0 && x[i]==0) i--;
            if(i==0) return;
            x[i++]=0; cn--;
        }
    }
}
```

ok 用于判断当前顶点是否可加入当前团。

```
static boolean ok(int i)
```

```
{
    for(int j=1; j<i; j++) if( x[j]>0 && a[i][j]==0) return false;
    return true;
}
```

IterClique 作初始化,并调用迭代回溯法求解。

```
public static int IterClique()
```

```
{
    cn=0; bestn=0;
    iterClique();
    return bestn;
}
```



习题 5-6 旅行售货员问题的上界函数

设 G 是有 n 个顶点的有向图, 从顶点 i 发出的边的最小费用记为 $\min(i)$ 。

(1) 证明图 G 的所有前缀为 $x[1:i]$ 的旅行售货员回路的费用至少为 $\sum_{j=2}^i a(x_{j-1}, x_j) +$

$\sum_{j=i+1}^n \min(x_j)$, 其中 $a(u, v)$ 是边 (u, v) 的费用。

(2) 利用上述结论设计一个高效的上界函数, 重写旅行售货员问题的回溯法, 并与主教材中的算法进行比较。

分析与解答:

(1) 前缀为 $x[1:i]$ 的旅行售货员回路任一旅行售货员回路可表示为 n 个顶点的一个排列 $(x[1], x[2], \dots, x[i], \pi(i+1), \pi(i+2), \dots, \pi(n))$ 。

这个回路的费用为

$$h(\pi) = \sum_{j=2}^i a(x_{j-1}, x_j) + a(x_i, \pi(i+1)) + \sum_{j=i+1}^n a(\pi(j), \pi(j \bmod n + 1))$$

由此可知,

$$\begin{aligned} h(\pi) &\geq \sum_{j=2}^i a(x_{j-1}, x_j) + \min(x_i) + \sum_{j=i+1}^n \min(\pi(j)) \\ &= \sum_{j=2}^i a(x_{j-1}, x_j) + \sum_{j=i}^n \min(x_j) \end{aligned}$$

(2) 先对图 G 简单遍历, 计算出 $\sum_{i=1}^n \min(i)$ 的值。

