习题 5-4　最大团问题的迭代回溯法

试设计一个解最大团问题的迭代回溯法。

分析与解答：

与主教材中装载问题的迭代回溯法类似，最大团问题的迭代回溯法描述如下。

```
static void iterClique()
{
    for(int i=0;i<=n;i++)x[i]=0;
    int i=1;
    while(true){
        while(i<=n && ok(i)){x[i++]=1;cn++;}
        if(i>=n){
            for (int j=1;j<=n;j++)bestx[j]=x[j];
            bestn=cn;
        }
        else x[i++]=0;
        while(cn+n-i<=bestn){
            i--;
            while(i>0 && x[i]==0)i--;
            if(i==0) return;
            x[i++]=0;cn--;
        }
    }
}
```

ok 用于判断当前顶点是否可加入当前团。

```
static boolean ok(int i)
{
    for(int j=1;j<i;j++)if(x[j]>0 && a[i][j]==0) return false;
    return true;
}
```

IterClique 作初始化，并调用迭代回溯法求解。

```
public static int IterClique()
{
    cn=0;bestn=0;
    iterClique();
    return bestn;
}
```

习题 5-6　旅行售货员问题的上界函数

设 G 是有 n 个顶点的有向图，从顶点 i 发出的边的最小费用记为 $\min(i)$。

(1) 证明图 G 的所有前缀为 $x[1:i]$ 的旅行售货员回路的费用至少为 $\sum_{j=2}^{i} a(x_{j-1}, x_j) + \sum_{j=i}^{n} \min(x_j)$，其中 $a(u,v)$ 是边 (u,v) 的费用。

(2) 利用上述结论设计一个高效的上界函数，重写旅行售货员问题的回溯法，并与主教材中的算法进行比较。

分析与解答：

(1) 前缀为 $x[1:i]$ 的旅行售货员回路任一旅行售货员回路可表示为 n 个顶点的一个排列 $(x[1], x[2], \cdots, x[i], \pi(i+1), \pi(i+2), \cdots, \pi(n))$。

这个回路的费用为

$$h(\pi) = \sum_{j=2}^{i} a(x_{j-1}, x_j) + a(x_i, \pi(i+1)) + \sum_{j=i+1}^{n} a(\pi(j), \pi(j \bmod n + 1))$$

由此可知，

$$h(\pi) \geqslant \sum_{j=2}^{i} a(x_{j-1}, x_j) + \min(x_i) + \sum_{j=i+1}^{n} \min(\pi(j))$$

$$= \sum_{j=2}^{i} a(x_{j-1}, x_j) + \sum_{j=i}^{n} \min(x_j)$$

(2) 先对图 G 简单遍历，计算出 $\sum_{i=1}^{n} \min(i)$ 的值。

6-1 栈式分支限界法将活结点表以后进先出(LIFO)的方式存储于栈中。试设计一个解 0-1 背包问题的栈式分支限界法，并说明栈式分支限界法与回溯法的区别。

6-2 试修改解装载问题和解 0-1 背包问题的优先队列式分支限界法，使其仅使用一个最大堆来存储活结点，而不必存储所产生的解空间树。

6-3 解最大团问题的优先队列式分支限界法中，当前扩展结点满足 $cn+n-i \geqslant bestn$ 的右儿子结点被插入到优先队列中。如果将这个条件修改为满足 $cn+n-i > bestn$ 右儿子结点插入优先队列，仍能保证算法的正确性吗？为什么？