下滑一层(见图 6-10)。重复该过程,由于 31 大于 19,因此把 19 置入空穴,在更下一层上建立一个新的空穴。然后,由于 31 还是太大,因此再把 26 置入空穴,在底层又建立一个新的空穴。最后,我们得以将 31 置入空穴中(图 6-11)。这种一般的策略叫做下滤(percolate down)。在其实现例程中我们使用类似于在 insert 例程中用过的技巧来避免进行交换操作。

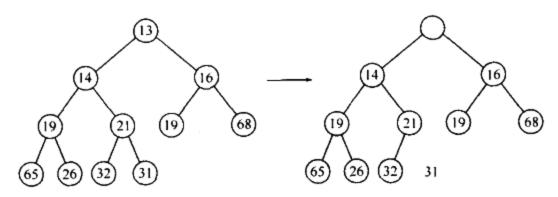


图 6-9 在根处建立空穴

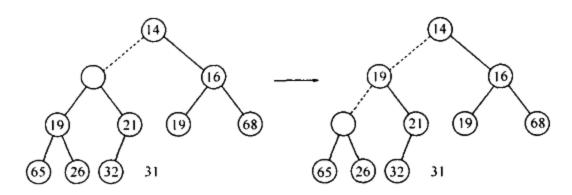


图 6-10 在 deleteMin 中的接下来的两步

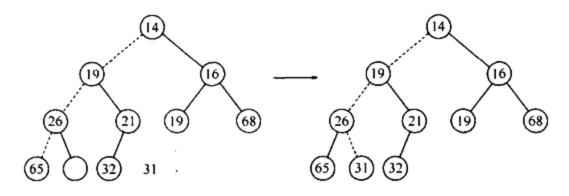


图 6-11 在 deleteMin 中的最后两步

在堆的实现中经常发生的错误是当堆中存在偶数个元素的时候,将遇到一个节点只有一个 儿子的情况。我们必须保证节点不总有两个儿子的前提,因此这就涉及一个附加的测试。在图 6-12 描述的程序中,我们已在第 29 行进行了这种测试。一种极其巧妙的解决方法是始终保证算 法把每一个节点都看成有两个儿子。为了实施这种解法,当堆的大小为偶数时在每个下滤开始 处,可将其值大于堆中任何元素的标记放到堆的终端后面的位置上。我们必须在深思熟滤以后 再这么做,而且必须插入一个是否确实使用这种技巧的评判。虽然这不再需要测试右儿子的存 在性,但是还是需要测试何时到达底层,因为对每一片树叶算法将需要一个标记。

这种操作最坏情形运行时间为  $O(\log N)$ 。平均而言,被放到根处的元素几乎下滤到堆的底层(即它所来自的那层),因此平均运行时间为  $O(\log N)$ 。

## 6.3.4 其他的堆操作

注意,虽然求最小值操作可以在常数时间完成,但是,按照求最小元设计的堆(也称做最小堆,(min)heap)在求最大元方面却无任何帮助。事实上,一个堆所蕴涵的序信息很少,因此,若不