

图 7-1 表达了一般的策略。在第  $p$  趟, 我们将位置  $p$  上的元素向左移动, 直到它在前  $p+1$  个元素中的正确位置被找到的地方。图 7-2 中的程序实现这种策略。第 12 行到第 15 行实现数据移动而没有明显地使用交换。位置  $p$  上的元素储存于 `tmp`, 而(在位置  $p$  之前)所有更大的元素都被向右移动一个位置。然后 `tmp` 被置于正确的位置上。这是与在二叉堆实现时所用到的相同技巧。

```
1  /**
2   * Simple insertion sort.
3   * @param a an array of Comparable items.
4   */
5  public static <AnyType extends Comparable<? super AnyType>>
6  void insertionSort( AnyType [ ] a )
7  {
8      int j;
9
10     for( int p = 1; p < a.length; p++ )
11     {
12         AnyType tmp = a[ p ];
13         for( j = p; j > 0 && tmp.compareTo( a[ j - 1 ] ) < 0; j-- )
14             a[ j ] = a[ j - 1 ];
15         a[ j ] = tmp;
16     }
17 }
```

图 7-2 插入排序例程

### 7.2.2 插入排序的分析

由于嵌套循环的每一个都花费  $N$  次迭代, 因此插入排序为  $O(N^2)$ , 而且这个界是精确的, 因为以反序的输入可以达到该界。精确计算指出, 图 7-2 内循环中元素的比较次数对于  $p$  的每个值最多是  $p+1$  次。对所有的  $p$  求和得到总数为

$$\sum_{i=2}^N i = 2 + 3 + 4 + \cdots + N = \Theta(N^2)$$

另一方面, 如果输入数据已预先排序, 那么运行时间为  $O(N)$ , 因为内层 `for` 循环的检测总是立即判定不成立而终止。事实上, 如果输入几乎被排序(该术语将在下一节更严格地定义), 那么插入排序将运行得很快。由于这种变化差别很大, 因此值得我们去分析该算法平均情形的行为。实际上, 和各种其他排序算法一样, 插入排序的平均情形也是  $\Theta(N^2)$ , 详见下节的分析。

## 7.3 一些简单排序算法的下界

成员是数的数组的逆序(inversion)即具有性质  $i < j$  但  $a[i] > a[j]$  的序偶  $(a[i], a[j])$ 。在上节的例子中, 输入数据 34, 8, 64, 51, 32, 21 有 9 个逆序, 即 (34, 8), (34, 32), (34, 21), (64, 51), (64, 32), (64, 21), (51, 32), (51, 21) 以及 (32, 21)。注意, 这正好是需要由插入排序(隐含)执行的交换次数。情况总是这样, 因为交换两个不按顺序排列的相邻元素恰好消除一个逆序, 而一个排过序的数组没有逆序。由于算法中还有  $O(N)$  量的其他工作, 因此插入排序的运行时间是  $O(I + N)$ , 其中  $I$  为原始数组中的逆序数。于是, 若逆序数是  $O(N)$ , 则插入排序以线性时间运行。