Vybrané grafové algoritmy v jazyce Python

1 Úvod

Tento text vznikl jako doprovodný materiál ke cvičení školy programovacích technik pořádané na katedře Informatiky Vysoké školy báňské - Technická univerzita Ostrava. Programovacím jazykem pro cvičení je Python. Každý úkol ve cvičení obsahuje popis zadání, odkaz na kódy ze kterých při řešení budete vycházet a u některých úkolů je součástí také odkaz na externí video, jenž může danou problematiku pomoci přiblížit.

Python

Spouštění vzorových kódu a případné vypracování úkolů v jazyce Python vyžaduje jeho instalaci. Python je dostupný ke stažení pro většinu dnešních platforem [1]. Po správném nainstalování Pythonu je možné zkusit vytvořit a spustit první program. K tomuto účelu je možné využít buď příkazový řádek, nebo nějaký vyvojové prostředí typu PyCharm [2]. Na webu existuje celá řada tutoriálů [3], které ukazují jak Python instalovat a spustit, takže podrobnější popis zde vynecháme.

Úkol 1: Načtení grafu

Skript:

[1] https://www.python.org/downloads/
[2] https://www.jetbrains.com/pycharm/
[3] https://www.youtube.com/watch?v=N4mEzFDjqtA

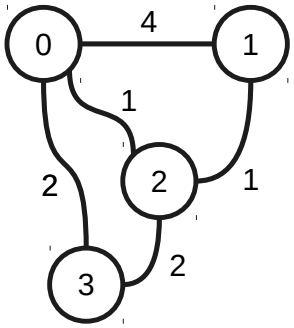
https://github.com/RadimBaca/SOPA/tree/master/ukol1/mustr.py

Zadaní:

Graf je v souboru reprezentován jako množina hran ve formátu `vrchol1;vrchol2;vaha`.

Hlavním úkolem je uložit graf jako matici sousednosti [4].

Vážený graf



Množina hran

{(0,1,4),
(0,2,1),
(0,3,2),
(1,2,1),
(2,3,2)}

Matice sousednosti

	0	1	2	3
0	0	4	1	2
1	4	0	1	0
2	1	1	0	2
3	2	0	2	0

Video:

https://www.youtube.com/watch?v=9C2cpQZVRBA

Toto video obsahuje podrobnější popis matice sousednosti spolu s popisem jejich výhod a nevýhod.

Úkol 2: Stupeň grafu

Skript:

https://github.com/RadimBaca/SOPA/tree/master/ukol2/mustr.py

Zadaní:

Graf je nyní reprezentován jako matice sousednosti. Vážený stupeň vrcholu je dán součtem vah jeho hran. Pro spočítání váženého stupně každého vrcholu v grafu využijte Numpy funkci `sum`.

```
rank = matrix.sum(axis=1)
```

[4] https://cs.wikipedia.org/wiki/Matice_sousednosti

Hlavním úkolem je vypsat prvních deset osob dle jejich váženého stupně. Při vypisování prvních deset osob využijte také mapu `names`, kterou jste načetli ze souboru v rámci předchozího úkolu. Ve skriptu je možné vidět očekávaný výstup.

Úkol 3: Karate klub

Skript:

https://github.com/RadimBaca/SOPA/tree/master/ukol3/mustr.py

Zadaní:

Dalším úkolem je analýza Zachary karate klubu. Jde o sociální síť univerzitního karate klubu. Tento karate klub byl studován doktorem Wayne W. Zacharym po dobu tří let (1970-1972). Vrcholy sítě jsou osoby karate klubu a hrany představují skutečnost, že dvě osoby se mezi sebou znají a stýkají i mimo karate klub. V průběhu kdy byl karate klub studován se vystupňoval konflikt mezi administrátorem a instruktorem, ktery vedl k rozdeleni klubu na dva [5].

Načtěte graf karate klubu (naleznete v adresáři data na github) a použijte předchozí analýzu dle vážených stupnu nalezt dvě nejdůležitější osoby (administrátora a instruktora) v grafu. Tzn. nalezněte jejich číslo.

Úkol 4: Průměr grafu a nejkratší cesta

Data:

https://github.com/RadimBaca/SOPA/tree/master/ukol4/mustr.py

Zadaní:

Dokončete kód jenž bude s pomocí algoritmu Breath-first search (BFS) [6] hledat nejkratší vzdálenost od výchozího vrcholu ke všem ostatním vrcholům v grafu. Vstupem algoritmu je tedy id vychoziho vrcholu a výstupem má být list s těmito vzdálenostmi.

[5] https://en.wikipedia.org/wiki/Zachary%27s_karate_club
[6] https://en.wikipedia.org/wiki/Breadth-first_search

Tyto vzdálenosti pro každý vrchol jsou následně sečteny (řádek 27 ve vzorovém souboru) a spočítáme průměrnou nejkratší vzdálenost. Průměrná nejkratší vzdálenost v grafu se nazývá průměr grafu.

Uveďme ještě základní popis datových struktur v BFS algoritmu, kde `V` je počet vrcholů v grafu:

- `distances` - list o velikosti `V`, kde každá pozice udává nejkratší vzdálenost od výchozího vrcholu. Na začátku jsou všechny nastaveny na nula.
- `visited` - list o velikosti `V`, kde každá pozice uchovává příznak, zda-li byl vrchol navštíven nebo ne. Na začátku jsou všechny nastaveny na `False`.
- `queue` - list dvojic `(vrchol,vzdalenost)`. Na začátku je v listu pouze jedna dvojice `(vychozi vrchol, 0)`. Pro vkládání nových dvojic použijte funkci `append`.

Video:

https://www.youtube.com/watch?v=E_V71Ejz3f4

Toto video názorně demonstruje základní ideu algoritmu BFS.

Úkol 5: Floyd-Warshall

Data:

https://github.com/RadimBaca/SOPA/tree/master/ukol5/mustr.py

Zadaní:

Spočítejte průměr grafu s pomocí Floyd-Warshall algoritmu [7].

Tento algoritmus je i spolu s pseudokódem a příkladem obstojně popsán na wikipedii [8]. Tento algoritmus funguje i pro vážené grafy.

Využijte knihovnu `time` pro porovnání doby výpočtu průměru grafu s pomocí BFS a s pomocí Floyd-Warshall algoritmu.

Video:

[7] https://en.wikipedia.org/wiki/Floyd%E2%80%93Warshall_algorithm
[8] https://en.wikipedia.org/wiki/Floyd%E2%80%93Warshall_algorithm

https://www.youtube.com/watch?v=4OQeCuLYj-4

Toto video názorně demonstruje základní ideu algoritmu.

Bonusový úkol: Layer of indirection

Pozorný programátor si jistě všiml určitého nedostatku v naší implementaci, která pro určité typy vstupů může vést k nekorektním výsledkům. Počítáme s tím, že vstupní graf indexuje všechny vrcholy s pomocí konečné posloupnosti přirozených čísel $a_n = n$ kde n jde od nuly. Problém tedy nastane jakmile tento předpoklad není splněn a posloupnost nezačíná nulou, nebo dokoce obsahuje 'díry'. Tzn. některá čísla v daném rozsahu se v posloupnosti indexů vrcholů vůbec nevyskytují. První možnost (tzn. indexy nezačínají nulou) se vyskytuje u kolekce karate klubu a toto je lehce řešitelné odečtením jedničky při počítání parametrů. V případě děr je situace komplikovanější a vyžadovala by vytvoření tzv. *layer of indirection* [9], což je v podstatě datová struktura implementující funkci, která přeloží id vrcholu na přirozené číslo s požadovanými vlastnostmi.

Tato vrstva by se mohla implementovat s pomocí hash tabulky v Pythonu (jednoduše *dictionary* [10]), kde bychom uložili dvojice `(poradi_v_matici, index_vrcholu)` pro každý vrchol. Pořadí v matici by už byla posloupnost přirozených čísel, která roste od nuly a neobsahuje mezery.

Zadaní:

Cílem tohoto bonusového úkolu je rozšířit naši funkci `read_matrix`, tak aby

- vracela matici, kde nebudou žádné 'díry'
- vracela dictionary, s pomocí které bude možné pro index řádku matice dohledat původní index vrcholu

[9] https://en.wikipedia.org/wiki/Indirection
[10] https://docs.python.org/3/tutorial/datastructures.html#dictionaries