

۱- الف)  $S[n]$  یک فرآیند  $MA(1)$  است که به صورت  $S[n] = U[n] + b_1 U[n-1]$  تعریف می‌شود که در آن  $U[n]$  نویز سفید با میانگین صفر است.  $R_s[m]$  را بدست آورده و برای  $0 < b_1 < 1$  و  $-1 < b_1 < 0$  رسم کنید.

ب)  $S[n]$  یک فرآیند  $MA(2)$  است که به صورت  $S[n] = U[n] + b_1 U[n-1] + b_2 U[n-2]$  تعریف می‌شود که در آن  $U[n]$  نویز سفید با میانگین صفر است.  $R_s[m]$  را بدست آورید.

پ)  $S[n]$  یک فرآیند  $AR(1)$  است که به صورت  $S[n] = U[n] - a_1 S[n-1]$  تعریف می‌شود که در آن  $U[n]$  نویز سفید با میانگین صفر است.  $R_s[m]$  را بدست آورده و برای  $0 < a_1 < 1$  و  $-1 < a_1 < 0$  رسم کنید.

ت)  $S[n]$  یک فرآیند  $AR(2)$  است که به صورت  $S[n] = U[n] + (p_1 + p_2)S[n-1] - (p_1 p_2)S[n-2]$  تعریف می‌شود که در آن  $U[n]$  نویز سفید با میانگین صفر است. نشان دهید  $R_s[m]$  به فرم  $K_1(\alpha)^{|m|} + K_2(\beta)^{|m|}$  است. آیا می‌توانید پارامترهای مجهول  $R_s[m]$  را بدست آورید؟ چه شرطی روی  $p_1$  و  $p_2$  باید گذاشته شود؟

۲- یک فرآیند  $MR(2)$ :  $\sigma_u^2 = 1$ ,  $S[n] = U[n] + 0.75U[n-1] + 0.25U[n-2]$ ,  
و یک فرآیند  $AR(2)$ :  $\sigma_u^2 = 1$ ,  $S[n] = U[n] + 0.81S[n-2]$ , داریم.

الف) می‌خواهیم فرآیند اول را با یک فرآیند  $MA(q)$  و فرآیند دوم را با یک  $AR(p)$  تقریب بزنیم. پارامترهای مدل را با تقریب چندجمله‌ای‌ها بدست آورید.

ب) با ساده‌ترین روش مقادیر  $R_s[0]$  و  $R_s[1]$  و  $R_s[2]$  را برای هریک از دو فرآیند فوق بدست آورده و سپس با روش معرفی شده در مسئله ۱ ب و ت مقایسه کنید.

پ) با استفاده از مقادیر بدست آمده در ب، پارامترهای مدل  $MA(1)$  و  $MA(2)$  را برای فرآیند اول تخمین بزنید و با جواب الف مقایسه کنید.

ت) با استفاده از مقادیر بدست آمده در ب، پارامترهای مدل  $AR(1)$  و  $AR(2)$  را برای فرآیند دوم تخمین بزنید و با جواب الف مقایسه کنید.

۳- مقادیر تابع همبستگی فرآیند  $S[n]$  در چند نقطه از روی تابع نمونه آن به صورت زیر تخمین زده شده است:

$$\hat{R}_s[0] = 64, \quad \hat{R}_s[1] = -16, \quad \hat{R}_s[2] = -2$$

الف) فرآیند را یک  $AR(2)$  در نظر گرفته و ضرایب مدل را تخمین بزنید و سپس  $R_s[3]$  را تخمین بزنید.

ب) فرآیند را یک  $ARMA(2,1)$  در نظر گرفته و با فرض  $\sigma_u^2 = 1$ ,  $\hat{R}_s[3] = 5$  و ضرایب مدل را با بیشترین دقت ممکن تخمین زده و سپس  $R_s[4]$  را تخمین بزنید.

پ) فرآیند را یک  $ARMA(1,1)$  در نظر گرفته و با استفاده از روشی که ابتدا فرآیند را  $AR$  مرتبه بالاتر فرض می‌کند ضرایب مدل را تخمین زده و سپس  $R_s[3]$  را تخمین بزنید.

ت) با فرض اینکه مقادیر همبستگی دقیق است، ضرایب چند جمله‌ای مخرج در قسمت‌های الف و ب و ضرایب  $\tilde{a}_1$  و  $\tilde{a}_2$  در قسمت پ چه ارتباطی با هم دارند؟ همه باید مثل هم باشند؟ کدام دو دسته باید مثل هم باشند؟ بحث کنید.

ث) فرآیند را یک  $ARMA(1,1)$  در نظر گرفته و فرض کنید:  $H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a z^{-1}}$ . ضرایب  $a$  و  $b_0$  و  $b_1$  را با بیشترین دقت ممکن محاسبه کنید و سپس  $R_s[3]$  را تخمین بزنید. جواب این قسمت را با قسمت پ مقایسه کنید.

ج) فرآیند را یک  $MA(2)$  در نظر گرفته و ضرایب مدل را تخمین بزنید. آیا ضرایب مدل حقیقی است؟ سپس  $R_s[3]$  را تخمین بزنید.

۴- برای یک فرآیند  $MA(3)$  مقادیر همبستگی به صورت زیر تخمین زده شده است:

$$\hat{R}_x[0] = 30, \quad \hat{R}_x[1] = 20, \quad \hat{R}_x[2] = 11, \quad \hat{R}_x[3] = 4$$

پارامترهای مدل را با استفاده از چند روش بازگشتی مطرح شده در کلاس (همه حالت‌های بحث شده) و به کمک Matlab محاسبه کرده و با هم مقایسه کنید.

۵- الف) اگر  $U[n]$  یک نویز سفید با متوسط صفر باشد، آیا فرآیند  $X[n] = U[n] + \alpha \left( \sum_{k=1}^{+\infty} U[n-k] \right)$  ایستا است؟ چرا؟

ب) نشان دهید فرآیند  $Y[n] = X[n] - X[n-1]$  یک فرآیند  $MA(1)$  است.