

۱- در شکل زیر فرایندهای $u_1[n]$ و $u_2[n]$ و $u_3[n]$ نویز سفید با متوسط صفر و واریانس $\sigma_1^2 = 70$, $\sigma_2^2 = 224$, $\sigma_3^2 = a$ بوده و مستقل از $u_2[n]$ و $u_3[n]$ فرض می‌شوند. کوواریانس دو نویز $u_2[n]$ و $u_3[n]$ برابر $\sigma_{23} = b$ است.

الف) پاسخ ضربه فیلتر اپتیمم IIR غیرسببی (فیلتر وینر) را که ورودی آن توابع نمونه فرآیند $Y_1[n]$ و خروجی آن تخمین خطی $s_1[n]$ می‌باشد را بدست آورید و سپس مقدار تخمین خطی $s_1[n]$ را بر حسب ترکیب خطی مشاهدات بنویسید.

الف) اگر به جای $Y_1[n]$ از فرآیند $Y_2[n]$ استفاده کنیم، بدون هیچ‌گونه محاسبه‌ای بگویید به‌ازاء چه مقادیری از a و b جواب بدست آمده در قسمت الف ۱ تغییر نمی‌کند؟

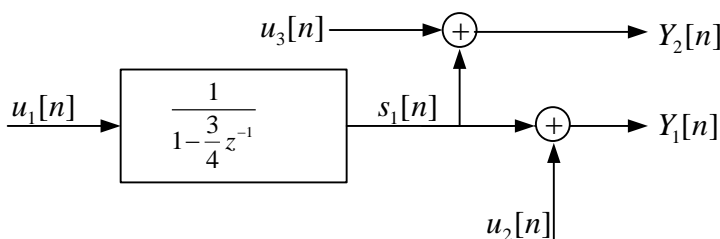
الف) اگر به جای $Y_1[n]$ از فرآیند $Y_2[n]$ استفاده کنیم، بدون هیچ‌گونه محاسبه‌ای بگویید به‌ازاء چه مقادیری از a و b جواب بدست آمده در قسمت الف ۱ تغییر نمی‌کند؟

ب) پاسخ ضربه فیلتر FIR سببی ۲ نقطه‌ای را که ورودی آن توابع نمونه فرآیند $Y_1[n]$ و خروجی آن تخمین خطی $s_1[n]$ می‌باشد را بدست آورید.

ب) اگر به جای $Y_1[n]$ از فرآیند $Y_2[n]$ استفاده کنیم، بدون هیچ‌گونه محاسبه‌ای بگویید به‌ازاء چه مقادیری از a و b جواب بدست آمده در قسمت ب ۱ تغییر نمی‌کند؟

پ) تابع تبدیل فیلتر اپتیمم IIR سببی (فیلتر وینر) را که ورودی آن توابع نمونه فرآیند $Y_1[n]$ و خروجی آن تخمین خطی $s_1[n]$ می‌باشد را بدست آورید. ناحیه همگرایی را ذکر کنید.

پ) اگر به جای $Y_1[n]$ از فرآیند $Y_2[n]$ استفاده کنیم، بدون هیچ‌گونه محاسبه‌ای بگویید به‌ازاء چه مقادیری از a و b جواب بدست آمده در قسمت پ ۱ تغییر نمی‌کند؟



۲- در شکل مسئله ۱ و با فرضیات مسئله ۱ می‌خواهیم مقدار فرآیند $s_1[n]$ را با استفاده از یک فیلتر وفقی با دو ضریب w_0 و w_1 تخمین بزنیم.

الف) از فرآیند $Y_1[n]$ به عنوان *reference* و از فرآیند $Y_2[n]$ به عنوان *primary* استفاده می‌کنیم. فرض کنید: $b = 0$

الف) ساختار فیلتر وفقی را رسم کرده و تعیین کنید دو سیگنال خروجی فیلتر وفقی و سیگنال خطا، تخمین چه فرآیندی می‌باشند؟

الف) سیگنال خطا $e[n]$ را نوشته و جواب فیلتر اپتیمال که از می‌نیم کردن $E\{e^2[n]\}$ بدست می‌آید را محاسبه کنید. دقیقاً ذکر کنید ماتریس R و بردار P را چگونه محاسبه می‌کنید. بدیهی است که از توابع همبستگی بدست آمده در مسئله ۱ می‌توانید استفاده کنید.

الف) معادله بازگشتی که توسط آن ضرایب فیلتر با الگوریتم LMS تخمین زده می‌شود را بنویسید (تنها مجهولات معادله باید ضرایب فیلتر و پارامتر μ باشد).

الف) حدود μ در قسمت "الف ۳" را چنان تعیین کنید که الگوریتم بازگشتی همگرا شود.

ب) در قسمت الف اگر از فرآیند $Y_2[n]$ به عنوان *reference* و از فرآیند $Y_1[n]$ به عنوان *primary* استفاده کنیم، بدون هیچ‌گونه محاسبه‌ای بگویید آیا باز هم فیلتر وفقی جواب مورد انتظار را خواهد داد؟ اگر جواب منفی است چرا و اگر جواب مثبت است با ذکر دلیل بگویید در چه صورت با جواب بدست آمده در الف ۱ و الف ۲ یکسان خواهد بود.

پ) در قسمت الف با فرض $b \neq 0$ ، بدون هیچ‌گونه محاسبه‌ای بگویید آیا باز هم فیلتر وفقی جواب مورد انتظار را خواهد داد؟ اگر جواب منفی است چرا و اگر جواب مثبت است با ذکر دلیل بگویید با جواب الف و ب یکسان است یا خیر.

ت) ارتباط این مسئله با مسئله ۱ چیست؟ جواب کدامیک از سه قسمت الف یا ب یا پ این مسئله می‌تواند با جواب یکی از قسمت‌های مسئله ۱ یکسان باشد؟ اگر جواب یکسان است توجیه کنید چرا یکی فقط از یک مشاهده استفاده می‌کند و دیگری از هر دو مشاهدات.

۳- سیگنال حیاتی $S[n]$ با نرخ ۳۰۰ هرتز نمونه‌برداری شده‌است. این سیگنال را یک نویز سفید گوسی با متوسط صفر و واریانس واحد فرض می‌کنیم که نویز برق شهر (با فرکانس ۵۰ هرتز) با آن جمع شده‌است: $d[n] = S[n] + 2\cos(\omega_0 n + \varphi)$. فاز φ یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت و مستقل از $S[n]$ است. می‌خواهیم این نویز را با استفاده از یک فیلتر وقتی با ساختار ANC با تاخیر ۱۳ حذف کنیم. فیلتر وقتی مرتبه ۲ (با دو ضریب w_0 و w_1) را در نظر بگیریم.

الف) دو سیگنال $y[n]$ و $e[n]$ تخمین چه فرآیندی می‌باشند؟

ب) سیگنال $e[n]$ را نوشته و جواب فیلتر ایتیمال که از می‌نیم کردن $E\{e^2[n]\}$ بدست می‌آید را محاسبه کنید.

پ) معادله بازگشتی که توسط آن ضرایب فیلتر با الگوریتم LMS تخمین زده می‌شود را بنویسید (تنها مجهولات معادله باید ضرایب فیلتر و پارامتر μ باشد).

ت) حدود μ در قسمت "پ" را چنان تعیین کنید که الگوریتم بازگشتی همگرا شود.

ث) پاسخ فرکانسی فیلتر میان‌گذر معادل چگونه است؟ اگر $\mu = \frac{1}{16}$ ، پهنای باند و ضریب کیفیت فیلتر معادل را بدست آورید.

۴- فرض کنید سیگنال ECG ($S[n]$) متناوب است. همراه با این سیگنال نویزهای متفاوتی ثبت می‌شود که سه‌تا از آنها عبارتند از: a) سیگنال EMG که همراه سیگنال اصلی ثبت می‌شود ($N_1[n]$). این سیگنال را می‌توان معادل نویز گوسی باند محدود با میانگین صفر و انحراف معیاری برابر ۱۰٪ ماکزیمم ECG در نظر گرفت. b) نویز تغییرات خط مبنا ($N_2[n]$) که ناشی از حرکت الکتروده بوده و می‌توان آن را یک نویز فرکانس پایین در نظر گرفت و به صورت یک سینوسی با فرکانس ۰/۵ هرتز و دامنه‌ای برابر ۲۵٪ ماکزیمم سیگنال ECG شبیه‌سازی کرد. c) نویز ناشی از تداخل برق شهر که یک سینوسی با فرکانس ۵۰ هرتز می‌باشد ($N_3[n]$).

می‌خواهیم با استفاده از فیلتر وقتی، این سه نویز را از یک سیگنال ثبت شده ECG حذف کنیم: $S[n] + N_1[n] + N_2[n] + N_3[n]$

الف) فرض کنید تنها یک سیگنال ثبت شده ECG آغشته به این سه نویز داریم. آیا می‌توان با یک ساختار ANC با یک ورودی و یا با یک ساختار ALE همه این نویزها را حذف کرد (فقط با یک فیلتر وقتی)؟ چرا؟ کدام را می‌توان حذف کرد؟

ب) فرض کنید علاوه بر سیگنال ثبت شده آغشته به سه نویز، یک نمونه از برق شهر ($N'_3[n]$) را داریم و یک نمونه از نویز خط مبنا را نیز شبیه‌سازی می‌کنیم ($N'_2[n]$). اولاً یک ساختار متشکل از سه طبقه فیلتر وقتی که به‌طور $cascade$ به هم وصل شده‌اند پیشنهاد کنید که هر سه نویز را حذف کند. سیگنال‌های روی شکل را نام‌گذاری کنید و تعیین کنید خروجی‌ها تخمینی از چه سیگنال‌هایی هستند.

ثانیا یک ساختار متشکل از دو طبقه فیلتر وقتی که به‌طور $cascade$ به هم وصل شده‌اند پیشنهاد کنید که هر سه نویز را حذف کند. سیگنال‌های روی شکل را نام‌گذاری کنید و تعیین کنید خروجی‌ها تخمینی از چه سیگنال‌هایی هستند. یکی از طبقات باید متشکل از دو فیلتر وقتی موازی باشد. آیا تنها با یک فیلتر وقتی در هر طبقه می‌توان هر نویز را حذف کرد؟

پ) فرض کنید علاوه بر سیگنال ثبت شده آغشته به سه نویز، تنها یک نمونه از برق شهر ($N'_3[n]$) را داریم. آیا می‌توان همه نویزها را حذف کرد؟ چرا؟ کدام را می‌توان حذف کرد؟

۵- دو سیگنال $X_1[n]$ و $X_2[n]$ ، نمونه‌برداری شده دو سیگنال EEG ثبت شده به طور همزمان روی دو کانال می‌باشند.

الف) فرض کنید هر یک از این دو سیگنال یک فعالیت یکسانی را با تاخیر نسبت به هم و نیز با نویزهای جمع شونده مستقل از هم ثبت کرده‌باشند. با فرض ایستایی، با استفاده از فیلتر وقتی چه روشی برای تخمین این تاخیر پیشنهاد می‌کنید؟

ب) فرض کنید این دو سیگنال در پاسخ به یک سری تحریک صوتی که به طور متوالی و با فواصل مناسب پخش شده‌است ثبت شده‌اند و هر کدام شامل پتانسیل برانگیخته و نیز EEG زمینه می‌باشند. با استفاده از یک فیلتر وقتی روشی برای حذف EEG و بدست آوردن پتانسیل برانگیخته پیشنهاد کنید. یک بار فرض کنید که تنها $X_1[n]$ در دسترس است و یک بار هر دو سیگنال. آیا نتیجه بدست‌آمده با روش معمولی متوسط‌گیری سنکرون قابل مقایسه خواهد بود؟