Made with Goodnotes

تمرین سری 5 درس پردازش سیگنال EEG - رادین خیام - 99101579

سوال 1 -

الف) ابعاد این ماتریس 8×27 می باشد .

ب)

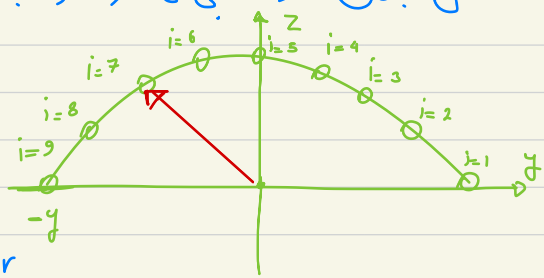
می دانیم که در حالت کلی صورت مسئله به این شکل است :

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(r_m^1, r_q^1) & \cdots & g(r_m^1, r_q^9) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(r_m^8, r_q^1) & \cdots & g(r_m^8, r_q^9) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^1 e_q^1 \\ \vdots \\ q^9 e_q^9 \end{bmatrix}$$

$* \; g(r_m^i, r_q^i) \in \mathbb{R}^{1\times 3} \quad , \quad q^i e_q^i \in \mathbb{R}^{3\times 1}$

حال چون دو قطبی ها را عمود به سطح کورتکس در نظر بگیریم، می توانیم بنویسیم :

$$e_q^i = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{8}\right) \\ \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{8}\right) \end{bmatrix}$$



$$\longrightarrow \quad m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_8 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \overbrace{g(r_m^1, r_q^1)\, e_q^1}^{\mathbb{R}^{1\times 3} \times \mathbb{R}^{3\times 1} \to \text{scalar}} & \cdots & g(r_m^1, r_q^9)\, e_q^9 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(r_m^9, r_q^1)\, e_q^1 & \cdots & g(r_m^9, r_q^9)\, e_q^9 \end{bmatrix}}_{\mathbb{R}^{9\times 9}} \underbrace{\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_9 \end{bmatrix}}_{\mathbb{R}^{9\times 1}}$$

Made with Goodnotes

ج)

$$m = \tilde{G}(\{r_m^j, r_q^i, e_q^i\}) \begin{bmatrix} q^1(1) & \cdots & q^1(T) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q^g(1) & \cdots & q^g(T) \end{bmatrix} = \tilde{G}(\{r_m^j, r_q^i, e_q^i\}) \tilde{Q}$$

$$\hat{Q}_{WMNE} = \min_{Q} \left(\|GQ - m\|_F^2 + \alpha \|WQ\|_F^2 \right)$$

باید W را به گونه ای تعریف کنیم که در جاهایی که پزشک گفته فعالیت کم است مقدار زیادی داشته باشد و در جاهایی که گفته فعالیت زیاد است مقدار کمی داشته باشد.

$$W \in \mathbb{R}^{g \times g}$$

$$W = \begin{cases} 1, & i = j \ \& \ \text{شماره الکترودهای فعال} \\ 0, & \text{o.w} \end{cases}$$

چون که الکترودهای نامطلوب در ترم رگولاریزیشن ضریب غیر صفر دارند زمانی که داریم عبارت را مینیمم می کنیم فعالیت این الکترودها را ناچاراً کم باید در نظر بگیریم.

سؤال 3)

الف)

$$M(t_i) = \begin{bmatrix} m_1(t_i) \\ m_2(t_i) \\ \vdots \\ m_{32}(t_i) \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} g(r_m^1, r_f) \\ g(r_m^2, r_f) \\ \vdots \\ g(r_m^{32}, r_f) \end{bmatrix}}^{G(t_i)} \overbrace{\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}}^{Q(t_i)} \quad , \quad g(r_m^i, r_f) \in \mathbb{R}^{1\times 3}$$

ب) چون که مکان دو قطبی مشخص نیست بنابراین G متغیر هست و نداریمش بنابراین

یک مسئله غیر خطی و overdetermined داریم پس باید از مدل های پارامتری استفاده کنیم.

$$\min_{r_f, Q} \| M(t_i) - G(t_i) Q(t_i) \|_2^2$$

مجهولات : x, y, z, f_x, f_y, f_z $\longrightarrow$ 6 مجهول داریم.

ج) بازه زمانی $t_1 : t_{10}$ را در نظر می گیریم.

$$\begin{bmatrix} m_1(t_1) & \cdots & m_1(t_{10}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{32}(t_1) & \cdots & m_{32}(t_{10}) \end{bmatrix} = \underset{\text{ثابت}}{G} \begin{bmatrix} f_x(t_1) & \cdots & f_x(t_{10}) \\ f_y(t_1) & \cdots & f_y(t_{10}) \\ f_z(t_1) & \cdots & f_z(t_{10}) \end{bmatrix}$$

$$\min_{Q} \left(\sum_{i=1}^{10} \| M(t_i) - G(t_i) Q(t_i) \|_2^2 \right)$$

مجهولات : $f_x(t_i), f_y(t_i), f_z(t_i)$ برای i بین 1 تا 10 $\longrightarrow$ $3\times 10 + 3 = 33$

و x، y، z

Made with Goodnotes

د) در این حالت ما بار باید مسئله را به صورت جداگانه حل کنیم
که در مجموع می‌شود $10\times 6 = 60$ مجهول می‌شود.

در این حالت نسبت به حالت قبل حساسیت به نویز بیشتر است چون
در قسمت قبلی اطلاعات بیشتری داشتیم به ازای هر زمان و برای همین احتمال
تأثیرگذاری نویز کمتر بود.

هـ)

$$\min\left(\sum_{i=1}^{10}\|m(t_i)-Gf(t_i)\|_2^2+\lambda\sum_{i=1}^{9}\|f(t_{i+1})-f(t_i)\|_2^2\right)$$

و) حل قسمت هـ را 5 بار به صورت جداگانه برای این 5 بازه
انجام می‌دهیم.

ز) زمان ها را به صورت $t_{i,j}$ نشان می‌دهیم که یعنی نمونه i ام از بازه j ام.

$$\min\left(\sum_{j=1}^{5}\left(\sum_{i=1}^{10}\|m(t_{i,j})-G_j f(t_{i,j})\|_2^2+\lambda_1\sum_{i=1}^{9}\|f(t_{i+1,j})-f(t_{i,j})\|_2^2\right)+\lambda_2\sum_{j=1}^{4}\|r_{f,j+1}-r_{f,j}\|_2^2\right.$$

سوال 2 -

الف) برای T نمونه زمانی ماتریس ها را تشکیل می دهیم.

$$M = \begin{bmatrix} m_1(1) & \cdots & m_1(T) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{19}(1) & \cdots & m_{19}(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{g(r_m^1, r_q^1)}^{\text{Scalar}} e_q^1 & \cdots & g(r_m^1, r_q^{5000}) e_q^{5000} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(r_m^{19}, r_q^1) e_q^1 & \cdots & g(r_m^{19}, r_q^{5000}) e_q^{5000} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(1) & \cdots & q_1(T) \\ q_2(1) & \cdots & q_2(T) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{5000}(1) & \cdots & q_{5000}(T) \end{bmatrix}$$

$$\longrightarrow M \in \mathbb{R}^{19\times T}, \quad G \in \mathbb{R}^{19\times 5000}, \quad Q \in \mathbb{R}^{5000\times T}$$

ب) هر دو قطبی i ام را در نظر میگیریم.

$$M = \begin{bmatrix} m_1(1) & \cdots & m_1(1000) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{19}(1) & \cdots & m_{19}(1000) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(r_m^1, r_q^1) e_q^1 & \cdots & g(r_m^1, r_q^{5000}) e_q^{5000} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(r_m^{19}, r_q^1) e_q^1 & \cdots & g(r_m^{19}, r_q^{5000}) e_q^{5000} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ q_i(1) & \cdots & q_i(1000) \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$M \in \mathbb{R}^{19\times 1000}, \quad G \in \mathbb{R}^{19\times 5000}, \quad Q \in \mathbb{R}^{5000\times 1000}$$

$$\longrightarrow \boxed{M_k(t) = g(r_m^k, r_q^i)\, e_q^i\, q_i(t), \quad t \in [1:1000], \ k \in [1:19]}$$

و $M_k(t)$: ولتاژ کانال k ام در زمان t

ج) برای پیدا کردن اسپایک های تولید سیگنال کانال ها را نرمالایز کنیم و سپس روی همه کانال ها میانگین بگیریم، در مرحله بعد میاییم جاهایی از سیگنال که بزرگتر از مثلا $\frac{1}{2}$ ماکس هست را تحت عنوان اسپایک در نظر میگیریم و T_{spike} که بردار شامل تمام زمان های اسپایکی هست را تشکیل می دهیم.

حال می‌خواهیم در این بازه ها میانگین گیری انجام دهیم:

$$\tilde{M} = mean(M(:, T_{spike})) \longrightarrow \tilde{M} \in \mathbb{R}^{19\times 1}$$

یک بردار $\tilde{q}$ هم تعریف می‌کنیم که در واقع به صورت میانگین اندازه دوقطبی ها در طول این بازه زمانی است.

$$\longrightarrow \quad G \in \mathbb{R}^{19\times 5000} \quad , \quad \tilde{q} \in \mathbb{R}^{5000\times 1}$$

$$\tilde{M} = G\tilde{q} + n$$

$$\hat{Q}_{WMNE} = \min_{\tilde{q}} \left(\|G\tilde{q} - \tilde{M}\|_2^2 + \lambda \|W\tilde{q}\|_2^2 \right)$$

$$W \in \mathbb{R}^{5000\times 5000} \quad , \quad W_{\beta\beta} = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^{19} g(r_m^{\alpha}, r_q^{\beta}) \cdot g(r_m^{\alpha}, r_q^{\beta})^T} \quad , \ for\ \beta = 1, \dots, 5000$$

$$\longrightarrow \quad \tilde{q}_{WMNE} = (W^TW)^{-1} G^T \left(G (W^TW)^{-1} G^T + \lambda I_{19} \right)^{-1} \tilde{M}$$

د)

میاییم میبینیم که کدام اندازه همان بزرگترین هست، اون دوقطبی را انتخاب می‌کنیم. فرض کنید که دوقطبی اصلی q هست و دوقطبی تعیین زده شده $\hat{q}$ می‌توانیم فاصله این دو را به عنوان خطا در نظر بگیریم.

q در مکان r_q هست و $\hat{q}$ در مکان $r_{\hat{q}}$

هرچه کمتر بهتر

$$Error = \| r_{\hat{q}} - r_q \|_2$$

Made with Goodnotes

ه)

می توانیم این معیار را در نظر بگیریم:

$$f = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad , \quad \hat{f} = \begin{bmatrix} \hat{f}_x \\ \hat{f}_y \\ \hat{f}_z \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = \sqrt{(\hat{f}_x - f_x)^2 + (\hat{f}_y - f_y)^2 + (\hat{f}_z - f_z)^2}$$

و)

$$M = \begin{bmatrix} m_1(1) & \cdots & m_1(1000) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{19}(1) & \cdots & m_{19}(1000) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(r_m^1, r_q^1)e_q^1 & \cdots & g(r_m^1, r_q^{5000})e_q^{5000} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(r_m^{19}, r_q^1)e_q^1 & \cdots & g(r_m^{19}, r_q^{5000})e_q^{5000} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ f_j(1) & \cdots & f_j(1000) \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ f_i(1) & \cdots & f_i(1000) \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$f_i(1:1000) = x_i(1:1000) \quad , \quad f_j(1:1000) = x_j(1:1000)$$

$$M \in \mathbb{R}^{19\times 1000} \;,\; G \in \mathbb{R}^{19\times 5000} \;,\; Q \in \mathbb{R}^{5000\times 1000}$$

$$\boxed{\begin{gathered} M_k(t) = g(r_m^k, r_q^i)e_q^i f_i(t) + g(r_m^k, r_q^j)e_q^j f_j(t) \\ k \in [1, 19] \;,\; t \in [1, 1000] \end{gathered}}$$

Made with Goodnotes

ز)

این بار در تا دو قطبی ای که اندازه بزرگتری دارند را انتخاب می کنیم. حال فرض کنید دو قطبی های اصلی f_1 و f_2 باشند و دو قطبی های تخمین زده شده $\hat{f}_1$ و $\hat{f}_2$ باشند در این صورت خطای مکان یابی را به این صورت تعریف می کنیم: (چون نمی دونیم کدوم برای تخمین زده شده)

$$\min\left(dist(f_1,\hat{f}_1)+dist(f_2,\hat{f}_2)\ ,\ dis(f_1,\hat{f}_2)+dist(f_2,\hat{f}_1)\right)$$

$$dist(f,\hat{f})=\sqrt{(r_{\hat{f},x}-r_{f,x})^2+(r_{\hat{f},y}-r_{f,y})^2+(r_{\hat{f},z}-r_{f,z})^2}$$

ح)

اگر از مدل پارامتری استفاده کرده باشیم، صرفاً دو منبع را تخمین زدیم برای همین دیگه این مرحله که میومدیم دو تا بزرگترها رو انتخاب می کردیم نیاز نیست. رابطه خطا هم مثل همان قسمت ز می باشد.

Made with Goodnotes

سوال 6)

الف) $m(i)$ نشان دهنده مرکزیت رأس i ام و همچنین یکپارچگی حول آن می باشد چون هر چه قدر $m(i)$ کوچکتر باشد آنگاه که از رأس i به دیگر رأس ها مسیرهای کوتاه تری وجود دارد.

$Q(i)$ نشان دهنده تفکیک پذیری حول رأس i هست چون هر چه بزرگتر باشد آنگاه که در زیرگراف های شامل رأس i ام مسیر کوتاهی بین رأس‌های دیگر هست که این یعنی ساختار خوشه‌ای تری دارند.

M_{all} نشان دهنده یکپارچگی گراف هست چون هر چه بیشتر باشد یعنی بین هر دوتا رأسی مسیر کوتاهی وجود دارد که این یعنی گراف یکپارچه است.

Q_{all} نشان دهنده تفکیک پذیری گراف هست چون هر چه قدر بزرگتر باشد یعنی اینکه گراف از خوشه‌های مجزایی تشکیل شده است.

Made with Goodnotes

ب)

در فاز آموزش نیاز داریم که در ابتدا دیتاها را جمع آوری کنیم بدین منظور از فرد می‌خواهیم که هر یک از کارهای تصور حرکت دست و تفریق ذهنی را برای تعداد مشخصی ترایال و با زمان مشخصی انجام دهد و در حین انجام دادن این تسک ها EEG ، 32 کاناله را از وی ثبت می کنیم. در مرحله بعد نیاز به پیش پردازش سیگنال ها داریم برای اینکار در ابتدا با استفاده از یک فیلتر میان گذر فرکانس زیر 0.5 هرتز و بالای 60 هرتز را حذف می کنیم. سپس با یک ناچ فیلتر 50 هرتزی هم نویز برق شهر را کاهش می دهیم. در مرحله بعد با ICA سعی می کنیم نویز حرکت چشم و ماهیچه ای را حذف کنیم. حال می توانیم با چند فیلتر میان گذر سیگنال را به باندهای مختلف فرکانسی مثل دلتا، تتا، آلفا و بتا تقسیم کنیم. در این مرحله می‌خواهیم ارتباطات کارکردی را بدست آوریم بدین منظور برای هر یک از باندهای فرکانسی جدا شده و هر ترایال ضریب همبستگی پیرسون را بین کانال های مختلف محاسبه می کنیم. حال یک آستانه مشخص برای این ضریب همبستگی ها در نظر می گیریم تا گراف باینری را با استفاده از آن تشکیل دهیم. سپس روی این گراف های باینری بدست آمده معیارهای معرفی شده در قسمت الف را بدست میاوریم.

فرض کنید که l باند فرکانسی مختلف داریم، K کانال مختلف و N ترایال از

هر یک از تسک ها که هر کدام از ترایال ها به طول T نمونه زمانی بوده است.

بردار ویژگی ای که برای هر ترایال تشکیل می دهیم $\overset{\text{باند}}{l} \times (\overset{m(i)}{K} + \overset{Q(i)}{K} + \overset{m_{all}, Q_{all}}{2})$ ویژگی

دارد، اگر حس کنیم که ویژگی ها زیاد هستند، می توانیم کاهش بعد بدهیم با

استفاده از روش های مثل PCA. در مرحله آخر فاز آموزش هم باید یک طبقه

بند را بر اساس این بردار ویژگی ها و لیبل های تعیین شده آموزش بدهیم.

در فاز تست نیاز است که دیتا ها را با استفاده از پنجره های به طول های ترایال

های ثبت شده جدا کنیم، البته می توانیم این پنجره ها را به صورت هم پوشان در نظر

بگیریم تا احتمال تطابق افزایش پیدا کند. بقیه مراحل را مثل فاز آموزش جلو می بریم

تا بردار ویژگی را از روی این پنجره های جدا شده بدست بیاوریم. در مرحله نهایی

با استفاده از طبقه بندی که آموزش دادیم لیبل این دیتاها را مشخص می کنیم.

Made with Goodnotes

سوال 5)

$$y_1(t) = x_1(t) - x_3(t) \quad , \quad y_2(t) = x_2(t) - x_3(t)$$

ناهمبسته

$$\longrightarrow \mu_{y_1} = \mu_{x_1} - \mu_{x_3} \quad , \quad \mu_{y_2} = \mu_{x_2} - \mu_{x_3} \quad , \quad \sigma_{y_1} = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_3}^2 - 2\cancel{\sigma_{x_1 x_3}}^{\,0}}$$

$$\sigma_{y_2} = \sqrt{\sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2 - 2\cancel{\sigma_{x_2 x_3}}^{\,0}}$$

$$\rho_{x_1,x_2} = \frac{E\{(x_1 - \mu_{x_1})(x_2 - \mu_{x_2})\}}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}}$$

$$\rho_{y_1,y_2} = \frac{E\{(y_1 - \mu_{y_1})(y_2 - \mu_{y_2})\}}{\sigma_{y_1}\sigma_{y_2}} = \frac{E\{(x_1 - \mu_{x_1} - x_3 + \mu_{x_3})(x_2 - \mu_{x_2} - x_3 + \mu_{x_3})\}}{\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_3}^2} \times \sqrt{\sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2}}$$

$$\rho_{y_1,y_2} = \frac{E\{(x_1 - \mu_{x_1})(x_2 - \mu_{x_2})\} - \cancel{E\{(x_3 - \mu_{x_3})(x_2 - \mu_{x_2})\}}^{\,0} - \cancel{E\{(x_1 - \mu_{x_1})(x_3 - \mu_{x_3})\}}^{\,0} + E\{(x_3 - \mu_{x_3})^2\}}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}\sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_1}^2}}\sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_2}^2}}}$$

$$\rightarrow \rho_{y_1,y_2} = \rho_{x_1,x_2} \times \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_1}^2}} \times \sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_2}^2}}\right)^{-1} + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}\sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_1}^2}}\sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_2}^2}}}$$

$$= \rho_{x_1,x_2} \times \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_1}^2}} \times \sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_2}^2}}\right)^{-1} + \frac{1}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}\sqrt{\frac{1}{\sigma_{x_3}^2} + \frac{1}{\sigma_{x_1}^2}}\sqrt{\frac{1}{\sigma_{x_3}^2} + \frac{1}{\sigma_{x_2}^2}}}$$

$$= \rho_{x_1,x_2} \times \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_1}^2}} \times \sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_3}^2}{\sigma_{x_2}^2}}\right)^{-1} + \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_1}^2}{\sigma_{x_3}^2}} \times \sqrt{1 + \frac{\sigma_{x_2}^2}{\sigma_{x_3}^2}}\right)^{-1}$$

Made with Goodnotes

سؤال 4)

الف)

$$M_1 = \begin{bmatrix} m_1^1(1) & \cdots & m_1^1(T) \\ m_1^2(1) & & m_1^2(T) \\ \vdots & & \vdots \\ m_1^{19}(1) & \cdots & m_1^{19}(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(r_{m_1}^1, r_q^1)e_q^1 & \cdots & g(r_{m_1}^1, r_q^{5000})e_q^{5000} \\ \vdots & & \\ g(r_{m_1}^{19}, r_q^1)e_q^1 & \cdots & g(r_{m_1}^{19}, r_q^{5000})e_q^{5000} \end{bmatrix} Q_1$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \\ q_i(1) & \cdots & q_i(T) \\ q_{i+1}(1) & \cdots & q_{i+1}(T) \\ \vdots & & \\ q_{i+100}(1) & \cdots & q_{i+100}(T) \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

در واقع فرض کردیم که دو قطبی های مربوط به بچه 1 ، از اندیس i تا i+100 هستند و فقط همونا رو نگه داشتیم بقیه رو صفر کردیم.

$$M_1 \in \mathbb{R}^{19\times T}, \quad G \in \mathbb{R}^{19\times 5000}, \quad Q_1 \in \mathbb{R}^{5000\times T}$$

ب)

$$\hat{Q}_{1,WMNE} = \min_{Q_1} \left(\|GQ_1 - M_1\|_F^2 + \alpha \|WQ_1\|_F^2 \right)$$

$$W \in \mathbb{R}^{5000\times 5000}, \quad W_{\beta\beta} = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^{19} g(r_m^\alpha, r_q^\beta) \cdot g(r_m^\alpha, r_q^\beta)^T}$$

$$\hat{Q}_{1,WMNE} = (W^TW)^{-1} G^T \left(G (W^TW)^{-1} G^T + \alpha I_{19} \right)^{-1} M_1$$

$\in \mathbb{R}^{5000\times T}$

Made with Goodnotes

ج)

$$\hat{Q}_{2,WMNE} = \min_{Q_2} \left(\|GQ_2 - M_2\|_F^2 + \alpha \|WQ_2\|_F^2 \right)$$

$$W \in \mathbb{R}^{5000\times5000} \quad , \quad W_{\beta\beta} = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^{19} g(r_m^\alpha, r_q^\beta)\cdot g(r_m^\alpha, r_q^\beta)^T}$$

$$\hat{Q}_{2,WMNE} = (W^TW)^{-1} G^T \left(G(W^TW)^{-1}G^T + \alpha I_{19}\right)^{-1} M_2$$

$$\in \mathbb{R}^{5000\times T}$$

د) در حل با مدل غیر پارامتری تمام روابط خطی هستند بنابراین:

$$M = M_1 + M_2 \longrightarrow \hat{Q}_{WMNE} = \hat{Q}_{1,WMNE} + \hat{Q}_{2,WMNE}$$

ه) در مورد درایه‌های ماتریس جدید به صورت کلی نمی‌توان نظری داد چون ممکن است به عنوان مثال یک جایی دو قطبی نبوده واقعاً و ما در $\hat{Q}_1$ مقدار آن را 20 درآوردیم و در $\hat{Q}_2$ 30 و فرض کنید آستانه هم در اینجا 40 بوده است پس ما در هر دو تخمین به درستی گفتیم که اونجا دو قطبی نبوده ؛ ماتی که اینها را باز باهم جمع کنیم بازم باید بگیم که اینجا دو قطبی نبوده اما میبینیم که حاصل جمع می شود 50 و تشخیص می دهیم که در آن جا دو قطبی فعال بوده .

Made with Goodnotes

اما در باره $TN+FP$ و $TP+FN$ می توانیم حرف بزنیم چون در اصل اینها برابر تعداد دو قطبی های پچ ها و بقیه در قطبی ها که جز پچ نیستند می شوند که یعنی :

$$TN+FP = 4800$$

$$TP+FN = 200$$

$$Accuracy = \frac{TP+TN}{TP+FN+TN+FP} = \frac{TP+TN}{5000} \longrightarrow$$ نمی‌توان دقیق گفت چقدر است.

و)

$$f_1 = \min_{x,y,z,f} \left(\| M_1 - gQ \|_F^2 \right), \quad M_1 \in \mathbb{R}^{19\times T}, \quad g \in \mathbb{R}^{19\times 1}, \quad Q \in \mathbb{R}^{1\times T}$$

ستون متناظر با مکان دو قطبی از روی ماتریس G

دامنه دو قطبی در طول بازه زمانی.

برای patch دوم :

$$f_2 = \min_{x,y,z,f} \left(\| M_2 - gQ \|_F^2 \right), \quad M_2 \in \mathbb{R}^{19\times T}, \quad g \in \mathbb{R}^{19\times 1}, \quad Q \in \mathbb{R}^{1\times T}$$

ز)

$$M = M_1 + M_2$$

$$Q = \begin{bmatrix} \hat{f}_1 \\ \hat{f}_2 \end{bmatrix} = \min_{\substack{x_1, y_1, z_1, f_1 \\ x_2, y_2, z_2, f_2}} \left(\| M - gQ \|_F^2 \right), \quad M \in \mathbb{R}^{19\times T}, \quad g \in \mathbb{R}^{19\times 2}, \quad Q \in \mathbb{R}^{2\times T}$$

دو ستون متناظر با مکان دو قطبی تخمین زده شده از ماتریس G

دامنه دو قطبی در طول بازه

در مدل پارامتر معادلات غیرخطی هستند بنابراین دو قطبی های جدید رابطه خطی با دو قطبی هایی که در قسمت و بدست آمدند نخواهند داشت.

Made with Goodnotes

سؤال 7)

• در مرحله پیش پردازش مشابه با سؤال ۶ قسمت ب، بیشتر تمرکز بر حذف نویز با استفاده از فیلترینگ و ICA خواهد بود.

• در مرحله بازه بندی داده های آموزش، پنجره های زمانی با هم پوشانی و طول مشخص در نظر می گیریم و به هر پنجره با توجه به اینکه در بازه تشنجی یا غیر تشنجی بوده است لیبل مناسب را اختصاص می دهیم.

• برای فیلتر کردن می توانیم داده هایی که پنجره گذاری کردیم را در باند های فرکانسی مختلف با استفاده از چند فیلتر میان گذر فیلتر کنیم.

• برای استخراج ویژگی ها در ابتدا مثلاً معیار برای هر پنجره و تمام باندهای فرکانسی اش ضریب همبستگی پیرسون را محاسبه می کنیم، سپس با استفاده از آستانه گذاری این گراف های وزن دار را به گراف های باینری تبدیل می کنیم. حال باید چند تا از معیار های سنجش یکپارچگی را انتخاب کنیم مثلاً طول مشخصه و بازده عمومی را برای هر یک از این گراف های باینری که متعلق به یک ترایال و یک باند فرکانسی است محاسبه می کنیم. بنابراین اگر d باند فرکانسی داشته باشیم برای هر ترایال $2\times d$ ویژگی خواهیم داشت.

Made with Goodnotes

- در هر مرحله انتخاب ویژگی و طبقه بندی اگر تعداد ویژگی ها حس کردم که خیلی زیاد هست می‌توانیم از روش‌هایی مثل PCA برای کاهش بعد استفاده کنیم وگرنه همین ویژگی ها را نگه می‌داریم.

- در هر مرحله ارزیابی داده های آموزشی از روش 5fold CV استفاده می کنیم که هر بار 20 درصد داده ها را به عنوان داده ولیدیشن در نظر می‌گیریم و بررسی می‌کنیم دقت روی این 20 درصد چقدر هست و سپس دفعه بعد 20 درصد دیگر را انتخاب می کنیم.

- در مرحله آخر برای پیدا کردن بازه های تشخیصی در داده های تست، از پنجره‌های هم پوشان با طول مناسب استفاده می کنیم و برای هر پنجره ویژگی هایی که در بخش های قبل گفتیم را بدست می‌آوریم سپس از روی این ویژگی ها و طبقه بندی که آموزش داده بودیم لیبل هر پنجره را مشخص می کنیم و بدین گونه بازه های تشخیصی را پیدا می کنیم.