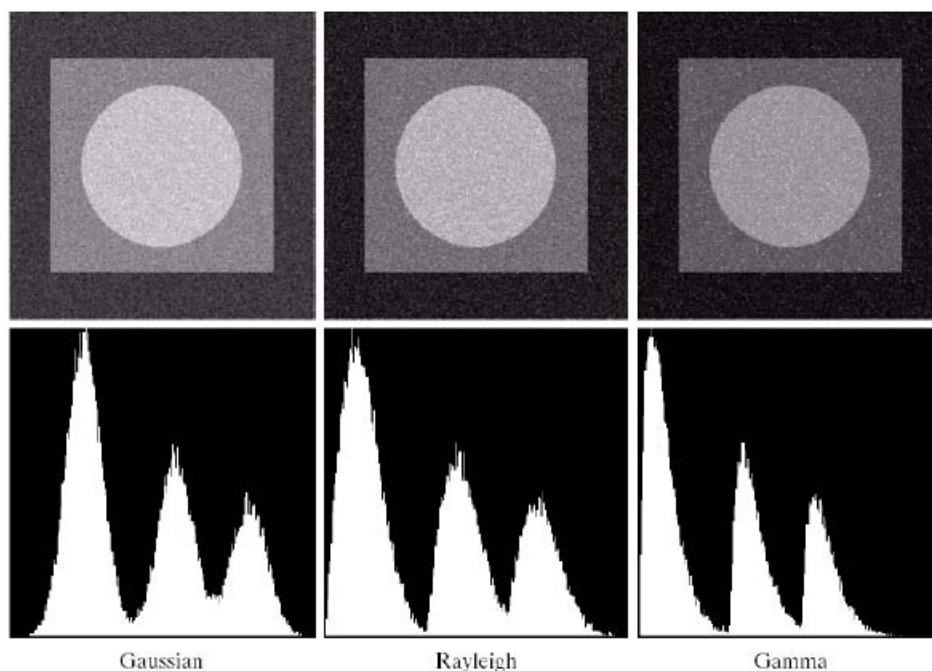


آزمایش هشتم: حذف نویز تصاویر پزشکی

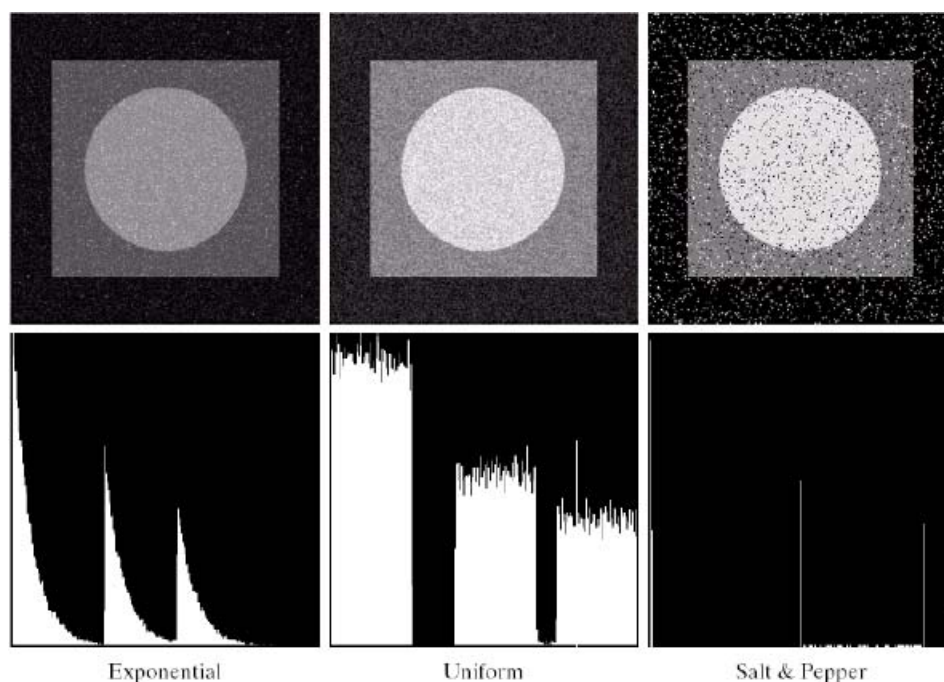
در پردازش تصویر، نویزهای مختلفی با مشخصه‌های آماری مختلف می‌توانند ویژگی‌های مطلوب تصویر اولیه را تحت تاثیر قرار دهند. مثال‌هایی از تصاویر نویزی با توابع توزیع آماری مختلف گاوسی، رابلی و ... و هیستوگرام توزیع شدت رنگ تصویر سطح خاکستری مربوطه در شکل‌های زیر آمده‌اند. در این بخش نیز عموماً با نویز گاوسی جمع‌شونده آشنا خواهیم شد.



شکل ۷-۱ تصویر اولیه بدون نویز

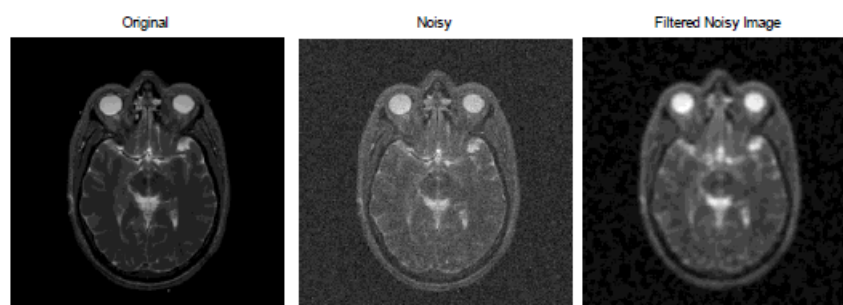


شکل ۷-۲: از چپ به راست نویز و تصاویر نویزی شده با نویز گاوسی، رابلی و گاما



شکل ۷-۳: از چپ به راست نویز و تصاویر نویزی شده با نویز نمایی، یکنواخت و فلفل-نمکی

در تصاویر پزشکی و مخصوصاً در تصاویر MRI، داده اولیه معمولاً به صورت اعداد مختلط ثبت می‌شود و نویز گاوسی بر روی هر دو بخش حقیقی و موهومی تاثیر گذاشته، و پس از رسم دامنه تصویر نویزی (تصویر زیر) می‌توان این تاثیر را عمیق‌تر مشاهده کرد. این نوع از نویز در تصاویر MRI به نویز Rician مرسوم است.



اگر تصویر اولیه را f و نویز جمع‌شونده را ϵ در نظر بگیریم، تصویر نویزی u می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$u = f + \epsilon$$

بنابراین، هدف اصلی روش‌های حذف نویز، تقریب f از روی تصویر نویزی u و احتمالاً اطلاعاتی از مشخصه‌های آماری نویز ϵ می‌باشد. برای این منظور، روش‌های مختلفی وابسته به کاربرد به صورت زیر قابل ذکر هستند:

(۱) فیلتر میانه (median) محلی مناسب برای حذف نویز Speckle:

در این روش، در یک همسایگی مشخص (مثلاً 3×3 یا 5×5)، میانه پیکسل‌های همسایه به جای پیکسل مرکزی جایگزین می‌شود که بدین وسیله شدت روشنایی‌های خیلی بالا (Salt) و خیلی پایین (Pepper) حذف خواهند شد.

در ادامه توضیحات مختصری در مورد نویز Speckle (نقطه‌ای) ارائه می‌شود. نویز نقطه‌ای یک نویز دانه ای است که ذاتاً وجود دارد و کیفیت رادار فعال، رادار دیافراگم مصنوعی (SAR)، سونوگرافی پزشکی و توموگرافی انسجام نوری را کاهش می‌دهد. در میزان وسیعی از سطوح، مصنوعی یا طبیعی، در مقیاس طول موج به‌طور یکنواخت قرار می‌گیرد. تصاویر بدست آمده از این سطوح با استفاده از سیستم‌های تصویربرداری یکپارچه مانند لیزر، SAR و سونوگرافی از یک پدیده مشترک به نام "لکه‌دار شدن" رنج می‌برند. نویز نقطه‌ای، در هر دو مورد، عمدتاً به دلیل دخالت موج بازگشتی در دیافراگم مبدل است. اگر ما تابع انعکاسی مان را به عنوان یک آرایه از پخش‌کننده ها مدل کنیم منشأ این نویز مشخص می‌شود. با توجه به وضوح محدود، در هر زمان ما توزیع پراکنده در سلول‌های جدا دریافت می‌کنیم. این سیگنال‌های پراکنده به‌طور مختصر اضافه می‌شوند به عبارت دیگر، آن‌ها بسته به مراحل وابسته به هر شکل موج پراکنده، به‌طور سازنده یا مخرب اضافه می‌شوند. نویز نقطه ای نتیجه حاصل از این الگوهای تداخل سازنده و مخرب است که به عنوان نقاط روشن و تاریک در تصویر نشان داده شده‌است.



شکل ۴-۷: نمونه از وجود نویز Speckle در تصاویر پزشکی

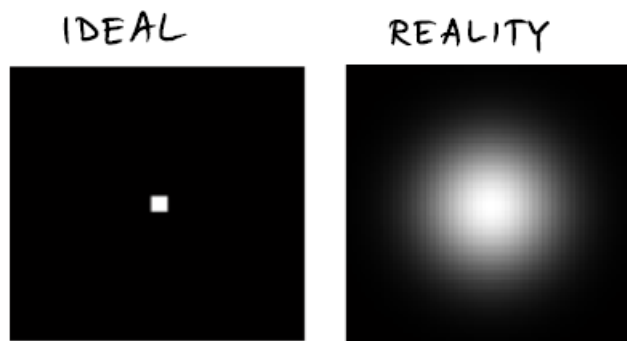
(۲) میانگین گیری پنجره ای (Windowed averaging)

در این روش، در یک همسایگی مشخص (مثلاً 3×3 یا 5×5)، میانگین پیکسل های همسایه به جای پیکسل مرکزی جایگزین می شود که بدین وسیله توزیع شدت روشنایی های تصویر اولیه به شدت نرم (smooth) می شود. این عمل معادل کانولوشن تصویر اولیه با یک فیلتر مستطیلی (در حوزه زمان) و ضرب تبدیل فوریه تصویر اولیه با یک Sinc (در حوزه فرکانس) می باشد که نتیجه آن ایجاد اعوجاج های در حوزه زمان و فرکانس می باشد. بدین صورت محتوای فرکانس بالا تضعیف خواهد شد.

(۳) Gaussian smoothing

در این روش، کانولوشن تصویر با یک فیلتر گاوسی انجام می گیرد. با توجه به اینکه تبدیل فوریه یک فیلتر گاوسی، گاوسی باقی می ماند، این نوع فیلترینگ اثر اعوجاج فیلترینگ میانگین گیر را تا حد خوبی خنثی می کند. از طرف دیگر، محو شدگی (blurring) از نتایج کانولوشن تصویر با این نوع فیلتر می باشد.

- نوع خاصی از وجود نویز و تداخل در تصاویر پزشکی، محو شدگی (blurring) می باشد که روش های متعددی برای حذف و بهبود کنتراست تصویر تا کنون ارائه شده است. در کاربردهای واقعی پردازش تصاویر پزشکی، محوشوندگی به دلیل پخش شدگی پاسخ ضربه ((Point Spread Function (PSF) دستگاه به وجود می آید. این موضوع در شکل زیر نمایش داده شده است:



در واقع به دلیل کانولوشن تصویر اولیه $f \in \mathbb{R}^{N^2 \times 1}$ و PSF گاوسی شده h ، تصویر نهایی g به صورت نسخه محو شده تصویر اولیه به دست ما می رسد. مسئله اصلی در اینجا تخمین نسخه تمیز تصویر از روی نسخه محو شده آن از مخلوط کانولوشن است که می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$f = \underset{f}{\operatorname{argmin}} \|g - f * h\|^2$$

که g در اینجا تصویر داده شده به ما می باشد.

تابع هزینه مطرح شده به مسئله دکانوولوشن (Deconvolution) معروف است. در حالت کلی، h نیز به طور کامل مشخص نبوده اما می توان مشخصه های آماری ای برای تقریب آن در نظر گرفت. برخی از روش ها، رابطه بالا را در حوزه فرکانس و بر حسب تبدیل فوریه آرگومان های داخل مسئله در نظر می گیرند، یعنی:

$$F = \underset{F}{\operatorname{argmin}} \|G - FH\|^2$$

ممکن است در نظر اول راه حل به صورت $F = \frac{G}{H}$ به نظر برسد، اما به دلایل مختلف از جمله ناپایدار بودن تبدیل فوریه H ، این مسئله به شدت ill-conditioned می شود.

بدین منظور، راه حل هایی بر حسب Gradient Descent برای حل آن پیشنهاد شده است. در این روش، ابتدا کانوولوشن $h * f$ به صورت ضرب ماتریسی Df مدل شده و گرادیان تابع هزینه $\|g - Df\|^2$ نسبت به f محاسبه می شود. یکی از معروف ترین این راه حل ها برای بازیابی f به صورت زیر ارائه شده است:

$$f_{k+1} = f_k + \beta D^T(g - Df), \quad f_0 = 0$$

که در این رابطه، β نرخ یادگیری (learning rate) نامیده شده و عددی در حدود 10^{-2} در نظر گرفته می شود.

رابطه بالا را اثبات کنید.

شبیه‌سازی‌ها:

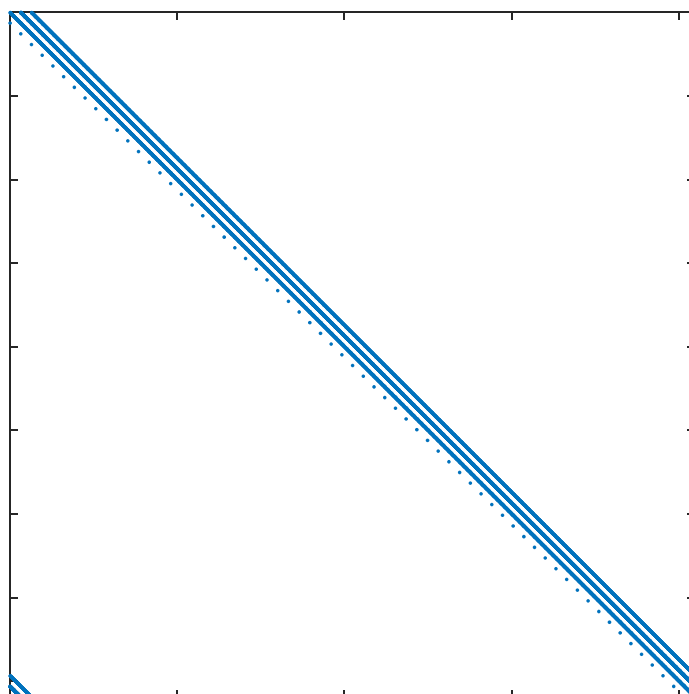
➤ **Q1:** تصویر t2.jpg از پوشه S2_Q1_utils را خوانده، اسلایس اول آن را در نظر گرفته و به آن نویز گاوسی با واریانس ۱۵ به تصویر اولیه اضافه کنید. سپس یک کرنل مربعی با سایز ۴ در ۴ در مرکز یک تصویر باینری جدید ساخته و در حوزه فوریه در تبدیل فوریه تصویر اولیه ضرب کرده، به حوزه مکان برگردانده و نتیجه را در کنار نسخه اولیه و نویزی رسم کرده و نتیجه را تحلیل کنید. برای نتیجه بهتر می‌توانید پیکسل‌های کرنل مربعی را نرمالیزه کنید که مجموع عناصر آن برابر با ۱ شود. تصویر t2.jpg را با استفاده از دستور imgaussfilt، با یک کرنل گاوسی با واریانس ۱، کانولوشن کرده و با نتیجه قبل مقایسه کنید.

➤ **Q2:** تصویر t2.jpg از پوشه S2_Q2_utils را خوانده، اسلایس اول آن را در نظر گرفته (تصویر f) و با یک فیلتر گاوسی h با واریانس نسبتاً زیاد کانولوشن کنید که محو (blurred) شود. سپس، با استفاده از $F = \frac{G}{H}$ نتیجه را در کنار تصویر اولیه رسم کرده و تحلیل کنید. در ادامه، یک نویز گاوسی نرمال با واریانس 0.001 به نتیجه کانولوشن f با h اضافه کنید. سپس باز هم با استفاده از رابطه $F = \frac{G}{H}$ تصویر اولیه را بازیابی کنید و نتیجه را با قسمت اول سوال مقایسه و تحلیل کنید.

➤ **Q3:** در این سوال می‌خواهیم با دانستن فیلتر محو کننده h، ماتریس $D \in \mathbb{R}^{N^2 \times N^2}$ را برای آن محاسبه کرده و با استفاده از $\hat{f} = D^\dagger g$ ، تصویر اولیه سوال قبل را بازیابی کنیم. برای جلوگیری از بار محاسباتی سنگین، ابتدا ابعاد تصویر اولیه را به ابعاد ۶۴ در ۶۴ کاهش دهید. دقت کنید که هر سطر ماتریس D مربوط به پیاده‌سازی اثر فیلترینگ برای یک پیکسل می‌باشد. ابتدا یک تصویر تمام صفر K به ابعاد تصویر اولیه ساخته و فیلتر h به ابعاد ۳ در ۳ را در سمت بالا چپ این تصویر قرار دهید. سپس برای ساخت سطر مربوط به پیکسل r و c در ماتریس D، ابتدا تصویر K را به میزان r - 1 و c - 1 شیفت حلقوی داده و سپس برداری کنید که حاصل این پروسه، سطر مربوطه در ماتریس D را می‌سازد. این کار را برای تمام سطرهای D انجام داده تا ماتریس D موردنظر ساخته شود. توضیح دهید که چرا ماتریسی با ساختار بیان شده می‌تواند کانولوشن (فیلترینگ) تصویر اولیه با یک فیلتر h را مدل کند؟ پس از

ساخت D و انتخاب یک فیلتر h (مثلاً $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ یا معادل گاوسی آن)، تصویر $g = f * h$

Df را ساخته و با یک نویز گاوسی با انحراف معیار 0.05 جمع کنید. با استفاده از رابطه $\hat{f} = D^\dagger g$ تصویر اولیه را بازیابی کرده و در کنار تصویر اولیه و فیلترشده نمایش داده و تفاوت‌ها را تحلیل نمایید.



شکل ۵-۷ مثالی از ماتریس D

➤ **Q4:** الگوریتم Gradient Descent را پیاده‌سازی کرده و مراحل سوال قبل را اجرا کرده و نتایج را با هم مقایسه کنید. همچنین همگرایی تکرارهای مختلف الگوریتم را به صورت شبیه‌سازی بررسی کنید. به نظر شما چرا روش گرادیان در اکثر موارد نسبت به روش به کار رفته در سوال قبل برتری دارد؟

➤ **Q5:** سوال پژوهشی: موارد بیان‌شده برای حذف نویز و تداخل از تصاویر پزشکی از مقدماتی‌ترین روش‌ها در این حوزه بودند. روش‌های پیشرفته‌تری نیز ارائه شده‌اند که از جمله آن‌ها می‌توان روش Anisotropic diffusion filtering را نام برد. درباره این روش و روش پیاده‌سازی آن تحقیق کنید. همچنین کد مربوطه (S2_Q5_Anisotropic_Diffusion.m) را اجرا کرده و روند اجرای آن را تحلیل کنید.