

مسئلہ ۱

$$(i) \quad y[n] = \begin{cases} n & n \leq x[n] \\ x[n] & n > x[n] \end{cases}$$

پایداری: این سیستم پایدار نیست، زیرا مثلاً فرض شود که درودن کران «اری» ناشد یعنی $x[n] < m$ درین حالت قشت دوم را تابع که خروجی هان $y[n]$ است کران «اری» شود اما قشت اول تابع که به ازاس $[x[n]]^2$ است خروجی می تواند منتهی بینیست هم بشود که این یعنی سیستم پایدار نیست.

علق بودن: این سیستم علی نباید زیرا قشت دوم تابع بسیار n های منتهی ~~خوبی~~ باشد از نیم دارد که این به عنوان ~~آن~~ آن دقتگر فرمی شود.

خطی: این سیستم خطی نباید زیرا مثلاً به ازای درودن $2x[n]$ خروجی $2y[n]$ نشود زیرا در قشت اول تابع به ازای تعداد زیادی از درودن ها خروجی هان $x[n-n_0]$ انتقام تغییر نمکند.

تغییر ناپذیر بازمان: تغییر ناپذیر بازمان نیست زیرا به ازای درودن $x[n-n_0]$ به ازای تعدادی n ها خروجی برابر با n می شود، در صورتی که خروجی باید $y[n-n_0]$ باشد.

به حافظه بودن: خروجی به n -هم بستگی دارد که این یعنی سیستم «اری» حافظه است.

$$(ii) \quad y(t) = \frac{\cos(x(t) + 2t)}{x(t-1)}$$

پایداری: سیستم پایدار نیست زیرا در بعضی نقاط سکل این سیستم خروجی بگیران بشود.

علق بودن: سیستم علی نباید زیرا در تعیین خروجی $y(t) = x(t) + 2(t-t_0)$ دخل هستند.

خطی بودن: سیستم خطی نیست زیرا در صورت عبارت مشتقاتی \cos' نداریم.

تغییر ناپذیر بازمان: این سیستم تغییر ناپذیر بازمان نیست زیرا:

$$\frac{\cos(x(t-t_0) + 2t)}{x(t-t_0-1)} \neq \frac{\cos(x(t-t_0) + 2(t-t_0))}{x(t-t_0-1)}$$

به حافظه بودن: سیستم حافظه دار است زیرا خروجی $y(t) = x(t-1)$ دایسته است.

$$(iii) \quad y[n] = \sum_{k=n-3}^{n+5} x[k]$$

بايداری: سیستم پایدار است زیرا در صریحت کران دارد $x[n]$ داضع است خودش مم جمع تکیسری کران دارد و شود که خودش کران دارد است.

علی بودن: علی نیت زیرا $y[n] = \sum_{k=n-3}^{n+5} x[k]$ هم از بسط دارد آینده است.

خطی بودن: سیستم خطی است زیرا تابع اپراتوری \mathcal{J} درون استفاده شده است جمعی باشد.

$$\sum_{k=n-3}^{n+5} x[k+t_0] = \sum_{k'=n-3+t_0}^{n+5+t_0} x[k'] = \mathcal{J}[n+t_0]$$

ب) حافظه بودن: سیستم حافظه دار است زیرا $y[n] = \mathcal{J}[n]$ هم از بسط دارد.

$$(iv) \quad y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-\alpha^2} x(\alpha-t) d\alpha$$

بايداری: ~~نحو~~ سیستم پایدار است زیرا عبارت داخل انتگرال ضرب مم ات خودش یک عدد می باشد.

علی بودن: $x(\alpha+t)$ کمتر از $x(\alpha)$ است پس در عبارت $y(t)$ باید $x(\alpha)$ باشد که کران ندارد.

خطی بودن: علی نیت زیرا $\mathcal{J}(a+b) = \mathcal{J}(a) + \mathcal{J}(b)$ برای بقایه تعداد هم دخل است.

$$\int_{-\infty}^t e^{-\alpha^2} (a x_1(\alpha-t) + b x_2(\alpha-t)) d\alpha = a \int_{-\infty}^t e^{-\alpha^2} x_1(\alpha-t) d\alpha + b \int_{-\infty}^t e^{-\alpha^2} x_2(\alpha-t) d\alpha$$

غیرخطی بودن: غیرخطی است زیرا $\mathcal{J}(a+b) \neq \mathcal{J}(a) + \mathcal{J}(b)$

حافظه بودن: حافظه دار است زیرا $y(3) = x(3)$ و $y(5) = x(5)$ تاثیر دارد.

سؤال 2

$$a) x(t) = \frac{1+t^2}{1+t} \xrightarrow{t \neq -1 \text{ بشرط}} x(t) = 1 - t + t^2 - t^3 + t^4 - t^5 + t^6 - t^7 + t^8$$

$$\rightarrow y(t) = 1 - \cos t + \cos 2t - \cos 3t + \cos 4t - \cos 5t + \cos 6t - \cos 7t + \cos 8t$$

$$b) y(t) = \cos(t) + 5\cos^3(t) + 8\cos^4(2t)$$

$$\text{Lem(I)}: \cos^3(t) = \boxed{\frac{1}{4} (\cos(3t) + 3\cos(t))}$$

$$\begin{aligned} \text{Lem(II)}: \cos^4(t) &= \left(\frac{1+\cos(4t)}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} (1 + \cos^2 4t + 2\cos 4t) = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1+\cos 8t}{2} + 2\cos 4t \right) \\ &= \boxed{\frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cos 4t + \frac{1}{8}\cos 8t} \end{aligned}$$

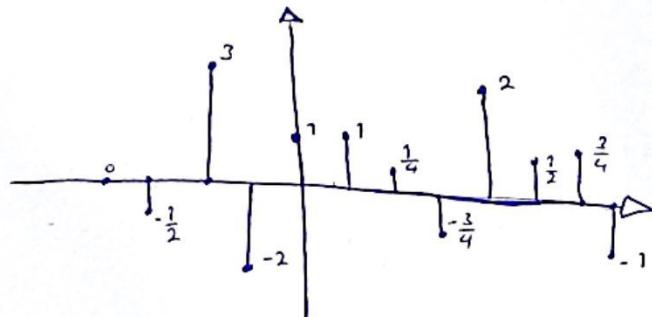
$$\rightarrow \cos t + 5\cos^3 t + 8\cos^4(2t) = \cos(t) + \frac{5}{4}\cos 3t + \frac{15}{4}\cos 8t$$

~~$\cos^2 4t + 2\cos 4t + 1$~~
 ~~$+ 3 + 4\cos 4t + \cos 8t$~~

$$\rightarrow \boxed{x(t) = 3 + \frac{19}{4}t + \frac{5}{4}t^3 + 4t^4 + t^8}$$

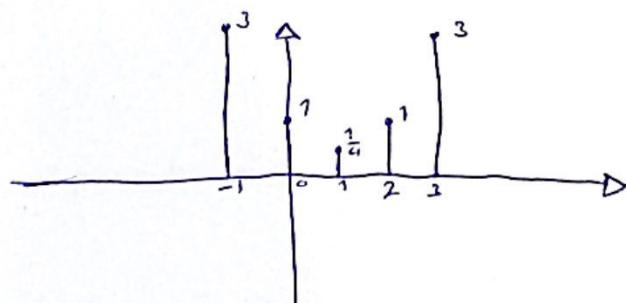
$$a) x[2-n] = x[-(n-2)]$$

تمرين ثابت به بحث عدد دسی ثابت
اندازه جست، ۲+ جست

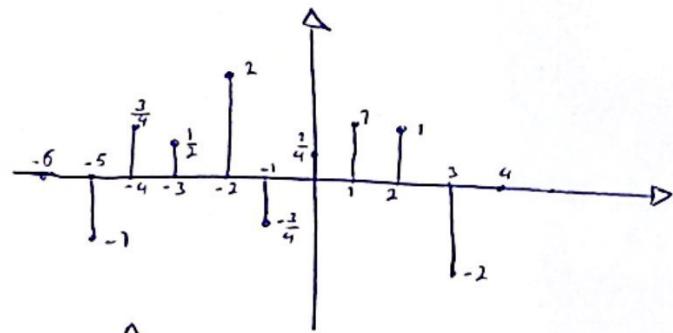


سؤال 3

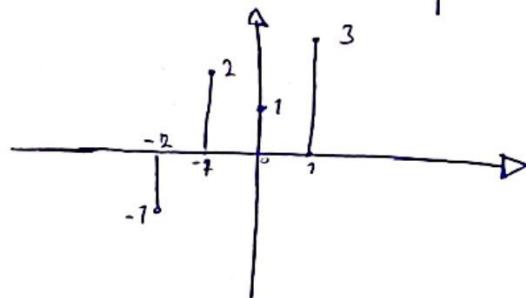
$$b) x[(n-1)^2]$$



c) $x[n] \in [3-n]$



d) $x[3n+1]$



a)

$x[n] = \cos(\omega_x(n+m_x) + \theta_x)$

(i) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n + 2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$

$$\rightarrow \omega_x = 2\pi \times \frac{1}{6} \rightarrow \boxed{\begin{array}{l} N=6 \\ f=\frac{1}{6} \end{array}}$$

(ii) $x[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}n + \frac{\pi}{4}\right)$

$\omega_x = \frac{3\pi}{4} = 2\pi \times \frac{3}{8}$

$$\rightarrow \boxed{\begin{array}{l} N=8 \\ f=\frac{1}{8} \end{array}}$$

(iii) $x[n] = \cos\left(\frac{3}{4}n + 1\right)$

$\omega_x = \frac{3}{4} = 2\pi \times \frac{3}{8\pi}$

نیت در حوزہ تابعیت میں تابعیت

b) $x[n] = \cos(\omega_x(n+m_x) + \theta_x)$, $y[n] = \cos(\omega_y(n+m_y) + \theta_y)$

(i) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n + 2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$

~~$y[n] = \cos\left(\frac{8\pi}{3}n\right)$~~

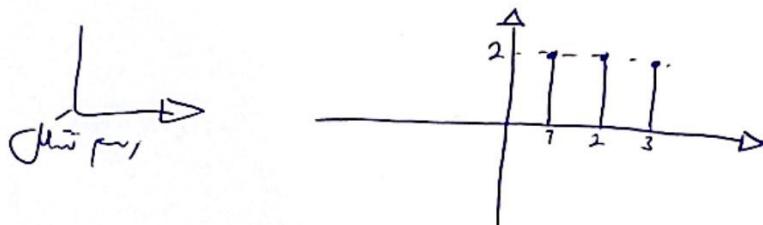
$$\left. \begin{array}{l} \frac{8\pi}{3} \neq \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x[n] \neq y[n] \end{array} \right\}$$

(ii) $x[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}n + \frac{\pi}{4}\right)$
 $y[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n + \frac{3\pi}{4} - \pi\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{4}n + \frac{\pi}{4}\right)$
 $\rightarrow x[n] = y[n]$

(iii) $x[n] = \cos\left(\frac{3n}{4} + 1\right)$
 $y[n] = \cos\left(\frac{3n}{4} + 1\right) \rightarrow x[n] = y[n]$

$$u_3[n] = u_1[n] + u_2[n-2]$$

بے باریں طبق پاسخ میں بڑی سیستم فرض شد اسے دو دوسرے نامہ سیستم خلی، تغیر ناپذیدہ بازیابی بات کا خرچ بین صورت باشد:

$$y_1[n] + y_2[n-2]$$


کوئی مطابق با مکمل نہیں کر سکتے اس لیے y_3 دادہ نہیں اس سیستم خلی نہ باشد

$$x(t) = \sqrt{2} (1+j) e^{j\frac{3\pi}{4}} \times e^{(-1+j\pi)t} \quad (6 \text{ جلسہ})$$

$$= \sqrt{2} (1+j) \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + j \times \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \times e^{(-1+j\pi)t}$$

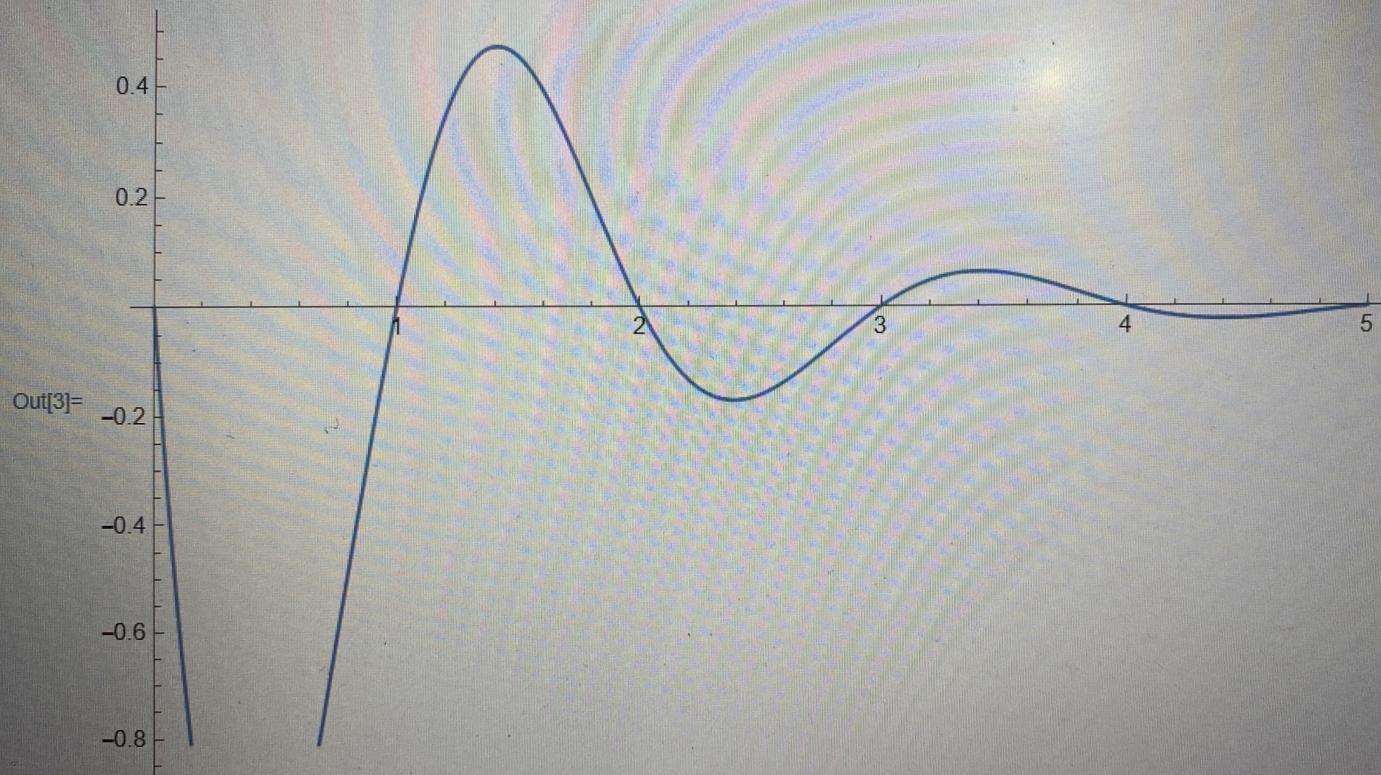
$$= -2 e^{(-1+j\pi)t} = -2 (e^{-t} (\cos \pi t + j \sin \pi t))$$

$$\begin{aligned} x(t) &= -2 e^{-t} \cos \pi t - 2 j e^{-t} \sin \pi t \end{aligned} \rightarrow R\{x(t)\} = -2 e^{-t} \cos(\pi t)$$

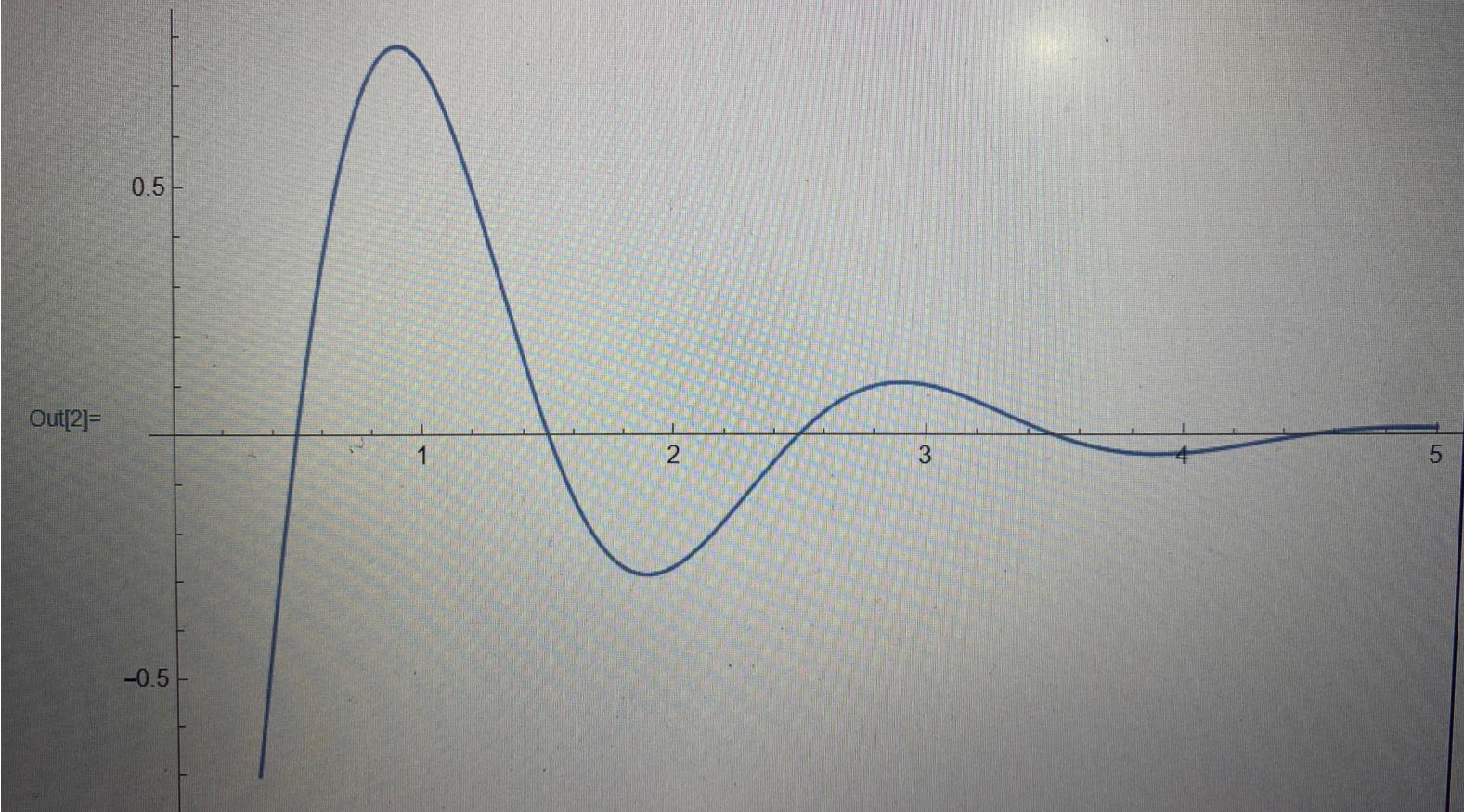
$$I\{x(t)\} = -2 e^{-t} \sin(\pi t)$$

$$x(t+1) + x^*(t+1) = -4 e^{-(t+1)} \cos(\pi t + \pi) = \boxed{4 e^{-(t+1)} \cos(\pi t)}$$

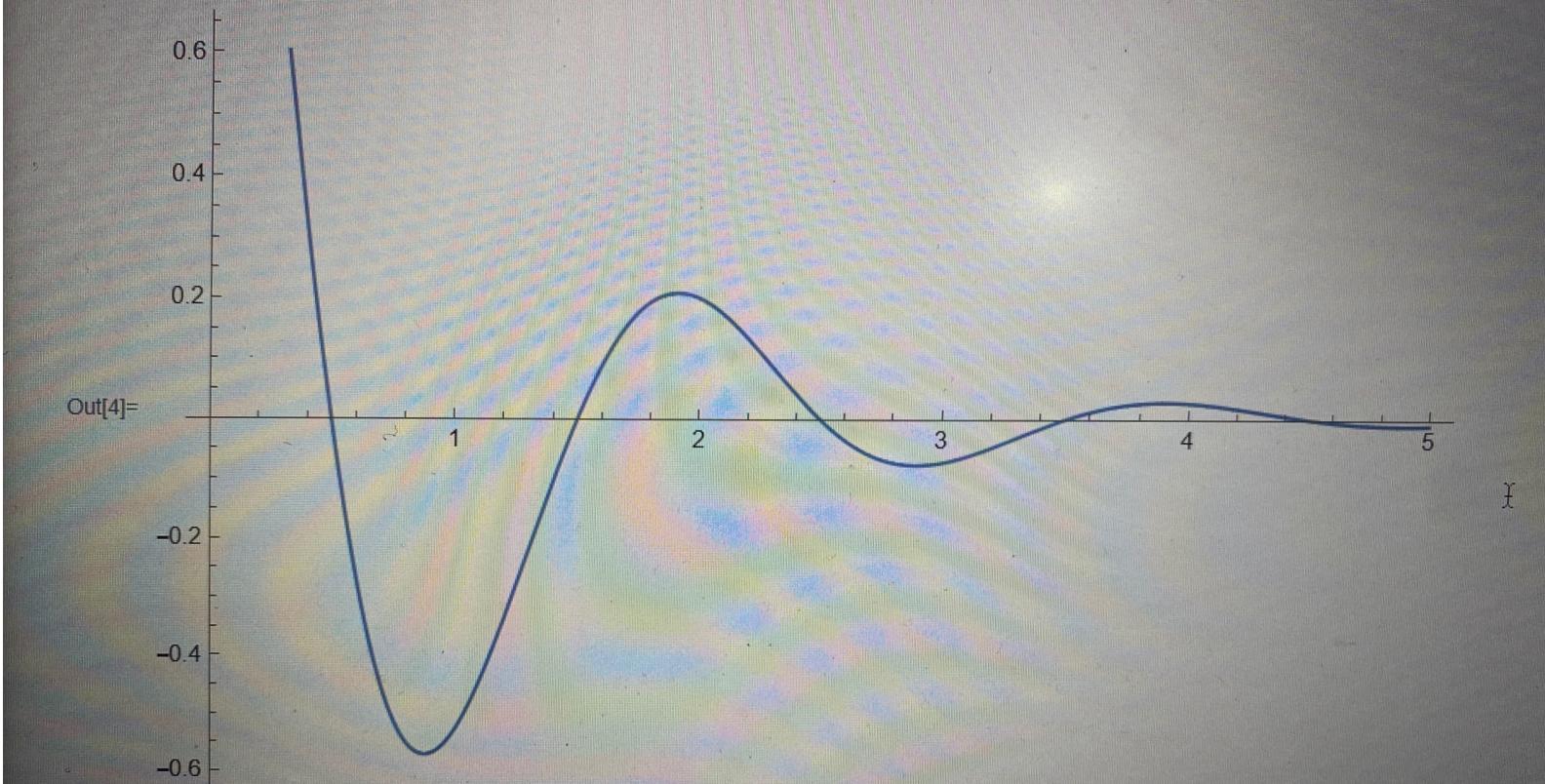
```
In[3]:= Plot[-2 Exp[-t] * Sin[Pi * t], {t, 0, 5}]
```



```
In[2]:= Plot[-2 Exp[-t] * Cos[Pi*t], {t, 0, 5}]
```



```
In[4]:= Plot[4 Exp[-(t + 1)] * Cos[Pi * t], {t, 0, 5}]
```



مسئلہ ۷

$$b) x[n] = x[n+nT] \rightarrow x(nT) = x(nT+nT)$$

$$DNT = K \times T_0$$

$$k \in \mathbb{Z} \quad \rightarrow \quad \frac{NT}{T_0} = k \quad \Rightarrow \quad N = k \frac{T_0}{T}$$

لوكاتورن عدد صحيح $\Rightarrow \frac{T_0}{T} = \frac{f}{\rho}$ ضرب شود و آن را تبدیل به عددهای

$$N = P \times \frac{T_0}{T} \rightarrow N = P \times \frac{2\pi}{\omega_0 T} : \text{---} | \text{---} K = P \omega_0$$

$$\rightarrow \frac{1}{N} = \frac{\omega_0 T}{2\pi P}$$

$$c) \quad u(nT) = u(nT + NT)$$

$$\rightarrow NT = nT_0 \quad \rightarrow \frac{NT}{T_0} = K$$

$$\rightarrow \frac{P_0 2\pi}{\omega_0 T} \times \frac{T}{T_0} = P = K$$

پرورد نیز می باشد.