تمرین سری 2 درس سیگنال و سیستم - رادین خیام - 99101579

سؤال 1)

* $y(t) = \cos(x(t))$

پایدار بودن: سیستم پایدار است زیرا به ازای x کران دار خروجی حتماً کران دار خواهد بود.

علّی بودن: سیستم علّی می باشد.

خطی بودن: سیستم غیرخطی می باشد، زیرا تابع cos یک تابع غیرخطی است.

تغییر ناپذیری با زمان:

$z(t) = x(t-t_0)$

$\rightarrow \cos(z(t)) = \cos(x(t-t_0))$

$y(t-t_0) = \cos(x(t-t_0)) \rightarrow = \rightarrow$

بنابراین سیستم تغییر ناپذیر با زمان است.

حافظه دار بودن: سیستم بدون حافظه است.

---

* $y[n] = 2x[n]u[n]$

پایدار بودن: پایدار هست چون به ازای ورودی کران دار خروجی هم کران دار خواهد بود.

علّی بودن: علّی هست.

خطی بودن: خطی هست.

$$2\left(x_1[n] + x_2[n]\right)u[n] = 2x_1[n]u[n] + 2x_2[n]u[n] = y_1[n] + y_2[n]$$

تغییر ناپذیری با زمان: تغییر ناپذیر با زمان نیست، زیرا اون $u[n]$ کار را خراب می کند.

حافظه دار بودن: سیستم بدون حافظه است.

ادامه سؤال 1)

* $y[n] = \log_{10}(|x[n]|)$

پایدار بودن: سیستم پایدار نیست زیرا $x[n]$ وقتی به سمت 0 میرود خروجی بی‌کران می‌شود.

علی بودن: علی هست، فقط به همان زمان بستگی دارد.

خطی بودن: خطی نیست، اپراتور لگاریتم غیرخطی است.

تغییر ناپذیری با زمان: تغییر ناپذیر با زمان می باشد:

$$y[n-n_0] = \log_{10}(|x[n-n_0]|)$$

$$z[n] = x[n-n_0] \rightarrow \log(|x[n-n_0]|)$$

حافظه دار بودن: سیستم حافظه ندارد. فقط به همان زمان بستگی دارد.

* $y(t) = \int_{-\infty}^{\frac{t}{2}} x(\tau)d\tau$

پایدار بودن: پایدار نیست، مثلاً فرض شود $x(\tau)$ تابع ثابت 1 باشد در این صورت حاصل انتگرال ∞ می‌شود که بی‌کران می‌باشد.

علی بودن: علی نیست، زیرا به ازای t های منفی انتگرال تا $\frac{t}{2}$ را بررسی می‌کند که جلوتر از t می‌باشد.

خطی بودن: سیستم خطی است:

$$\int_{-\infty}^{\frac{t}{2}} a x_1(\tau) + b x_2(\tau) d\tau = a\int_{-\infty}^{\frac{t}{2}} x_1(\tau)d\tau + b\int_{-\infty}^{\frac{t}{2}} x_2(\tau)d\tau = a y_1(t) + b y_2(t)$$

تغییر ناپذیری با زمان: $\boxed{\text{نیست}}$

$$\left.\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\frac{t}{2}} x(\tau-\tau_0)d\tau\\ &u = \tau-\tau_0\end{aligned}\right\} \rightarrow = \int_{-\infty}^{\frac{t}{2}-\tau_0} x(u)du \neq \int_{-\infty}^{\frac{t-t_0}{2}} x(\tau)d\tau$$

حافظه دار بودن: حافظه دار است.

ادامه سوال 1)

$$* \; y[n] = \sum_{K=-\infty}^{n} x[K+2]$$

پایدار بودن: پایدار نیست زیرا مثلاً اگر تابع ثابت 1 باشد در صورتی که n خیلی بزرگ شود خروجی بی‌کران می‌شود

علی بودن: علی نیست، اون K+2 کار را خراب کرده است.

خطی بودن: خطی است. زیرا فقط از جمع کردن استفاده شده که یک عملگر خطی می باشد.

تغییر ناپذیری با زمان: تغییر ناپذیر با زمان هست:

$$y[n-n_0] = \boxed{\sum_{K=-\infty}^{n-n_0} x[K+2]}$$

$$Z[n] = x[n-n_0] \longrightarrow \sum_{K=-\infty}^{n} x[K-n_0+2] = \boxed{\sum_{K=-\infty}^{n-n_0} x[K+2]}$$

حافظه دار بودن: حافظه دار هست.

$$* \; y(t) = \frac{d}{dt}\left(e^{-t}x(t)\right) = e^{-t}\left(-x(t) + \frac{d}{dt}x(t)\right)$$

پایدار بودن: پایدار نیست، زیرا در t هایی که به سمت $-\infty$ می‌روند حاصل خروجی بی‌کران می‌شود

علی بودن: علی نیست زیرا در مشتق t های کمی جلوتر هم مهم هستند

خطی بودن: خطی هست.

تغییر ناپذیری با زمان: تغییر ناپذیر با زمان نیست:

$$\frac{d}{dt}\left(e^{-(t-t_0)}x(t-t_0)\right) \neq \frac{d}{dt}\left(e^{-t}x(t-t_0)\right)$$

حافظه دار بودن: حافظه دار است.

$$y[n] = n\,x[n]$$

پایدار بودن: پایدار نیست، زیرا وقتی n به سمت ∞ برود خروجی بیکران می‌شود.

علی بودن: علی هست، فقط به همان زمان بستگی دارد.

خطی بودن: خطی هست.

تغییر ناپذیری با زمان: تغییر ناپذیر با زمان نیست:

$$(n-n_0)\,x[n-n_0] \neq n\,x[n-n_0]$$

حافظه دار بودن: سیستم بدون حافظه است.

ادامه سؤال 1)

* $y[n] = Even\{x[n-1]\} = \dfrac{x[n-1]+x[-n+1]}{2}$

پایدار بودن: پایدار هست، وقتی $x[n]$ کران دار باشد خروجی هم کران دار خواهد بود.

علّی بودن: علّی نیست، برای n هایی که منفی هستند $-n-1$ جلوتر است.

خطی بودن: خطی هست، زیرا تنها از اپراتورهای جمع و ضرب در یک عدد ثابت استفاده شده است که هر دو خطی می باشند.

تغییر ناپذیری با زمان: تغییر ناپذیر با زمان است:

$$\frac{x[n-n_0-1]+x[-n+1+n_0]}{2} = \frac{x[n-n_0-1]+x[-n+1+n_0]}{2}$$

حافظه دار بودن: حافظه دار است.

---

* $y[n] = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)x[n] + n\,x[n]\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

پایدار بودن: پایدار نیست، به دلیل وجود ضریب n پشت جمله دوم.

علّی بودن: علّی هست، فقط به همان زمان بستگی دارد.

خطی بودن: خطی است: $\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\left(ax_1[n]+bx_2[n]\right) + n\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\left(ax_1[n]+bx_2[n]\right)$

$$= a\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)x_1[n] + b\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)x_2[n] + n\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)ax_1[n] + n\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)*bx_2[n]$$

$$= \boxed{ay_1[n] + by_2[n]}$$

تغییر ناپذیری با زمان: تغییر ناپذیر با زمان نیست، اون ضریب n کار را خراب کرده است.

حافظه دار بودن: سیستم بدون حافظه است.

سؤال 2)

(a) $y[n] = 2x[n]$

$$Z[n] = x[n-n_0] \longrightarrow y_Z[n] = 2Z[n] = 2x[n-n_0]$$

$$y_x[n-n_0] = 2x[n-n_0] \longrightarrow y_Z[n] = y_x[n-n_0]$$

← تغییر ناپذیر با زمان است.

(b) $y[n] = (2n-1)x[n-n_0]$

$$Z[n] = x[n-n_0] \longrightarrow y_Z[n] = (2n-1)Z[n] = (2n-1)x[n-n_0]$$

$$y_x[n-n_0] = (2n-2n_0-1)x[n-n_0] \longrightarrow y_Z[n] \neq y_x[n-n_0]$$

← تغییر ناپذیر با زمان نیست.

(c) $y[n] = x[n] \times \left(2 + (-1)^n + (-1)^{n-1}\right)$

$$= \boxed{2x[n]}$$

← این برابر شد با همان مورد (a) که ثابت کردیم تغییر ناپذیر با زمان است.

سئوال ۳)

* $y(t) = e^{-\alpha|t|}$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |y(t)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\alpha|t|} dt = 2\int_{0}^{\infty} e^{-2\alpha t} dt = 2 \times \left(\frac{-1}{2\alpha} \times e^{-2\alpha t}\right)\Big|_{0}^{\infty} = \frac{1}{\alpha}$$

سیگنال انرژی هست.

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |y(t)|^2 = \boxed{0} \rightarrow$$ سیگنال توان هم هست.

این انتگرال همگرا شد

---

* $y[n] = \dfrac{\sin(2n\pi - 5\pi)}{2n\pi - 5\pi} \rightarrow$ این یک سیگنال گسسته است بنابراین n

همیشه صحیح است و این سیگنال همیشه برابر ۰ خواهد بود

پس هم سیگنال انرژی است هم سیگنال توان.

---

* $y(t) = \dfrac{1}{\sqrt{n}} u(t-1)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\frac{1}{\sqrt{n}} u(t-1)\right|^2 dt = \int_{1}^{\infty} \frac{1}{n} dt = \infty \rightarrow$$ سیگنال انرژی نیست.

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{1}^{T} \frac{1}{n} dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \times \frac{1}{n} \times (T-1) = \frac{1}{2n} \rightarrow$$ سیگنال توان هست.

---

* $y(t) = \cos(t) + 3\sin(2t)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\cos(t) + 3\sin(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\cos^2(t) + 9\sin^2(t)}_{1 + 8\sin^2(t)} + 6\cos(t)\sin(t)\, dt$$

قطعاً این انتگرال واگرا می‌شود ← سیگنال انرژی نیست.

ادامه سوال 3)

$* \; y(t) = \cos(t) + 3\sin(2t)$

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \underbrace{\cos^2(t) + 9\sin^2(t)}_{\text{زوج}} + \underbrace{6\cos(t)\sin(2t)}_{\text{فرد}} \, dt$$

$$\to = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \frac{1+\cos 2t}{2} + 9 \times \frac{1-\cos 4t}{2} \, dt = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2} \left(T - \frac{\sin(2T)}{2} \right) + 9T + \frac{9}{4}\sin 4T \right)$$

$$= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \times \left(10T + \frac{9}{4}\sin 4T - \frac{\sin 2T}{2} \right) = \boxed{5} \to$$ سیگنال توان است.

سئوال 4)

* $x(t)=\sqrt{|\sin(\frac{t}{\sqrt{2}})|} \longrightarrow$ واضح است که متناوب است و دوره تناوب آن برابر است با $\sqrt{2}\pi$ می توانیم آن را تست کنیم:

$$\sqrt{|\sin(\frac{t+\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}})|}=\sqrt{|-\sin(\frac{t}{\sqrt{2}})|}=\sqrt{|\sin(\frac{t}{\sqrt{2}})|} \checkmark$$

* $x[n]=e^{j\frac{\pi}{3}(n-10)}+\cos(\frac{n\pi}{4})=\underbrace{\cos[\frac{\pi}{3}n-\frac{10\pi}{3}]}_{T=6}+j\sin\underbrace{[\frac{\pi}{3}n-\frac{10\pi}{3}]}_{T=6}+\cos\underbrace{[\frac{n\pi}{4}]}_{T=8}$

$\longrightarrow$ سیگنال متناوب است و دوره تناوب آن برابر ک.م.م 6 و 8 می باشد یعنی $\boxed{24}$

$\xrightarrow{\text{تست کردن}} \cos[\frac{\pi}{3}n+8\pi-\frac{10\pi}{3}]+j\sin[\frac{\pi}{3}n+8\pi-\frac{10\pi}{3}]+\cos[\frac{n\pi}{4}+6\pi]$

$$=\boxed{\cos[\frac{\pi}{3}n-\frac{10\pi}{3}]+j\sin[\frac{\pi}{3}n-\frac{10\pi}{3}]+\cos[\frac{n\pi}{4}]} \checkmark$$

* $x[n]=|e^{j\sin(\frac{2n\pi}{5})}|=|\cos(\sin(\frac{2n\pi}{5}))+j\sin(\sin(\frac{2n\pi}{5}))|$

$=\cos^2(\sin(\frac{2n\pi}{5}))+\sin^2(\sin(\frac{2n\pi}{5}))=\boxed{1}\longrightarrow$

این یک سیگنال گسسته ثابت است

بنابراین متناوب است و دوره تناوب برابر با $\boxed{1}$ می باشد.

* $x[n]=\cos[n]$

واضح است که این سیگنال گسسته، متناوب نمی باشد

زیرا دوره تناوب cos 2π می باشد که یک عدد گنگ است.

* $x(t)=\sinh(\pi t)\cos(3\pi t)=\frac{e^{\pi t}-e^{-\pi t}}{2}\times\cos(3\pi t)$

$\longrightarrow$ در این سیگنال وقتی t به سمت ∞ می رود خروجی برابر ∞ می شود و به عبارتی این سیگنال کران دار نیست بنابراین نمی تواند متناوب هم باشد.

Scanned with CamScanner

ادامه سؤال 4)

$* \; x[n] = \cos(\pi n)u[n] + \cos(\pi n)u[-n]$

if $n>0$: $x[n] = \cos(\pi n)$

if $n<0$: $x[n] = \cos(\pi n)$

if $n=0$: $x[n] = 2\cos(\pi n) \longrightarrow$

همین باعث می‌شود که سیگنال متناوب نباشد.

سؤال 5)

(a) زوج است $y(t) \longrightarrow y(t) = y(-t)$

* فرض می‌کنیم سیگنال ثابت نیست.

هم زوج است $y(t-1) \longrightarrow y(t-1) = y(1-t)$ *

$z(t) = y(t-1)$

$\longrightarrow z(t) = z(-t) \longrightarrow y(t-1) = y(-t-1) \xrightarrow{*} y(-t+1) = y(-t-1)$

این هم بین زوج است

$\longrightarrow$ سیگنال متناوب است و دوره تناوب آن برابر با 2 می‌باشد البته این دوره تناوب اصلی نیست و می‌تواند اعداد کوچکتر از 2 هم باشد ولی به صورت قطعی می‌توان گفت حداکثر 2 است.

(b) فرد است $y(t) \longrightarrow y(t) = -y(-t)$

* باز هم فرض می‌کنیم که سیگنال ثابت نیست.

هم فرد است $y(t-1) \longrightarrow y(t-1) = -y(-t+1)$ *

$z(t) = y(t-1)$

$\longrightarrow z(t) = -z(-t) \longrightarrow y(t-1) = -y(-t-1) \xrightarrow{*} -y(-t+1) = -y(-t-1)$

$\longrightarrow \underbrace{y(-t+1) = y(-t-1)}$

سیگنال متناوب است و دوره تناوب اصلی آن حداکثر برابر با 2 است.

سئوال 6)

(a)

(i) $\frac{dy}{dt}+2y=x^2(t)$

$$(ax_1(t)+bx_2(t))^2=a^2x_1^2(t)+b^2x_2^2(t)+2abx_1(t)x_2(t)$$

$$=a^2\left(\frac{dy_1}{dt}+2y_1\right)+b^2\left(\frac{dy_2}{dt}+2y_2\right)+\underbrace{2ab\left(\sqrt{\frac{dy_1}{dt}+2y_1}\times\sqrt{\frac{dy_2}{dt}+2y_2}\right)}$$

← سیستم خطی نیست.

(ii) $\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dy}{dt}+y=\frac{dx}{dt}+2x(t)$

$$\frac{d(x_1+x_2)}{dt}+2(x_1+x_2)=\underbrace{\frac{dx_1}{dt}+2x_1}_{\frac{d^2y_1}{dt^2}+\frac{dy_1}{dt}+y_1}+\underbrace{\frac{dx_2}{dt}+2x_2}_{\frac{d^2y_2}{dt}+\frac{dy_2}{dt}+y_2}$$

← سیستم خطی است.

(iii) $y(t)=\frac{x(t)e^{jx(t)}}{j}$

$$\frac{(ax_1+bx_2)e^{j(ax_1+bx_2)}}{j}=\frac{ax_1e^{j(ax_1+bx_2)}}{j}+\frac{bx_2e^{j(ax_1+bx_2)}}{j}$$

$$=ay_1(t)\times e^{j(bx_2)}+by_2(t)\times e^{j(ax_1)}$$

← $\boxed{\text{سیستم خطی نیست.}}$

(iv) $y[n]=\left(\prod_{i=1}^{n}x[n-i]\right)^{\frac{1}{n}}$

$$\rightarrow\left(\prod_{i=1}^{n}(ax_1[n-i]+bx_2[n-i])\right)^{\frac{1}{n}}=\left((ax_1[n-1]+bx_2[n-1])\times\dots\times(ax_1[0]+bx_2[0])\right)^{\frac{1}{n}}$$

پس به دلیل وجود جملاتی که در آن‌ها x_1x_2 وجود دارد این سیستم خطی نیست.

(6 ادامه سئوال

(b)

(i) $y(t) = x\left(\frac{t}{3}\right) \xrightarrow{\text{وارون پذیر است}} x(t) = y(3t)$

(ii) $y[n] = x[2n] \longrightarrow$

این سیگنال وارون پذیر نیست زیرا تنها به اندیس های زوج سیگنال ورودی کار دارد. به عبارتی می توان دو سیگنال x_1 و x_2 را که در اندیس های زوج یکسان و در اندیس های فرد تفاوت دارند را به سیستم داد و خروجی یکسان دریافت کرد

(iii) $y(t) = \frac{dx}{dt} \longrightarrow$ این سیستم وارون پذیر نیست زیرا بینهایت سیگنال ورودی می توان داد که مشتقشان یکسان شود اما آن سیگنال های ورودی دقیقاً مثل هم باشند، مانند اضافه کردن یک عدد ثابت که تاثیری در مشتق گرفتن ندارد.

(iv) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} \times x[k] = \frac{1}{2}^{n} \times x[0] + \dots + \frac{1}{2} x[n-1] + x[n]$

$\longrightarrow y[n] = x[n] + \underbrace{\sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} \times x[k]}_{\frac{1}{2} y[n-1]} \longrightarrow x[n] = y[n] - \frac{1}{2} y[n-1]$

وارون پذیر است.

(v) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\, d\tau$

این سیگنال وارون پذیر نیست چون می توان سیگنال های متفاوت داد به انتگرال که تنها تفاوتشان در مقدارشون در نقاط خاصی است و به عبارتی در نقاط ناپیوستگی دارند اما انتگرال این نقاط محدود ناپیوستگی را لحاظ نمی کند و خروجی یکسان خواهد ماند.

(vi) $y(t) = x(5t-3) \xrightarrow{\text{وارون پذیر است}} x(t) = y\left(\frac{t+3}{5}\right)$

ادامه سؤال 6

(b)

(vii) $y(t) = 3x(1) + x(2t-1)$

این سیگنال وارون پذیر است.

$$\longrightarrow y(1) = 4x(1) \longrightarrow x(1) = \frac{1}{4}y(1)$$

$$\longrightarrow y(t) - \frac{3}{4}y(1) = x(2t-1) \longrightarrow \boxed{x(t) = y\left(\frac{t+1}{2}\right) - \frac{3}{4}y(1)}$$

(viii) $y[n] = x[n]\,x[n+1]$

این سیگنال وارون پذیر نیست، برای اثبات این موضوع می‌توان مثال نقض زیر را آورد:

$$\left.\begin{array}{l} x_1[n] \begin{cases} n=2K & 1 \\ n=2K+1 & 1 \end{cases} \\ x_2[n] \begin{cases} n=2K & 2 \\ n=2K+1 & \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{یکسان خواهند داشت}]{\text{هر دو خروجی}} \boxed{y[n] = 1}$$

(c)

(i) $y(t) = 2x(t) - 5$

$$2x(t-t_0) - 5 = y(t-t_0) \longrightarrow$$ تغییرناپذیر با زمان است

(ii) $y(t) = x\left(\frac{t}{5}\right)$

$$z(t) = x(t-t_0) \longrightarrow y_z(t) = z\left(\frac{t}{5}\right) = x\left(\frac{t}{5} - t_0\right) \neq y(t-t_0) = x\left(\frac{t-t_0}{5}\right)$$

$\longrightarrow$ تغییر ناپذیر با زمان نیست.

(iii) $y[n] = x[-n]$

$$\longrightarrow x[-n-n_0] \neq x[-n+n_0] \longrightarrow$$ تغییر ناپذیر با زمان نیست

(iv) $y[n] = x[n] - 2n$

$$\left.\begin{array}{l} z[n] = x[n-n_0] \longrightarrow y_z[n] = z[n] - 2n = x[n-n_0] - 2n \\ y_x[n-n_0] = x[n-n_0] - 2n + 2n_0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\neq}$$ سیستم تغییرناپذیر با زمان نیست

Scanned with CamScanner

ادامه سوال 6)

(C)

(v) $y[n] = n\cos\left(\frac{n\pi}{5}\right)x[n]$

$$z[n] = x[n-n_0] \longrightarrow y_z[n] = n\cos\left(\frac{n\pi}{5}\right)z[n] = n\cos\left(\frac{n\pi}{5}\right)x[n-n_0]$$

$$y_x[n-n_0] = (n-n_0)\cos\left(\frac{(n-n_0)\pi}{5}\right)x[n-n_0]$$

$\neq \longrightarrow$ سیستم تغییر ناپذیر با زمان نیست.

(vi) $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$

$$z[n] = x[n-n_0] \longrightarrow y_z[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k-n_0] = \sum_{k=-\infty}^{n-n_0} x[k] = y_x[n-n_0]$$

$\longrightarrow$ سیستم تغییر ناپذیر با زمان است.

(vii)

$$y(t) = \begin{cases} x(t) + x(t-1) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} x(t-t_0) + x(t-t_0-1) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \neq \begin{cases} x(t-t_0) + x(t-t_0-1) & t-t_0 \geq 0 \\ 0 & t-t_0 < 0 \end{cases}$$

$\longrightarrow$ سیستم تغییرناپذیر با زمان نیست.

(viii)

$$y(t) = \begin{cases} x(t) + x(t-1) & x(t) \geq 0 \\ 0 & x(t) < 0 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} x(t-t_0) + x(t-t_0-1) & x(t-t_0) \geq 0 \\ 0 & x(t-t_0) < 0 \end{cases} = y(t-t_0)$$

$\longrightarrow$ سیستم تغییرناپذیر با زمان است.

(ix) $y(t) = \begin{cases} x(t) + x(t-1) & x(2t) \geq 0 \\ 0 & x(2t) < 0 \end{cases} \longrightarrow$ تغییر ناپذیر با زمان نیست.

اون 2t کار را خراب می‌کند.

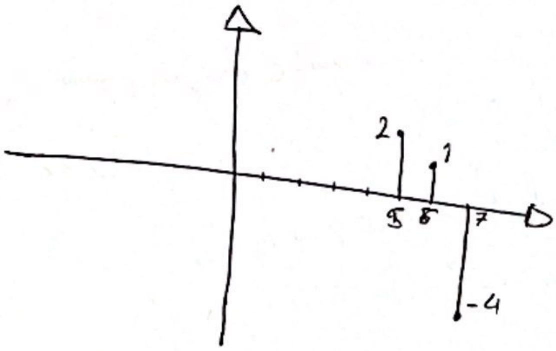
سؤال 8)

(a)

طبق شکل های داده شده می‌توان فهمید که: $x_3[n] = x_1[n-4] - x_2[n-4]$

بنابراین چنانچه سیستم خطی باشد انتظار داریم که: $y_3[n] = y_1[n-4] - y_2[n-4]$

اما میبینیم که شکل $y_1[n-4] - y_2[n-4]$ بدین صورت است:



می بینیم که این با شکل داده شده یکسان نیست پس سیستم نمی‌تواند که خطی باشد.

b)

سیستم داده شد تغییر ناپذیر با زمان است پس می‌توانیم شیفت بدهیم بنابراین:

$\delta[n] = x_3[n+4] \xrightarrow{\text{خروجی}} y_3[n+4]$