



EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM

INFORMATIKAI KAR

ALGORITMUSOK ÉS ALKALMAZÁSAIK TANSZÉK

## Membránrendszerek vizualizációja és szimulálása

*Témavezető:*

Kolonits Gábor

egyetemi tanársegéd

*Szerző:*

Buzga Levente

programtervező informatikus BSc

*Budapest, 2022*

A membránrendszer vagy más néven P-rendszer olyan biológiailag inspirált számítási modell, amely képes a biokémiai folyamatok törvényszerűségeinek modellezésére. A rendszer több belső térből, úgynevezett régióból áll, amelyek hierarchikus membránstruktúrát alkotnak. Ez lehetővé teszi a sejten belüli és a sejtek közötti információáramlás formális modellezését.

Az egyes régiókban különböző nyersanyagok fordulhatnak elő, amelyek egymással reakcióba léphetnek. A reakció következtében ezek a nyersanyagok átalakulhatnak, régiók között átvándorolhatnak, illetve membránok is feloldódhatnak. Ezeket a reakciókat evolúciós szabályoknak hívjuk. A felépítésükből adódóan a membránrendszerek nagy mértékű párhuzamosításra is alkalmasak. A membránrendszer számítása közben kialakuló állapotát egy konfigurációja írja le, amelyet minden membrán esetén objektumokból álló multihalmaz reprezentál.

A számítás eredményét többféleképpen is definiálhatjuk, alapértelmezetten egy kitüntetett membránban a megálláskor jelen lévő objektumok mennyiségét jelenti.

Szakdolgozatom célja egy olyan szoftver elkészítése, amely képes különböző típusú membránrendszerek grafikus megjelenítésére, betöltésére és exportálására, illetve egy megadott szabályrendszer mentén történő számításaik szimulálására. A felhasználónak lehetősége van a membránstruktúra vizuális megkonstruálására, illetve egy megadott formátum segítségével szabályok rögzítésére. A számítás végrehajtásánál támogatott a lépésenkénti futtatás.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>2</b>
1.1. A számításelmélet rövid története . . . . .	2
1.2. Membránrendszerek . . . . .	3
1.3. Megvalósítandó feladat . . . . .	5
<b>2. Felhasználói dokumentáció</b>	<b>6</b>
2.1. Az alkalmazás célja . . . . .	6
2.2. Hardver és szoftver követelmények . . . . .	7
2.3. Futtatás . . . . .	7
2.4. Grafikus felhasználói felület . . . . .	7
2.4.1. Főablak . . . . .	8
2.4.2. Dialógusablakok . . . . .	8
2.5. Használati útmutató . . . . .	16
<b>3. Fejlesztői dokumentáció</b>	<b>17</b>
3.1. Definíciók, formális modell . . . . .	18
3.2. Tervezés . . . . .	22
3.2.1. Modell . . . . .	22
3.3. Forráskódok . . . . .	23
3.3.1. Algoritmusok . . . . .	24
<b>4. Összegzés</b>	<b>25</b>
<b>A. Szimulációs eredmények</b>	<b>26</b>
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>28</b>
<b>Ábrajegyzék</b>	<b>28</b>
<b>Táblázatjegyzék</b>	<b>29</b>

Algoritmusjegyzék	30
Forráskódjegyzék	31

# 1. fejezet

## Bevezetés

### 1.1. A számításelmélet rövid története

A számításelmélet az 1930-as évek közepén Alan Turing és Alonzo Church munkássága révén vált külön tudományággá, amelynek központjában a számítások és a számítógépek formális modellezése és elemzése áll. A terület azóta is kulcsfontosságú szerepet kap az informatikában. Az előbb említett matematikai logikával foglalkozó tudósok és társaik arra a kérdésre szerettek volna választ adni, hogy mit jelent maga a számítás? Ezzel az algoritmus matematikai modelljének megalkotását tűzték ki célul. Természetesen a számításelmélet létrejötte előtt is születtek algoritmusok, de azok nem törekedtek formalításra, hanem egyszerűen csak rögzítették a végrehajtandó utasítások sorrendjét. A kérdés megválaszolása érdekében Turing bevezette a Turing gépet, Church pedig a lambda kalkulust. Ezen eszközök segítségével elkezdtek vizsgálni a kiszámíthatóságot. Azt fedezték fel, hogy vannak olyan számítási feladatok, amelyekre nem adható algoritmikusan válasz, illetve, hogy vannak olyan univerzális számítógépek, amelyek minden másik számításra alkalmas gépet szimulálni tudnak. Ez vezetett a Church-Turing tézis megfogalmazásához, amely szerint minden olyan matematikailag formalizálható probléma, ami megoldható valamilyen algoritmussal, az Turing géppel is megoldható. Később kiderült, hogy léteznek a Turing géppel azonos számítási erejű modellek, viszont azóta sem találtak ennél nagyobb számítási erővel rendelkező absztrakt modellt. Ezek szerint ha elfogadjuk a tézist, akkor a Turing gép tekinthető az algoritmus formális modelljének.

A tudományág fejlődését ösztönözte és elősegítette a digitális számítógépek megjelenése. A tézis után pár évvel Konrad Zuse elkészítette az első általános célú progra-

mozható elektromechanikus számítógépet, amelyet elektromágneses relékkel működtetett. 1945-ben készült el az első teljesen elektromos számítógép, az ENIAC, majd Neumann János 1947-ben megfogalmazta a mai számítógép működésének alapjául szolgáló Neumann-elveket. Azóta a számítógépek számítási kapacitása rohamos ütemben növekedik, ám az akkor fontosnak vélt számítási elemzések és korlátok a mai napig fontos szempontot adnak algoritmusok megalkotásánál.

A mai számításelmélet nagyon változatos témák tárházával rendelkezik, magába foglalja az algoritmusok, adatszerkezetek, elosztott és párhuzamosított számítások, kvantumszámítások, biológiai számítások vizsgálatát, illetve nem utolsósorban a bonyolultságelméletet és az információelméletet. Mindezekből látszik, hogy milyen szerteágazó tematikája és problémaköre van a számításelméletnek és hogy ezek az irányvonalak folyamatosan képesek fejlődni és gazdagodni.

## 1.2. Membránrendszerek

A 20. század második felében egyre nagyobb figyelmet kaptak az olyan számítások, amely a természetben vagy valamilyen természeti jelenséghez kapcsolódóan mennek végbe. Ezen megfigyelések eredményeképpen megszületett a biológiai számítások területe, amelynek számos új módszert és algoritmust köszönhetünk. Ide tartoznak például a genetikai algoritmusok (általánosabban véve az evolúciós algoritmusok), illetve a neurális hálók. Ezen irányvonal kiterjesztésének tekinthetők az 21.század legelejére kibontakozó területek mint a membránszámítások és a DNS számítások, amelyek közül az utóbbit a molekuláris biológia alapjaira modelleztek.

A membránszámítások legnagyobb inspirációját a biológiai sejtek jelentik, amelyek az élet legelemibb építőelemei. A sejtek működésében és struktúrájában pedig elengedhetetlenek a membránok, amelyek a sejten belüli rétegződést határozzák meg. Egy sejtet a környezetétől a legkülső membránja (úgynevezett skin) határol el, a rétegződésért pedig a belső membránok felelősek. Egy-egy ilyen membrán pedig egy saját belső teret, *régiót* határol el. Ezen régiókban pedig kémiai reakciók mehetnek végbe, amely hatására különböző molekulák átvándorolhatnak a membránokon keresztül új régiókba. Ezzel a térbeli struktúrálttsággal egészítik ki a membránszámítások a DNS számításokat. A membránszámítás motivációja, hogy egy olyan modellt tudjuk konstruálni, amely képes a sejtek közötti és sejten belüli molekulák által közvetített információáramlás mechanizmusának leírására, szemléltetésére.

Ezen célkitűzéssel vezette be Gheorge Paun a membránrendszereket 2000-ben. Később az ilyen modelleket P-rendszereknek is elnevezték az ő tiszteletére. Ahhoz, hogy a biokémiai folyamatokat modellezni tudja, figyelembe vette ezen folyamatok törvényszerűségeit. Nevezetesen, hogy az ilyen reakciók végbemeneteléhez kellő számban szükség van a reakcióhoz szükséges kezdeti molekulákra és ha ezek rendelkezésre állnak, akkor a reakció biztosan meg is fog történni. Emellett egyszerre több reakció (vagy akár egy reakció többször) is végbemehet, ha van hozzá(juk) elegendő nyersanyag. Speciális esetekben egy reakció hatására membránok feloldódhatnak, ilyenkor a benne rejlő molekulák és belső régiók az őt körülvevő régióba kerülnek, illetve az is előfordulhat, hogy a reakciók között valamilyen prioritási sorrend is fennállhat; azaz az egyik reakció nem hajtható végre, amíg egy a másik reakciónak lehetősége van rá. Ezen reakciók úgynevezett *evolúciós lépésekbe* szerveződnek, amelyek során a régiók molekulái és a membránrendszer struktúrája is átalakulhat.

A számítás központi szereplői az előbbi tulajdonságokkal rendelkező reakciók, amelyek a membránrendszerekben szabályoknak nevezünk, a résztvevő molekulákat pedig objektumoknak. Ezek a szabályok régiókhoz vannak rendelve. A szabályok alkalmazására a maximális párhuzamosság elve érvényes, azaz ha a jelenleg alkalmazott szabályok után még alkalmazható lenne egy újabb vagy egy eddig már alkalmazott szabály, akkor az a szabály végre is lesz hajtva az adott evolúciós lépésben. Ennek megfelelően a membránrendszer evolúciós lépések sorozatán megy keresztül, egészen addig, amíg már nincsen egyetlen alkalmazható szabály sem. Ilyenkor a számítás eredményét alapértelmezetten a környezetbe kijutó objektumok számának tekintjük, de ez egyes rendszerekben másképpen is megadható (például egy kijelölt kimeneti régió objektumainak számával).

Érdeklődésemet a téma iránt az SAT eldöntési probléma aktív P-rendszerekkel (amely típust a dolgozatban nem részletezem) való lineáris időben történő megoldása keltette fel. Ez elsőre egy hihetetlen eredmény, hiszen ez az egyik legismertebb NP-teljes probléma. Az ellentmondást a membránrendszerek masszív párhuzamosítási képességével lehet megmagyarázni, amelynek segítségével a változók és a klózik számának függvényében igaz, hogy lineáris időben leáll, viszont ezt a membránrendszert szimuláló Turing gép már nem tudna minden bemeneti példányra lineáris időben leállni. Ezután kezdtem el foglalkozni membránrendszerekkel és úgy éreztem, hogy egy szimulációs szoftver hasznosnak bizonyulna kutatási és oktatási célokra egyaránt.

### 1.3. Megvalósítandó feladat

A dolgozatom célja egy olyan szoftver elkészítése, amely lehetővé teszi a felhasználó számára különböző felépítésű membránrendszerek megkonstruálását, grafikus módon való megjelenítését, illetve számításainak végrehajtását. A támogatott számítási modellek magukba foglalják a membránrendszerek alapmodelljét (amelyben egyes régiók feloldódhatnak, illetve a szabályok között lehet prioritási sorrend) és a szimport-antiport rendszereket. A membránrendszer létrehozását a felhasználó egy (megfelelő formátumú) karakterlánc megadásával kezdeményezheti, ami egyszerűen és szemléletesen írja le a membránrendszer struktúráját és opcionálisan tartalmazhatja régiókra bontva a benne található objektumokat. A megalkotott membránrendszer ilyenkor még nem rendelkezik evolúciós szabályokkal, azokat egy külön menü segítségével tudja beállítani. Ilyenkor a kiválasztott régió objektumai is szerkeszthetők.

A szoftver különösen hasznos tud lenni oktatási célokra, hiszen biztosítja a szabályok elemzésének lehetőségét a lépésenkénti futtatás funkcióval, illetve a teljes szimuláció során megkapott eredmények segítségével tanulmányozható, hogy a létrehozott modell a kívánt nyelvet (ebben az esetben a természetes számok valamely részhalmazát) generálja-e, ezzel segítve a helyes és helytelen működés (nem teljeskörű) kiszűrését. A program biztosít a felhasználó számára egy használati útmutatót, melyben megtalálja a legfontosabb információkat ahhoz, hogy korábbi ismeretek nélkül is képes legyen egy működő membránrendszert megalkotni és számítását szimulálni.

Lehetőség van a membránrendszer aktuális állapotának lementésére, illetve egy korábbi mentés betöltésére. A membránrendszer *JSON* formátumban kerül mentésre, így azt a felhasználónak lehetősége nyílik arra, hogy a fájlban is módosítson, majd a módosított állapotot töltsse be. Ezáltal a szoftver biztosítani tudja azt, hogy egy bonyolult vagy gyakran vizsgált membránrendszert nem szükségeszerű a kezdetektől megalkotni, elegendő egyszer a kívánt konfigurációját előállítani, majd később betölteni a már elmentett verziót.

A feladatot *Python* programozási nyelven, a *Qt* keretrendszer felhasználásával valósítottam meg.



## 2. fejezet

# Felhasználói dokumentáció

### 2.1. Az alkalmazás célja

Az alkalmazás célja, hogy segítségével a felhasználó membránrendszereket hozzon létre majd szimulálja számításait. A membránrendszer egy olyan biológiailag inspirált számítási modell, amely az eukarióta sejtek működését és felépítését követve evolúciós lépéseken keresztül történő információáramlást ír le membránok között. Minden membrán által körbezárt *ún.* régió tartalmaz evolúciós szabályokat, amelyek nem változnak a membránrendszer működése közben. Az információt a rendszerben a régiókban található molekulák, *ún.* objektumok hordozzák. Egy szabály csak akkor tud végbemenni, ha rendelkezésre állnak a szükséges objektumok kellő számban. Ilyen helyzetekben a szabályoknak végre is kell hajtódnia, tehát nem fordulhat elő, hogy minden objektum hozzáférhető, de nem kerül a szabály alkalmazásra. Egy evolúciós lépésben a maximális párhuzamosság elve érvényesül, azaz a szabályok véletlenszerűen kerülnek kiválasztásra, egészen addig, amíg van alkalmazható szabály. Az egyik szimulálható típusú rendszerben megadhatóak olyan speciális szabályok, amelyek alkalmazásának hatására egy membrán feloldódhat, ilyenkor teljes tartalma (benne levő objektumok és régiók) az őt körbevevő régióba kerül. A szabályok között prioritási sorrend is felállítható. A számítás legfontosabb tulajdonsága annak kimenete, amely általában a legkülső régió kívülré (azaz a környezetbe) kijutó objektumok számát jelenti.

## 2.2. Hardver és szoftver követelmények

A szoftver futtatásához Linux környezetre van szükség, amely támogatja az ELF formátumú bináris állományok értelmezését. Ezen felül a futtatási környezetnek rendelkeznie kell *Python interpreterrel*, illetve a *Qt* keretrendszerhez való hozzáférés érdekében *PySide6* modullal. Az utóbbi könnyen megtehető shell környezetben a `pip install PySide6` paranccsal. A program teljes funkcionalitásának kihasználásához a felhasználó számítógépének a bemeneti perifériák közül egérrel és billentyűzettel kell rendelkeznie. A szoftver hardverigénye nem igényel részletesebb specifikációt.

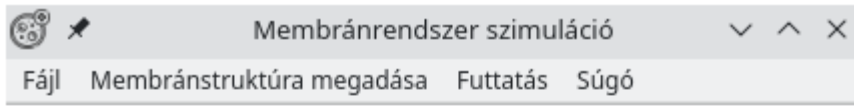
## 2.3. Futtatás

Mivel a program futtatható állományban kerül a felhasználóhoz, ezért annak az indításhoz elegendő megnyitni a fájlt tartalmazó mappát, majd duplán kattintani a fájlt reprezentáló ikonra. Ugyanez parancssori környezetben is elvégezhető, ilyenkor a terminálban a megfelelő mappába való elnavigálás után a `./MembraneSimulator` parancs megadásával futtatható a program.

## 2.4. Grafikus felhasználói felület

A felhasználó az alkalmazással a grafikus felhasználói felületen keresztül tud kommunikálni, amely a főablakot és az igény szerint megjelenő dialógusablakokat foglalja magába.

### 2.4.1. Főablak



2.1. ábra. A főablak az alkalmazás megnyitásakor

A főablak az alkalmazás megnyitásakor még tartalmaz egyetlen grafikus elemet sem, viszont a menüsorban található menüpontok segítségével könnyedén változtatni lehet ezen. Ha a felhasználónak nincs korábbi tapasztala a program használatával, akkor érdemes a *Súgó* menüpont kiválasztásával kezdenie, amelyről részletesen szó esik a 2.5 fejezetben.

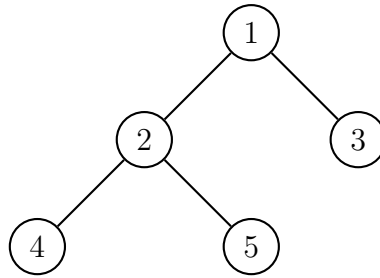
### 2.4.2. Dialógusablakok

A legfontosabb interakció a felhasználó és a szoftver között a dialógisablakokon keresztül történik.

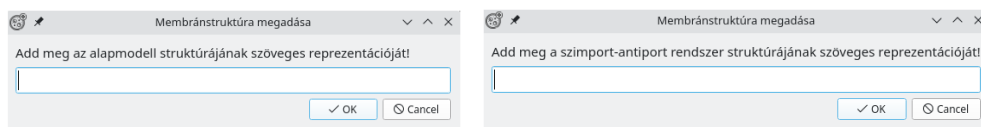
#### Membránstruktúra megadása

Egy membránrendszer megalkotásának kezdeti módja a struktúrájának megadásával kezdődik. Mivel egy membránrendszerben a membránok hierarchikusan helyezkednek el, ezért a teljes rétegződést nagyon jól lehet ábrázolni fa alakban, ahol mindenkinek a szülő csúcsa az őt legszűkebben tartalmazó régió.

Ezzel egyenértékű az a felírás, amikor egyetlen karakterláncban fejezzük ki ugyanezt, azáltal, hogy egy régiót megfeleltetünk egy nyitó-cukó zárójelpárral. Ilyenkor a két zárójel között elhelyezett objektumok jelentik a régió tartalmát. Azonban nem

2.3. ábra. Membránrendszer hierarchikus felépítése<sup>1</sup>

csak objektumok, de más régiók is helyet kaphatnak, ezzel kifejezve azt, hogy a már említett régió közvetlen gyerekeit szeretnénk megadni.



(a) Dialógusablak alapmodell létrehozásához

(b) Dialógusablak szimport-antiport rendszer létrehozásához

2.2. ábra. Dialógusablakok membránrendszer létrehozásához

A 2.2 ábra a különböző típusú membránrendszerek struktúrájának megadásához használt dialógusablakot mutatja. A megadott karakterláncban a régiók kezdetét és végét jelző zárójelpárok, illetve a bennük előforduló objektumok szerepelhetnek. A helyes formátum feltétele, hogy a zárójelpárok karakterein és az szimport-antiport rendszereknél a kimeneti régió jelzésére használt speciális # karakteren kívül csak az angol ábécé kisbetűi szerepelhetnek a bemenetben, illetve annak meg kell felelnie a helyes zárójelezés szabályainak. Ezt azt jelenti, hogy nem lehetnek átfedések régiók között, azaz olyan karakterláncok, amikor egy külső régió hamarabb kerül lezárásra, mint bármelyik benne lévő régió. Ha ezen feltételeknek megfelel a felhasználó által megadott karakterlánc, akkor a főablak teljes területét lefedő vásznon megjelenik a létrehozott membránrendszer.

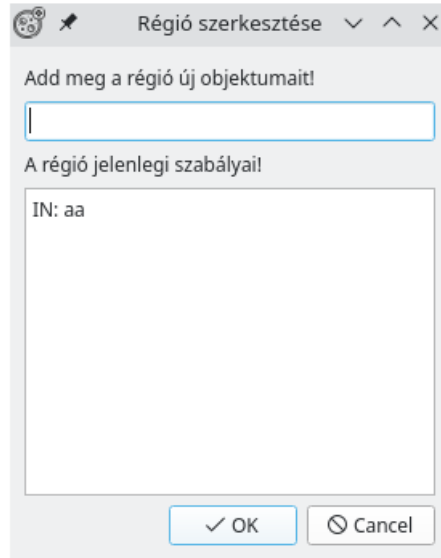
Ha a megadott karakterlánc nem a megfelelő formátumú, akkor a felhasználó figyelmeztetésére egy hibaüzenet jelenik meg a képernyőn.

## Objektumok módosítása

Miután a felhasználó megkonstruálta a membránrendszer szerkezetét, utána lehetősége nyílik arra, hogy az egyes régióinak tartalmát szerkessze. Mivel minden egyes

<sup>1</sup>Az ábrán látható struktúra szöveges megfelelője a  $[_1[_2[_4[_5]_5]_2[_3]_3]_1$  karakterlánc

régióhoz tartozhatnak objektumok és szabályok is egyaránt, ezért ezek módosítása közös dialógusablakban hajtható végre. A dialógusablak megjelenése a szerkeszteni kívánt régió által lefedett területre történő dupla kattintással kezdeményezhető.

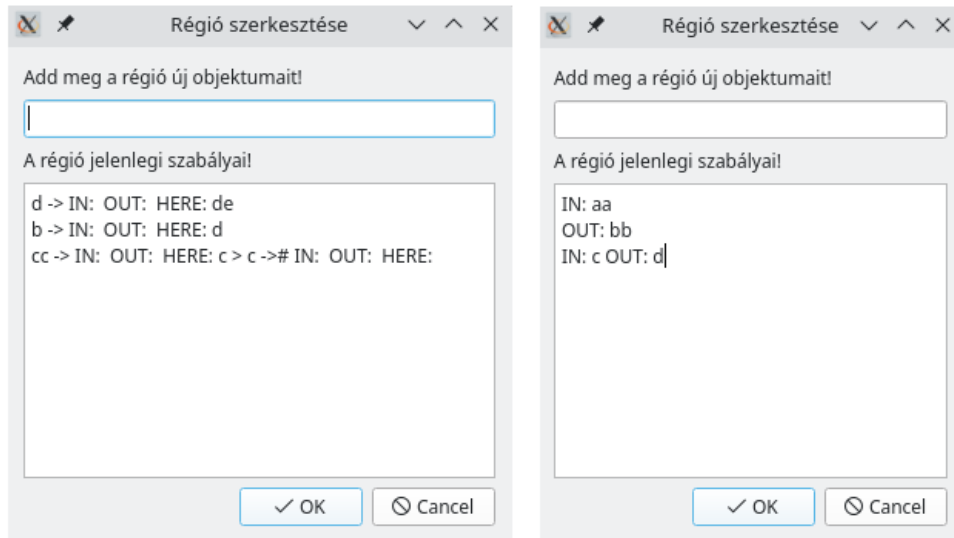


2.4. ábra. Dialógusablak egy régió tartalmának szerkesztéséhez

A régió objektumai közé tetszőleges számban írható a szóköz, mint elválasztó karakter, amely nem kerül figyelembevételre a régió új objektumainak feldolgozása-kor. A megengedett karakterek ezen felül továbbra is az angol ábécé kisbetűi. Ha az adott régió a dialógusablak megnyitásakor már rendelkezik objektumokkal, akkor azok alapértelmezett szöveggént fognak szerepelni a szövegdobozban. Tehát ha a régió szerkesztésekor az a felhasználó célja, hogy a kiválasztott régió tartalmát újabb objektumokkal egészítse ki, abban az esetben elegendő a hozzáadni kívánt karakterek begépelése.

### Szabályok módosítása

A 2.2 segítségével alkotott membránrendszerek még nem fognak szabályokat tartalmazni, ám ezek nélkül nem beszélhetünk még szimulációról. A szabályok fontos szerepet kapnak az információáramlás vezérlésében, hiszen a hatásukra tudnak objektumok átalakulni, be- és kivándorolni a régiók között.



(a) Régió szabályainak szerkesztése alapmodellben

(b) Régió szabályainak szerkesztése szimport-antiport rendszerben

2.5. ábra. Membránrendszerek különböző formátumú szabályokkal

A szabályok felépítése függ a membránrendszer típusától. Minden szabály megadása során először fel kell tüntetni, hogy mik azok az objektumok (olyankor ugyanolyan objektumból akár több is egyszerre), amelyek szükségesek a szabály alkalmazásához.

Szimport-antiport rendszereknél ez a feltétel teljes mértékben elegendő ahhoz, hogy a szabály létrejöhessen, hiszen abban a modellben nincs lehetőség új objektumok létrehozására; a hangsúly inkább az objektumok régiók közötti mozgatására helyeződik. Ahogyan a 2.5b alsó szövegdobozában is látható, szimport-antiport rendszerek esetében két különböző típusú szabály hozható létre. Az első a szimport szabály, amelynek két formája van. Az *IN:* kezdetű szabály alkalmazása esetén a kijelölt objektumok a membránt körülvevő tartományból a jelenleg szerkesztés alatt álló tartományba vándorolnak; az *OUT:* kezdetű szabálynál pedig a szerkesztés alatt álló régióból a membránt körülvevő tartományba kerülnek az objektumok. A másik típushoz az ún. *antiport szabályokat* soroljuk, amelynél egyszerre történik meg az előbbiekkal analóg módon be- és kivándorlás. A bevándorló objektumok előtt az *IN:* prefix szerepel, a kivándorló objektumok pedig az *OUT:* után találhatók. Ezen két rész a karakterláncon belül felcserélhető, illetve köztük és az objektumok között tetszőleges számú szóköz karakter szerepelhet, amelyek a szabály megalkotásakor nem játszanak szerepet.

Ahogy a 2.5a ábra is mutatja, az alapmodell esetében a szabályok komplexebb felépítéssel rendelkezhetnek. Első nagy különbség, hogy ebben a modellben objektumok átalakulhatnak, illetve eltűnhetnek vagy megsokszorozódhatnak. Ebben a modellben a szabály alkalmazásához szükséges objektumokat a szabály *bal oldalának* nevezzük. A szabály meghatározása ezen objektumok felírásával kezdődik. A szabály alkalmazásának köszönhetően létrejövő objektumok halmazát a nevezzük a szabály *jobb oldalának*, amelyben az objektumok mozgásának figyelembevételével 3 csoportra bonthatunk:

1. Kivándorló objektumok, amelyek a szülő régióba fognak jutni. Ha a legkülső régióban alkalmaztuk a szabályt, akkor az ilyen címkéjű objektumok a környezetbe kerülnek. A szabály megalkotásánál ezen objektumok elé az *OUT:* prefix kerül.
2. Bevándorló objektumok, amelyek véletlenszerűen valamelyik gyerek régióba fognak kerülni (az alapmodell ennél specifikusabban, címke alapján is megengedi az objektumok mozgását, ezt azonban az alkalmazás nem támogatja). A szöveges formátumban ezen objektumokat az *IN:* szöveg előzi meg.
3. Régióon belül létrejövő objektumok, amelyek a szabályhoz tartozó régióba kerülnek. Ezen objektumok előtt a karakterláncban a *HERE:* kifejezés kell álljon.

A szabály bal és jobb oldalát a *"->"* szimbólumok választják el, amelyek együttesen egy nyilat reprezentálnak, annak kifejezésére, hogy a bal oldalt a jobb oldal objektumai „váljták fel”. Tehát ekkor a *"aa -> IN: bb OUT: cc HERE: dd"* szöveghez tartozó alapmodellbeli szabály két *a* objektumot igényel a végbemeneteléséhez (amelyek felemésztődnek a reakció hatására), a régióból kivándorol két *b* objektum, az egyik gyerek régióba bevándorol két *c* objektum, illetve régióon belül kialakul két új *d* objektum.

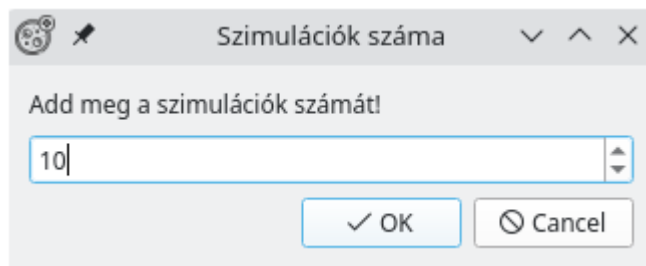
Az alapmodell szabályai kiegészülhetnek többletjelentéssel is. Ebben a modellben ugyanis megengedett lehet egy régió felbomlása, amely egy vagy egyszerre több szabály előidézésére is bekövetkezhet. Ez a szándék jelezhető egy szabály konstruálásakor, ha a bal- és jobb oldalt elválasztó nyilat reprezentáló karakter után közvetlenül egy *#* karaktert ír a felhasználó. Ilyenkor a régió tartalma és gyerek régiói a szülő régiójába kerülnek.

## Szimulációk számának megadása

A korábbi dialógusablakok segítségével a felhasználó lehetőséget szerzett arra, hogy a teljes mértékben a saját elképzeléseinek megfelelő membránrendszer hozza létre és konfigurálja fel objektumokkal és szabályokkal. Ezek után már csak a rendszer számításának szimulálása van hátra. A szimulálás végrehajtására két módot biztosít az alkalmazás:

1. Teljes szimuláció futtatása párhuzamosan tetszőleges számú másolattal
2. Egy szimulációs lépés az aktuális membránrendszeren

Fontos megjegyezni, hogy a teljes szimuláció futtatásának kiválasztása esetén a képernyőn látható membránrendszer nem kerül szimulálásra, annak érdekében, hogy a szimulálni kívánt állapot megőrződjön, így utána változtatások nélkül kezdeményezhető a funkció megismétlése.



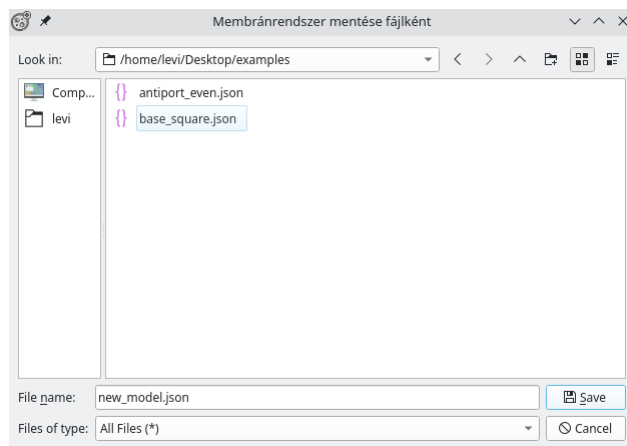
2.6. ábra. Dialógusablak a szimulációk számának kiválasztásához

A szimuláció ismétléseinek számát egy olyan speciális szövegdobozzal lehet beállítani, amely bemenetként csak numerikus értékeket reprezentáló karaktereket fogad el. Alternatívaként a szövegdoboz jobb oldalán található nyilakkal is egyesével állítható az érték, amelynek alsó korlátja *1*, felső korlátja pedig *1000*.

## Mentés

Miután a felhasználó kialakított egy olyan membránrendszert, amelyet szeretne elemezni vagy későbbi használat céljából megőrizni, az alkalmazás lehetőséget biztosít a jelenlegi állapot fájlba történő lementésére.





2.7. ábra. Dialógusablak a membránrendszer mentéséhez

A mentés folyamata a *Mentés* gombra történő kattintással vagy a **Ctrl+S** billentyűkombináció lenyomásával kezdeményezhető. A funkció kiválasztása után egy dialógusablak jelenik meg, amelyben a mentés helyére kell navigálnia a fájlrendszerben, majd a fájlnev megadása után az *OK* gomb lenyomására létrejön a *JSON* formátumú fájl a megadott útvonallal.

Mivel a *JSON* formátum könnyen értelmezhető és szerkeszthető, ezért egy járhatóbb felhasználója a programnak képes egy lementett membránrendszeren módosításokat végezni a megfelelő szerkesztésekkel.

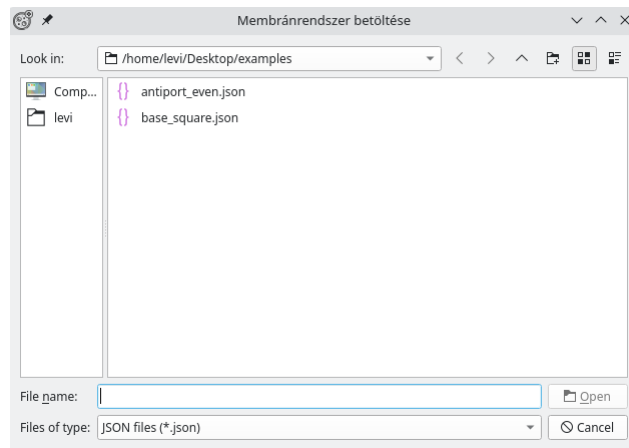
```
{
  "type": "SymportAntiport",
  "structure": "[[[]]]",
  "rules": {
    "0": [
      "OUT: b",
      "IN: ab"
    ],
    "1": [
      "IN: aa",
      "IN: b OUT: c"
    ],
    "2": [
      "IN: aa"
    ]
  },
  "env_obj": "",
  "env_inf": "a",
  "objects": {
    "0": "b",
    "1": "c",
    "2": ""
  }
}
```

2.8. ábra. Egy lementett membránrendszerhez tartozó JSON fájl <sup>2</sup>

<sup>2</sup>Az ábrán látható konfiguráció a páros számokat generáló szimport-antiport rendszerhez tartozik

## Betöltés

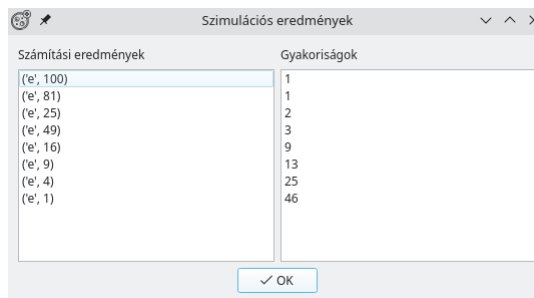
Az alkalmazás biztosítja lementett membránrendszerek betöltését, amelynek hatására betöltődik a kiválasztott fájlhoz tartozó állapot a grafikus felületre. A betöltés nagyon hasonlóan működik a mentéshez, kezdeményezni a *Betöltés* gombra történő kattintással vagy a **Ctrl+O** billentyűkombináció lenyomásával lehetséges, mely után egy dialógusablak segítségével a felhasználó elnavigálhat a megnyitni kívánt fájlt tartalmazó mappához.



2.9. ábra. Dialógusablak egy membránrendszer betöltéséhez

## Eredményablak

Miután a felhasználó létrehozott egy membránrendszert és szimulálta azt, nincs más hátra mint értesülnie annak eredményéről. Ezt a funkciót látja el az eredményablak, amely a membránrendszer számításának befejeződése után automatikusan megjelenik és egy listában gyakoriság szerint növekvő sorrendbe rendezve jeleníti meg a különböző számítási eredményeket.



2.10. ábra. Szimulációs eredményeket kilistázó ablak

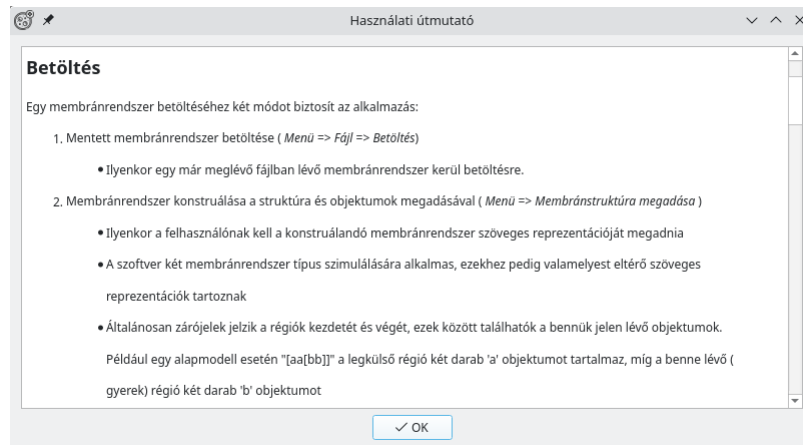
## 2.5. Használati útmutató

A szoftver használata a membránrendszerek előzetes ismerete nélkül kriptikus tud lenni, ezért a felhasználó útbaigazítására és a szükséges jellemzőkkel kapcsolatos tudnivalók ismertetésére egy súgó funkció is megtalálható a menüsorban.

A *Súgó* gombra való kattintás után jelenik meg az ablak, amelyben a korábbi fejezetekhez hasonló felbontásban találhatóak meg az alkalmazás használatával kapcsolatos információk.

A használati útmutató a *Markdown* formátumnak megfelelő formázásban jelenik meg, amely jól strukturált és könnyen olvasható. A tartalma fejezetekre van bontva, amelyek kitérnek a korábban említett dialógusablakok sajátosságaira, az objektumokkal és szabályokkal kapcsolatos elvárásokra és a szoftver helyes használatának módjára.

A használati útmutató segítségével a felhasználó a membránrendszerekkel kapcsolatos alapvető információkat és a szoftver használatához szükséges tudnivalókat ismerheti meg. A súgó részletes tájékoztatást ad a membránrendszerek létrehozásáról, objektumainak és szabályainak megváltoztatásának módjáról és azok helyes formátumáról, a mentés és betöltés folyamatáról, illetve a számítási eredmény értelmezéséről.



2.11. ábra. Használati útmutató ablak

## 3. fejezet

# Fejlesztői dokumentáció

A szoftver működésének részletezéséhez elengedhetetlen a membránrendszerek formális modelljének ismerete, hiszen ezen rendszerek sajátos viselkedése az architekturális kérdésekben döntő szerepet képez.

A teljes definíció előtt azonban érdemes még pár fogalmat bevezetni. Általánosan tehát egy olyan absztrakt számítási modell áll a szoftver központjában, amely egy biológiai sejthez hasonló felépítéssel rendelkezik, az egymásba ágyazott membránok régiókat különítenek el, amely régiókban különböző objektumok helyezkedhetnek el. A rendszerben az objektumokon felül szabályokat is rendelhetünk régiókhoz, ezen szabályok felelősek a membránrendszer állapotában végbemenő változásokért. A szabályokat a megfelelő feltételek teljesülése esetén kötelesek vagyunk alkalmazni, így egy evolúciós lépés a rendszer számításában addig tart, amíg van legalább egy alkalmazható szabály. Érdemes már megjegyezni, hogy egy régió beazonosításához egy egyedi azonosítóra van szükség, illetve, hogy egy régiót könnyen azonosítani lehet az őt legszűkebben tartalmazó membránnal. Így természetes módon adódik, hogy a régiókat fa struktúrába tudjuk szervezni, amelyben minden egyes csúcs egy egyedi azonosítóval rendelkezik. Ezen fában a levelek az elemi membránokat reprezentálják, azaz azokat a régiókat, amelyeken belül nem helyezkedik el régió. Ezen struktúra pedig nagyon könnyen megfeleltethető egy sztringnek.

A másik fontos tervezési szempont az objektumok reprezentálásához kapcsolódik. A membránrendszerek az egy régión belül megtalálható objektumok sokaságát ún. *multihalmazokkal* reprezentálják, amelyben minden objektum rendelkezik egy multiplicitás értékkel, amely számosságát mutatja meg a régión belül. A multihalmaz teljeskörű értelmezéséhez pedig szükség van egy ábécére, amely a lehetsége-

sen előforduló objektumok halmazát tartalmazza. Ezen multihalmazok felett pedig műveleteket kell tudni értelmezni, amelyek az evolúciós szabályok által megkövetelt funkciókat kell magukba foglalniuk. Mivel egy evolúciós szabály felhasználja az alkalmazásához szükséges objektumokat (azaz szintén egy multihalmazt), ezért szükség van egy olyan műveletre, amely a régióhoz tartozó multihalmazból eltávolítja a felhasznált objektumokat. Ezt a funkciót a multihalmazok közötti kivonás művelet fogja biztosítani. Ahhoz, hogy eldöntsük, hogy egy szabály alkalmazható-e egy régióban, elegendő megvizsgálni, hogy a régióhoz tartozó multihalmaz magába foglalja-e a szabályhoz tartozó bal oldali objektumok multihalmazát. Erre a problémára a halmazok közötti részhalmaz reláció nyújt megoldást. Végül az újonnan keletkező objektumokból álló multihalmaz hozzáadását a régió jelenlegi tartalmához a multihalmazokra nézett unió művelettel lehet modellezni.

Ezen megjegyzések után már bevezethetjük a membránrendszerek formális definícióját.

### 3.1. Definíciók, formális modell

**1. Definíció.** Egy  $\Pi = \langle O, \mu, \omega_1, \dots, \omega_m, R_1, \dots, R_m, i_o \rangle$  rendezett  $(2m + 3)$ -ast membránrendszernek (alapmodell) nevezzük, ha

1.  $O$  egy objektumokból álló ábécé
2.  $\mu$  egy  $m$  membránból álló membránstruktúra. A régiók ekkor a  $\{1, 2, \dots, m\}$  elemeivel injektív módon vannak címkézve. Ilyenkor  $m$ -et  $\Pi$  fokának nevezzük.
3.  $\omega_1, \dots, \omega_m$   $O$  feletti multihalmazokat reprezentáló sztringek, amelyek rendre az  $1, 2, \dots, m$  címkéjű régiókhoz vannak rendelve
4.  $R_i, 1 \leq i \leq m$   $\mu$   $i$ -edik membránjához rendelt  $O$  feletti *evolúciós szabályok* véges halmaza. A szabályok  $u \rightarrow v$  alakúak, ahol  $u \in O^+, v \in (O \times TAR)^*$ , ahol  $TAR = \{here, out\} \cup \{in_j | q \leq j \leq m\}$  Ha nem írjuk ki a  $j$  indexet, akkor nemdeterminisztikusan történik régió kiválasztása
5.  $i_o \in \{1, 2, \dots, m\}$  egy elemi membrán címkéje, amely a modell kimeneti membránja.

Az előbbi definícióban meghatározott membránrendszerre a dolgozatban alapmodellként fogok hivatkozni. Az alkalmazás az alapmodell esetén csak a nemdeterminisztikus *in* címkét engedi meg a szabályoknál. Ennek oka, hogy a szöveges reprezentációban csak így garantálható az, hogy egy karakter egy objektumot reprezentál, bárhol is szerepeljen a sztringben, illetve a régiók kézzel történő felcímkzésére sincs ezáltal szükség, hiszen ez lenne az egyetlen művelet, amely explicit használja a címkéket.

A számítás formalizálásához fontos bevezetni a konfiguráció fogalmát.

**2. Definíció.** A  $C = (w_1, \dots, w_m)$  a  $\Pi = \langle O, \mu, \omega_1, \dots, \omega_m, R_1, \dots, R_m, i_o \rangle$  membránrendszer konfigurációja, ha  $w_i \in O^*$  és  $w_i$  az  $i$ -edik régióban lévő objektumokból álló multihalmaz sztring reprezentációja

*Megjegyzés.* Egy  $C$  konfiguráció kezdőkonfiguráció, ha  $\forall 1 \leq i \leq m$  esetén  $w_i = \omega_i$

**3. Definíció.** A megállási konfiguráció olyan konfiguráció, amelyre nem lehet már evolúciós szabályt alkalmazni.

**4. Definíció.** Az egylépéses konfigurációátmenet  $C_1 \Rightarrow_{\Pi} C_2$ , akkor ha  $C_1$ -ből egy evolúciós ütemben megkapható  $C_2$  (a maximális párhuzamosság elvének megfelelően).

*Megjegyzés.* Mivel a szabályok alkalmazása nemdeterminisztikus, ezért a konfigurációátmenet relációban egy  $C_1$ -hez több  $C_2$  is létezhet.

**5. Definíció.** A többlépéses konfigurációátmenet a  $\Rightarrow_{\Pi}$  reláció reflexív tranzitív lezártja.

A rendszer egy számítása alatt tehát a kezdőkonfigurációból egy megállási konfigurációba történő többlépéses konfigurációátmenet-sorozatot értünk.

*Megjegyzés.* Ilyenkor a számítás eredményét többféleképpen definiálhatjuk. Alapértelmezetten a kimeneti régióban lévő objektumok számát jelenti. Az alkalmazás az alapmodell esetén ettől eltér és a környezetbe kijutó objektumok számát tekinti a számítás eredményének.

Létezik olyan kiterjesztése az 2 definíciónak, amelyben megengedünk olyan  $u \rightarrow v\delta$  alakú szabályokat, ahol az  $u \rightarrow v$  az eddigiekhez hasonló evolúciós szabály, a  $\delta$  pedig egy speciális szimbólum, amely a membrán feloldódását jelzi a szabály alkalmazásának hatására. Tehát ha egy evolúciós lépésben alkalmazásra kerül egy

ilyen speciális szabály, akkor az ütem végén a szabályhoz tartozó régió felbomlik, ilyenkor a benne lévő objektumok és membránok ( a szabályok nem) a membránt közvetlenül tartalmazó szülő régióba kerülnek. A legkülső régió sosem oldódhat fel.

A másik kiterjesztés a szabályok feletti részberendezés lehetőségét adja meg, mely szerint ha  $r_1$  és  $r_2$  relációban állnak (amelyet jelölhetünk  $r_1 < r_2$ -vel), akkor csak abban az esetben alkalmazható az  $r_1$  szabály, ha  $r_2$  már nem alkalmazható az evolúciós lépésben.

A szoftver mindkét kiterjesztést alapértelmezetten támogatja, működésüket a későbbi fejezetekben részletesebben kifejtem.

Az alkalmazás az alapmodell mellett a szimport-antiport rendszerek szimulálását támogatja. Ebben a modellben az objektumok nem alakulhatnak át, csak a membránstruktúrán belül és a környezetbe vándorolhatnak. Az eddig definiált fogalmak a szimport-antiport rendszereknél is helyt állnak, egyedül a szabályok alakja és működéseigényel módosításokat. Ezen felül a szimport-antiport rendszerek környezete rendelkezhet az  $O$  ábécé egy olyan speciális részhalmazával, amelyben előforduló objektumok korlátlanul rendelkezésre állnak az evolúciós lépések során. Ennek megfelelően vezessük be az alábbi definíciót.

**6. Definíció.** Egy  $\Pi = \langle O, \mu, E, \omega_1, \dots, \omega_m, R_1, \dots, R_m, i_o \rangle$  rendezett  $(2m + 4)$ -est szimport-antiport rendszernek nevezzük, ha

1.  $O$  egy objektumokból álló ábécé
2.  $\mu$  egy  $m$  membránból álló membránstruktúra. A régiók ekkor a  $\{1, 2, \dots, m\}$  elemeivel injektív módon vannak címkézve. Ilyenkor  $m$ -et  $\Pi$  fokának nevezzük.
3.  $\omega_1, \dots, \omega_m$   $O$  feletti multihalmazokat reprezentáló sztringek, amelyek rendre az  $1, 2, \dots, m$  címkéjű régiókhoz vannak rendelve
4.  $E \subset O$  a környezetben korlátlanul rendelkezésre álló objektumok halmaza
5.  $R_i, 1 \leq i \leq m$   $\mu$   $i$ -edik membránjához rendelt  $O$  feletti szimport/antiport szabályok véges halmaza
6.  $i_o \in \{1, 2, \dots, m\}$  egy elemi membrán címkéje, amely a modell kimeneti membránja.

Ebben a modellben legyenek  $x, y \in O^+$  objektumok multihalmazait reprezentáló sztringek. A velük alkotott szabályok az alábbi alakok egyikét ölthetik:

1.  $(x, \text{in})$ : Ilyenkor az  $x$  multihalmaz a membrán körül elhelyezkedő, őt legszűkebben tartalmazó régióból a membrán által határolt régióra vándorol
2.  $(x, \text{out})$ : Ilyenkor az  $x$  multihalmaz az őt tartalmazó régióból a membránt körülvevő régióba mozog
3.  $(x, \text{in}; y, \text{out})$ : Ilyenkor az  $x$  multihalmaz a membrán körül elhelyezkedő, őt legszűkebben tartalmazó régióból a membrán által határolt régióra vándorol, illetve az  $y$  multihalmaz a szabályt tartalmazó régióból a membránt körülvevő régióba mozog

Az első két szabályt *szimport szabálynak*, míg az utolsót *antiport szabálynak* nevezzük.

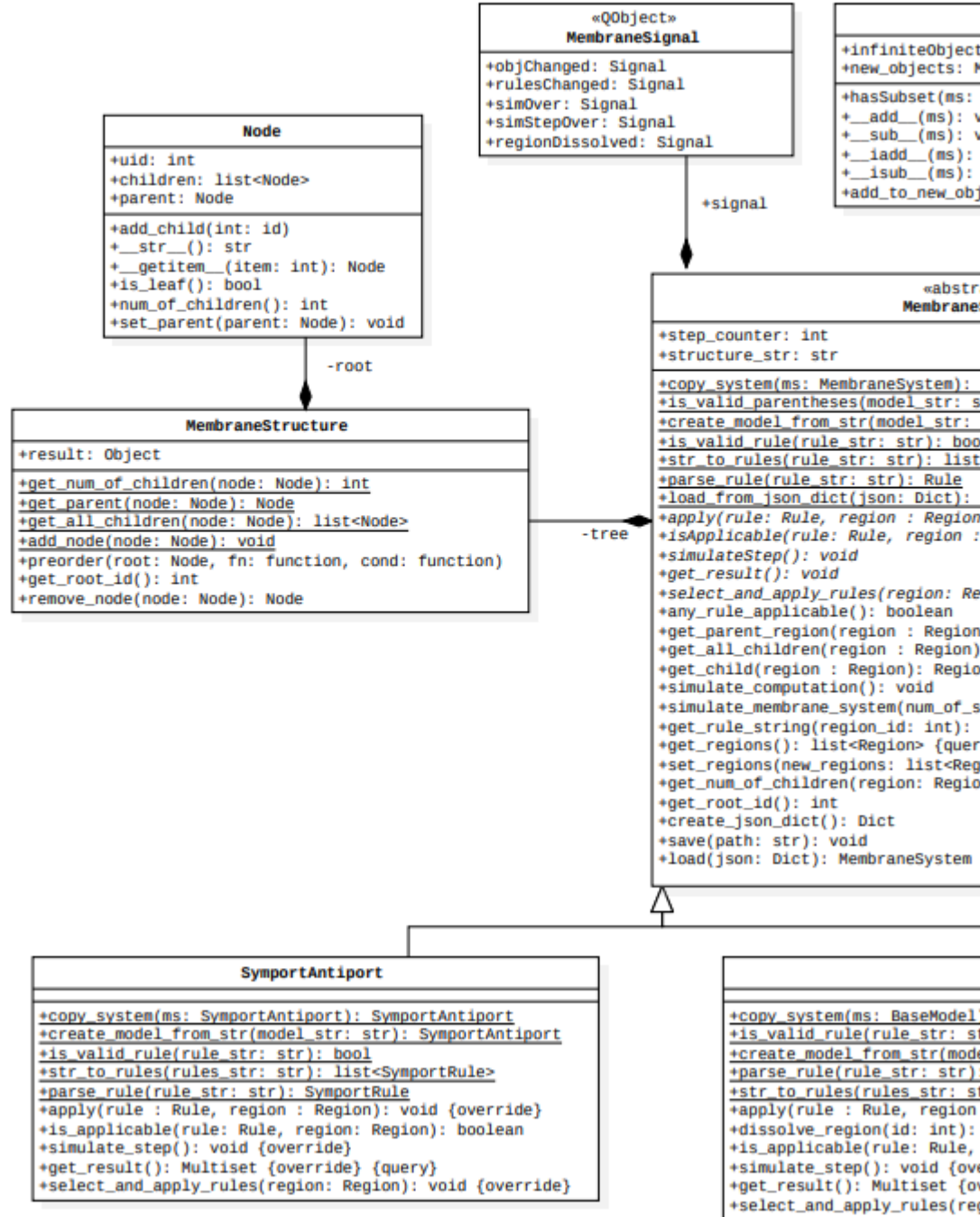
*Megjegyzés.* Ezen két típuson kívül léteznek még *uniport* szabályok is, amelyek felfoghatók olyan speciális szimport szabályként, amelyekben  $|x| = 1$ , ahol  $|x|$  a multihalmazban szereplő objektumot számát jelöli.

A konfigurációkkal kapcsolatos definíciók megegyeznek az alapmodellben leírtakkal, kiegészítve azt a környezet  $O - E$ -beli objektumaiból álló  $\omega_0$  kezdeti multihalmazt reprezentáló sztringgel, a későbbi konfigurációkban pedig  $w_0$ -val.



## 3.2. Tervezés

### 3.2.1. Modell



3.1. ábra. A főablak az alkalmazás megnyitásakor

### 3.3. Forráskódok

Nulla sodales purus id mi consequat, eu venenatis odio pharetra. Cras a arcu quam. Suspendisse augue risus, pulvinar a turpis et, commodo aliquet turpis. Nulla aliquam scelerisque mi eget pharetra. Mauris sed posuere elit, ac lobortis metus. Proin lacinia sit amet diam sed auctor. Nam viverra orci id sapien sollicitudin, a aliquam lacus suscipit. Quisque ac tincidunt leo 3.1. és 3.2. forráskód:

```
1 #include <stdio>
2
3 int main()
4 {
5     int c;
6     std::cout << "Hello World!" << std::endl;
7
8     std::cout << "Press any key to exit." << std::endl;
9     std::cin >> c;
10
11     return 0;
12 }
```

3.1. forráskód. Hello World in C++

```
1 using System;
2 namespace HelloWorld
3 {
4     class Hello
5     {
6         static void Main()
7         {
8             Console.WriteLine("Hello World!");
9
10            Console.WriteLine("Press any key to exit.");
11            Console.ReadKey();
12        }
13    }
14 }
```

3.2. forráskód. Hello World in C#

### 3.3.1. Algoritmusok

Az 1. algoritmus egy általános elágazás és korlátozás algoritmust (*Branch and Bound algorithm*) mutat be. A 3. lépésben egy megfelelő kiválasztási szabályt kell alkalmazni. Példa forrása: Acta Cybernetica (ez egy hiperlink).

---

#### 1. algoritmus A general interval B&B algorithm

---

**Funct** IBB( $S, f$ )

```

1: Set the working list  $\mathcal{L}_W := \{S\}$  and the final list  $\mathcal{L}_Q := \{\}$ 
2: while (  $\mathcal{L}_W \neq \emptyset$  ) do
3:   Select an interval  $X$  from  $\mathcal{L}_W$                                 ▷ Selection rule
4:   Compute  $lb f(X)$                                               ▷ Bounding rule
5:   if  $X$  cannot be eliminated then                                ▷ Elimination rule
6:     Divide  $X$  into  $X^j$ ,  $j = 1, \dots, p$ , subintervals          ▷ Division rule
7:     for  $j = 1, \dots, p$  do
8:       if  $X^j$  satisfies the termination criterion then          ▷ Termination rule
9:         Store  $X^j$  in  $\mathcal{L}_W$ 
10:      else
11:        Store  $X^j$  in  $\mathcal{L}_W$ 
12:      end if
13:    end for
14:  end if
15: end while
16: return  $\mathcal{L}_Q$ 

```

---

## 4. fejezet

### Összegzés

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In eu egestas mauris. Quisque nisl elit, varius in erat eu, dictum commodo lorem. Sed commodo libero et sem laoreet consectetur. Fusce ligula arcu, vestibulum et sodales vel, venenatis at velit. Aliquam erat volutpat. Proin condimentum accumsan velit id hendrerit. Cras egestas arcu quis felis placerat, ut sodales velit malesuada. Maecenas et turpis eu turpis placerat euismod. Maecenas a urna viverra, scelerisque nibh ut, malesuada ex.

Aliquam suscipit dignissim tempor. Praesent tortor libero, feugiat et tellus portitor, malesuada eleifend felis. Orci varius natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Nullam eleifend imperdiet lorem, sit amet imperdiet metus pellentesque vitae. Donec nec ligula urna. Aliquam bibendum tempor diam, sed lacinia eros dapibus id. Donec sed vehicula turpis. Aliquam hendrerit sed nulla vitae convallis. Etiam libero quam, pharetra ac est nec, sodales placerat augue. Praesent eu consequat purus.

## A. függelék

### Szimulációs eredmények

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Pellentesque facilisis in nibh auctor molestie. Donec porta tortor mauris. Cras in lacus in purus ultricies blandit. Proin dolor erat, pulvinar posuere orci ac, eleifend ultrices libero. Donec elementum et elit a ullamcorper. Nunc tincidunt, lorem et consectetur tincidunt, ante sapien scelerisque neque, eu bibendum felis augue non est. Maecenas nibh arcu, ultrices et libero id, egestas tempus mauris. Etiam iaculis dui nec augue venenatis, fermentum posuere justo congue. Nullam sit amet porttitor sem, at porttitor augue. Proin bibendum justo at ornare efficitur. Donec tempor turpis ligula, vitae viverra felis finibus eu. Curabitur sed libero ac urna condimentum gravida. Donec tincidunt neque sit amet neque luctus auctor vel eget tortor. Integer dignissim, urna ut lobortis volutpat, justo nunc convallis diam, sit amet vulputate erat eros eu velit. Mauris porttitor dictum ante, commodo facilisis ex suscipit sed.

Sed egestas dapibus nisl, vitae fringilla justo. Donec eget condimentum lectus, molestie mattis nunc. Nulla ac faucibus dui. Nullam a congue erat. Ut accumsan sed sapien quis porttitor. Ut pellentesque, est ac posuere pulvinar, tortor mauris fermentum nulla, sit amet fringilla sapien sapien quis velit. Integer accumsan placerat lorem, eu aliquam urna consectetur eget. In ligula orci, dignissim sed consequat ac, porta at metus. Phasellus ipsum tellus, molestie ut lacus tempus, rutrum convallis elit. Suspendisse arcu orci, luctus vitae ultricies quis, bibendum sed elit. Vivamus at sem maximus leo placerat gravida semper vel mi. Etiam hendrerit sed massa ut lacinia. Morbi varius libero odio, sit amet auctor nunc interdum sit amet.

Aenean non mauris accumsan, rutrum nisi non, porttitor enim. Maecenas vel tortor ex. Proin vulputate tellus luctus egestas fermentum. In nec lobortis risus,

sit amet tincidunt purus. Nam id turpis venenatis, vehicula nisl sed, ultricies nibh. Suspendisse in libero nec nisi tempor vestibulum. Integer eu dui congue enim venenatis lobortis. Donec sed elementum nunc. Nulla facilisi. Maecenas cursus id lorem et finibus. Sed fermentum molestie erat, nec tempor lorem facilisis cursus. In vel nulla id orci fringilla facilisis. Cras non bibendum odio, ac vestibulum ex. Donec turpis urna, tincidunt ut mi eu, finibus facilisis lorem. Praesent posuere nisl nec dui accumsan, sed interdum odio malesuada.

# Ábrák jegyzéke

2.1. A főablak az alkalmazás megnyitásakor . . . . .	8
2.3. Membránrendszer hierarchikus felépítése <sup>1</sup> . . . . .	9
2.2. Dialógusablakok membránrendszer létrehozásához . . . . .	9
2.4. Dialógusablak egy régió tartalmának szerkesztéséhez . . . . .	10
2.5. Membránrendszerek különböző formátumú szabályokkal . . . . .	11
2.6. Dialógusablak a szimulációk számának kiválasztásához . . . . .	13
2.7. Dialógusablak a membránrendszer mentéséhez . . . . .	14
2.8. Egy lementett membránrendszerhez tartozó JSON fájl <sup>2</sup> . . . . .	14
2.9. Dialógusablak egy membránrendszer betöltéséhez . . . . .	15
2.10. Szimulációs eredményeket kilistázó ablak . . . . .	15
2.11. Használati útmutató ablak . . . . .	16
3.1. A főablak az alkalmazás megnyitásakor . . . . .	22

## Táblázatok jegyzéke



# Algoritmusjegyzék

1.	A general interval B&B algorithm . . . . .	24
----	--	----

# Forráskódjegyzék

3.1. Hello World in C++ . . . . .	23
3.2. Hello World in C# . . . . .	23