



Resistências
Condensadores
Bobinas
Transformadores

Condensadores



Condensadores

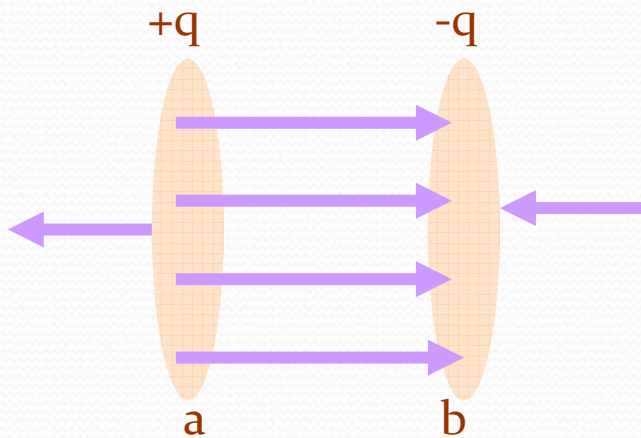
1. Conceito de capacidade
2. Tipos de condensadores.
3. Associação de condensadores.
4. Energia de um condensador.
5. Condensador plano paralelo com dielétrico.

Conceito de Capacidade

Utilidade: Armazenamento de carga e energia nos circuitos.

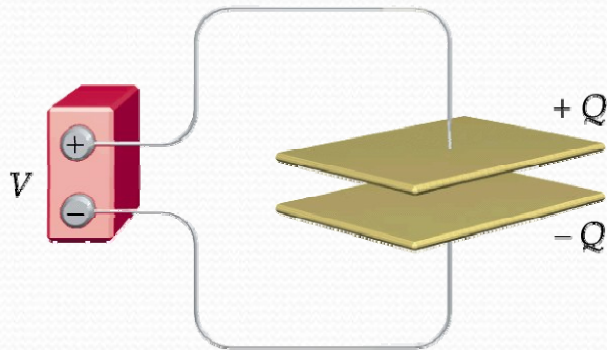
A propriedade que caracteriza este armazenamento é a **Capacidade Eléctrica**.

Construção de um condensador: Dois condutores planos (armaduras) de forma arbitrária, com cargas $+q$ e $-q$.



Um condensador caracteriza-se pela carga das armaduras condutores e pela diferença de potencial que existe entre elas.

Como se carrega um condensador:



Ligar as duas placas aos terminais de uma bateria.

De esta forma, os portadores de carga movem-se para as placa até que se alcance o equilíbrio electrostático. Assim a diferença de potencial entre as placas é a mesma que entre os terminais da bateria

A relação entre a carga e o potencial é uma característica própria de cada condensador, pelo que se define **Capacidade** de um condensador como

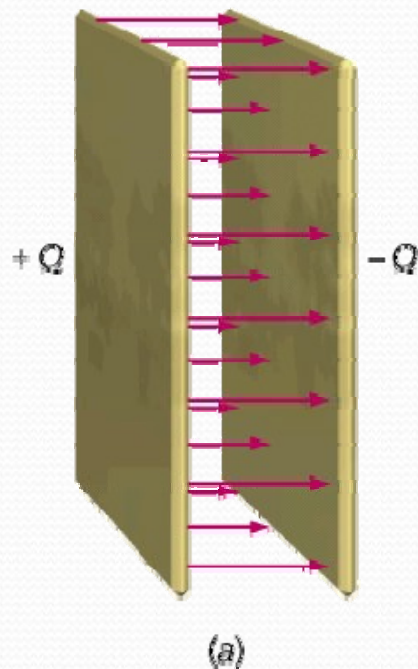
$$C = \frac{q}{V} \quad \text{F (Farad)}$$

Tipos de Condensadores

Vamos calcular a capacidade de dois tipos de condensadores.

Em todos os caso teremos encontrar a diferencia de potencial, V , entre as placas do condensador.

1.- Condensador de placas paralelas



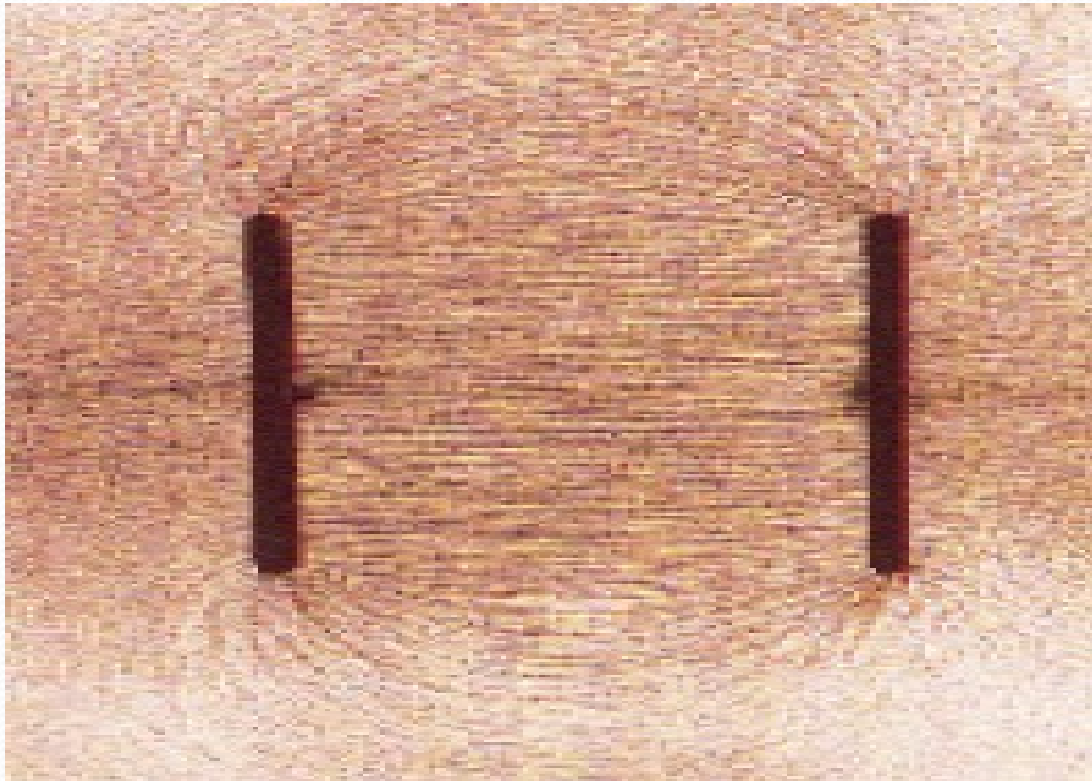
Supondo que cada placa tem uma área infinita, o campo eléctrico criado por cada placa é $\sigma/2\epsilon_0$, logo o campo total entre as placas é:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \text{Cte} \quad \text{e} \quad V = E d = \frac{q d}{\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{q d / \epsilon_0 A}$$

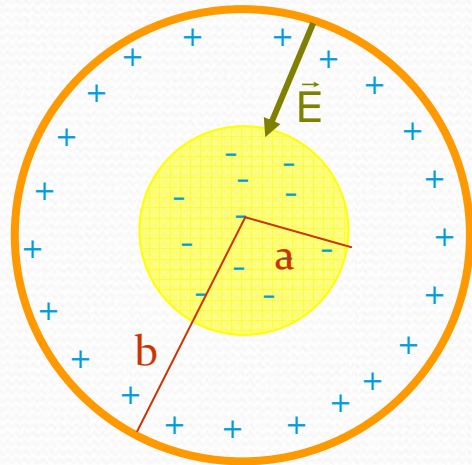
$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Linhas de campo eléctrico entre as placas de um condensador



2.- Condensador cilíndrico:

Composto por um condutor de raio a e um tubo cilíndrico de raio b concêntrico com o condutor.



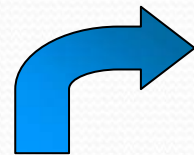
$$V = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Sendo E el campo eléctrico entre os dois condutores. Podemos calcular esta campo eléctrico aplicando o Teorema de Gauss.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \implies E 2\pi r L = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \implies E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r L}$$

$$V = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_a^b E dr$$

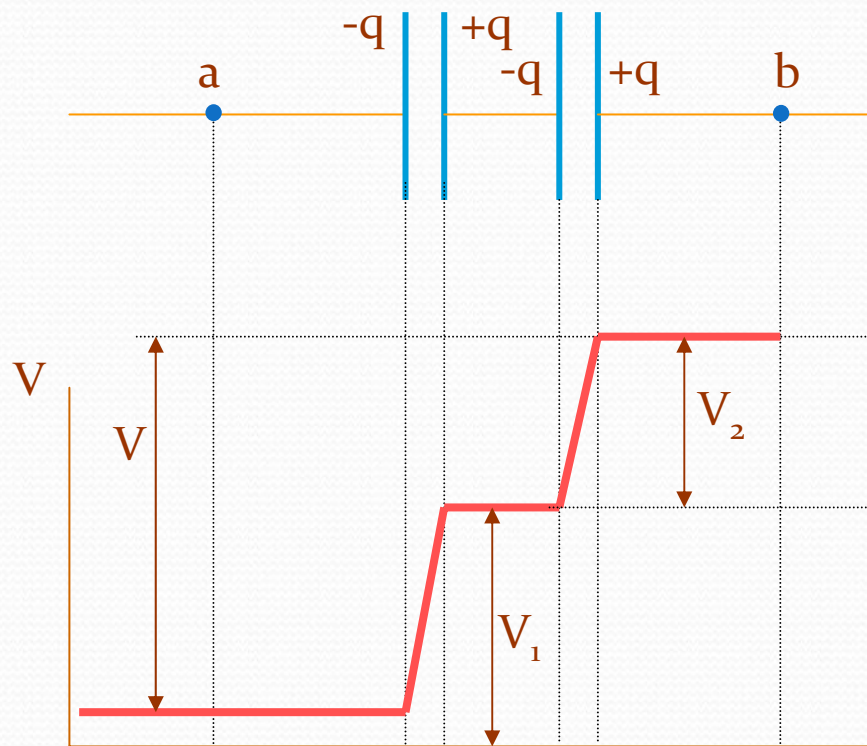
$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{b}{a}$$



$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(b/a)}$$

Quanto maior for o comprimento do cilindro maior será a capacidade do condensador.

Associação de Condensadores



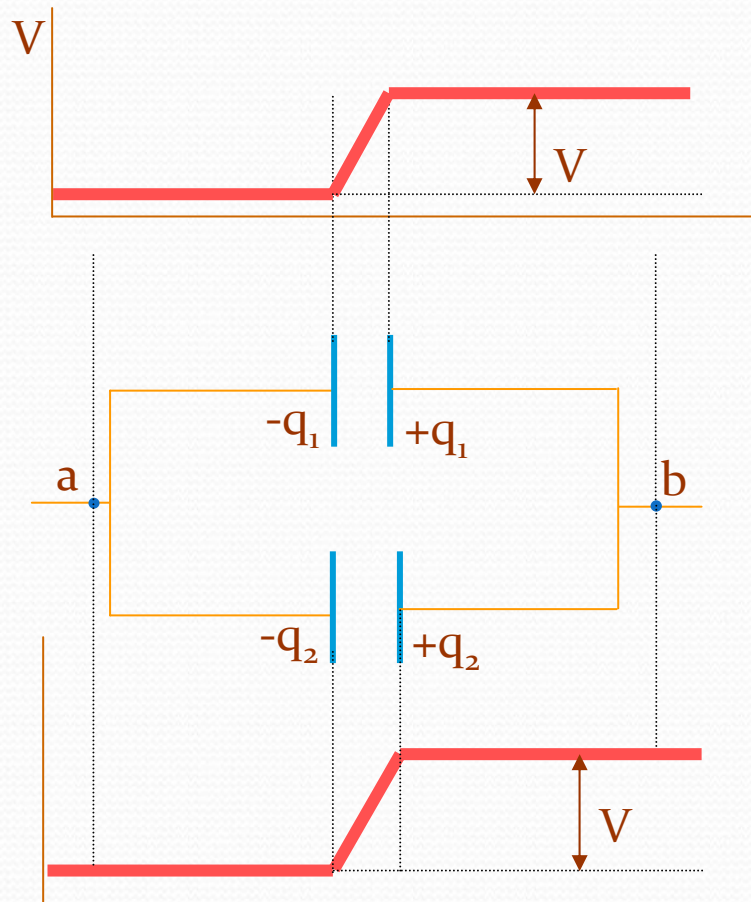
Regra geral: A diferença de potencial entre os extremos de um certo número de condensadores ligados em série é a soma das diferenças de potencial entre os extremos de cada condensador individual.

Neste caso $V = V_b - V_a = V_1 + V_2$ e a carga permanece constante, logo

$$V_1 = \frac{q}{C_1} \text{ e } V_2 = \frac{q}{C_2} \quad V = V_1 + V_2$$

$$V = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \Rightarrow C_{\text{eq}} = \frac{q}{V} \Rightarrow \frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Condensadores em paralelo



Regra geral: A diferença de potencial entre os extremos de um certo número de condensadores ligados em paralelo é a mesma para todos eles.

Neste caso $q = q_1 + q_2$, sendo que a diferença de potencial permanece constante, logo

$$q_1 = C_1 V \text{ e } q_2 = C_2 V \quad q = q_1 + q_2$$

$$q = V(C_1 + C_2) \Rightarrow C = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = \sum_i C_i$$

ENERGIA DE UM CONDENSADOR

Quando se carrega um condensador com uma bateria, esta realiza um trabalho ao transportar os portadores de carga de uma placa para outra. Isto supõe um aumento do potencial de **energia eléctrica armazenada no condensador**.

Pode-se comparar este efeito com a energia armazenada numa mola comprimida. Esta energia armazenada se recupera quando se descarrega o condensador.

Se num tempo t se transfere uma carga $q'(t)$ de uma placa a outra, a d.d.p. nesse instante de tempo será

$$V(t) = \frac{q'(t)}{C}$$

A transferência de uma carga extra dq' , requer um trabalho extra que é dado por

$$dW = V(t) dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

O processo termina quando toda a carga tenha sido transferida e o sistema fique em equilíbrio. O trabalho realizado neste processo é:

$$W = \int dW = \int_0^q \frac{q'}{C} dq'$$

Este trabalho coincide com a energia eléctrica armazenada no condensador, logo

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

Também se pode escrever como $U = \frac{1}{2} CV^2$ ou $U = \frac{1}{2} qV$

Densidade de energia:

Define-se como sendo a quantidade de energia por unidade de volume.

Para um condensador de placas paralelas



$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad \text{y} \quad V = E d$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (A d)$$



Volume ocupado pelo campo eléctrico

Se num ponto do espaço (vazio) existir um campo eléctrico, pode pensar-se que também há armazenada uma quantidade de energia por unidade de volume igual à seguinte expressão.



$$\eta_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$



CONDENSADOR PLACAS PARALELAS COM DIELECTRICO

Em 1837 Faraday investigou pela primeira vez o efeito de encher o espaço entre as placas de um condensador com um dielétrico (material não condutor), descobrindo que nestes casos a capacidade aumenta.

Se o dielétrico ocupar todo o espaço entre as placas, a capacidade aumenta num factor κ , a que chamamos **Constante Dielétrica**.

Introdução de um dieléctrico entre as placas de um condensador

Considerando um condensador de placas paralelas de capacidade C_0 , ligado a uma pilha com uma diferença de potencial V_0 , de forma que a carga no final a carga adquirida seja $q_0 = C_0 V_0$.

- I Se se desligar o condensador da pilha e se introduzir um dieléctrico que ocupe todo o espaço entre as placas, a d.d.p. diminuirá numa quantidade κ , considerando que a carga permanece constante, logo

$$C = \frac{q_0}{V} = \frac{\kappa q_0}{V} = \kappa C_0$$

- II Se se introduzir um dieléctrico com a pilha ligada, esta deverá fornecer uma carga adicional para manter o potencial constante. A carga total aumenta numa quantidade κ , logo

$$C = \frac{q}{V_0} = \frac{\kappa q_0}{V_0} = \kappa C_0$$

Para um condensador de placas paralelas pode-se escrever

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon A}{d}$$

Este resultado pode-se generalizar para qualquer tipo de condensador escrevendo

$$C = \kappa \epsilon_0 L$$

L é uma constante que depende de la geometria



Paralelo



$$L = \frac{A}{d}$$

Cilíndrico



$$L = \frac{2\pi l}{\ln(b/a)}$$

Bobinas

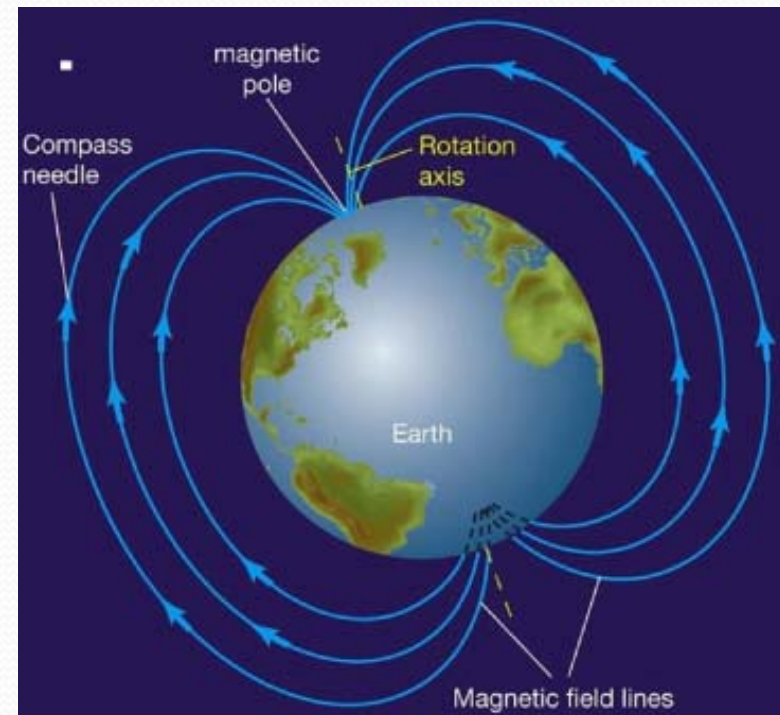
PÓLO NORTE



PÓLO SUL

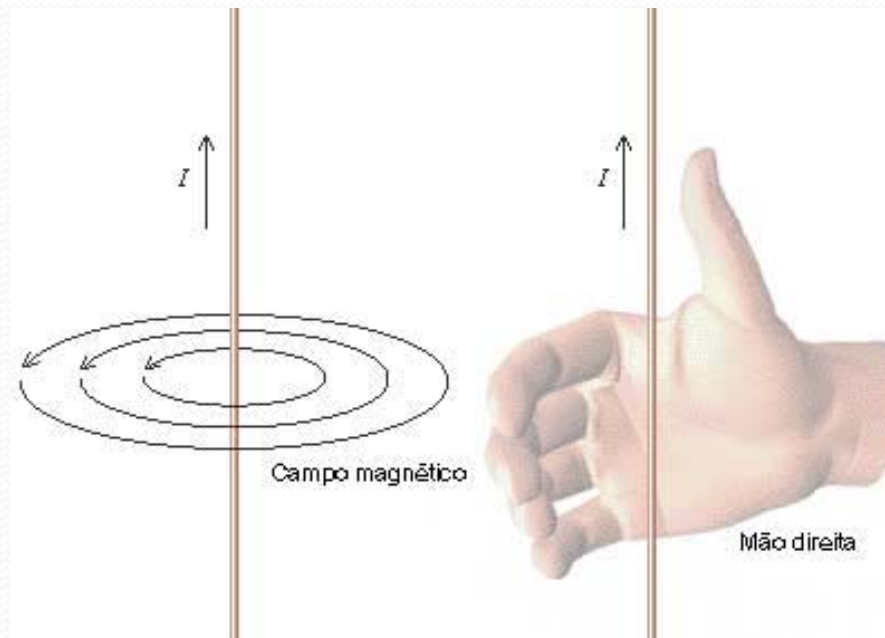
Fluxo Magnético

Refere-se a linhas de força magnética num íman, que são linhas contínuas que saem do pólo norte magnético e chegam ao pólo sul magnético e vice-versa.



Fluxo Magnético

“Regra da mão direita”



A unidade no SI de fluxo é o weber (Wb) e para o fluxo constante é φ , e para o fluxo variável é Φ .

Núcleos (ferromagnéticos)

Os materiais ferromagnéticos permitem aumentar o fluxo em uma bobina

Por exemplo, o ferro é um elemento mais ferromagnético que o plástico

Materiais ou substâncias ferromagnéticas são aquelas que, quando sujeitas a um campo magnético, são facilmente atraídas. São as substâncias que melhor recebem as acções magnéticas.

Permeabilidade

Permeabilidade (μ) é a medida da propriedade do ferromagnético, ou seja, propriedade do aumento do fluxo.

No SI é o Henry por metro (H/m)

Permeabilidade do vácuo $\rightarrow \mu_0 = 0,4.\pi$ ($\mu H/m$)

Permeabilidade relativa (μ_r) $\mu = \mu_r \cdot \mu$

μ_r do ferro: 6000 a 8000

μ_r do níquel: 400 a 1000

Lei de Faraday

Se uma bobina de N espiras é envolvida por um fluxo Φ , então ela tem um de fluxo total dado por $N\Phi$

Qualquer variação de fluxo induz uma tensão na bobina dada por:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N\Phi}{\Delta t} = \frac{d(N\Phi)}{dt}$$

$$v = N \frac{d\Phi}{dt}$$

Essa relação é conhecida como LEI DE FARADAY

A polaridade da tensão é tal que qualquer corrente resultante dessa tensão produz um fluxo que se opõe à variação inicial ocorrida no fluxo.

Indutância

L é o símbolo da indutância da bobina e a equação que relaciona $N\Phi$ e i (corrente instantânea) possui uma constante de proporcionalidade.

Especificamente, $L i = N\Phi$ e $L = N\Phi / i$

No SI a unidade de medida da indutância é o Henry, cujo símbolo é H

Indutância

A indutância de uma bobina depende da forma da bobina, da permeabilidade do material ao seu redor, do número de espiras, do espaço entre as espiras, entre outros factores.

$$L = N^2 \mu A / l$$

onde:

$N \rightarrow$ nº de voltas do condutor

$A \rightarrow$ área da seção reta do núcleo em m^2

$l \rightarrow$ é o comprimento da bobina em m

$\mu \rightarrow$ é a permeabilidade do núcleo

Quanto maior for a relação entre o comprimento e o diâmetro da bobina, mais precisa é a fórmula.

RELAÇÃO ENTRE V E I NUMA BOBINA

A equação que relaciona tensão corrente e indutância pode ser obtida pela substituição de $N\Phi = Li$ em:

$$V = d(N\Phi) / dt \rightarrow v = L di / dt$$

Observar que a tensão depende da taxa de variação da corrente da bobina

Se i é constante $\rightarrow v = 0$, porque $dt = 0$

Uma bobina é um curto-circuito em CC (somente depois que a corrente em indutor se tornar constante)

RELAÇÃO ENTRE V E I NUMA BOBINA

A relação $v = L \Delta i / \Delta t$, mostra que a corrente numa bobina não pode variar instantaneamente, pois, uma variação instantânea de corrente requer uma tensão infinita (impossível)

Dizer que a corrente numa bobina não varia instantaneamente significa dizer que a corrente, imediatamente após uma operação de chaveamento é exatamente a mesma de antes desta operação. Isto é um facto importante na análise de circuitos RL.

INDUTÂNCIA TOTAL

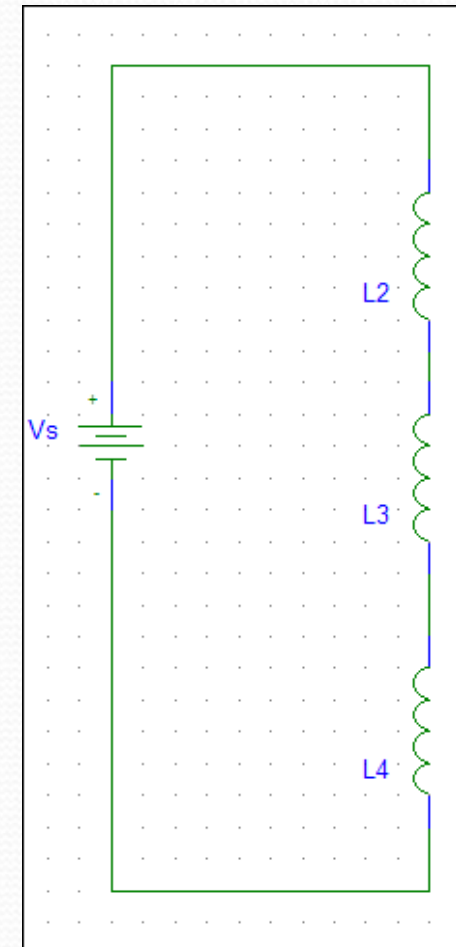
Circuito Série:

Pela Lei de krischoff: $v_s = v_1 + v_2 + v_3$

$$L_T \cdot di / dt = L_1 \cdot di/dt + L_2 \cdot di/dt + L_3 \cdot di/dt$$

Dividindo todos os termos por: di/dt temos que:

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3$$



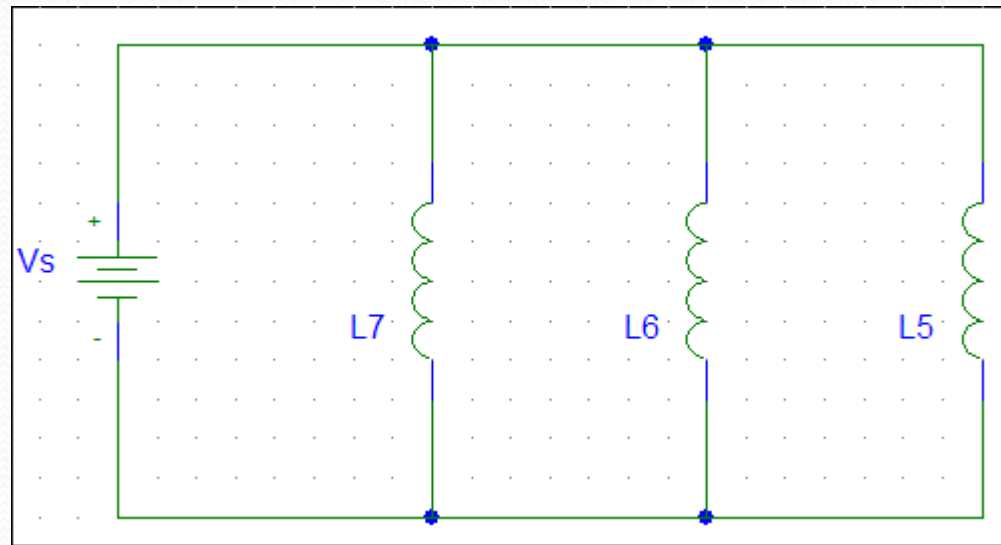
INDUTÂNCIA TOTAL

Circuito Paralelo:

A indutância total pode ser encontrada através da relação $v = LT \cdot di/dt$, com a substituição de $i_s = i_1 + i_2 + i_3$

$$v = LT \cdot d(i_1 + i_2 + i_3)$$

$$L_T = \frac{1}{1/L_1 + 1/L_2 + 1/L_3}$$



ENERGIA

A energia armazenada numa bobine é dada por:

$$W_L = 0,5 L.i^2$$

Sendo:

W_L em joules, L em henrys e i em amperes

Esta energia é a energia armazenada no campo magnético criado pela bobina.

ENERGIA

A energia armazenada numa bobine é dada por:

$$W_L = 0,5 L.i^2$$

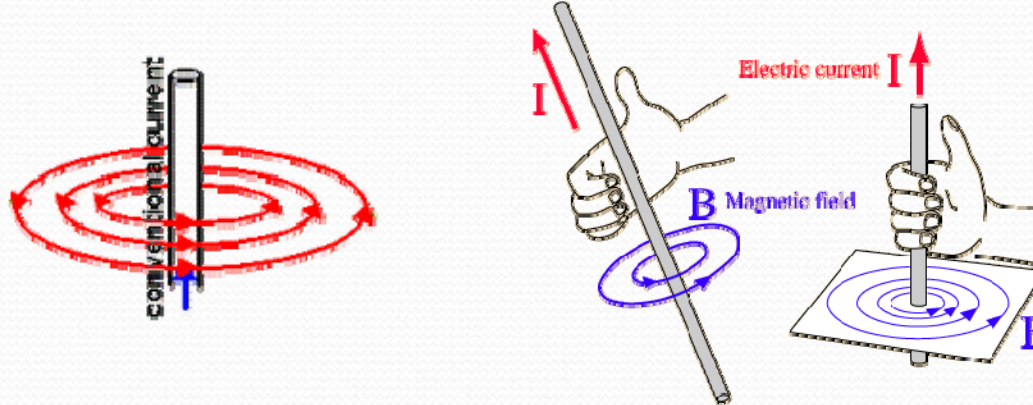
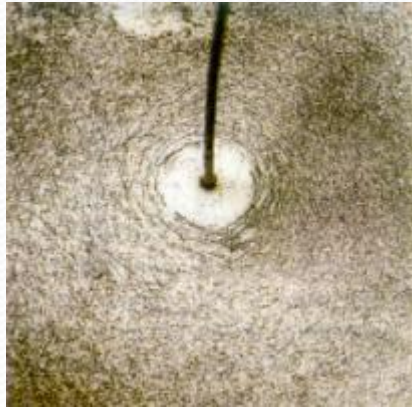
Sendo:

WL em joules, L em henrys e i em amperes

Esta energia é a energia armazenada no campo magnético criado pela bobina.

Cálculo do Campo Magnético

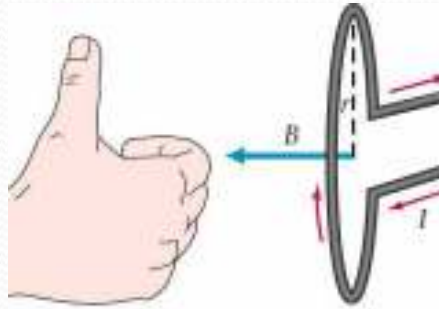
Fio Retilíneo e Longo



$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi r}$$

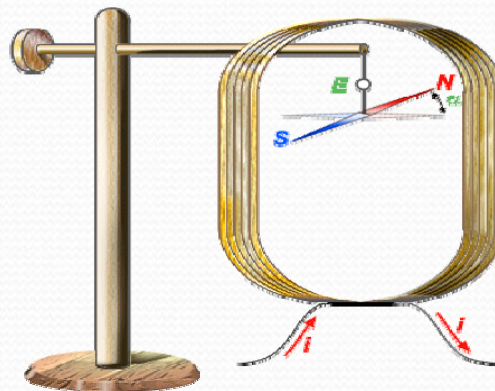
Cálculo do Campo Magnético

Espira Circular



$$B = \frac{\mu_o i}{2r}$$

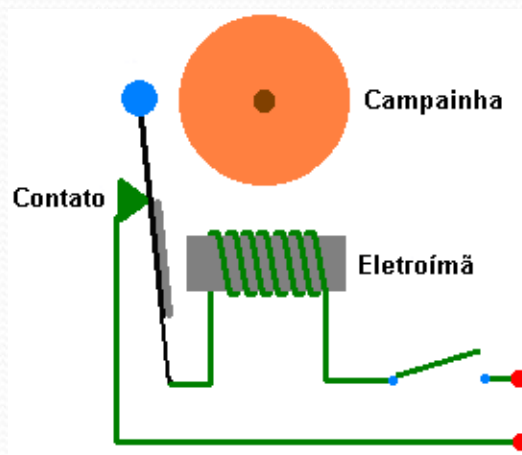
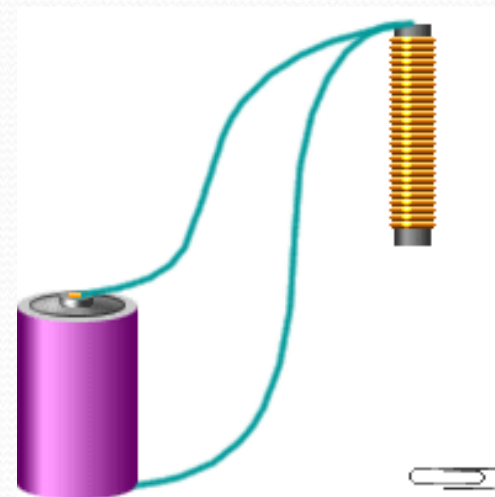
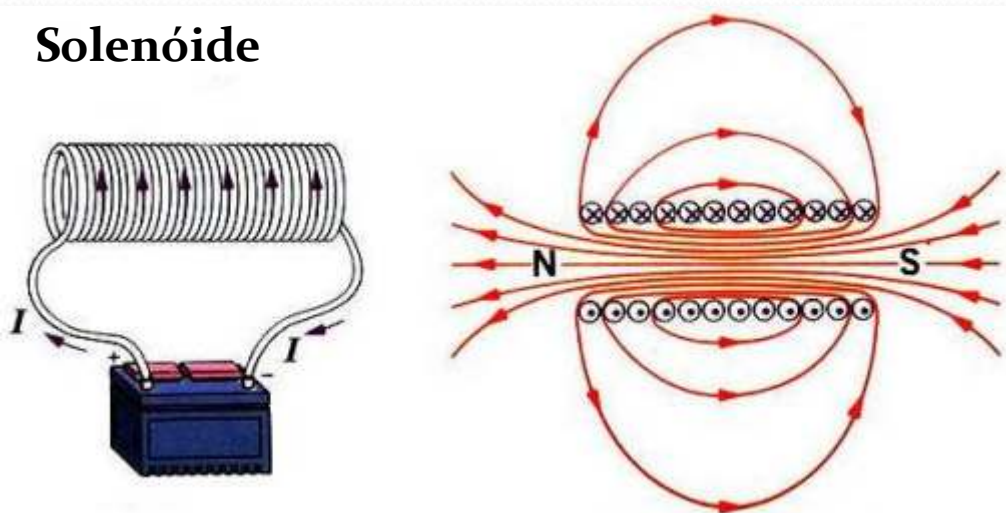
Bobina Chata



$$B = n \cdot \frac{\mu_o i}{2r}$$

Cálculo do Campo Magnético

Solenóide



$$B = \mu_o i \cdot \frac{n}{L}$$

Exercícios para Entregar

Calcule a
Força
magnética
entre os
fios nas
figuras ao
lado:

Obs.: Dê a
resposta
em
unidades
do SI

