

# Aljabar Linier

## Pengenalan Sistem Aljabar Linier

Muhammad Afif Hendrawan, S.Kom., M.T.



# Outlines

- Persamaan Linier
- Sistem Persamaan Linier



# Persamaan Linier

# Apa itu persamaan linier?

- Persamaan linier pada variabel  $x_1 \dots x_n$  merupakan persamaan yang dapat ditulis dalam bentuk,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots a_nx_n = b$$

- Dimana,
  - $b \rightarrow$  Bilangan riil atau bilangan kompleks  $\rightarrow$  biasanya sudah diketahui diawal
  - $a_1 \dots a_n \rightarrow$  Koefisien, bilangan riil atau kompleks  $\rightarrow$  biasanya sudah diketahui diawal
  - $n \rightarrow$  nilai interger positif
- Contoh,
  - $4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1$
  - $x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$

# Trivia!

Apakah persamaan-persamaan berikut merupakan persamaan linier? Jelaskan!

- $x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0$  (Y)
- $y = \frac{1}{2}x + 3z$  (Y)
- $4x_1 - 5x_2 = x_1x_2$  (T)
- $x + 3y^2 = 9$  (Y/T)
- $x + 3y = 7$  (Y)
- $y - \sin x = 0$  (Y/T)
- $x_2 = 2\sqrt{x_1} - 6$  (T)

# Maka . . .

Persamaan linier **tidak boleh mengandung**,

- Perkalian antar variabel
- Akar sebuah variabel
- Variabel yang muncul lebih dari 1 kali
- Variabel yang memiliki pangkat lebih dari 1
- Fungsi trigonometric, logarithmic, dan eksponensial

# Penyelesaian dari Persamaan Linier

Solusi dari persamaan linier,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots a_nx_n = b$$

Adalah deretan angka  $n$  yaitu  $s_1, s_2, \dots s_n$  dimana dapat memenuhi persamaan apabila kita mendistribusikan,

$$x_1 = s_1, x_2 = s_2, \dots x_n = s_n$$

**Himpunan semua penyelesaian persamaan tersebut dinamakan himpunan penyelesaian (*solution set*)**

# Penyelesaian dari Persamaan Linier – Contoh (1)

Tentukan solusi dari persamaan berikut,

1.  $4x - 2y = 1$

2.  $x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 5$

Solusi Soal No 1

Jika  $x = t$ , maka,

$$4t - 2y = 1$$

$$4t - 1 = 2y$$

$$y = 2t - \frac{1}{2}$$



## Penyelesaian dari Persamaan Linier – Contoh (2)

Atau, jika  $y = t$ , maka,

$$4x - 2t = 1$$

$$4x = 2t + 1$$

$$x = \frac{1}{2}t + \frac{1}{4}$$

## Penyelesaian dari Persamaan Linier – Contoh (3)

Solusi Soal No 2  $\rightarrow x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 5$

Jika,  $x_1 = s$  dan  $x_2 = t$ , maka

$$s - 4t + 7x_3 = 5$$

$$7x_3 = 5 - s + 4t$$

$$x_3 = \frac{1}{7}(5 - s + 4t)$$

Atau, jika yang diketahui adalah  $x_2$  dan  $x_3 \rightarrow$  distribusikan nilai tersebut pada persamaan linier



# Sistem Persamaan Linier

# Sistem Persamaan Linier

- Disebut juga “Sistem Linier”
- Kumpulan dari beberapa persamaan linier yang memiliki variabel yang sama, katakanlan,  $x_1, x_2, \dots x_n$
- Contoh,

$$2x_1 - x_2 + 1.5x_3 = 8$$

$$x_1 - 4x_3 = -7$$

- Solusi dari sistem adalah daftar  $(s_1, s_2, \dots s_n)$  nilai **yang menjadikan setiap persamaan linier pada sistem bernilai benar** ketika nilai  $s_1 \dots s_n$  disubstitusikan pada variabel  $x_1, x_2, \dots x_n$ .
- Dua sistem linier disebut **ekivalen** jika mereka memiliki himpunan penyelesaian yang sama.
  - Solusi pada sistem pertama dapat digunakan untuk sistem yang kedua, begitu sebaliknya.

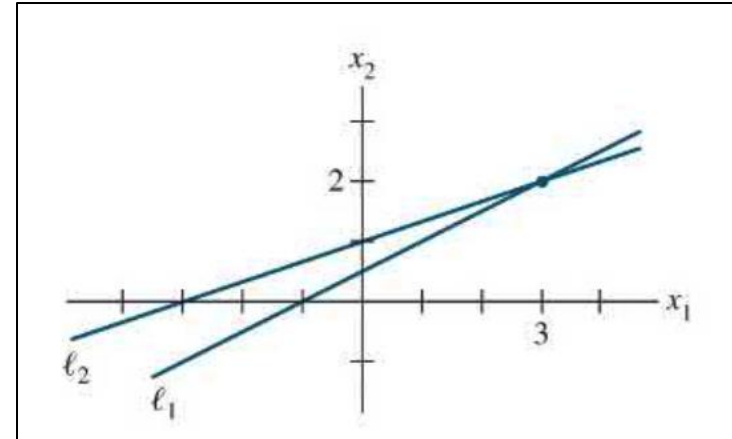
# Penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier (1)

- Terdapat sistem persamaan linier,

$$x_1 - 2x_2 = -1$$

$$-x_1 - 3x_2 = 3$$

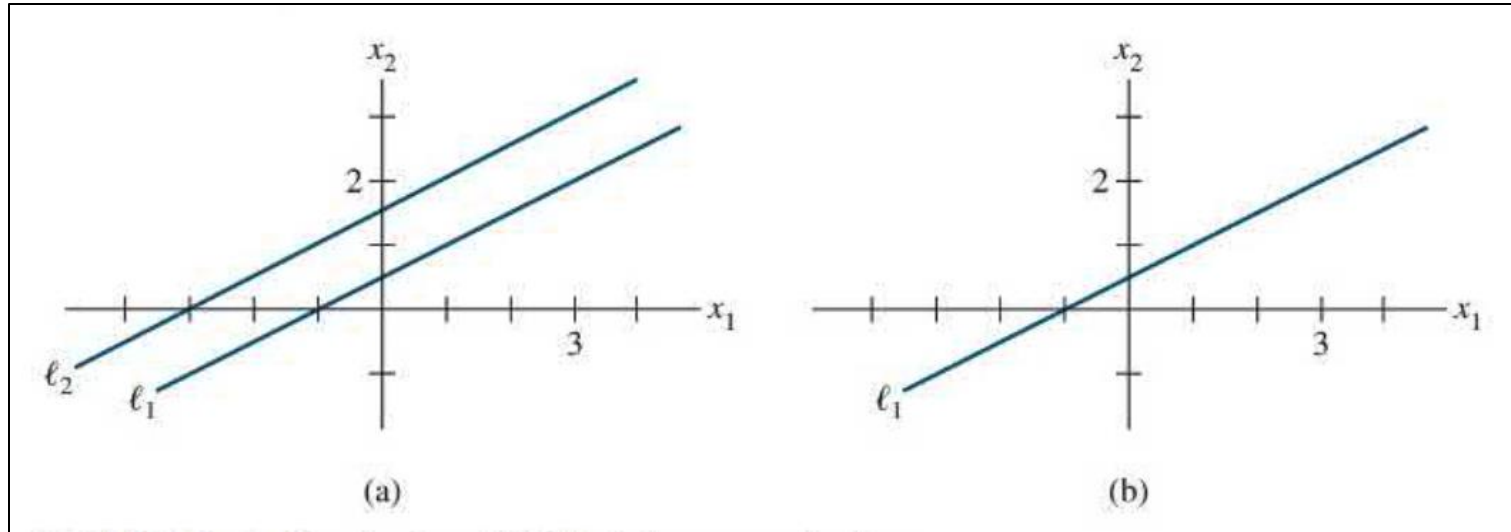
- Grafik dari persamaan tersebut adalah sebuah garis! Asumsikan sebagai  $l_1$  dan  $l_2$
- Penyelesaian dari  $l_1$  dan  $l_2$  adalah **titik temu** dari kedua garis.



Penyelesaian  $\rightarrow (3,2)$

# Penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier (2)

Bagaimana jika

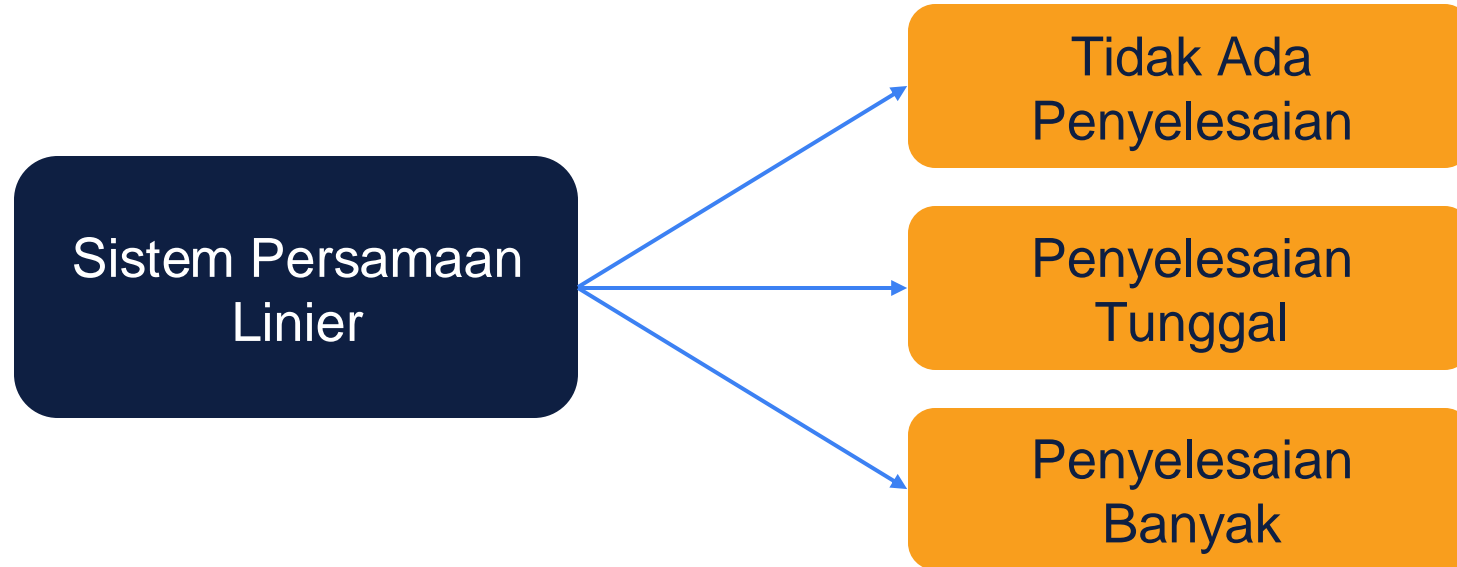


Tidak Ada Penyelesaian

Penyelesaian Banyak

# Penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier (3)

Sehingga,



# Penyelesaian dari Sistem Persamaan Linier (4)

Dalam sudut pandang konsistensi penyelesaian . . .





# Back to The High School

Find the solution of these following system using “substitution” and “elimination” method!

- Case 1

$$4x_1 + 3x_2 = 13$$

$$x_1 + x_2 = 4$$

- Case 2

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$-5x_1 + 2x_2 = 27$$

- Case 3

$$2x + y + 4z = 5$$

$$x + 2y + 5z = 4$$

$$x + 4y + 2z = 6$$

- Case 4

"Tailor A produces 100 garments per hour, while tailor B produces 150 garments per hour. In one day, both tailors are expected to produce 2600 garments. The total working hours for tailor A and tailor B in one day are 20 hours. How many hours should tailor A and tailor B work in one day?"





# Referensi

- Lay, D.C., Lay, S.R. and McDonald, J. (2021) *Linear algebra and its applications*. Boston: Pearson.
- Kariadinata, R. (2013) *Aljabar Matriks Elementer*. Bandung: Pustaka Setia.