ITMO UNIVERSITY

Saint Petersburg, Russia

Системы очувствления роботов

bia@itmo.ru

Данные с датчиков

- Получение данных с датчиков не представляет сложности, однако качество этих данных оставляет желать лучшего, так как датчики не совершенны и присутствуют шумы в сигналах.

Ограничения в данных

При разработке системы должны быть учтены:

Особенности обработки данных

Например, требуется время на обработку

Характер возможного изменения потока данных

Например, робот имеет ограничение на максимальное ускорение

Зачастую необходимо ввести дополнительный модуль, который «следит» и ограничивает систему для обеспечения возможности восприятия.

Мы будем рассматривать методы уменьшения влияния выбросов чуть позже в ходе курса.

Синхронизация и использование общего времени

- Компьютер не имеет собственного аппаратного таймера, поэтому не подходит для работы с системами реального времени. Однако эту проблему можно решить в некотором приближении.
- Подсистемы и модули системы должны использовать общее время для корректной работы, поэтому они должны использовать реальное время.

Либо нечувствительные к смещению времени данные.

Оценка состояния

- Для подвижных роботов, оценка состояния как правило заключается в определении положения и ориентации.

Важно! Наряду с оценкой состояния рассматривается оценка параметров системы.
Состояние характеризуется физической величиной, которая меняется со временем, параметр же постоянен во времени (в интервале).

Примеры

- Чай

Ключевая характеристика → температура.

- Резистор

Ключевая характеристика → сопротивление.

Проводим измерение с помощью термометра, получаем измерение в 50 градусов, и еще раз измеряем, получаем 49,8 градусов… еще раз и еще раз. Так какова температура чая?

Случай с резистором разберем подробно.

Метод наименьших квадратов

Наиболее вероятное значение неизвестного параметра - это то, что минимизирует сумму квадратов ошибок между тем, что мы наблюдаем, и тем, что мы ожидаем.

Пример: 1 kOhm резистор
Погрешность до 5% (золотая полоса)
Мультиметр имеет погрешность
Человек, выполняющий измерения, не особо то аккуратен.

Каково же истинное значение сопротивления резистора?

№ измерения	Сопротивление, Ohm
1	1068
2	9888
3	1002
4	996

Оценка сопротивления

- Пусть x – сопротивление. Предположим, что x имеет постоянное значение, которое не известно.
- Мы делаем измерение и получаем значение сопротивления y.

Тогда, мы можем ввести некоторую модель измерения $\boxed{y = x + v}$

Оценка сопротивления

$$y_1 = x + v_1$$
$$y_2 = x + v_2$$
$$y_3 = x + v_3$$
$$y_4 = x + v_4$$

Истинное значение

шум

Квадратичная ошибка:

$$e_1^2 = (y_1 - x)^2$$
$$e_2^2 = (y_2 - x)^2$$
$$e_3^2 = (y_3 - x)^2$$
$$e_4^2 = (y_4 - x)^2$$

$$\hat{x}_{\mathrm{LS}} = \operatorname{argmin}_x \left(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2\right) = \mathscr{L}_{\mathrm{LS}}(x)$$

Функция потерь - мера расхождения между истинным значением оцениваемого параметра и оценкой параметра.

Метод наименьших квадратов

- Наиболее вероятным значением неизвестного параметра является то, что минимизирует сумму квадратов ошибок между тем, что мы наблюдаем, и тем, что мы ожидаем.

$$\hat{x}_{\mathrm{LS}} = \mathrm{argmin}_x \left(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2\right) = \mathscr{L}_{\mathrm{LS}}(x)$$

- В матричной форме

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \mathbf{y} - \mathbf{H}x = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x$$

H - имеет размеры m на n, где m - количество измерений, а n - количество неизвестных или параметров, которые мы хотим оценить.

Метод наименьших квадратов

- Теперь мы можем выразить МНК в след. форме:

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{\mathrm{LS}}(x) &= e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 = \mathbf{e}^T\mathbf{e} \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{H}x)^T(\mathbf{y} - \mathbf{H}x) \\ &= \mathbf{y}^T\mathbf{y} - x^T\mathbf{H}^T\mathbf{y} - \mathbf{y}^T\mathbf{H}x + x^T\mathbf{H}^T\mathbf{H}x\end{aligned}$$

Нужно минимизировать квадратичную ошибку по отношению к нашему истинному сопротивлению $\boldsymbol{x}$.

Мы можем сделать это, взяв производную функции ошибки по $\boldsymbol{x}$ и приравняв к 0.

$$\left.\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x}\right|_{x=\hat{x}} = -\mathbf{y}^T\mathbf{H} - \mathbf{y}^T\mathbf{H} + 2\hat{x}^T\mathbf{H}^T\mathbf{H} = 0$$

$$-2\mathbf{y}^T\mathbf{H} + 2\hat{x}^T\mathbf{H}^T\mathbf{H} = 0$$

$\hat{x}_{\mathrm{LS}} = \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{y}$ - Минимизирует среднюю квадратичную ошибку

Важно!

- Если матрица $(\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H})^{-1}$ существует, т.е. $\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H}$ не является сингулярной матрицей.
- Физический смысл заключается в том, что у нас должно быть как минимум $\boldsymbol{m} \geq \boldsymbol{n}$, где m – количество измерений, n – количество неизвестных параметров… Это условие обычно выполняется…

Возвращаясь к задаче…

$$\hat{x}_{\mathrm{LS}} = \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{y}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix}1068\\988\\1002\\996\end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} \quad = \left([1111]\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}\right)^{-1}[1111]\begin{bmatrix}1068\\988\\1002\\996\end{bmatrix} = \frac{1}{4}(1068+988+1002+996) = 1013.5\ \mathrm{Ohms}$$

Возможно, это было очевидное решение…

Теперь, у нас есть другое обоснование для использования среднего арифметического: минимизирует критерий наименьших квадратов.

Важно! Мы рассматривали линейную модель измерения и при этом измерения имели одинаковые веса(одинаковый шум). На практике, это не всегда так!

А если у нас разные шумы при измерениях?

Далее, мы будем оценивать несколько параметров. Например, нужно оценить несколько значений сопротивления одновременно.

Набор из **m** измерений, которые связаны с набором из **n** неизвестных параметров через линейную модель.

Новая модель измерений:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

В обычной МНК мы подразумевали, что дисперсия одинаковая для каждого шума.

$$\mathbb{E}[v_i^2] = \sigma_i^2, \quad (i = 1, \ldots, m) \qquad \mathbf{R} = \mathbb{E}[\mathbf{v}\mathbf{v}^T] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_m^2 \end{bmatrix}$$

Метод взвешенных наименьших квадратов

- Если предположим, что шумы не зависят друг от друга, имеют **разную дисперсию**, мы можем определить нашу ковариацию шума:

$$\mathbb{E}[v_i^2] = \sigma_i^2, \quad (i = 1, \ldots, m)$$

$$\mathbf{R} = \mathbb{E}[\mathbf{v}\mathbf{v}^T] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_m^2 \end{bmatrix}$$

Тогда можно записать метод **взвешенных наименьших квадратов**:

$$\mathscr{L}_{\mathrm{WLS}}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{e} = \frac{e_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{e_2^2}{\sigma_2^2} + \ldots + \frac{e_m^2}{\sigma_m^2}$$

Где $\begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} = \mathbf{e} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} - \mathbf{H}\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$

Еще раз посмотрим на обычный МНК

- Если зададим одинаковую дисперсию:

$$\mathscr{L}_{\mathrm{WLS}}(\mathbf{x}) = \frac{e_1^2}{\sigma^2} + \frac{e_2^2}{\sigma^2} + \ldots + \frac{e_m^2}{\sigma^2}$$
$$= \frac{1}{\sigma^2}(e_1^2 + \ldots + e_m^2)$$

Так как дисперсия одинаковая для всех измерений, наша последняя модификация никак не повлияла на результат.

Применяем новый критерий

$$\mathscr{L}_{\mathrm{WLS}}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{e}$$
$$= (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})$$

Для минимизации, как и в предыдущем случае, берем производную по параметру.

$$\left.\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}} = 0 = -\mathbf{y}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H} + \hat{\mathbf{x}}^T\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$$

В общем случае, когда у нас есть **n** неизвестных параметров в нашем векторе **x**, этим производным будет градиент.

$$\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{WLS}} = \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} \Rightarrow \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}$$

Пример 2

Стандартное отклонение необходимо возвести в квадрат!

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1068 \\ 988 \\ 1002 \\ 996 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \sigma_3^2 & \\ & & & \sigma_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 & & & \\ & 400 & & \\ & & 4 & \\ & & & 4 \end{bmatrix}$$

№	Инструмент 1, погрешность 20 Ohm	Инструмент 1, погрешность 2 Ohm
1	1068	
2	9888	
3		1002
4		996

$$\hat{x}_{\mathrm{WLS}} = (\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}$$

$$= \left([1111] \begin{bmatrix} 400 & & & \\ & 400 & & \\ & & 4 & \\ & & & 4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} [1111] \begin{bmatrix} 400 & & & \\ & 400 & & \\ & & 4 & \\ & & & 4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1068 \\ 988 \\ 1002 \\ 996 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1/400 + 1/400 + 1/4 + 1/4} \left(\frac{1068}{400} + \frac{988}{400} + \frac{1002}{4} + \frac{996}{4} \right)$$

$$= 999.3 \text{ Ohms}$$

Можно заметить, что полученное значение намного ближе к измеренному более точным прибором значению.

Сравнение: обычный и взвешенный МНК

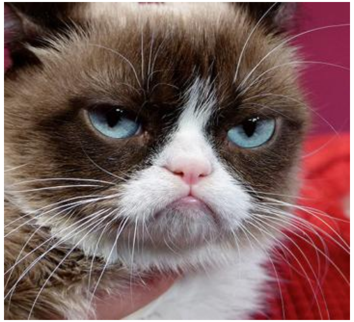
Функция потерь	$\mathscr{L}_{\mathrm{LS}}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^T\mathbf{e}$	$\mathscr{L}_{\mathrm{WLS}}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{e}$
Оценка	$\hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{LS}} = (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{y}$	$\hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{WLS}} = (\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}$
Ограничения	$m \geq n$	$m \geq n$ $\sigma_i^2 > 0$

Например, дополнительно почитать можно тут:
https://textbooks.math.gatech.edu/ila/least-squares.html

Бесконечный поток данных …

- Одним из предположений было: все данные под рукой (готовые). Это иногда вполне разумное предположение.
- Что делать, если вместо этого у нас есть **поток данных**?

Пересчитывать решение МНК каждый раз, когда мы получаем новое измерение?
Например, у нас датчик измеряет 10 раз в секунду.



<u>**В идеале** мы хотели бы использовать как можно больше измерений, чтобы получить точную оценку сопротивления.</u>

Однако, если используем МНК, количество вычислительных ресурсов, которые нам понадобятся для решения наших уравнений, будет расти с увеличением размера вектора измерения.

МНК на лету

- **Альтернатива**: попытаться использовать рекурсивный метод, поддерживающий текущую оценку параметра оптимальной для всех измерений, собранных до предыдущего временного шага, затем обновляет эту оценку, учитывая измерение на текущем временном шаге.
- Для этого мы используем **рекурсивный алгоритм,** постепенно обновляя нашу оценку по мере продвижения. Предположим, что у нас есть наилучшая оптимальная оценка в момент времени k-1. В момент времени k мы получаем новое измерение, которое предполагает, что имеем линейную модель измерения с гауссовским шумом.

Рассмотрим подробнее…

Линейная рекурсивная оценка МНК

- У нас есть оптимальная оценка для $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ неизвестного параметра в момент времени k−1
- Тогда, мы получаем новое значение в момент времени $\mathbf{k}$: $\mathbf{y_k} = \mathbf{H_k x} + \mathbf{v_k}$

Задача: рассчитать $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}$ как функцию $\mathbf{y_k}$ и $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k-1}}$

Линейная рекурсивная оценка

Можно воспользоваться рекурсивной линейной оценкой

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{K}_k \left(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \right)$$

$\mathbf{K}_k$ называется матрицей поправочных коэффициентов, а внутрискобочная составляющая компонентой поправки, показывающей, насколько новое измерение соответствует предыдущей оценке.

Обновляем новое состояние как линейная комбинация предыдущей наилучшей оценки и текущего измерения ошибки, умноженному на некоторый коэффициент.

Можно почитать (Часть 3, Глава 3):
https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/0470045345

Как найти K_k?

- Мы можем его рассчитать минимизируя критерий, схожий с оценкой наименьших квадратов, но с использованием вероятностной формулировки.
- Если мы хотим минимизировать сумму квадратов ошибок ожидаемых значений в момент времени k:

$$\mathscr{L}_{\mathrm{RLS}} = \mathbb{E}[(x_k - \hat{x}_k)^2] = \sigma_k^2$$

- Если у нас **n** неизвестных параметров

$$\mathscr{L}_{\mathrm{RLS}} = \mathbb{E}[(x_{1k} - \hat{x}_{1k})^2 + \ldots + (x_{nk} - \hat{x}_{nk})^2] = \mathrm{Trace}(\mathbf{P}_k)$$

- Используя нашу линейную рекурсивную формулировку, выразим ковариацию как функцию K_k

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{1} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_{k-1}(\mathbf{1} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k\mathbf{R}_k\mathbf{K}_k^T$$

Поскольку, чем меньше ковариация, тем лучше, именно при таком значении K, ковариация меньше, это можно показать через ряд матричных преобразований.

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k-1}\mathbf{H}_k^T\left(\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k\right)^{-1}$$

Используя полученные выражения, мы можем записать

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k-1} \\ &= (\mathbf{1} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_{k-1}\end{aligned}$$

Подробно расписанный алгоритм вывода формулы можно посмотреть в литературе.

Рекурсивный алгоритм МНК

- Исходная оценка

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbb{E}[\mathbf{x}]$$
$$\mathbf{P}_0 = \mathbb{E}\Big[(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_0)^T\Big]$$

- Затем мы настраиваем нашу модель измерения, выбирая значения для нашей ковариации измерения и якобиан.

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x} + \mathbf{v}_k$$

- И пересчитываем значения

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k-1}\mathbf{H}_k^T\left(\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k\right)^{-1}$$
$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_{k-1})$$
$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{1} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_{k-1}$$

Почему квадрат ошибки?

А не куб например? Есть несколько причин:

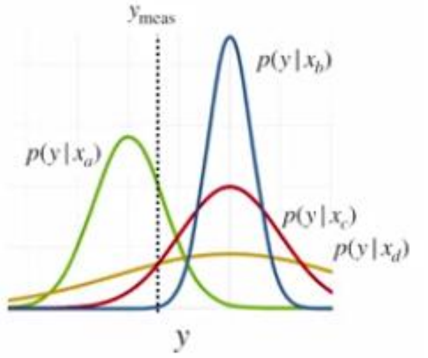
- Квадрат ошибки позволяет находить оптимальные параметры с относительно легким расчетом.
- Вторая причина связана с вероятностью и связью между наименьшим квадратом и оценкой максимального правдоподобия в допущении, что шум подчиняется нормальному закону распределения.

Метод максимального правдоподобия

Имеем четыре возможных значения неизвестного параметра x, x_a – x_d и каждое из них приводит к следующей условной вероятности в нашем измерении Y.

Какое значение x максимизирует условную вероятность, учитывая измерение y_{meas}?

$$\hat{x} = \operatorname{argmax}_x p(y \mid x)$$



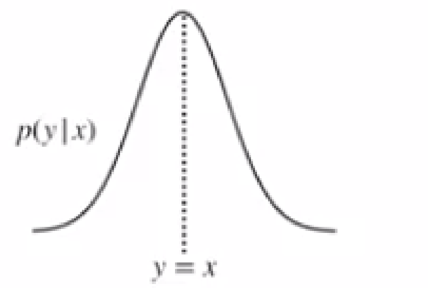
- Наибольшая плотность вероятности в измеренном месте определяется зеленой кривой! x_a является наиболее вероятным значением параметра x при данных измерениях.

Модель измерения

Модель измерения $y = x + v$

Мы можем преобразовать эту модель в условную вероятность при измерении, вводя некоторую плотность вероятности для шума: $v \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

Тогда $p(y \mid x) = \mathcal{N}(x, \sigma^2)$



МНК и максимизация правдоподобия

- Плотность вероятности функции с нормальным распределением:

$$\mathcal{N}\left(z; \mu, \sigma^2\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(y \mid x) = \mathcal{N}\left(y; x, \sigma^2\right)$$

- Мы можем выразить нашу вероятность измерения для одного измерения:

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(v-v)^2}{3\sigma^2}}$$

- Для нескольких независимых измерений

$$p(\mathbf{y} \mid x) \propto \mathcal{N}\left(y_1; x, \sigma^2\right)\mathcal{N}\left(y_2; x, \sigma^2\right) \times \ldots \times \mathcal{N}\left(y_m; x, \sigma^2\right)$$
$$= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^m \sigma^{2m}}} \exp\left(\frac{-\sum_{i=1}^{m}\left(y_i - x\right)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Оценка максимизации правдоподобия

- Оценка максимального правдоподобия $\hat{x}_{\mathrm{MLE}} = \operatorname{argmax}_x p(\mathbf{y} \mid x)$

- Вместо оптимизации правдоподобия можно взять его логарифм (это не влияет на результат)

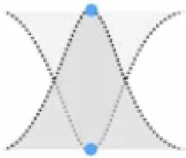
$$\begin{aligned}\hat{x}_{\mathrm{MLE}} &= \operatorname{argmax}_x p(\mathbf{y} \mid x) \\ &= \operatorname{argmax}_x \log p(\mathbf{y} \mid x)\end{aligned}$$

- Результат:

$$\log p(\mathbf{y} \mid x) = -\frac{1}{2\sigma^2}\left((y_1 - x)^2 + \ldots + (y_m - x)^2\right) + C$$

- Также можно применить небольшую хитрость: максимизация функции = минимизация обратной функции

$$\operatorname{argmin}_z f(z) = \operatorname{argmin}_z \left(-f(z)\right)$$



- Максимизация правдоподобия = минимизация средней квадратичной ошибки

$$\begin{aligned}\hat{x}_{\mathrm{MLE}} &= \operatorname{argmin}_x \; -\left(\log p(\mathbf{y} \mid x)\right) \\ &= \operatorname{argmin}_x \frac{1}{2\sigma^2}\left((y_1 - x)^2 + \ldots + (y_m - x)^2\right)\end{aligned}$$

- Если измерения имеют различную дисперсию, то это эквивалентно МВНК

$$\hat{x}_{\mathrm{MLE}} = \operatorname{argmin}_x \frac{1}{2}\left(\frac{(y_1 - x)^2}{\sigma_1^2} + \ldots + \frac{(y_m - x)^2}{\sigma_m^2}\right)$$

Важно!

- **Центральная предельная теорема** говорит нам, что при объединении случайных независимых ошибок их нормализованная сумма стремиться к **нормальному распределению**.

Т.е. они могут быть разумно смоделированы одним нормальным распределением ошибок.

Дополнительные материалы: http://mfviz.com/central-limit/

Важно!

- Когда мы используем МНК, выбросы измерений могут оказать существенное влияние на нашу окончательную оценку. При 2 ст. откл. (сигма), имеет вероятность возникновения <5%.
- В результате, если в данных измерений есть выбросы, МНК придаст большое значение этим измерениям.
- Таким образом, оценочные значения нашего параметра будут сильно зависеть от этих выбросов. Наш оптимальный метод будет искажен таким образом, что неточные измерения будут более вероятны.

Внимание! Выбросы!

- Мы всегда должны стараться количественно определять распределение ошибок, когда это возможно, до слепого применения максимизации правдоподобия или МНК.
- Всегда важно с осторожностью относиться к выбросам, которые могут существенно повлиять на наши окончательные оценочные значения.

Дополнительные материалы

- https://likerobotics.ru/teach/courses/sistemyi-ochuvstvleniya-robotov.html

P.S. Перечень дополнительных материалов на сайте постоянно обновляется…

Спасибо за внимание!

www.ifmo.ru

ITsMOre than a UNIVERSITY