

# **ФУНКЦИОНАЛНО ПРОГРАМИРАНЕ**

Магдалина Тодорова  
[magda@fmi.uni-sofia.bg](mailto:magda@fmi.uni-sofia.bg)  
[todorova\\_magda@hotmail.com](mailto:todorova_magda@hotmail.com)  
кабинет 517, ФМИ

**ВЛОЖЕНИ ДЕФИНИЦИИ И БЛОКОВА  
СТРУКТУРА.**

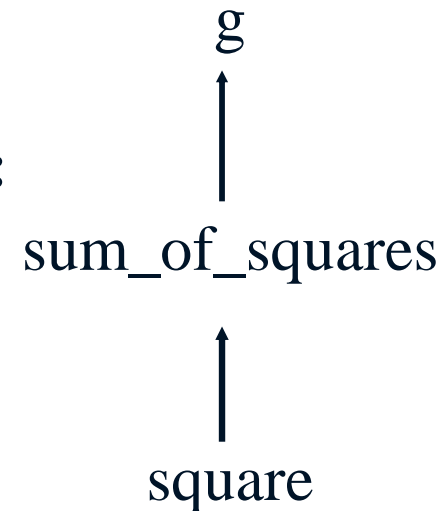
**ПРОЦЕДУРИ И ПРОЦЕСИТЕ, КОИТО ТЕ  
ГЕНЕРИРАТ**

## 1. Вложени дефиниции и блокова структура

Тъй като тялото на функция (процедура) е редица от изрази, възможно е в редицата да са дефинирани (вложени) други процедури. За процедурите, в дефинициите на които са вложени дефинициите на други процедури, се казва, че имат блокова структура.

*Пример за програма с блокова структура:*

```
(define (g a)
  (define (square x)
    (* x x))
  (define (sum_of_squares x y)
    (+ (square x) (square y)))
  (sum_of_squares (+ a 3) (* a 2)))
```



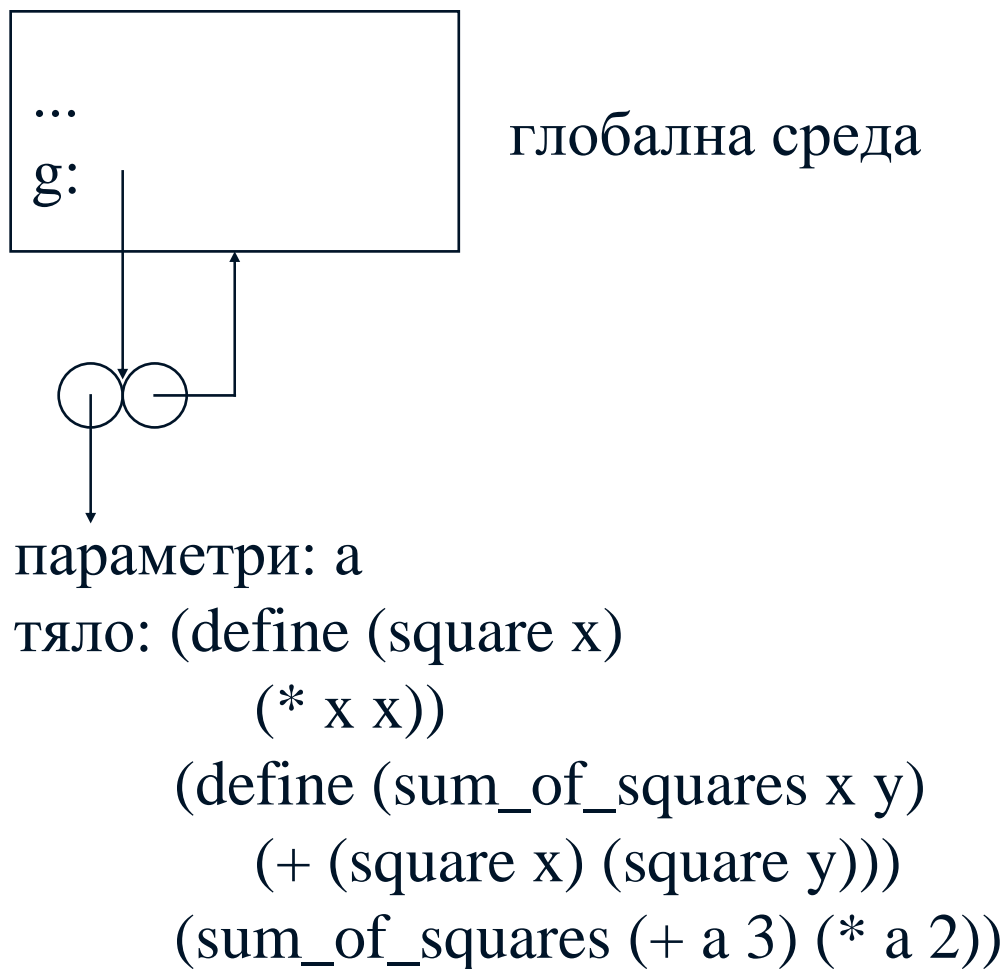
## 1. Вложени дефиниции и блокова структура

*Пример за програма с блокова структура:*

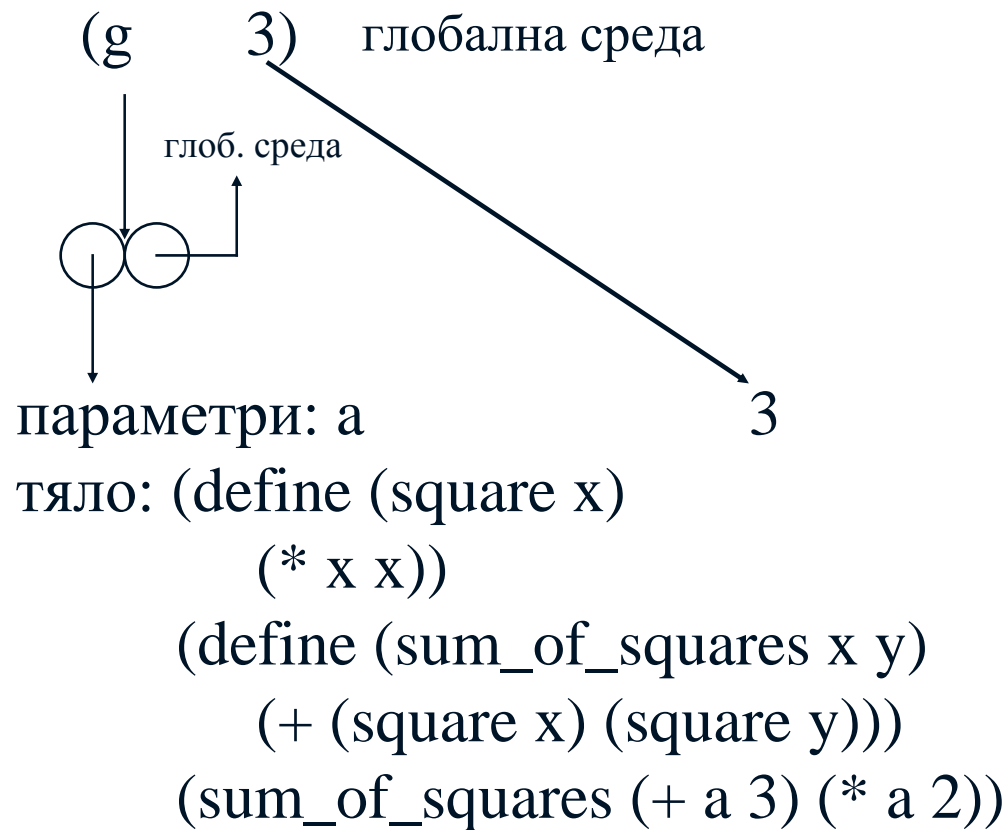
```
(define (g a)
  (define (square x)
    (* x x))
  (define (sum_of_squares x y)
    (+ (square x) (square y)))
  (sum_of_squares (+ a 3) (* a 2)))
```

} блок на процедурата g

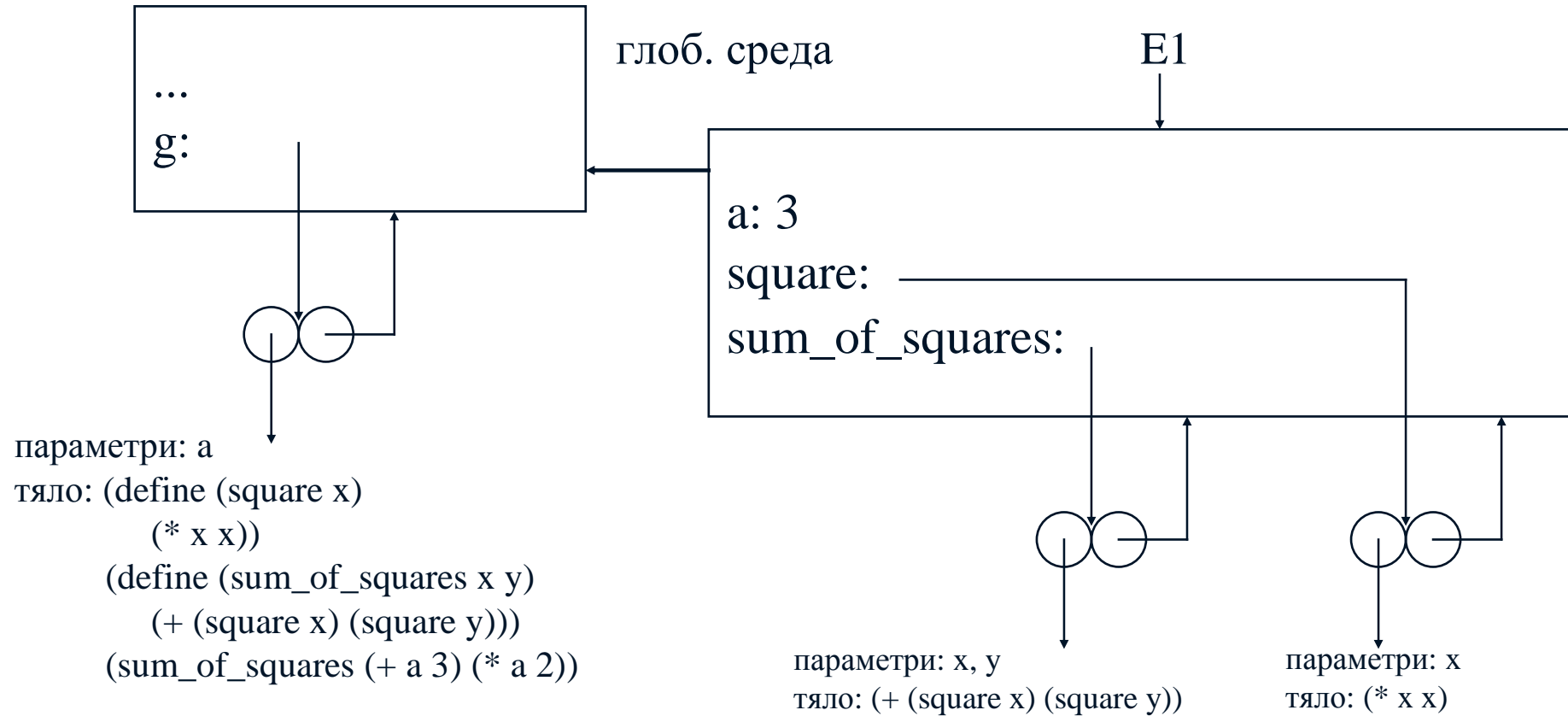
# 1. Вложени дефиниции и блокова структура



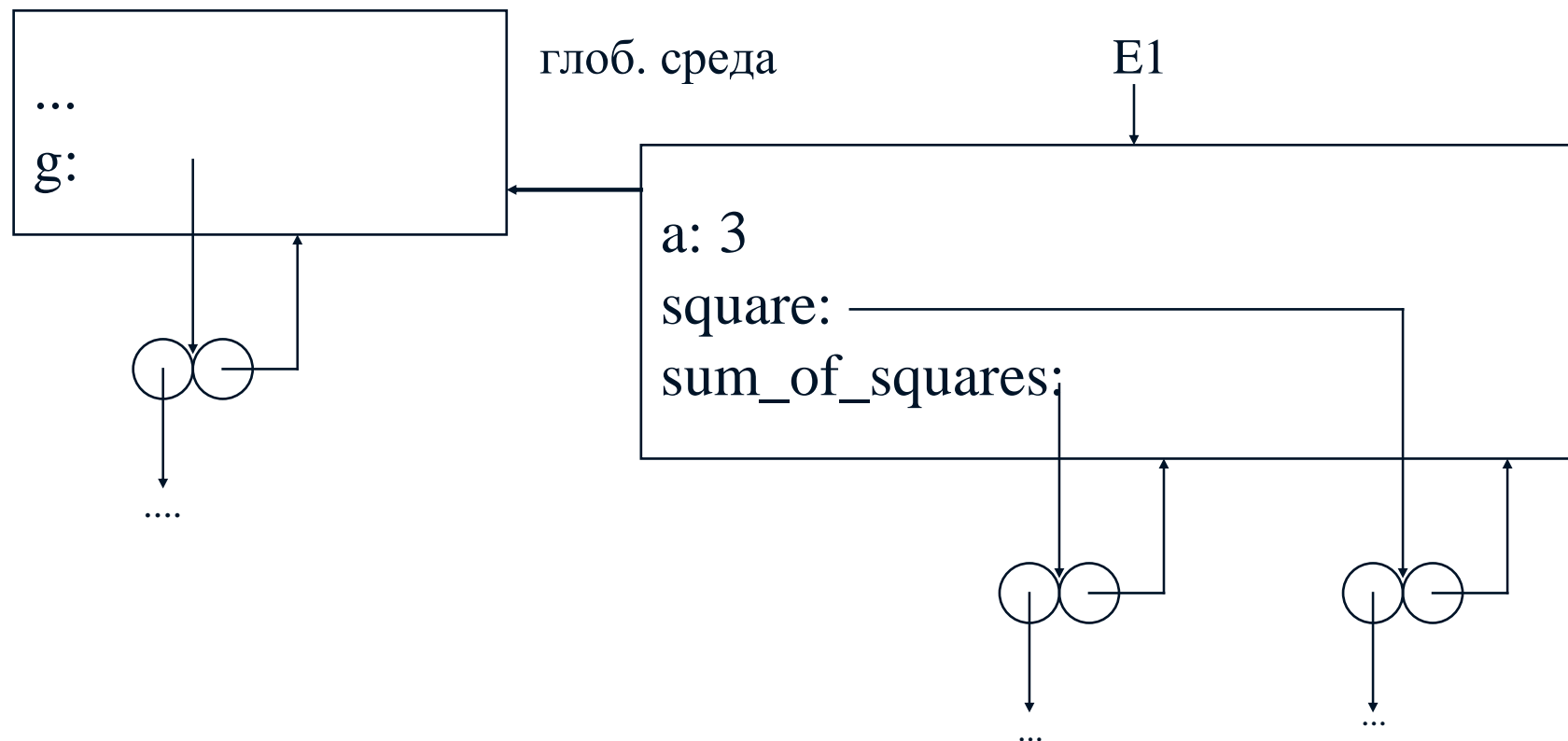
# 1. Вложени дефиниции и блокова структура



# 1. Вложени дефиниции и блокова структура



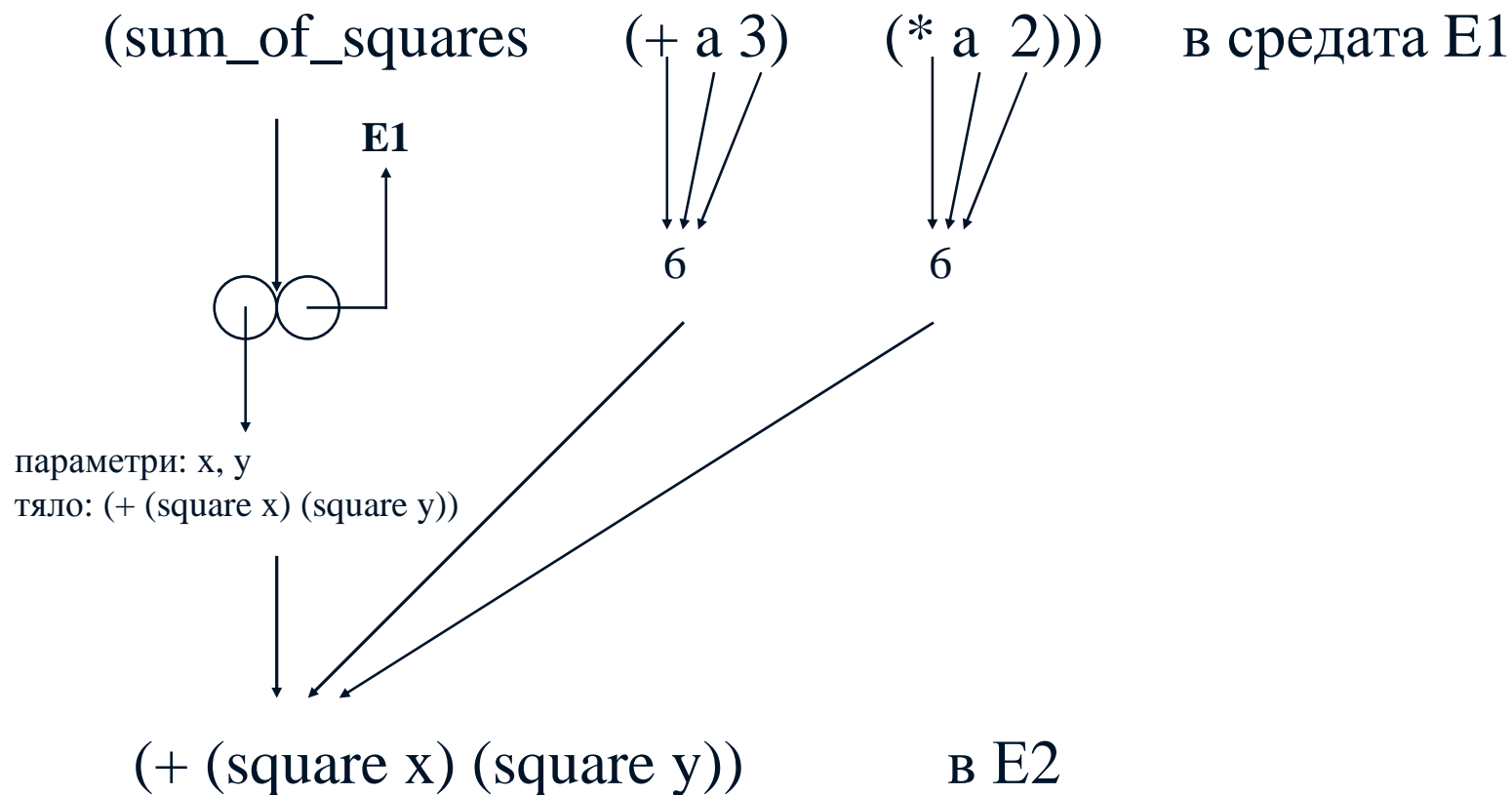
# 1. Вложени дефиниции иbloкова структура



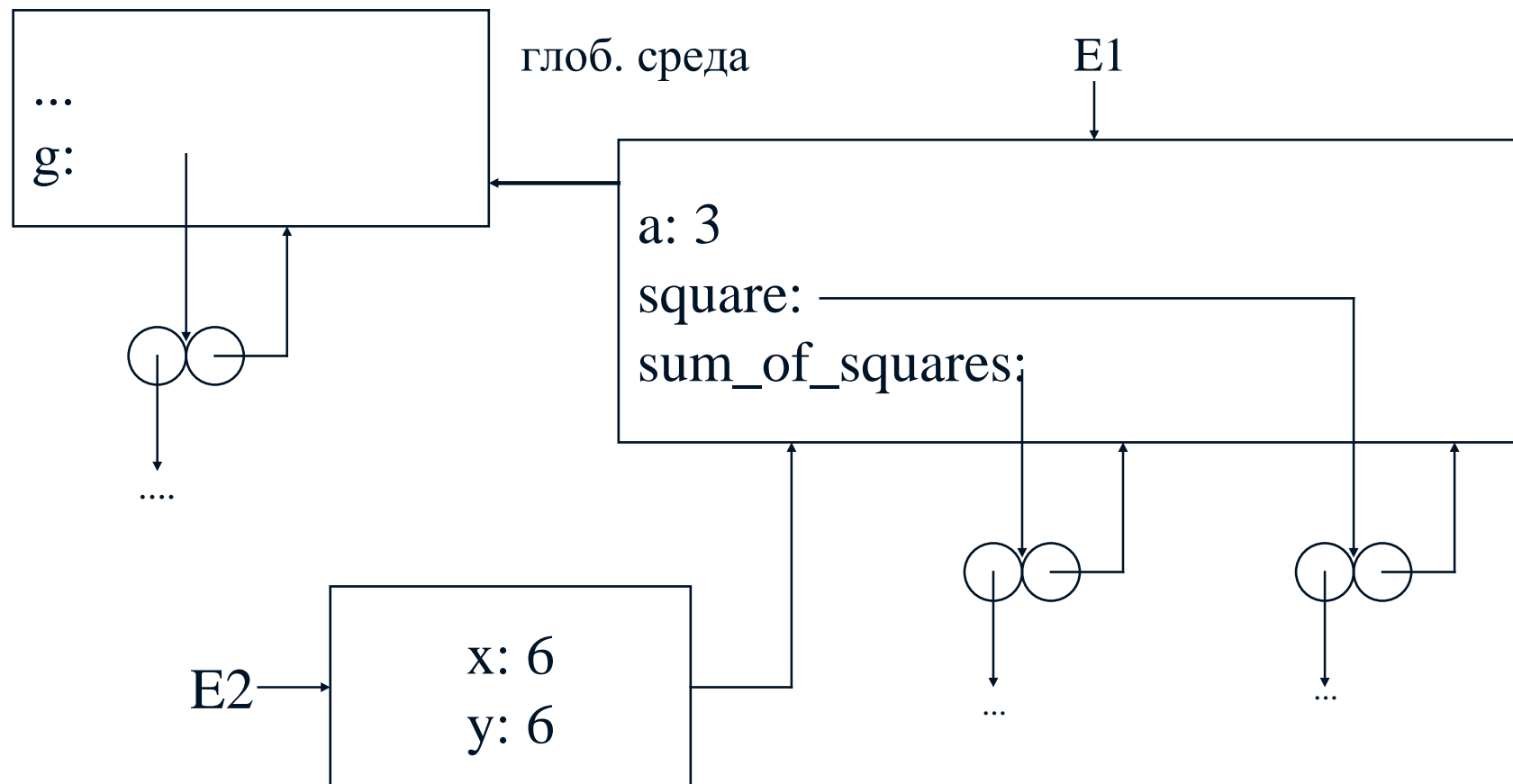
(sum\_of\_squares (+ a 3) (\* a 2)) в средата E1



# 1. Вложени дефиниции и блокова структура



# 1. Вложени дефиниции иbloкова структура



# 1. Вложени дефиниции и блокова структура

## *Следствия:*

1. Областта на формалните параметри на процедура, която има блокова структура, е блокът на процедурата.
2. Областта на вложените дефиниции в процедура, която има блокова структура, е блокът на процедурата.
3. Редът на дефинирането на вложените дефиниции в процедура, която има блокова структура, не е от значение.
4. Възможно е в дефиниция на процедура с блокова структура да се вложи процедура със същото име (записват се в различни среди).
5. Възможно е формален параметър на вложена процедура да има име, съвпадащо с име на формален параметър на външната процедура.

## **2. Процедури и процесите, които те генерират**

### ***Процес***

Процесът е абстрактно понятие, описващо развитието във времето на пресмятанията върху определени входни данни до получаване на крайния резултат.

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

### Линейна рекурсия и итерация

**Задача.** Да се състави програма за пресмятане на  $n!$ .

*Първи начин:* Чрез дефиницията на  $n!$ , според която:

$$n! = n \cdot (n-1)!, \quad n > 1,$$

$$1! = 1.$$

```
(define (fact n)
  (if (= n 1) 1
      (* n (fact (- n 1)))))
```

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

### Проследяване на процеса

(fact 4)

(\* 4 (fact 3))

(\* 4 (\* 3 (fact 2)))

(\* 4 (\* 3 (\* 2 (fact 1))))

(\* 4 (\* 3 (\* 2 1)))

(\* 4 (\* 3 2))

(\* 4 6)

24

разгъване на  
оценяването

сгъване на  
оценяването

Такъв процес се нарича **рекурсивен**. Тъй като дължината на веригата от отложени умножения е от порядъка на  $n$ , процесът се нарича **линейно рекурсивен**.

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

**Втори начин:** Използва се дефиницията на  $n!$ , съгласно която  $n! = 1.2.3. \dots .n.$

Според тази дефиниция  $n!$  може да се намери по следния начин:

```
f = 1;  
for (i = 1; i <= n; i++)  
    f = f * i;
```

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

```
f = 1;  
for(i = 1; i <= n; i++)  
    f = f * i;
```

### Запис на Scheme

```
(define (fact n)  
  (define (fact-iter f i)  
    (if (> i n) f  
        (fact-iter (* f i) (+ i 1))))  
  (fact-iter 1 1))
```



## 2. Процедури и процесите, които те генерират

### Проследяване на процеса

(fact 4)

(fact-iter 1 1)

(fact-iter 1 2)

(fact-iter 2 3)

(fact-iter 6 4)

(fact-iter 24 5)

24

Такъв процес се нарича **итеративен**. И тъй като времето за оценяване е от порядъка на  $n$ , процесът се нарича още **линейно итеративен**.

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

### *Сравнение на двете решения*

#### *Прилики:*

- реализират пресмятането на една и съща математическа функция;
- броят на стъпките е пропорционален на **n**, т.е. и двата процеса са линейни;
- извършва се една и съща редица от умножения (1.2, 1.2.3, 1.2.3.4, ...) и съответно се получават еднакви междинни резултати.

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

### *Разлики:*

- при линейно рекурсивния процес има фаза на разгъване (отложени операции) и след това - фаза на сгъване (изпълнение на отложените операции). При линейно итеративния процес няма разгъване, няма свиване; броят на участващите операции е постоянен.
- при изпълнението на линейно рекурсивния процес интерпретаторът трябва да запазва формираната верига от умножения, за да може по-късно да ги изпълни. При изпълнението на линейно итеративния процес, текущите стойности на променливите **f** и **i** дават пълна информация за текущото състояние на изчислителния процес.

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

В програмирането рекурсията се определя като:

- *акумулираща рекурсия;*
- *опашкова рекурсия;*
- *пряка рекурсия;*
- *косвена рекурсия;*
- *споделена рекурсия;*
- *нелинейна рекурсия* и др.

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

При **акумулиращата (линейна) рекурсия** дефиницията включва (поражда) само едно рекурсивно обръщение към **същата** процедура с опростени аргументи.

*Пример* (акумулираща рекурсия):

```
(define (fact n)
  (if (= n 1) 1
      (* n (fact (- n 1)))))
```

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

**При опашковата рекурсия (tail recursion) общата задача се трансформира до нова, по-проста, като решението на общата задача съвпада с решението на по-простата, а не се получава от него с помощта на допълнителни (отложени) операции.**

***Пример*** (опашкова рекурсия):

```
(define (fact n)
  (define (fact-iter f i)
    (if (> i n) f
        (fact-iter (* f i) (+ i 1))))
  (fact-iter 1 1))
```

## **2. Процедури и процесите, които те генерират**

При опашковата рекурсия общата задача директно се редуцира до по-проста и няма нужда от обратен ход за получаването на решението на общата задача.

Използването на опашкова рекурсия повишава ефективност на съответните процедури. Това е така, тъй като интерпретаторите на Scheme се реализират така, че при изпълнението на опашково рекурсивните процедури не използват допълнителна памет при изпълнението на обръщанията към процедурите.

**Затова се казва, че интерпретаторите на езика Scheme имат опашково рекурсивна семантика.**

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

### *Дървовидна рекурсия*

**Задача:** Да се дефинира процедура, която намира n-тото число на Фибоначи ( $n \geq 0$ ), т.е.

$$\text{fib}(n) = \begin{cases} 0, & n = 0 \\ 1, & n = 1 \\ \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2), & n > 1 \end{cases}$$



## 2. Процедури и процесите, които те генерират

### *Дървовидна рекурсия*

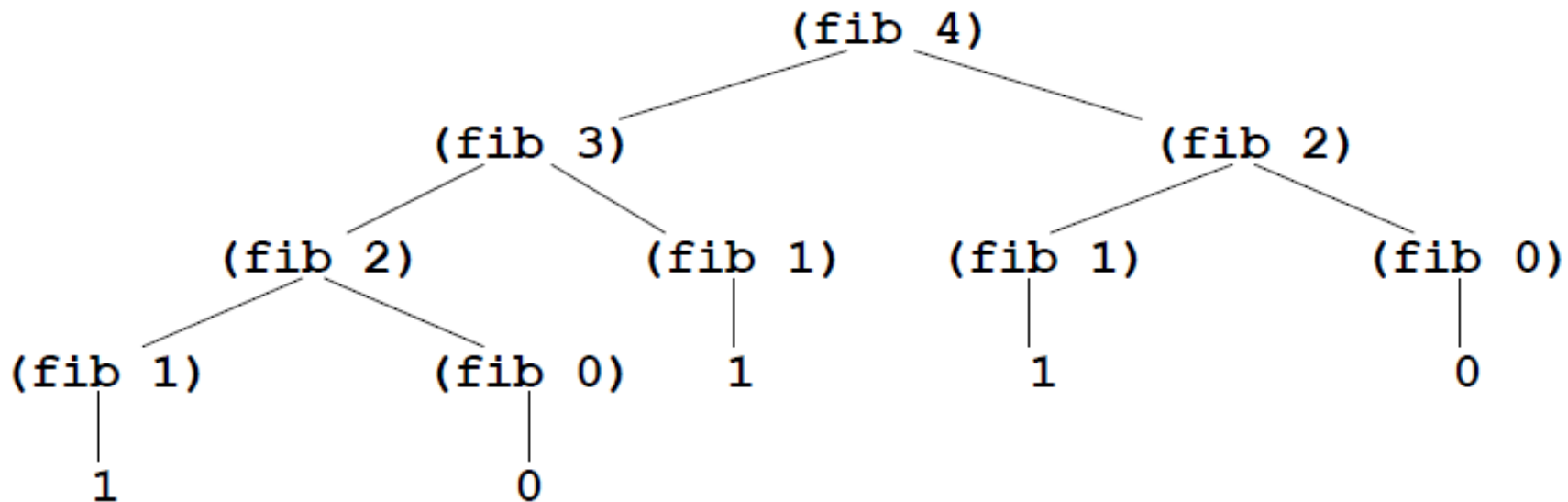
*I-ви начин* - чрез рекурсивна процедура, която реализира рекурсивен процес.

```
(define (fib n)
  (cond ((= n 0) 0)
        ((= n 1) 1)
        (else (+ (fib (- n 1)) (fib (- n 2))))))
```

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

### *Дървовидна рекурсия*

Оценяването на обръщението (fib 4) може да се разглежда като процес на обхождане в дълбочина на дървото:



Затова процесът, породен от тази процедура, се нарича **дървовидно рекурсивен**.

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

Анализ:

- 1) Функцията  $\text{fib}(n)$  расте експоненциално с нарастването на  $n$ . По-точно,  $\text{fib}(n)$  е най-близкото цяло число до  $\Phi^n/\sqrt{5}$ , където  $\Phi = (1+\sqrt{5})/2 \approx 1.6180$  е положителният корен на уравнението  $\Phi^2 = \Phi + 1$ ;
- 2) времето за намиране на  $\text{fib}(n)$  е пропорционално на броя на генерираните рекурсивни обръщания (броя на стъпките, за които се извършва пресмятането), който е равен на броя на върховете на дървото и е от порядъка на  $2^{n-1}$ ;
- 3) обемът на необходимата памет е пропорционален на дълбочината на дървото, която е  $O(n)$ .

## 2. Процедури и процесите, които те генерират

*И-ри начин* - чрез рекурсивна процедура, която реализира линейно итеративен процес.

Реализира се програмния фрагмент:

$(a, b) = (1, 0)$

for( $i = n$ ;  $i \geq 1$ ;  $i--$ )

$(a, b) = (a+b, a);$

(define (fib n)

(define (fib-iter a b i)

(if (= i 0) b

(fib-iter (+ a b) a (- i 1))))

(fib-iter 1 0 n))