

Име: \_\_\_\_\_, ФН: \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	Общо
получени точки				
максимум точки	1	2	2	5

**Задача 1.** Нека за редицата  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  е изпълнено

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 + \frac{1}{a_n^2}} \quad \text{за всяко } n \geq 1$$

Докажете, че за всяко  $n \geq 1$  е в сила

$$1 \leq a_n \leq \sqrt{n}$$

**Задача 2.** Нека  $\preceq_A \subseteq A \times A$  и  $\preceq_B \subseteq B \times B$  са частични наредби. Дефинираме  $\preceq \subseteq (A \times B) \times (A \times B)$  като

$$(a, b) \preceq (c, d) \xleftrightarrow{\text{def}} a \preceq_A c \& b \preceq_B d$$

Докажете, че  $\preceq$  е частична наредба.

**Задача 3.** Нека  $a, b$  са реални числа и  $a \neq 0$ . Докажете, че ако  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  е биекция, то  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , дефинирана като

$$f(x) = a \cdot g(x) + b$$

е биекция.