Първо малко контролно по Дискретни структури, 17.11.2022 г.

специалност „Компютърни науки“, група 1

Вариант А

Име: ________________________________, ФН:____________, Курс:__________

Задача	1	2	3	Общо
получени точки				
максимум точки	1	2	2	5

Задача 1.

(a) Използвайки еквивалентни преобразувания, докажете следната еквивалентност в съждителната логика:

$$(p \to q) \land (p \to r) \ \equiv \ p \to (q \land r) \ .$$

(b) Разгледайте следното твърдение и го формулирайте на езика на предикатната логика:

„За всяко естествено число n и за всяко реално число x е в сила, че ако $0 < x \leq 3$, то $\dfrac{x^n}{n!} + 1 \leq e^x$.“

Образувайте отрицанието на твърдението, като при това никъде във формулировката да не се среща знакът за отрицание $\neg$.

Задача 2. Нека $A = \{1, 2, \ldots, n\}$, където n е числото, получаващо се от последните 3 цифри на факултетния Ви номер. Дефинираме релацията $R \subseteq 2^A \times 2^A$ по следния начин:

$$(X, Y) \in R \iff |X| = |Y|.$$

(a) Да се докаже, че R е релация на еквивалентност.

(b) Опишете класовете на еквивалентност на R.

(c) Определете броя на класовете на еквивалентност на R.

(d) Определете броя на елементите във всеки клас на еквивалентност на R.

Задача 3. Да се докаже, че за всяко естествено число $n \geq 1$ е в сила равенството:

$$\sum_{\{a_1,\ldots,a_k\} \subseteq \{1,2,\ldots,n\}} (a_1 \cdot a_2 \cdots a_k) = (n+1)! - 1$$

(*Сумирането е по всички непразни подмножества на* $\{1, 2, \ldots, n\}$.)

Време за работа: 60 минути.

Успех!

Първо малко контролно по Дискретни структури, 17.11.2022 г.

специалност „Компютърни науки“, група 1

Вариант B

Име: ________________________________, ФН:____________, Курс:__________

Задача	1	2	3	Общо
получени точки				
максимум точки	1	2	2	5

Задача 1.

(a) Използвайки еквивалентни преобразувания, докажете следната еквивалентност в съждителната логика:

$$(p \to r) \vee (q \to r) \ \equiv\ (p \wedge q) \to r\ .$$

(b) Разгледайте следното твърдение и го формулирайте на езика на предикатната логика:

„За всяко естествено число n и за всяко реално число x е в сила, че ако $2 \leq x < 4$, то $e^x \leq \left(1 + \dfrac{x}{n}\right)^{n+x}$.“

Образувайте отрицанието на твърдението, като при това никъде във формулировката да не се среща знакът за отрицание $\neg$.

Задача 2. Нека $A = \{1, 2, \dots, n\}$, където n е числото, получаващо се от последните 3 цифри на факултетния Ви номер. Дефинираме релацията $R \subseteq 2^A \times 2^A$ по следния начин:

$$(X, Y) \in R \iff |X| = |Y|.$$

(a) Да се докаже, че R е релация на еквивалентност.

(b) Опишете класовете на еквивалентност на R.

(c) Определете броя на класовете на еквивалентност на R.

(d) Определете броя на елементите във всеки клас на еквивалентност на R.

Задача 3. Да се докаже, че за всяко естествено число $n \geq 1$ е в сила равенството:

$$\sum_{\{a_1,\dots,a_k\} \subseteq \{1,2,\dots,n\}} \frac{1}{a_1 a_2 \cdots a_k} = n$$

(*Сумирането е по всички непразни подмножества на* $\{1, 2, \dots, n\}$.)

Време за работа: 60 минути.

Успех!