

Име: \_\_\_\_\_, ФН: \_\_\_\_\_, Група: \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	6	6	6	6	6	30

**Задача 1.** Дадена е крайна редица от естествени числа  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Да се докаже, че съществува непразна подредица от последователни елементи  $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$ , за която  $\sum_{i=l}^r a_i$  се дели на  $n$ .

*Упътване:* Разгледайте префиксните суми на редицата:  $s_0, s_1, \dots, s_n$ , където  $s_0 = 0$  и  $s_i = a_1 + a_2 + \dots + a_i$ .

**Задача 2.** В група от 7 студенти всеки избира точно 4 измежду 9 различни избирами курса. Да се докаже, че някой от курсовете е избран от поне четирима студенти.

**Задача 3.** По колко начина върху шахматна дъска могат се разположат максимален брой топове, без да се бият взаимно? Обосновете отговора си.

**Задача 4.** На витрината на магазин са наредени в редица 2 черни, 2 бели, 2 сини и 2 червени молива, различаващи се само по цвета си. По колко начина може да стане това нареждане, ако:

- (a) няма ограничения за реда им;
- (b) няма едноцветни моливи един до друг.

**Задача 5.** Нека  $a : \mathbb{N} \rightarrow A$  е безкрайна редица от елементи на  $A$ .

Нека сме определили стандартните наредби  $<$  и  $\leq$  в  $\mathbb{N}$ .

Дайте удобна формална дефиниция за отношението „ $b$  е безкрайна подредица на  $a$ “.

**Примерни решения:**

**Задача 1.**

**Задача 2.**

**Задача 3.**

**Задача 4.**

**Задача 5.** „ $b$  е безкрайна подредица на  $a$ “, когато са изпълнени условията:

- (1) Съществува редица  $i : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
- (2)  $i$  е растяща, тоест  $\forall k \in \mathbb{N}, i(k) < i(k + 1)$ .
- (3) Редицата  $b : \mathbb{N} \rightarrow A$  е такава, че  $\forall k \in \mathbb{N}, b(k) = a(i(k))$ .