Първо малко контролно по Дискретни структури, 24.11.2023 г.
специалност "Компютърни науки"
група 3

Име: ________________________________, ФН:__________, Курс:___ , Група: ___

Задача	1	2	3	Общо
получени точки				
максимум точки	1	2	2	5

Задача 1. Нека $x \in \mathbb{R}$ е такова, че $x + \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}$. Да се докаже, че $\forall n \in \mathbb{N} : x^n + \frac{1}{x^n} \in \mathbb{Z}$.

Задача 2. Функция $f : A \to A$ наричаме инволюция, ако $\forall a \in A : f(f(a)) = a$.
Докажете, че ако f е инволюция, то f е биекция.

Задача 3. Нека $I := \{1, 2, ..., n\}$. Разглеждаме релацията $\sim$ над $\mathcal{P}(I) \setminus \{\emptyset\}$:

$$A \sim B \overset{def}{\longleftrightarrow} \max_{x \in A} x = \max_{y \in B} y$$

Да се докаже, че $\sim$ е релация на еквивалентност и да се намери $|[\{k\}]_\sim|$ за произволно $1 \leq k \leq n$.