

Program na konštruovanie snarkov Manuál

Radoslav Smaržík
27. apríla 2023

Obsah

1	Úvod	2
2	Formáty a vstupy	2
2.1	Formát grafu	2
2.2	Formát 2-faktorov	4
2.3	Formát viacerých grafov	4
3	Nahratie grafu a 2-faktorov	6
4	Program	9
4.1	Spustenie	9
4.2	Rozloženie	9
4.3	Graf v programe	9
4.4	Vyberanie hrany	10
4.5	Blok prepojenia	11
4.5.1	Blok prepojenia - základný	11
4.5.2	Blok prepojenia - 5-súčin	13
4.5.3	Blok prepojenia - konštrukcia 1	13
4.5.4	Blok prepojenia - konštrukcia 2	13
4.6	Vyberanie 2-faktoru, 5-súčinu a involučného očíslovania	14
5	Operácie	15
5.1	Vytvor vs vytvor všetko	15
5.2	Permutačný 4-súčin	15
5.3	Permutačný 5-súčin	16
5.4	Involučný symetrický 4-súčin – konštrukcia 1	18
5.5	Involučný symetrický 4-súčin – konštrukcia 2	18
5.6	Vkladanie involučného dipólu	20
5.7	Vkladanie permutačných dipólov	20
5.8	Kvociant	21
5.9	Permutačné 2-faktory	21

1 Úvod

Tento dokument slúži ako manuál k programu z našej diplomovej práce. Program je primárne vytváraný pre Windows, ale poskytujeme aj jeho verziu pre Linux. Windows aj Linux verziu poskytujeme ako spúšťaťelné súbory. Program ponúka možnosť konštruovať permutačné a involučné snarky pomocou rôznych konštrukcií. V programe sú implementované dve metódy na konštruovanie permutačných snarkov a 4 metódy na konštruovanie involučných snarkov. Ďalej je v programe implementované generovanie kvocientu pre involučné snarky a hľadanie permutačných 2-faktorov. V prípade nejasností používania programu ma neváhajte kontaktovať na emailovej adrese radoslavsmarzo@gmail.com.

2 Formáty a vstupy

V programe sa očakáva, že používateľ bude nahrávať súbory, ktoré reprezentujú grafy a permutačné 2-faktory. Vstupné súbory sa očakávajú ako textové súbory, čiže súbory s koncovkou .txt.

2.1 Formát grafu

Graf je reprezentovaný formou textového súboru. Prvý riadok súboru musí obsahovať číslo n , ktoré označuje počet vrcholov. Vrcholy grafu reprezentujeme pomocou čísel od 0 až po $n - 1$. Každý z riadkov (okrem prvého) reprezentuje jeden vrchol. To znamená, že riadok i reprezentuje vrchol $i - 2$. (Pretože vrcholy číslujeme od 0 a pretože na prvom riadku je počet vrcholov.) V každom riadku, ktorý reprezentuje vrchol v sa musia nachádzať práve 3 čísla, ktoré reprezentujú 3 susedov vrchola v . Ako oddelovač medzi vrcholmi v jednotlivých riadkoch slúži medzera. Príklad ako by mal vyzeráť správny súbor pre vstupný graf je na obrázku 1.



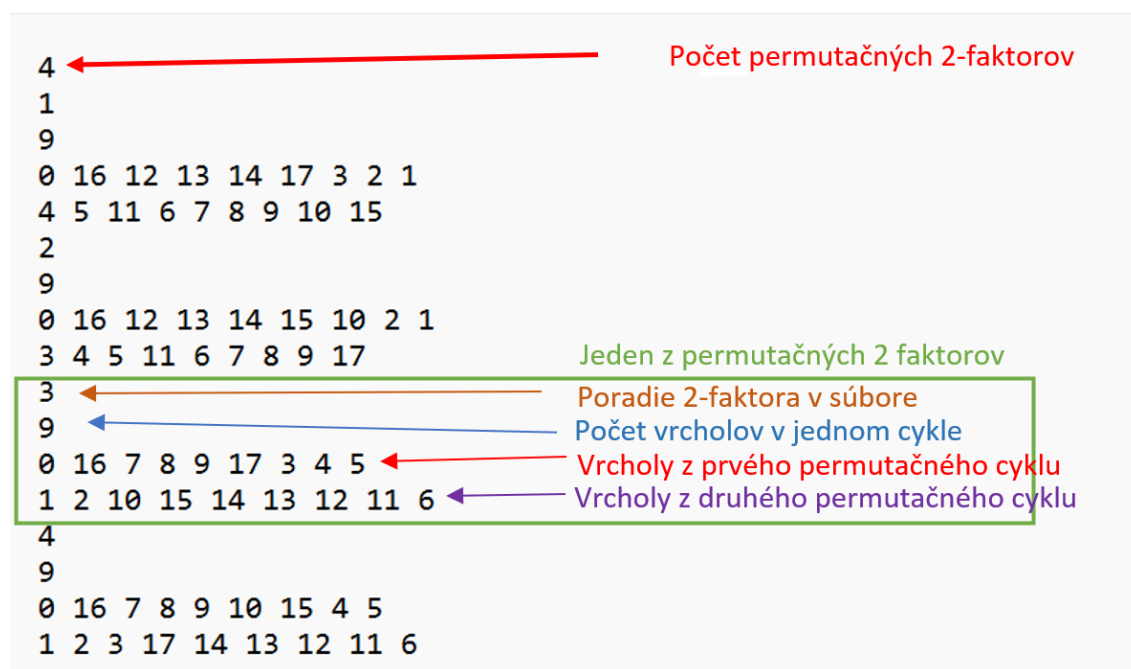
Obr. 1: Formát grafu.

2.2 Formát 2-faktorov

Súbor s permutačnými 2-faktormi môže obsahovať viacero 2-faktorov. Prvý riadok tohto súboru obsahuje číslo, ktoré vyjadruje koľko permutačných 2-faktorov sa v súbore nachádza. V súbore sú ďalej uložené jednotlivé 2-faktory, pričom každý 2-faktor je uložený na štyroch riadkoch. Na týchto riadkoch sú nasledujúce informácie:

1. poradie 2-faktora v súbore
2. dĺžka permutačného cyklu
3. prvý permutačný cyklus
4. druhý permutačný cyklus

Príklad súboru s permutačnými 2-faktormi je na obrázku 2.

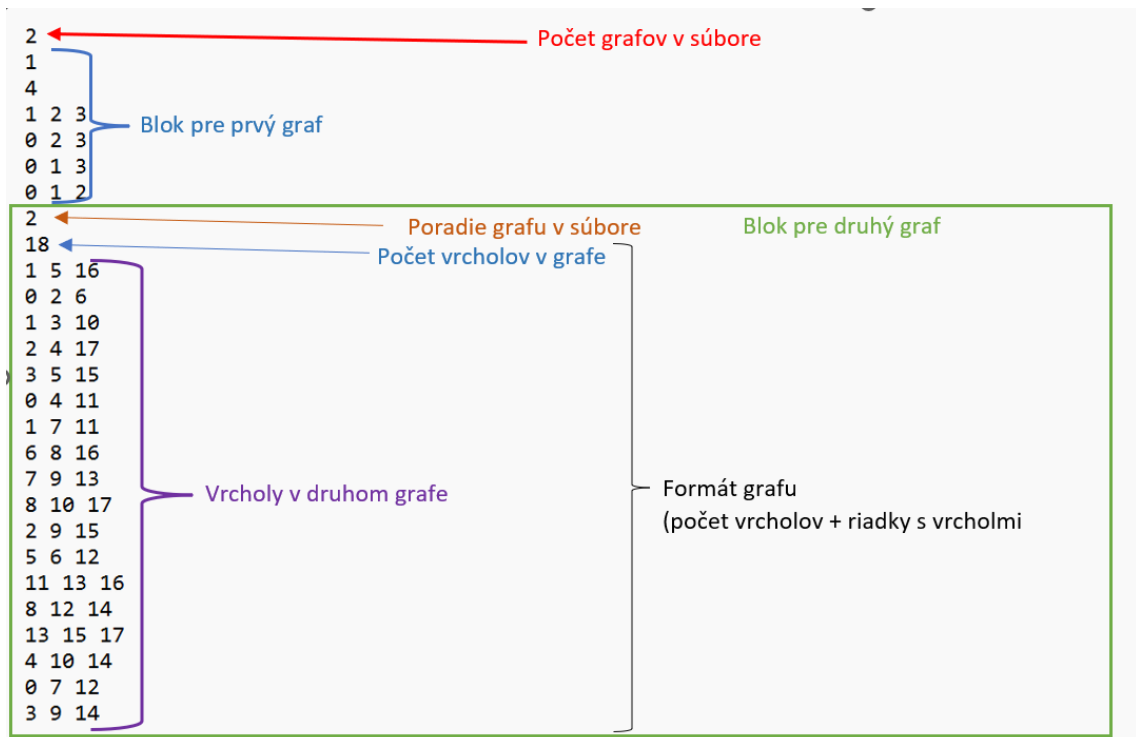


Obr. 2: Formát 2-faktoru.

2.3 Formát viacerých grafov

V programe sa pri každej konštrukcii nachádza možnosť vygenerovať všetky kombinácie danej konštrukcie. Táto možnosť je prístupná po stlačení tlačidla **Vytvor všetko**. Pri takomto použití sa vytvorí viacero grafov, ktoré si

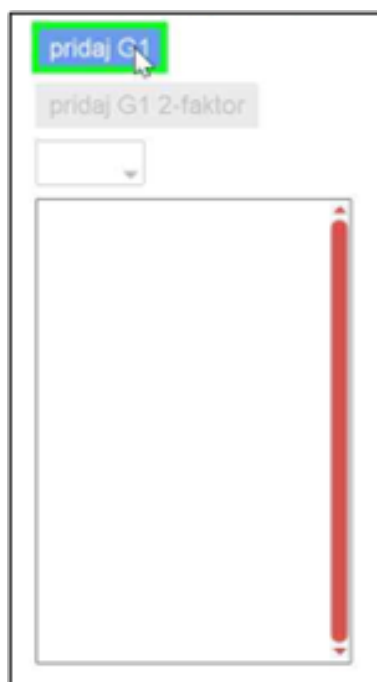
používateľ môže uložiť do súboru. Súbor s viacerými grafmi má nasledujúci formát. V prvom riadku sa nachádza číslo k , ktoré označuje koľko grafov je v danom súbore. Následne je v súbore postupne k grafov, pričom pre každý graf je na prvom riadku označené jeho poradie a potom už je uložený graf podľa formátu 2.1. To znamená, že pre tretí graf v súbore by bolo na prvom riadku číslo označujúce jeho poradie, čiže 3, za ním nasleduje jeho zápis, čiže počet vrcholov a potom riadky pre jednotlivé vrcholy (uvedené v 2.1). Príklad takéhoto súboru je na obrázku 3.



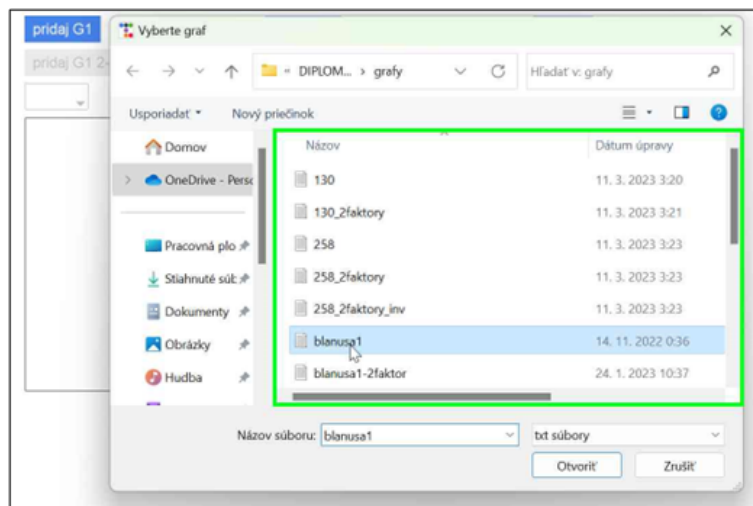
Obr. 3: Súbor s viacerými grafmi.

3 Nahratie grafu a 2-faktorov

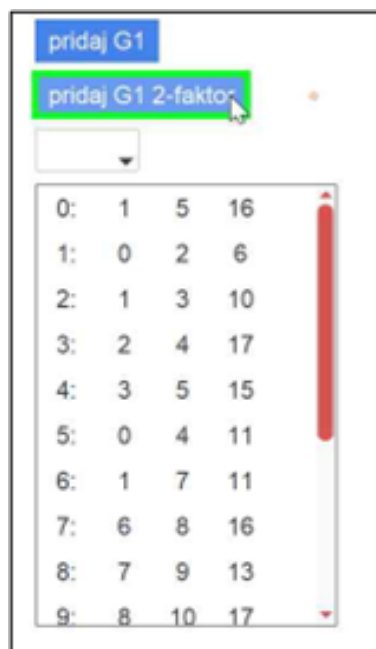
V každej konštrukcii je potrebné vždy nahráť aspoň jeden graf a k nemu jeho 2-faktory. Postup ako nahráť graf a jeho 2-faktory je znázornený na nasledujúcich obrázkoch 4, 5, 6, 7, 8.



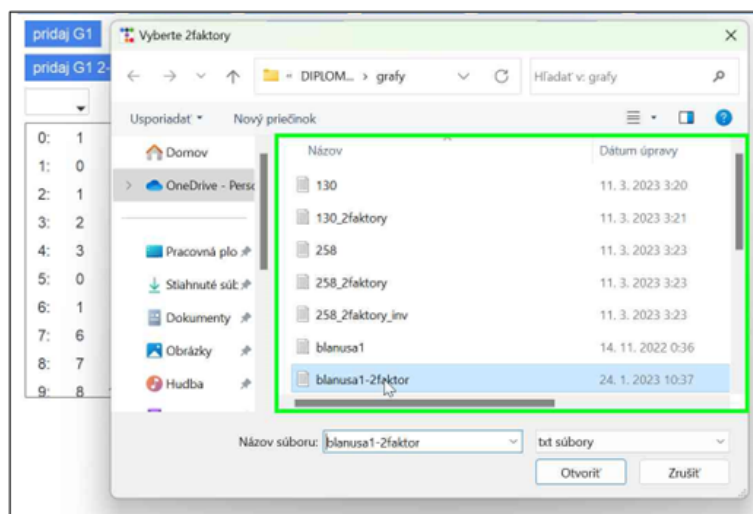
Obr. 4: Stlačenie tlačidla na pridanie grafu.



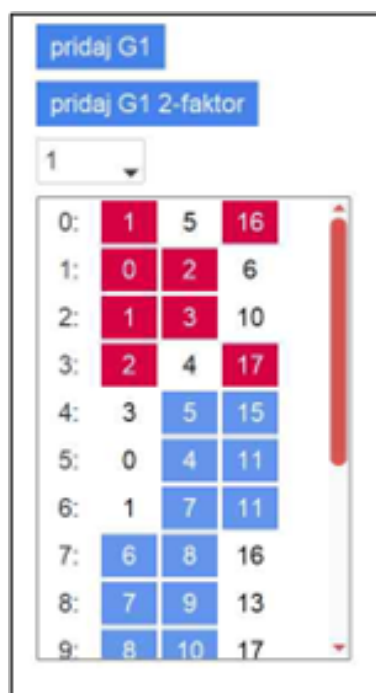
Obr. 5: Vybratie súboru s grafom.



Obr. 6: Stlačenie tlačidla na pridanie 2-faktorov.



Obr. 7: Vybratie súboru s 2-faktormi.



Obr. 8: Načítaný graf s 2-faktormi.

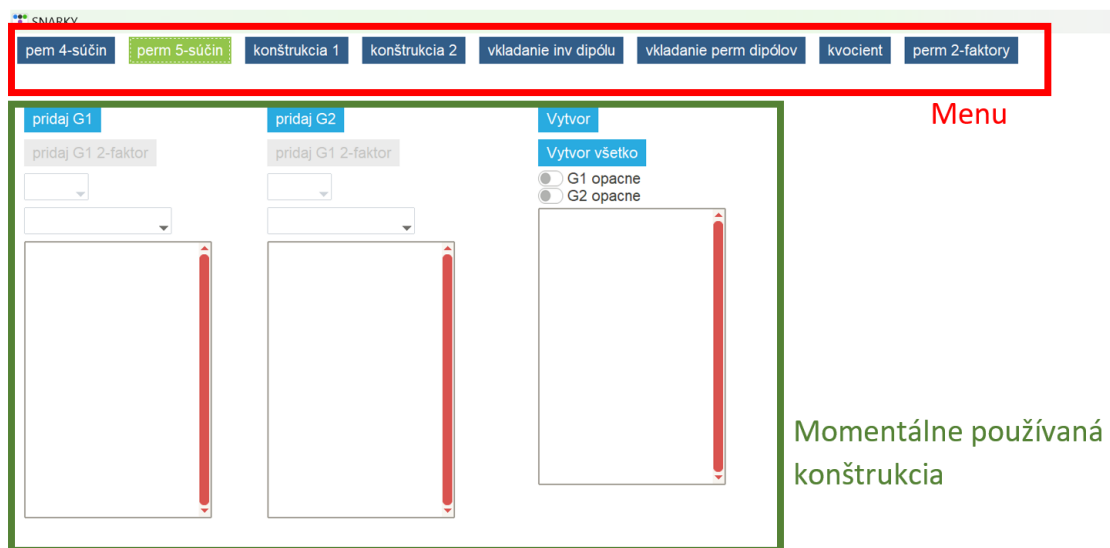
4 Program

4.1 Spustenie

V priečinku Windows sa nachádza exe súbor. Na tento súbor stačí dvakrát kliknúť a tým by sa mal spustiť program pre Windows. V priečinku Linux sa nachádza spúšťateľný súbor pre linux. Ten je možné buď hneď dvojkliknutím spustiť. V niektorých prípadoch je potrebné príkazom **chmod** nastaviť najprv práva na spúšťanie.

4.2 Rozloženie

V hornej časti programu sa nachádza lišta, ktorá slúži ako menu. V menu si používateľ kliknutím vyberie, ktorú z operácií programu chce použiť. Pod menu sa nachádzajú konkrétne operácie, s ktorými môže používateľ pracovať. Na obrázku 9 je znázornené ako program vyzerá.



Obr. 9: Hlavné rozloženie.

4.3 Graf v programe

Na obrázku 10 je znázornené ako je v programe vizuálne reprezentovaný graf s vyznačeným 2-faktorom. Každý vrchol je reprezentovaný jedným riadkom, na ktorom sú zapísané traja susedia daného vrchola. Z tohto riadka vieme vyčítať, ktoré hrany sú v nejakom permutačnom cykle a ktoré sú priečky. Napríklad z

obrázka 10 vieme povedať, že vrchol 2 susedí s vrcholmi 1,3,10, pričom hrany 2 1, 2 3 sú v červenom permutačnom cykle a hrana 2 10 je priečka. Takisto vieme povedať, že vrcholy 2, 1, 3 sú z červeného permutačného cyklu a vrchol 10 je z modrého.

0:	1	5	16
1:	0	2	6
2:	1	3	10
3:	2	4	17
4:	3	5	15
5:	0	4	11
6:	1	7	11
7:	6	8	16
8:	7	9	13
9:	8	10	17

Jeden riadok reprezentuje jeden vrchol
V tomto prípade vrchol 2 susedí s vrcholmi 1, 3 a 10, pričom hrany 2 1 a 2 3 sú z červeného cyklu a hrana 2 10 je priečka

Obr. 10: Graf s vyznačeným 2-faktorom.

4.4 Vyberanie hrany

V niektorých konštrukciách je potrebné zvoliť nejakú hranu, pričom niekedy hrana musí byť modrá, niekedy červená a niekedy priečka. Výber hrany sa realizuje jednoduchým kliknutím na danú hranu. Na obrázku 11 je znázornené ako sa označí priečka 0 5 keď na ňu klikneme.

0:	1	5	16
1:	0	2	6
2:	1	3	10
3:	2	4	17
4:	3	5	15

Kliknutie na priečku 05

0:	1	5	16
1:	0	2	6
2:	1	3	10
3:	2	4	17
4:	3	5	15

Obr. 11: Výber hrany.

4.5 Blok prepojenia

Pri konštrukciách pod tlačidlom **Vytvor všetko** sa nachádza area, ktorú budeme volať *blok prepojenia*. Blok prepojenia sa využíva v prípade, ak by používateľ chcel presne ovplyvniť, ktorý vrchol sa spojí s ktorým. Viac k využitiu tohto bloku je v sekcii 5.1. Tu si vysvetlíme aké rôzne bloky prepojenia sú v programe.

4.5.1 Blok prepojenia - základný

Väčšina konštrukcií má blok prepojenia podobný ako na obrázku 12. To znamená dva stĺpce, pričom v každom stĺpci je zelené, oranžové, fialové a sivé tlačidlo. Na každom tlačidle je napísaný nejaký vrchol, pričom v ľavom stĺpci sú to vrcholy z grafu G1 a v pravom sú to vrcholy z grafu G2. Ak by sme stlačili tlačidlo **Vytvor**, tak by sa vytvoril graf, ktorý by prepojil zelený vrchol z ľavá so zeleným vrcholom sprava a podobne. Používateľ môže zmeniť, ktorý vrchol sa prepojí, s ktorým tým, že klikne na ľubovoľný vrchol z ľavého stĺpca a potom na ľubovoľný vrchol z pravého stĺpca. Tým nastaví, že tieto vrcholy budú mať rovnakú farbu. Automaticky sa potom upraví prepojenie zvyšných vrcholov. Tieto prepojenia sú v rámci jednotlivých konštrukcií trochu rozdielne. Vizualný postup je na obrázkoch 12, 13, 14. V príklade je znázornené, že používateľ si vybral vrchol **e1_v** z ľavého stĺpca a chce ho spojiť s vrcholom **f_v_1** z pravého stĺpca. Preto na obrázku 13 klikne na vrchol **e1_v** a potom klikne na vrchol **f_v_1**. Na obrázku 14 vidíme, že vybrané vrcholy majú rovnakú oranžovú farbu. Po stlačení tlačidla **Vytvor** sa vytvorí graf, ktorý bol skonštruovaný vzhľadom na daný blok prepojenia.

e1_u: 1	f_u_1: 1
e1_v: 2	f_u_2: 3
e2_u: 5	f_v_1: 9
e2_v: 4	f_v_2: 15

Obr. 12: Blok prepojenia.

e1_u: 1	f_u_1: 1
e1_v: 2	f_u_2: 3
e2_u: 5	f_v_1: 9
e2_v: 4	f_v_2: 15

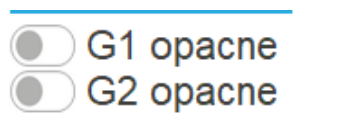
Obr. 13: Kliknutie na oranžový vrchol v ľavom stĺpci.

e1_u: 1	f_u_1: 1
e1_v: 2	f_u_2: 3
e2_u: 5	f_v_1: 9
e2_v: 4	f_v_2: 15

Obr. 14: Kliknutie na ľubovoľný vrchol v pravom stĺpci.

4.5.2 Blok prepojenia - 5-súčin

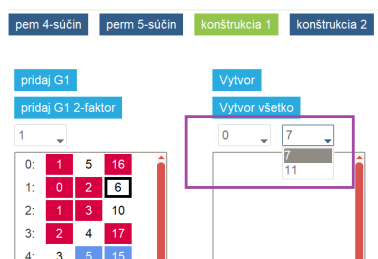
Pri permutačnom 5-súčine si používateľ môže zvoliť v akom smere sa použijú dané 5-cykly. To znamená, že ak máme 5-cyklus $C = (v_0 v_1 v_2 v_3 v_4)$, tak buď ho použijeme ako cyklus $(v_0 v_1 v_2 v_3 v_4)$ alebo ako cyklus $(v_0 v_4 v_3 v_2 v_1)$. Voľbu realizuje podľa toho či zaklikol nejaký z checkboxov na obrázku 15.



Obr. 15: Blok prepojenia - 5-súčin.

4.5.3 Blok prepojenia - konštrukcia 1

Pri konštrukcii 1 si používateľ z dvoch comboboxov môže zvoliť hranu, medzi ktorú sa pri konštrukcii 1 ešte vloží pevný bod. Použitie comboboxov je znázornené na obrázku 16. Toto úzko súvisí s konštrukciou 1, ktorá je popísaná v diplomovej práci.



Obr. 16: Konštrukcia 1 - comboboxy.

4.5.4 Blok prepojenia - konštrukcia 2

Konštrukcia 2 má rovnaký spôsob bloku prepojenia ako bol spomínaný v časti 4.5.1. Rozdiel je len v tom, že naľavo sa ešte nachádza stĺpec radiobuttonov. Tieto radiobuttony prislúchajú k vrcholom, ktoré sú hneď napravo od nich. Pri konštrukcii 2 sa vytvoria hrany a zároveň je potrebné medzi niektorú hranu vložiť pevný bod. Zakliknutím určitého radiobuttonu používateľ určí, medzi ktorú hranu pevný bod vloží. Na obrázku 17 je znázornený príklad, kedy používateľ zvolil, že pevný bod sa vloží medzi fialovú hranu. Podrobný popis vyžaduje nutnosť pochopenia konštrukcie 2, ktorá je rozobratá v diplomovej práci.

<input type="radio"/>	c_A:	c_C:
<input type="radio"/>	c_B:	c_D:
<input checked="" type="radio"/>	m_A:	m_C:
<input type="radio"/>	m_B:	m_D:

Obr. 17: Blok prepojenia - konštrukcia 2.

4.6 Vyberanie 2-faktoru, 5-súčinu a involučného očíslovania

Pri každej konštrukcii používateľ musí zvoliť 2-faktor, ktorý sa použije. Vybratie 2-faktora sa realizuje tým, že používateľ si zvolí z comboboxu.

Pri 5-súčine si používateľ volí aké 5-súčiny použije. Tieto 5-súčiny program nájde hneď po nahratí grafu a stačí, aby používateľ z comboboxu zvolil, ktorý 5-súčin chce použiť.

Pri niektorých konštrukciách je možnosť voľby aj involučného očíslovania. Táto možnosť je zaujímavá zatiaľ iba pre dvojinvolučné snarky. Program sám nájde involučné očíslovania a používateľ si môže involučné očíslovanie vybrať z comboboxu. Každé involučné očíslovanie má tvar $(a\ b)(c\ d)$, kde a, b, c, d sú vrcholy. Tento tvar nám hovorí, že vrcholu a bola priradená červená 0, vrcholu b bola priradená červená 1, vrcholu c bola priradená modrá 0, vrcholu d bola priradená modrá 1. Rozhodli sme sa, že v programe nebudeme zapisovať celé involučné očíslovanie, ale z každého cyklu iba prvé dva vrcholy. Celé involučné očíslovanie by sa ale dalo jednoducho odvodiť, ak by bolo potrebné. Na obrázku 18 je znázornená konštrukcia 2, v ktorej sú zvýraznené comboboxy.

pridaj G1

pridaj G1 2-faktor

2

↓

(8 9) (13 12)

↓

0:	1	5	16
1:	0	2	6
2:	1	3	10

Combobox pre výber permutačného 2-faktoru

Combobox pre výber involučného očíslovania

Obr. 18: Comboboxy.

5 Operácie

V tejto časti si vysvetlíme ako postupovať pri jednotlivých operáciach.

5.1 Vytvor vs vytvor všetko

Pri všetkých konštrukciách sa v programe nachádzajú tlačidlá **Vytvor** a **Vytvor všetko**. V každej konštrukcii musíme nahráť potrebné grafy, 2-faktory, prípadne zvoliť nejaké hrany a podobne. Ak všetko potrebné zvolíme, tak môžeme stlačiť tlačidlo **Vytvor všetko**. Tým vytvoríme všetky kombinácie ako sa pri danej operácii mohli prepojiť vstupné grafy, pretože pri implementovaných konštrukciách zvykne byť viacero variant prepojenia. Dôležité ale je, že sa tieto všetky kombinácie odfiltrujú vzhľadom na izomorfizmus. To znamená, že po stlačení **Vytvor všetko** sa vytvoria všetky kombinácie a potom sa z týchto grafov ponechajú len tie, ktoré nie sú izomorfné. Rovnako môžeme ale stlačiť aj tlačidlo **Vytvor**, čím vytvoríme iba jeden graf, ktorý sa nám zobrazí aj na obrazovke. V programe je možné určiť, aký jeden graf sa vytvorí. Toto určovanie sa dá vykonať v bloku prepojenia, ktorý sa vždy nachádza pod tlačidlom **Vytvor všetko**. Na obrázku 19 je fialovou farbou znázornený blok prepojenia pri permutačnom 4-súčine.

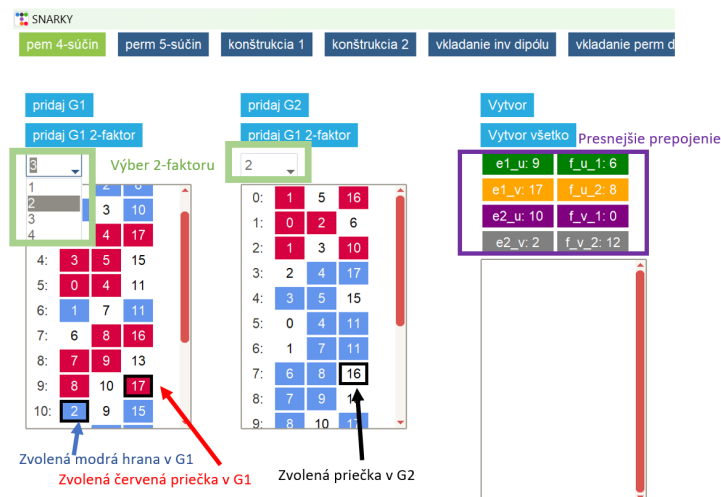
Pri nasledujúcich konštrukciách vždy uvádzame na konci stlačenie tlačidla **Vytvor všetko**, tým sa uložia do súboru všetky kombinácie odfiltrované na izomorfizmus. Ak by používateľ potreboval iba jeden graf môže použiť tlačidlo **Vytvor**.

5.2 Permutačný 4-súčin

1. vloženie grafu G1
2. vloženie 2-faktorov ku grafu G1
3. zvolenie 2-faktora pre G1
4. zvolenie jedenej červenej a jednej modrej hrany v grafe G1
5. vloženie grafu G2
6. vloženie 2-faktorov ku grafu G2
7. zvolenie 2-faktora pre G2
8. zvolenie priečky v grafe G2

9. stlačenie **Vytvor všetko**

Na obrázku 19 znázornené ako vyzerá prostredie pre operáciu permutačného 4-súčinu. Na obrázku sú aj znázornené časti kde sa vyberá 2-faktor.



Obr. 19: Permutačný 4-súčin.

5.3 Permutačný 5-súčin

1. vloženie grafu G1
2. vloženie 2-faktorov ku grafu G1
3. zvolenie 2-faktora pre G1
4. zvolenie 5-cyklu v grafe G1
5. vloženie grafu G2
6. vloženie 2-faktorov ku grafu G2
7. zvolenie 2-faktora pre G2
8. zvolenie 5-cyklu v grafe G2
9. stlačenie **Vytvor všetko**

Na obrázku 20 znázornené ako vyzerá prostredie pre operáciu permutačného 5-súčinu. Na obrázku sú znázornené aj časti, kde sa vyberajú 5-cykly.



Obr. 20: Permutačný 5-súčin.

5.4 Involučný symetrický 4-súčin – konštrukcia 1

1. vloženie grafu G_1
2. vloženie 2-faktorov ku grafu G_1
3. zvolenie 2-faktora pre G_1
4. zvolenie priečky v grafe G_1
5. stlačenie **Vytvor všetko**

5.5 Involučný symetrický 4-súčin – konštrukcia 2

1. vloženie grafu G_1
2. vloženie 2-faktorov ku grafu G_1
3. zvolenie 2-faktora pre G_1
4. zvolenie involučného očíslovania grafu G_1
5. vloženie grafu G_2
6. vloženie 2-faktorov ku grafu G_2
7. zvolenie 2-faktora pre G_2
8. zvolenie involučného očíslovania grafu G_2
9. stlačenie **Vytvor všetko**

Na obrázku 21 je zobrazené okno pre konštrukciu 2 s vynačeným výberom involučného očíslovania.

SNARKY

pem 4-súčin perm 5-súčin konštrukcia 1 **konštrukcia 2** vkladanie inv dipólu vkladanie perm c

pridaj G1

pridaj G1 2-faktor

1

(13 14) (8 7)

(13 14) (8 7)

1:	0	2	6
2:	1	3	10
3:	2	4	17
4:	3	5	15
5:	0	4	11
6:	1	7	11
7:	6	8	16
8:	7	9	13
9:	8	10	17

pridaj G2

pridaj G1 2-faktor

1

(13 14) (8 7)

0: 1 5 16

1:	0	2	6
2:	1	3	10
3:	2	4	17
4:	3	5	15
5:	0	4	11
6:	1	7	11
7:	6	8	16
8:	7	9	13
9:	8	10	17

Vytvor

Vytvor všetko

☒ c_A:14 ☒ c_C:14

☐ c_B:12 ☐ c_D:12

☐ m_A:7 ☐ m_C:7

☐ m_B:9 ☐ m_d:9

Výber involučného očíslovania

Obr. 21: Konštrukcia 2.

5.6 Vkladanie involučného dipólu

1. vloženie grafu G1
2. vloženie 2-faktorov ku grafy G1
3. zvolenie 2-faktora pre G1
4. zvolenie involučného očíslovania grafu G1
5. zvolenie červenej alebo modrej hrany v G1
6. vloženie grafu G2
7. vloženie 2-faktorov ku grafu G2
8. zvolenie 2-faktora pre G2
9. zvolenie involučného očíslovania grafu G2
10. stlačenie **Vytvor všetko**

5.7 Vkladanie permutačných dipólov

1. vloženie grafu G1
2. vloženie 2-faktorov ku grafy G1
3. zvolenie 2-faktora pre G1
4. zvolenie involučného očíslovania grafu G1
5. zvolenie dvoch červených alebo dvoch modrých hrán
6. vloženie grafu G2
7. vloženie 2-faktorov ku grafu G2
8. zvolenie 2-faktora pre G2
9. zvolenie priečky v G2
10. stlačenie **Vytvor všetko**

5.8 Kvocient

1. vloženie grafu G1
2. vloženie 2-faktorov ku grafy G1
3. zvolenie 2-faktora pre G1
4. zvolenie involučného očíslovania grafu G1
5. stlačenie **Vytvor**

Pri kvociante sa vytvorí súbor, v ktorom je zapísaný kvocient. Pri kvocientoch do 50 vrcholov sa vytvorí aj ich grafická reprezentácia, ktorá sa uloží do súborov typu .png a .svg.

5.9 Permutačné 2-faktory

1. vloženie grafu G1
2. stlačenie **Vytvor**

Pri hľadaní permutačných 2-faktorov stačí nahráť graf. Výsledkom tejto operácie je súbor s permutačnými 2-faktormi pre daný graf. Používateľ môže ešte zakliknúť možnosť iba involučné, čím sa do súboru uložia iba involučné 2-faktory.