

Rapport de Calcul de Structure

Votre Nom

11 décembre 2025

Table des matières

1 Chapitre 1	2
1.1 Introduction	2
2 Chapitre 2	3
2.1 Développement	3
3 Modélisation d'une poutre trouée en élastoplasticité	4
3.1 Introduction	4
3.2 Étude Théorique et Analytique	4
3.2.1 Description du problème	4
3.2.2 Calcul des propriétés de section	5
3.2.3 Contraintes et Plasticité	5
3.2.4 Calcul du Moment Plastique (M_p)	5
3.2.5 Estimation du Facteur de Concentration de Contraintes (K_t)	6
3.3 Modélisation Numérique (Abaqus)	6
3.3.1 Hypothèses de modélisation	6
3.3.2 Maillage	7
3.4 Résultats et Analyse	7
3.4.1 Distribution des Contraintes de Von Mises	7
3.4.2 Analyse des Déplacements	8
3.5 Comparaison et Validation Simplifiée (RDM7)	9
3.6 Conclusion	9

Chapitre 1

Chapitre 1

1.1 Introduction

Ceci est le premier chapitre (vide pour l'instant).

Chapitre 2

Étude statique d'un treillis plan

2.1 Introduction

Les structures en treillis sont largement utilisées en génie civil et mécanique pour leur excellent rapport rigidité/poids. L'objectif de ce chapitre est d'analyser un treillis plan à 7 barres soumis à une charge ponctuelle. Nous comparerons les résultats obtenus par trois approches :

1. Une résolution analytique manuelle (Méthode des nœuds).
2. Une simulation numérique par éléments finis sous Abaqus.
3. Une vérification rapide via le logiciel RDM7.

2.2 Description du problème

2.2.1 Géométrie et Matériaux

Le treillis étudié est une structure symétrique composée de 7 barres articulées.

- **Géométrie** : Forme en "V" inversé (voir Figure ??).
- **Section** : Barres circulaires pleines de diamètre $d = 5$ mm.
- **Matériaux** : Acier élastique isotrope ($E = 210$ GPa, $\nu = 0.3$).
- **Chargement** : Force verticale $F = 10\,000$ N appliquée au nœud central supérieur.
- **Conditions aux limites** : Appuis simples (rotules) aux extrémités inférieures.

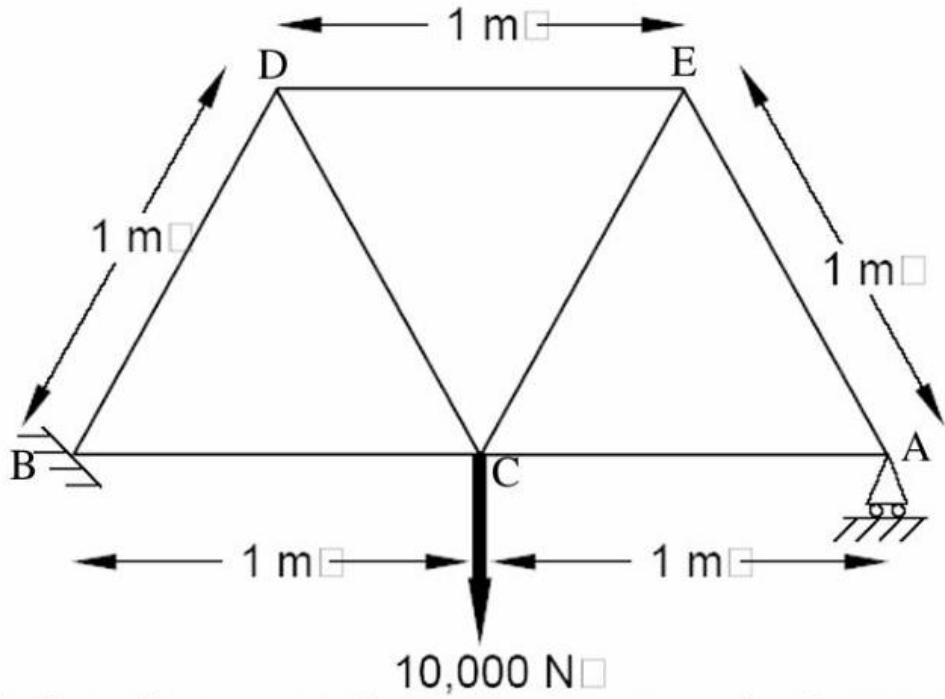


FIGURE 2.1 – Schéma du treillis étudié.

2.2.2 Propriétés de la section

L'aire de la section transversale S de chaque barre est :

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (5 \times 10^{-3})^2}{4} \approx 1,963 \times 10^{-5} \text{ m}^2 = 19,63 \text{ mm}^2$$

2.3 Résolution Analytique

En raison de la symétrie de la structure et du chargement, les réactions aux appuis sont identiques :

$$R_A = R_B = \frac{F}{2} = \frac{10\,000}{2} = 5\,000 \text{ N}$$

2.3.1 Calcul des efforts normaux

En isolant le nœud central (C) et en projetant les forces selon l'axe vertical, on peut déterminer l'effort dans les barres inclinées (N_{CD} et N_{CE}). L'angle avec l'horizontale est de 60° .

$$\begin{aligned} 2 \cdot N_{CD} \cdot \sin(60^\circ) &= F \\ N_{CD} &= \frac{10\,000}{2 \cdot \sin(60^\circ)} \approx 5\,773,5 \text{ N} \end{aligned}$$

Ces barres sont en **traction**.

Pour les barres horizontales inférieures (N_{BC} et N_{CA}), l'équilibre horizontal donne :

$$N_{CA} = N_{CD} \cdot \cos(60^\circ) = 5\,773,5 \times 0,5 \approx 2\,886,7 \text{ N}$$

Ces barres travaillent en **compression**.

2.3.2 Contraintes théoriques

La contrainte normale maximale se trouve dans les barres les plus chargées (5773,5 N) :

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{S} = \frac{5773,5}{19,63} \approx 294,1 \text{ MPa}$$

2.4 Modélisation Numérique (Abaqus)

2.4.1 Mise en données

Le modèle a été construit en suivant les étapes clés de la méthode des éléments finis :

- **Part** : Création d'une géométrie filaire (Wire) 2D Planar.
- **Property** : Définition d'une section de type *Truss* (Treillis), assignée à toutes les barres.
- **Load/BC** : Blocage des déplacements U_1, U_2 aux appuis et application de la force nodale concentrée de -10kN suivant Y.

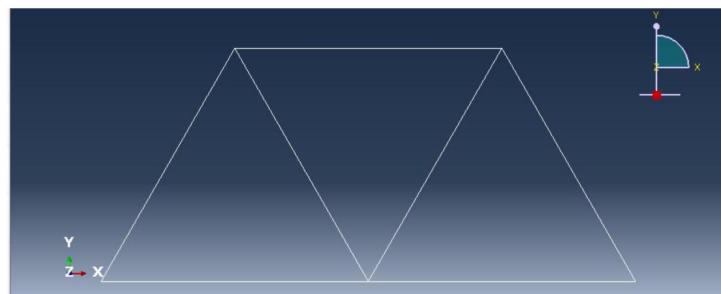


FIGURE 2.2 – Modèle géométrique dans Abaqus.

2.4.2 Maillage

Le maillage utilise des éléments de type **T2D2** (Truss, 2-node, 2D), spécifiques aux barres ne travaillant qu'en traction-compression (pas de flexion).

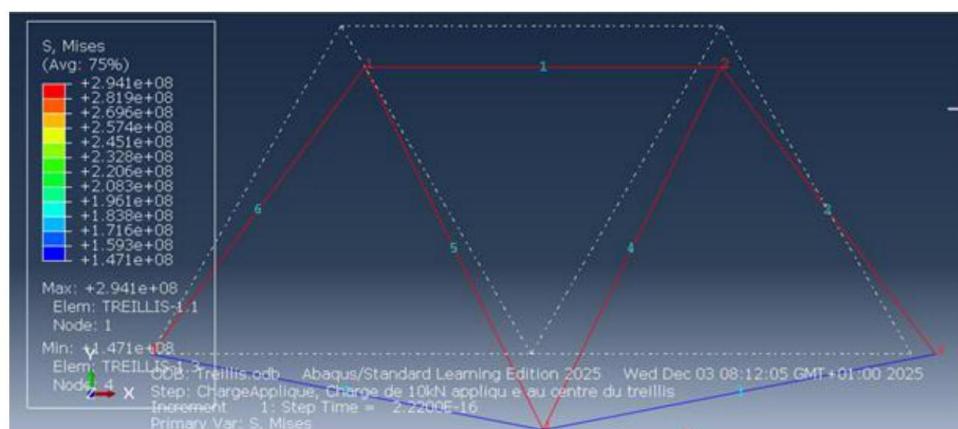


FIGURE 2.3 – Structure maillée.

2.4.3 Résultats de simulation

Contraintes (S11)

La carte de contraintes axiales (S11) montre une parfaite symétrie.

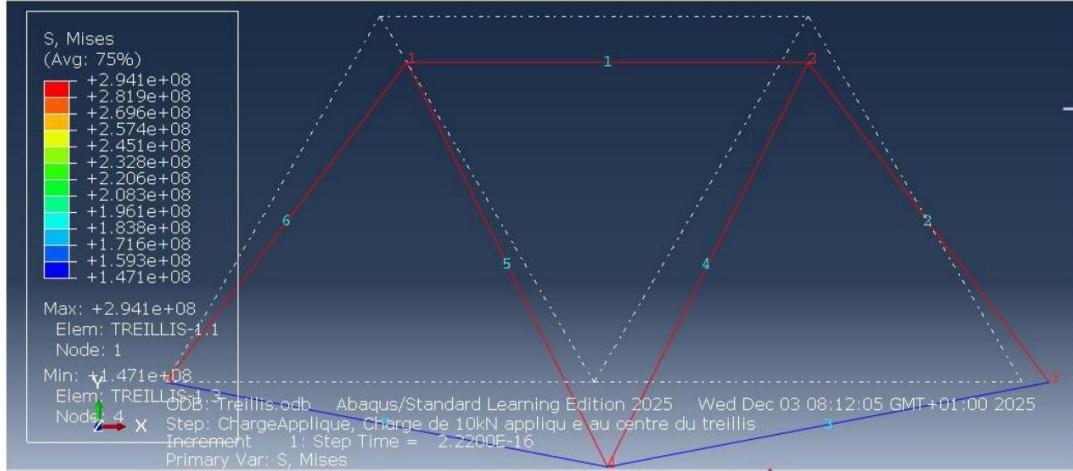


FIGURE 2.4 – Distribution des contraintes normales (S11).

La valeur maximale relevée par Abaqus est de **294,1 MPa**, ce qui correspond exactement à notre calcul théorique.

Déplacements

La flèche maximale (déplacement vertical U2) se situe au point d'application de la charge.

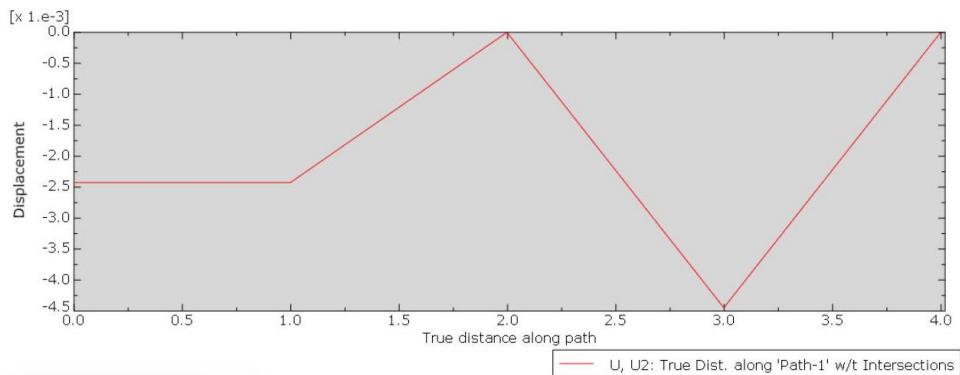


FIGURE 2.5 – Déformée et valeurs du déplacement vertical U2.

2.5 Comparaison avec RDM7

Une modélisation rapide sous RDM7 (Module Ossatures) a permis de corroborer les résultats. Les diagrammes d'effort normal confirment la distribution des forces.

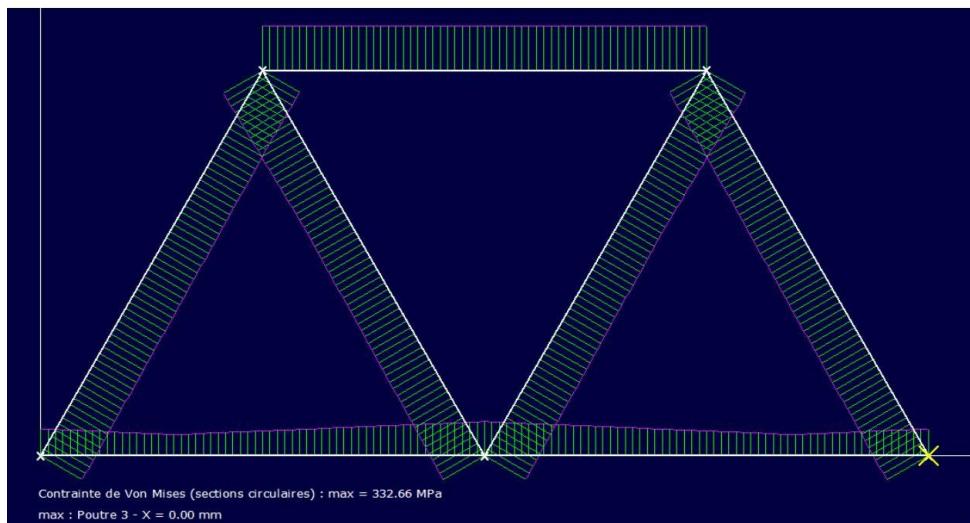


FIGURE 2.6 – Diagramme de l'effort normal sous RDM7.

2.6 Conclusion

L'étude de ce treillis a montré une excellente concordance entre les trois méthodes :

- **Théorie** : $\sigma_{max} \approx 294$ MPa.
- **Abaqus** : $\sigma_{max} = 294,1$ MPa.
- **RDM7** : Résultats similaires.

Cela valide notre modèle numérique par éléments finis et confirme que l'élément *Truss* est parfaitement adapté pour ce type de structure articulée.

Chapitre 3

Modélisation d'une poutre trouée en élastoplasticité

3.1 Introduction

La compréhension de la distribution des contraintes dans les structures mécaniques est essentielle pour garantir leur intégrité. Les discontinuités géométriques, telles que les trous, sont des sources majeures de concentration de contraintes qui peuvent mener à une plastification locale, voire à la rupture, bien avant que la contrainte nominale n'atteigne la limite élastique du matériau.

Dans ce chapitre, nous étudions le comportement d'une poutre rectangulaire percée d'un trou circulaire, soumise à une sollicitation de flexion. L'objectif est de modéliser cette structure en 2D en utilisant un comportement élasto-plastique, afin de prédire la zone de plastification et d'analyser les déplacements.

3.2 Étude Théorique et Analytique

3.2.1 Description du problème

On considère une poutre de section rectangulaire avec les dimensions suivantes :

- Longueur : $L = 610$ mm
- Hauteur : $h = 102$ mm
- Épaisseur : $b = 25,4$ mm
- Rayon du trou : $R = 26$ mm (Diamètre $D = 52$ mm)

Le matériau est un acier homogène et isotrope avec une limite d'élasticité $\sigma_y = 210$ MPa.

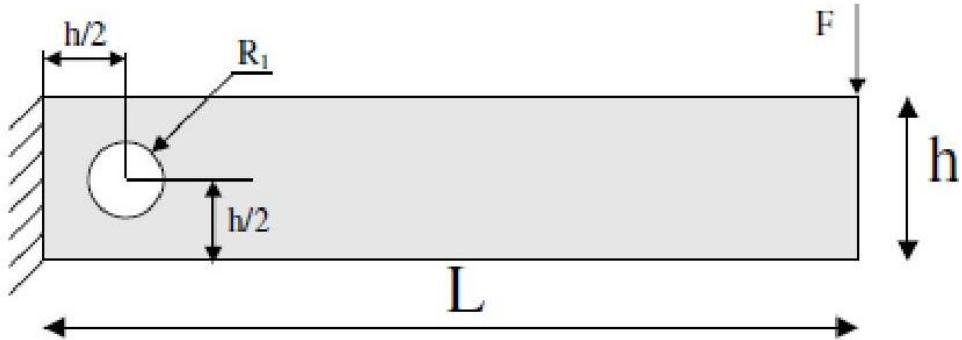


FIGURE 3.1 – Géométrie de la poutre trouée.

3.2.2 Calcul des propriétés de section

L'affaiblissement de la section dû au trou entraîne une réduction du moment d'inertie quadratique. Pour une section rectangulaire pleine (I_{brut}), le moment d'inertie par rapport à l'axe neutre est :

$$I_{brut} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{25,4 \cdot 102^3}{12} \approx 2\,247\,258 \text{ mm}^4$$

Au niveau du trou, la section transversale est réduite. Le moment d'inertie net (I_{net}) se calcule en soustrayant l'inertie de la matière enlevée (rectangle de hauteur D et largeur b) :

$$I_{net} = \frac{b(h^3 - D^3)}{12} = \frac{25,4(102^3 - 52^3)}{12} \approx 1\,948\,600 \text{ mm}^4$$

3.2.3 Contraintes et Plasticité

En théorie des poutres simple (Navier-Bernoulli), la contrainte normale est donnée par $\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$. Cependant, la présence du trou induit un effet de concentration de contraintes caractérisé par un coefficient K_t . La contrainte maximale réelle est donc :

$$\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nominales}$$

Si $\sigma_{max} > \sigma_y$, le matériau entre dans le domaine plastique. C'est ce phénomène que nous allons vérifier par simulation numérique.

3.2.4 Calcul du Moment Plastique (M_p)

Le moment plastique représente la capacité ultime de la section avant la formation d'une rotule plastique complète. Pour une section rectangulaire, il est défini par :

$$M_p = \sigma_y \cdot Z$$

Où Z est le module plastique de la section :

$$Z = \frac{b \cdot h^2}{4} = \frac{25,4 \cdot 102^2}{4} \approx 66\,065 \text{ mm}^3$$

D'où le moment limite théorique :

$$M_p = 210 \times 66\,065 \approx 13,87 \cdot 10^6 \text{ N.mm} = 13,87 \text{ kNm}$$

Ce calcul nous permet de connaître la charge limite théorique que la poutre peut supporter avant ruine totale.

3.2.5 Estimation du Facteur de Concentration de Contraintes (K_t)

Pour une plaque de largeur h percée d'un trou de diamètre D , le rapport est :

$$\frac{D}{h} = \frac{52}{102} \approx 0,51$$

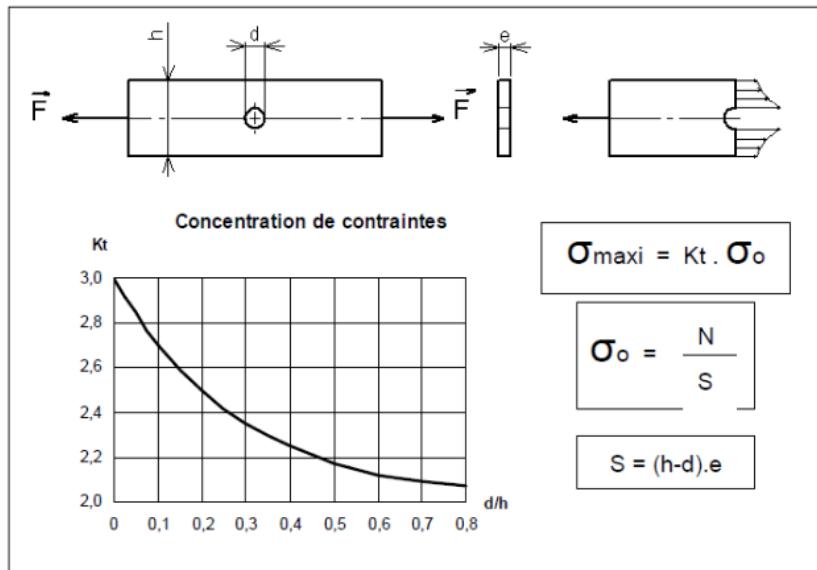


FIGURE 3.2 – Abaque de concentration de contraintes pour une plaque trouée en traction (similaire pour la flexion).

D'après l'abaque ci-dessus (Figure 3.2) pour un rapport $d/h \approx 0,5$, le coefficient de concentration de contraintes est approximativement :

$$K_t \approx 2,15$$

Cela signifie que la contrainte locale au bord du trou sera plus de deux fois supérieure à la contrainte nominale calculée loin du trou. C'est ce facteur qui explique pourquoi la plasticité apparaît prématurément.

3.3 Modélisation Numérique (Abaqus)

3.3.1 Hypothèses de modélisation

Pour cette simulation, nous utilisons les hypothèses suivantes :

- **Espace :** Modélisation 2D en Contraintes Planes (Plane Stress), car l'épaisseur (b) est faible devant les autres dimensions.
- **Comportement :** Élasto-plastique isotrope.

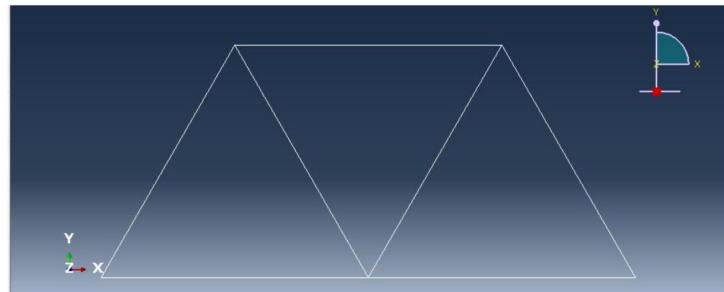


FIGURE 3.3 – Définition du comportement du matériau dans le logiciel.

3.3.2 Maillage

Le maillage est une étape critique. Une densité d'éléments plus élevée est appliquée autour du trou pour capturer précisément le gradient de contraintes.



FIGURE 3.4 – Maillage de la structure avec raffinement autour du perçage.

3.4 Résultats et Analyse

3.4.1 Distribution des Contraintes de Von Mises

L'analyse statique nous permet d'obtenir la carte des contraintes de Von Mises. On observe clairement une concentration de contraintes aux pôles du trou.

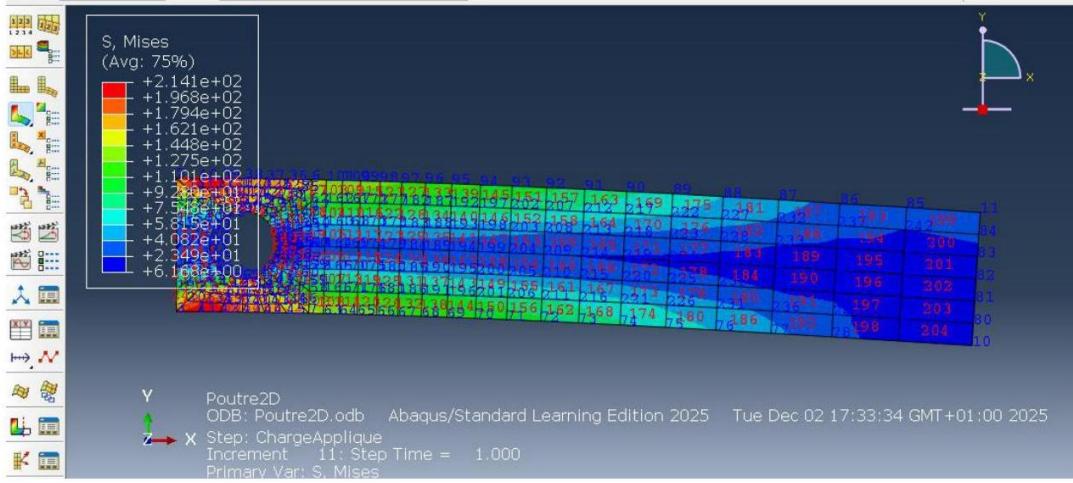


FIGURE 3.5 – Champ de contraintes de Von Mises. La zone rouge indique les contraintes maximales.

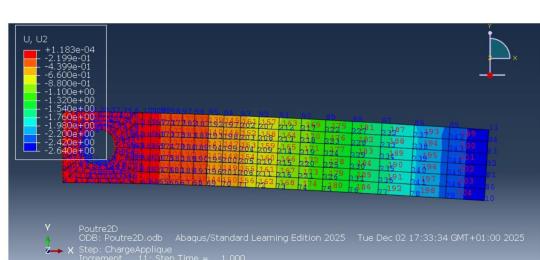
La valeur maximale relevée est d'environ **214 MPa**, ce qui dépasse légèrement la limite élastique ($\sigma_y = 210 \text{ MPa}$). Cela confirme l'apparition de micro-plastifications locales, un phénomène impossible à prédire avec un simple calcul élastique manuel.

3.4.2 Analyse des Déplacements

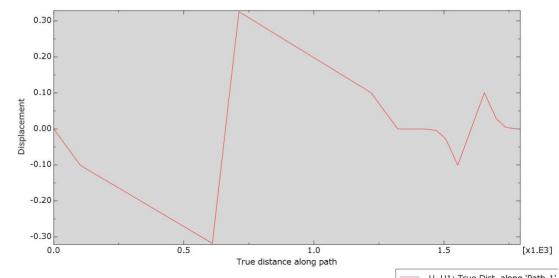
Nous avons tracé l'évolution des déplacements le long de la poutre (chemin défini sur la ligne neutre ou la fibre supérieure).

Déplacement Horizontal (U1)

Le déplacement longitudinal U1 montre une discontinuité de pente au niveau du trou, signe de la perturbation du champ de déformation.



(a) Chemin de mesure



(b) Graphe de U1

FIGURE 3.6 – Analyse du déplacement horizontal.

Déplacement Vertical (U2) - Flèche

Le déplacement vertical U2 atteint son maximum (en valeur absolue) près du centre. La courbe présente un "V" caractéristique dû à la perte de rigidité locale au niveau du trou.

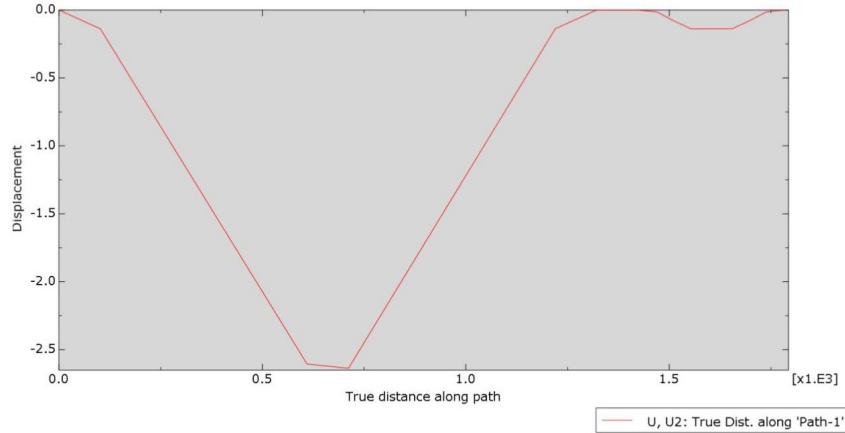


FIGURE 3.7 – Évolution du déplacement vertical (Flèche) le long de la poutre.

3.5 Comparaison et Validation Simplifiée (RDM7)

Pour valider l'ordre de grandeur de nos résultats, une simulation rapide en élasticité linéaire a été réalisée sur RDM7. Bien que ce modèle ne prenne pas en compte la plasticité, il confirme la localisation des contraintes maximales.

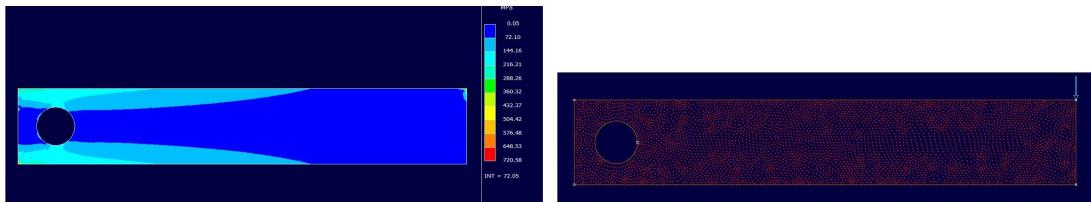


FIGURE 3.8 – Résultats comparatifs sur RDM7 (Contraintes et chargement).

3.6 Conclusion

Cette étude a permis de mettre en évidence l'importance de la modélisation numérique pour les pièces de géométrie complexe. Nous avons montré que :

1. Le trou réduit l'inertie de la section et crée une concentration de contraintes significative.
2. Le calcul théorique simple sous-estime la contrainte réelle locale.
3. La simulation Abaqus confirme le dépassement de la limite élastique (210 MPa), justifiant l'utilisation d'un modèle élasto-plastique pour dimensionner correctement la pièce.