

# RECAPITULARE SUBIECTUL I

- 1) Arătați că  $n = (\sqrt{5} - 1)^2 + 2\sqrt{5}$  este nr. natural
- 2) determinați nr. elementelor mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 24\}$
- 3) Fie  $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2010}}$ . Calculați  $[S - \frac{1}{2}]$
- 4) Arătați că  $8^{2-2\log_4 \sqrt[3]{3}} \cdot 3^{\log_{10}} \cdot 3^{\log_{10}}$  este natural
- 5) Calculați  $[\sqrt{2012}] + (2 + \sqrt{2}) \cdot \{-\sqrt{2}\}$
- 6) Arătați că  $\sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} - \sqrt{5}$  este nr. rațional
- 7) Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  o progresie aritmetică. Dacă  $a_4 - a_2 = 4$ ,  
 $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$ . Calculați  $S_{20}$ .
- 8) Afloți  $a, b \in \mathbb{R}$  știind că  $2, a, b$  sunt în p.g. și  $2, 17, a$  sunt în p.a
- 9) Afloți  $m \in \mathbb{N}^*$  dacă  $1 + 5 + 9 + \dots + m = 231$
- 10) Afloți  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (3 - m^2)x + 3$  să fie strict crescătoare.
- 11) Fie  $f: (-3; 3) \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $f(x) = \ln \frac{3-x}{3+x}$ . Arătați că  $f$  este impară
- 12) Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $f(x) = 3x - 18$ . Calculați  $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(2021)$
- 13) Fie  $x < 0$ . Arătați că  $|x| + |2-x| + |x-3| + 3x$  este constantă
- 14) Fie  $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Calculați  $(f \circ f \circ f)(5)$
- 15) Afloți  $a \in \mathbb{R}$  pentru care funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (a^2 - 3a + 2) \cdot x + 5$  este constantă
- 16) Fie  $m \in \mathbb{R}^*$ . Afloți  $m$  dacă  $m x^2 + 2(m+1)x + m-1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- 17) Fie  $x_1, x_2$  soluțiile ecuației  $x^2 - 5mx + 3 = 0, m \in \mathbb{R}$ . Afloți  $m \in \mathbb{R}$  dacă  $x_1 + x_2 + x_1 x_2 + 1 = 0$

- 18) Afloți  $m \in \mathbb{R}$  știind că d:  $x=3$  este axă de simetrie pentru  $G_f$ ,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $f(x) = 5x^2 - (m+2)x + 4$
- 19) Afloți  $m \in \mathbb{R}$  știind că parabola asociată funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = x^2 + 4x + m$  este tangență axei  $Ox$
- 20) Afloți  $m \in \mathbb{R}$  dacă  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $f(x) = x^2 - mx + 1$  are valoare minimă egală cu  $-3$
- 21) Afloți valoarea maximă a funcției  ~~$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$~~   $f: [1; 5] \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = -x^2 - 4x + 7$ .
- 22) Calculați  $\left( \frac{1}{1+2i} - \frac{1}{1-2i} \right)^2$
- 23) Fie  $a \in \mathbb{R}$ ,  $z = \frac{a+2i}{2+ai}$ . Determinați  $a$  pentru care  $z \in \mathbb{R}$ .
- 24) Afloți  $z \in \mathbb{C}$  dacă  $|z| - z = 2 - 4i$
- 25) Calculați modulul nr. complex  $z = (\sqrt{2} - 1 + i(\sqrt{2} + 1))^2$
- 26) Fie  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z^2 + z + 1 = 0$ . Calculați  $z^4 + \frac{1}{z^4}$ .
- 27) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $\sqrt{x+3} + \sqrt{2x-1} = 3$
- 28) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $3^{x+1} - 10 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$
- 29) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $\log_2^2 x + \log_2(4x) = 4$
- 30) Câte numere de 4 cifre au produsul cifrelor egal cu 0.
- 31) Câte funcții Fie  $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Determinați:  
 a) Nr. de funcții injective  
 b) Nr. de funcții cu propr. că  $f(1) = f(2)$   
 c) Nr. de funcții strict descrescătoare
- 32) Fie  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Afloți:  
 a) Nr. de submulțimi cu cel puțin 4 elemente.  
 b) Nr. de submulțimi care au cel puțin un nr. par

- 33) Arătați că  $\cos 20^\circ$  este divizibil cu  $1900!$ . (20)
- 34) Fie  $A(-1; 4)$  și  $B(2; 3)$ . Aflați simetricul lui  $B$  față de  $A$ .
- 35) Fie  $A(2; -1)$ ;  $B(-1; 1)$  și  $C(1; 3)$ . Aflați ecuația dr. care trece prin  $C$  și este paralelă cu dr.  $AB$ .
- 36) Fie  $A(-2; 2)$ ;  $B(-1; -3)$  și  $C$  astfel încât  $ABCO$  paralelogram. Aflați distanța de la  $C$  la dr.  $AB$ .
- 37) Fie  $A(1; 2)$   $B(-1; 3)$  și  $C(0; 4)$ . Determinați:  
 a)  $\angle DAB$  b) Ecuația mediei din  $B$  c) m. mediei din  $C$   
 d) ec. mediotransi segmentului  $[BC]$  e) centrul cercului circumscris  $\Delta$ .
- 38) Fie  $(2\sqrt{x} + \frac{3}{x})^n$ . Aflați termenul independent de  $x$ , știind că suma ultimilor trei coeficienți binomiali este egală cu 16.
- 39) Fie  $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$ . Aflați nr. de termeni irraționali.
- 40) Fie  $A(0; 1)$ ;  $B(2; 5)$  și  $C(6; 1)$ . Aflați coord. punctului  $D$ , știind că  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ .
- 41) Fie  $\Delta ABC$  și  $M$  astfel încât  $\overrightarrow{MC} = -3\overrightarrow{MB}$ . Arătați că  $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ .
- 42) Fie  $ABCD$  paralelogram, cu  $AB=4$  și  $AD=6$ ;  $m(\angle ABC) = 120^\circ$ . Calculați modulul vectorului  $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .
- 43) Fie  $G$  = centrul de greutate al  $\Delta ABC$  și  $M$  = mijl  $[AG]$ . Arătați că  $6\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .
- 44) Fie  $\Delta ABC$  cu prop. c.  $\angle A = 90^\circ$ . Calculați măsura  $\angle A$ , știind că  $\Delta ABC$  este arcut triunghi.
- 45) Rez. în  $(0; 2\pi)$  ecuația  $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ .
- 46) Rez. în  $(0; 2\pi)$  ecuația  $\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \sin(3x + \frac{\pi}{4})$ .
- 47) Fie  $\Delta ABC$  cu  $AB=60$ ;  $AC=80$ ;  $CB=100$ . Calculați măsura  $\angle C$ .
- 48) Calculați  $\sin 2x$  dacă  $(2\sin x + \cos x)^2 = 2 + 3\sin^2 x$ .
- 49) Ar. c.  $\cos A < \frac{1}{2}(\frac{AB}{AC} + \frac{AC}{AB})$ .
- 50) Dacă  $\lg a = \sqrt{2}$ , calc.  $\frac{2\sin a - \cos a}{\cos a + \sin a}$ .