

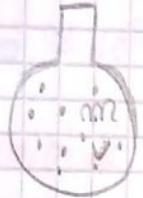
## CAPITOALE

1. Elemente de termodynamica;
2. Producerea și utilizarea curentului continuu;
3. Producerea și utilizarea curentului alternativ.

## Recapitulare

### Stătice fluidelor. Presiunea

Fluid: lichide și gaze: sunt corpuri care nu au formă proprie și pot curge



$$\text{Densitate: } \rho = \frac{m}{V}$$

$$[\rho]_{\text{s.i.}} = 1 \text{ kg/m}^3$$

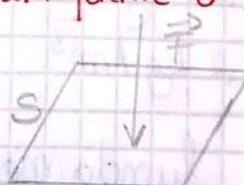
$$[V]_{\text{s.i.}} = 1 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ l}$$

$$1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

Def: Presiunea (not.  $p$ ) reprezintă raportul dintre forță care apasă perpendicular și uniform o suprafață și aria acelei surfece.

$$p = \frac{F}{S}$$



$$[p]_{\text{s.i.}} = \frac{1 \text{ N}}{\text{m}^2} = 1 \text{ Pa (Pascal)}$$

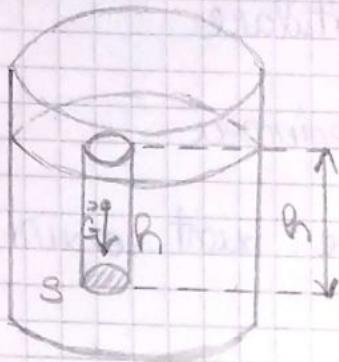
Not  $p_0 = 101325 \text{ Pa} \cong 10^5 \text{ Pa} \cong 1 \text{ atm}$  /  $p_0 \rightarrow$  presiunea atmosferică normală

$$1 \text{ ton} = 1 \text{ mm Hg} = \frac{1}{760} \text{ atm} \cong 133,3 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

## Presiunea hidrostatică

Def.: Presiunea hidrostatică este presiunea care se exercită la un anumit nivel într-un lichid în echilibru și se datorează greutății lichidului aflat deasupra aceluiași nivel.



$$p_h = \frac{G}{S} = \frac{mg}{Sg}$$

$$\text{Dim } \rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow m = \rho \cdot S \cdot h \Rightarrow p_h = \rho \cdot g \cdot h$$

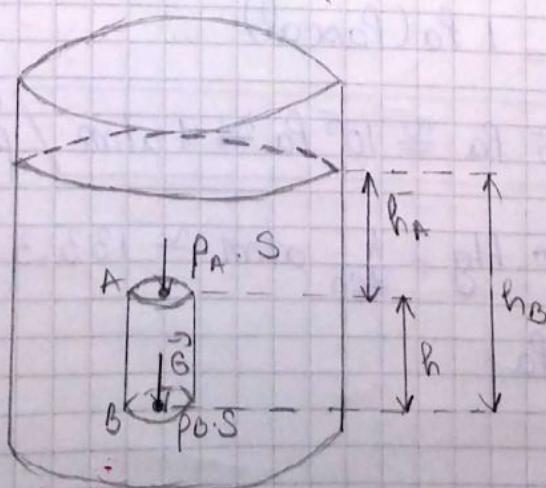
$p_h = \rho hg$  → expresia presiunii hidrostatice la adâncimea  $h$  într-un lichid cu densitatea  $\rho$ .

$$\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{aer} \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$$

Principiul fundamental al hidrostatiei:



Echilibru:

$$p_A \cdot S + G = p_B \cdot S$$

$$p_A \cdot S + m \cdot g = p_B \cdot S$$

$$m = p \cdot V = p \cdot S \cdot h$$

$$p \cdot S \cdot h \cdot g = p_B \cdot S - p_A \cdot S$$

$$\boxed{p_B - p_A = \rho g h} \rightarrow \text{ecuația principiului fundamental al hidrostaticii.}$$

Obs: A pe suprafață liberă a lichidului  $\Rightarrow$

$$p_B - p_0 = \rho g h$$

$$\boxed{p_B = p_0 + \rho g h}$$

$$p_0 \approx 10^5 \text{ Pa} : \text{presiune atmosferică}$$

Principiul lui Pascal:

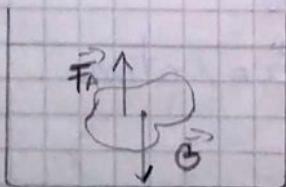
Presiunea extensoară exercitată asupra unui lichid aflat în echilibru se transmite integral și cu aceeași intensitate în întregul lichid și la penetrația vasului care îl conține.

Aplicații:

presa hidraulică, circuit hidraulic, sistemul de frânare al automobilelor

Legea lui Arhimede:

Un corp eufundat într-un fluid este impins de jos în sus cu o forță verticală egală cu greutatea volumului de fluid deslocuit de corp.



$$F_A = G_{\text{elichid deslocuit}} = m_{fd} \cdot g$$

$$\rho_f = \frac{m_{fd}}{V_d} \Rightarrow m_{fd} = \rho_f \cdot V_d$$

$$F_A = \rho_f \cdot V_d \cdot g \rightarrow \text{expresia forței atmosferei arhimede}$$

## Presiunea atmosferică

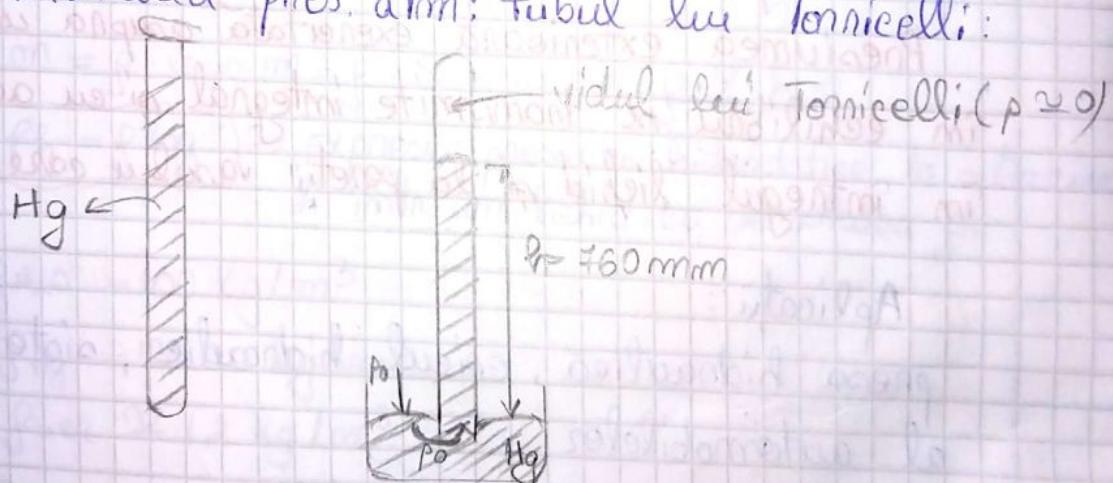
Def.: Presiunea atmosferică este presiunea la un anumit nivel în atmosferă datorată greutății aerului atmosferic aflat același cu acelui nivel.



Obs.: Presiunea atmosferică scade odată cu creșterea altitudinii.

Valoarea de referință la nivelul mării:  
 $\{p_0 \approx 10^5 \text{ Pa}\} \rightarrow$  pres. atmosferice normale.

Measurearea pres. atm: tubul lui Torricelli:



Principiul fundamental al hidrostaticei

$$p_0 - 0 = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$$

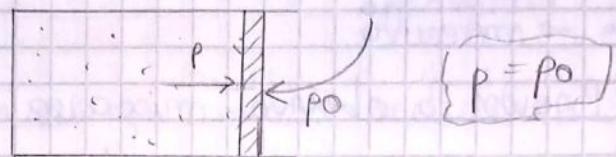
$$p_0 = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$$

$$p_0 = 13600 \cdot 9,8 \cdot 760 \cdot 10^{-3}$$

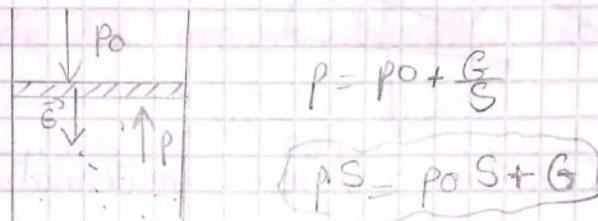
$$p_0 = 101325 \text{ Pa} \approx 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ atm.}$$

Exemplu:

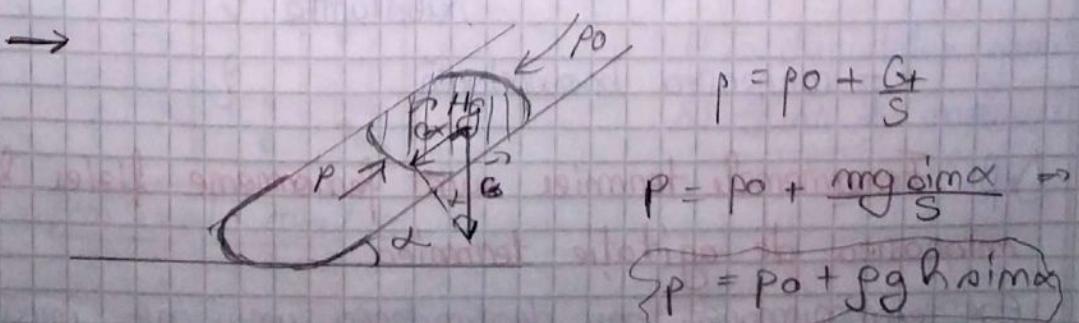
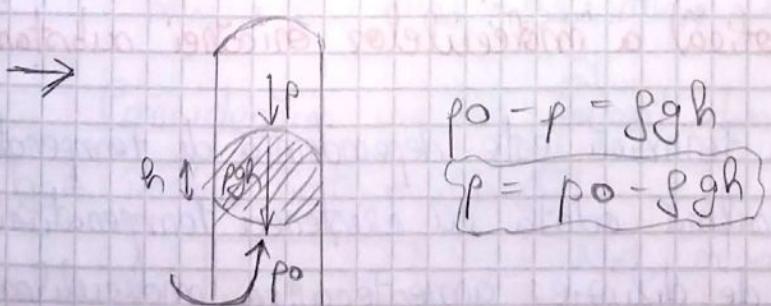
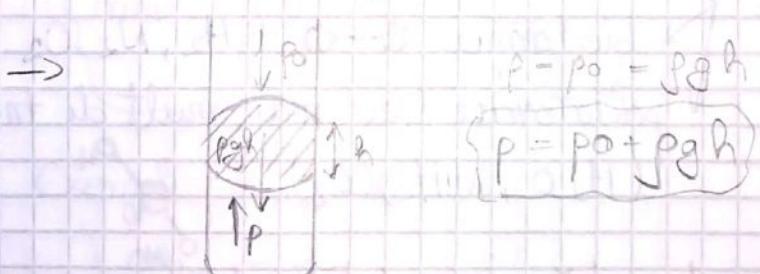
- a) Presiunea unui gaz într-un cilindru cu piston  
→ cilindru orizontal



→ cilindru vertical:



- b) Presiunea în tuburi

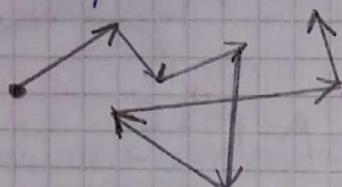


## Cap I ELEMENTE DE TERMODINAMICA

Agitația termică. Fenomene termice.

1811: Avogadro → molecule

1827: Robert Brown a observat mișcarea particulelor de polen în suspensie în apă, numită mișcare browniană.



1905: A. Einstein a deservit matematică mișcarea moleculelor în teoria cinetică-moleculară.

OBS: Orice corp este alcătuit din molecule, iar moleculele sunt formate din atomi.

MOLECULE

- ↗ monoatomice (He, H, N...)
- ↘ biatomice (H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>...)
- ↙ poliatomice (cu mai mult de trei atomi)  
(H<sub>2</sub>O, NH<sub>3</sub>, CO<sub>2</sub>)



Def: Agitația termică neprețință mișcarea complet desordonată (haotică) a moleculelor oricărui substanță.

Obo: Agitația termică este dependentă de temperatură, adică se intensifică odată cu creșterea temperaturii.

Dovizi: → fen. de difuzie: amestecarea moleculelor a două substanțe.

→ mișcarea browniană

Def: Fenomenele termice sunt fenomene fizice legate de mișcarea de agitație termică.

Ex: comprimarea sau destinderea unui gaz, încălzirea

năcineea, trecerea dintr-o stare de agnegrare în alta.

Mărimi fizice caracteristice structurii discrete a substanței

Notăm cu  $m_0$ : masa moleculară: masa unei molecule

Def: Unitatea atomică de masă ( $u$ ) reprezentată a douăzeci și cea parte din masa atomului de carbon ( $^{12}\text{C}$ )

$$\boxed{1u = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$$

Def: Masa moleculară relativă ( $m_n$ ) este numărul care arată de căte ori este mai mare masa unei molecule decât a 12-a parte din masa atomului de carbon.

$$\boxed{m_n = \frac{m_0}{1u} = \frac{m_0}{\frac{1}{12} \cdot m_{^{12}\text{C}}}}$$

Exemplu:  $m_{nH} = 1$

$$m_{nH_2} = 2$$

$$m_{nO} = 16, m_{nO_2} = 32, m_{nN} = 14, m_{nN_2} = 28, m_{nH_2O} = 18$$

Considerăm un gaz format din molecule de același tip, (gaz închis într-o încintă)

$m$	$\circ$	$\circ$
$v$	$\circ$	$\circ$
$\rho$	$\circ$	$\circ$
	$\circ$	$\circ m_0$

Not:  $m$  → masa gazului

$v$  → volumul gazului

$\rho$  → densitatea gazului

$N$  →  $m_n$  de molecule

$$\boxed{m = N \cdot m_0}$$

Def: Un mol neprecisată căntitatea de substanță a cărei masă, exprimată în g, este numărul egală cu masa moleculară relativă a acelui substanță.

Not:  $\text{D}$  ("cantitate de substanță") = nr de moli (kmol)  
„miu”

Obșt mol: unitate de măsură fundamentală

$\text{D}$  mărimie fizică fundamentală

Ex: 1 mol H . . . . 1 g H

1 mol  $\text{H}_2$  . . . . 2 g H

1 mol  $\text{N}_2$  . . . . 28 g N

1 mol  $\text{H}_2\text{O}$  . . . . 18 g  $\text{H}_2\text{O}$

Def: Numărul lui Avogadro ( $N_A$ ) neprecisată numărul de molecule dintr-un kmol de substanță (este același care ar fi substanță)

$$\boxed{N_A = \frac{N}{D}} \quad [D]_{\text{SI}} = 1 \text{ mol} \quad 1 \text{ mol} = 10^{-3} \text{ kmol}$$

$$1 \text{ kmol} = 10^3 \text{ mol}$$

$$\boxed{N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{molecule}}{\text{mol}}}$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{molecule}}{\text{mol}}$$

Def: Masa molană (not  $\mu$ ) neprecisată masa (în kg) unui kmol de substanță.

$$\boxed{\mu = \frac{m}{D}} \quad [\mu]_{\text{SI}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad (1 \frac{\text{g}}{\text{mol}})$$

$$\mu_H = 1 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\mu_O = 16 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\mu_{\text{H}_2} = 2 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\mu_{\text{O}_2} = 32 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\mu_{\text{N}_2} = 28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

$$\mu_{N_2} = \frac{28 \text{ kg}}{\text{kmol}} \quad \text{masa} \approx 28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

Def: Volumul molar (notă  $V_\mu$ ) reprezintă volumul ( $\text{m}^3$ ) unui kmol de substanță.

$$\left\{ V_\mu = \frac{V}{D} \right\} \quad [V_\mu]_{\text{SI}} = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \quad (1 \frac{\text{l}}{\text{mol}})$$

$$1 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} = \frac{10^3 \text{l}}{10^3 \text{mol}} = 1 \frac{\text{l}}{\text{mol}}$$

Obs: Pentru gaze aflate în condiții normale de temperatură și presiune, adică  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  și  $p_0 = 1 \text{ atm}$ , volumul molar este:

$$\left\{ V_{\mu_0} = 22,4 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \right\} \quad (\text{același pt toate gazele})$$

Def: Numărul volumic (concentrație moleculară, notă  $n$ ) reprezintă nr de molecule din unitatea de volum.

$$\left\{ n = \frac{N}{V} \right\} \quad [n]_{\text{SI}} = \frac{\text{molecule}}{\text{m}^3} = \text{m}^{-3}$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N/D}{V/D} = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{V_\mu}$$

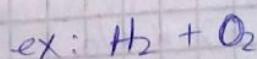
$$\text{In condiții normale: } n_0 = \frac{N_A}{V_{\mu_0}} = \frac{6,02 \cdot 10^{26} \frac{\text{molecule}}{\text{kmol}}}{22,4 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}} = \\ = 0,268 \cdot 10^{26} \text{ m}^{-3}$$

$$\left\{ n_0 \approx 2,7 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} \right\}$$

nr lui Loschmidt

Amenstecuri de gaze: masa molară medie a amestecului

2 gaze:  $\begin{cases} N_1; \mu_1; m_1; D_1 \\ N_2; \mu_2; m_2; D_2 \end{cases}$



Not  $\bar{\mu}$ : masa molară medie:  $\bar{\mu} = \frac{m}{D} = \frac{m_1 + m_2}{D_1 + D_2}$

$$\text{Dim: } \mu_1 = \frac{m_1}{V_1} \Rightarrow m_1 = V_1 \cdot \mu_1$$

$$\mu_2 = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow m_2 = V_2 \cdot \mu_2$$

$$\left. \begin{aligned} & \mu = \frac{V_1 \mu_1 + V_2 \mu_2}{V_1 + V_2} \\ & \mu = \frac{\frac{N_1}{N_A} \cdot \mu_1 + \frac{N_2}{N_A} \cdot \mu_2}{\frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2}$$

$$\text{Dim } N_A = \frac{N_1}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{N_1}{N_A}$$

$$N_A = \frac{N_2}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_A}$$

$$\left. \begin{aligned} & \mu = \frac{\frac{N_1}{N_A} \cdot \mu_1 + \frac{N_2}{N_A} \cdot \mu_2}{\frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A}} \\ & \mu = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2}$$

$\rightarrow \mu = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2}{N_1 + N_2}$  medie ponderată, ponderile fiind  
mări de molecule ( $N_1$  și  $N_2$ )

## ~~DISSOCIAȚIA MOLECULELOR~~

### Dissociația moleculelor

Dissocierea = desfacerea ligăturii biatomice în atomi



Notatie:

$N_0$ : nr initial de molecule

$N_d$ : nr de molecule care dissociată  $\Rightarrow$

$N_a$ : nr de atomi obținuți prin dissociere  $N_a = 2N_d$

$N_{nd}$ : nr de molecule normale mediasociate

$$N_{nd} = N_0 - N_d$$

Def: Gradul de dissociere (not  $\alpha$ ):  $\alpha = \frac{N_d}{N_0}$  (%)

$\Rightarrow$  AMESTEC de molecule:  $N_{nd} = N_0 - \alpha N_0 = (1 - \alpha)N_0$   
atomi:  $N_a = 2N_d = 2\alpha N_0$

$N_t$  total de particule din amestec:

$$N_{tot} = N_{nd} + N_a = (1 - \alpha)N_0 + 2\alpha N_0$$

$$N_{tot} = (1 - \alpha + 2\alpha)N_0 \Rightarrow N_{tot} = (1 + \alpha)N_0$$

TEMA: 1-5.

## NOȚIUNI TERMOADINAMICE DE BAZĂ

Fenomene termice: Metode de studiu

- Termodinamica
- Teoria cinetico-moleculară

### 1. Sistem termodinamic. Clasificări

- Def: Corp macroscopic: corp format dintr-un număr foarte mare, dar finit de molecule sau atomi.
- Def: Sistem termodinamic: unelte corp macroscopic sau ansamblu bine precizat de compunenti macroscopice.
- Def: Sistem termodinamic deschis: schimbă energie și substantă cu mediul exterior.
- Def: Sistem termodinamic închis: schimbă energie cu mediul exterior, dar nu schimbă substantă.
- Def: Sistem izolat (o idealizare) este sistemul care nu interacționează și nu schimbă substantă cu mediul exterior.

### 2. Parameterii de stare

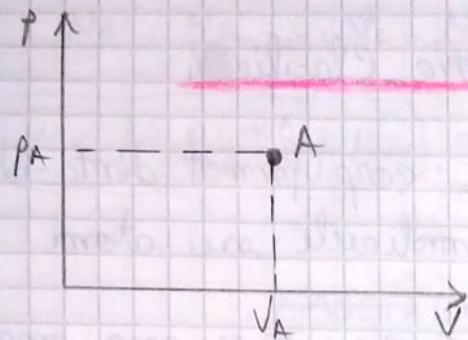
- Def: Sunt mărimi fizice care caracterizează proprietățile sistemului termodinamic.

Clasificare:

- Parameterii extensivi/aditivi ( $x = x_1 + x_2$ ):  $m, V, N$
- Parameterii intensivi ( $x_i = x_e = x$ ):  $p, T, S$

### 3. Echilibru termodinamic

\* Def: Starea de echilibru de termodinamie este starea unui sistem termodinamic în care parametrii de stare au valori care nu variază în timp.



Starea de echilibru se păstrează pînă - um pînă în ecuații  $p$ - $v$ , numite ecuații de echilibru

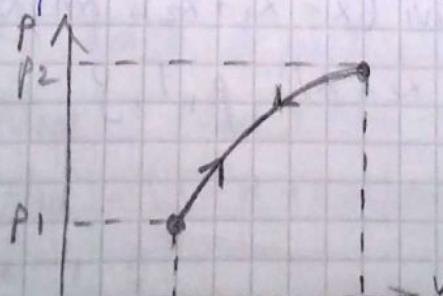
### 4. Procese sau transformări termodinamice

\* Def: Proces termodinamic (transformare de stare): trecerea unui sistem termodinamic dintr-o stare de echilibru în alta

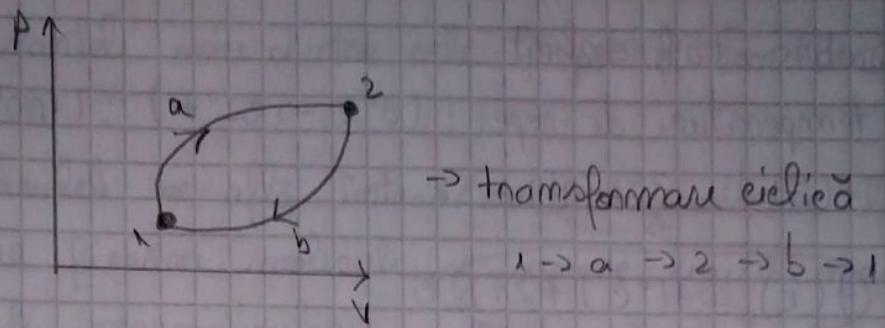
\* Def: Transformare evasivată: transformarea în care parametrii de stare variază în timp atât de lent încât în orice moment sist. să poată fi considerat în echilibru termodinamic.

\* Def: Transformare neversibilă: transformarea care poate avea loc în ambele sensuri, și nu poate fi inversată prin același rău intermediare de echilibru termodinamic.

\* Def: Transformare ciclică: transformarea în care starea finală a sistemului coincide cu starea initială.



→ transformare neversibilă



→ transformare ciclică

$1 \rightarrow a \rightarrow 2 \rightarrow b \rightarrow 1$

## 5. Interacțiunea sistemelor termodinamice cu mediul exterior

Tipuri de interacțiuni:

- prim contact mecanic: schimb de lucru mecanic
- prim contact termic: schimb de căldură
- prim schimb de substanță: sisteme deschise

Obs: 1. Sistemele izolate mecanic își mențin volumul constant

2. Sistemele izolate adiabatic (termic) nu schimbă căldură cu mediul exterior.

## 6. Echilibru termic, Temperatura

Def: E statia de echilibru termic este starea a două sau mai multe sisteme aflate în contact termic între care nu are loc schimb de căldură.

### Principiul o al termodinamicii

Într-un sistem fizic izolat, format din subsisteme închise aflate în echilibru de stări intensiv numit temperatură empirică ce are aceeași valoare în toate subiectele sale.

Scări de temperatură:

- Scala Celsius (scala celsius, grade)
- temperaturi de referință:  $0^\circ\text{C}$  și  $100^\circ\text{C}$

- Scara Fahrenheit

- temperaturi de neper:  $(0^\circ\text{C} \rightarrow 32^\circ\text{F})$ ;  $(100^\circ\text{C} \rightarrow 212^\circ\text{F})$

$$f(\text{ }^\circ\text{F}) = \frac{9}{5} + (\text{ }^\circ\text{C}) + 32$$

$$f(K) = f(\text{ }^\circ\text{C}) + 273,15$$

- Scara Kelvin

Not  $T$ : temperatura absolută

$$[T]_{\text{SI}}: 1 \text{ K (kelvin)}$$

- temperaturi de neper:  $0 \text{ K (zero Kelvin)}: -273,16^\circ\text{C}$

nu se poate atinge

-  $273,16 \text{ K}$ : temp. pct. triplu al apăi ( $0,01^\circ\text{C}$ )

$$\text{În prob: } f(K) = f(\text{ }^\circ\text{C}) + 273$$

## 7. Ecuatia termică de stare

Ecuatia termică de stare este relația de legătură între parametrii de stare ai gazului ideal, într-o stare de echilibru termodinamic.

Ecuatia termică de stare este:  $pV = \cancel{VR}T$

$R \rightarrow$  constanta universală a gazelor:  $8310 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$$\text{Dim } \mu = \frac{m}{V} \Rightarrow J = \frac{m}{\mu} \Rightarrow pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow p\mu = \frac{m}{V} RT$$

$$p\mu = fRT \rightarrow \text{ecuația termică de stare}$$

Caracteristicile modelului gaz ideal:

- Gazul este format dintr-un număr foarte mare de particule identice (molecule)
- Dimensiunile moleculelor sunt mici în comparație cu

cu distanțele dintre mijloacele și pot fi considerate puncte materiale

- Moleculele se află într-o continuă mișcare hooistică, iar mișcarea fiecărei molecule se supune legilor mecanicii elasice.
- Foțile intermoleculare se neglijăzătă, moleculele se mișcă liber, traiectoriile lor fiind neelastice.
- Cioenările dintre molecule și penetrii vasului în care se află gazul sunt perfect elastice.

### TEORIA CINETICO-MOLECULARĂ

Presumea unui gaz arupna penetrației vasului în care se află se datorează ciocnirilor moleculelor cu penetrii vasului.

$$P = \frac{2}{3} m \frac{m_0 \bar{V^2}}{2}$$

formula f.d.t a T.C.M

$$m = \frac{N}{V} ; m_0 : \text{masa unei molecule}$$

$$\bar{V^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N} : \text{medie pătrată a vitezelor}$$

$$\bar{\sum_{th}} = \frac{m_0 \bar{V^2}}{2} : \text{energie cinetică medie a mișcării de translație}$$

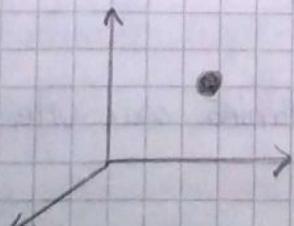
$$P = \frac{2}{3} m \bar{\sum_{th}}$$

$$P \rightarrow dP \text{ cu } m = \frac{N}{V}$$

$$P \rightarrow dP \text{ cu } \bar{\sum_{th}}$$

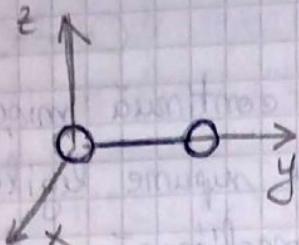
Teorema echivalenței energiei pe grade de libertate (grau de libertate)

Molec. monoatomică



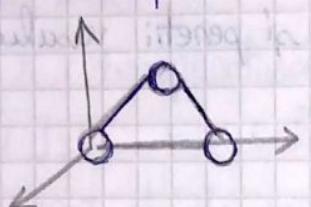
$$i = 3$$

Moleculară biatomică



$i=5 \rightarrow$  3: translatie  
2: rotatie

Moleculară poliatomică



$i=6 \rightarrow$  3: translatie  
3: rotatie

1 grad de libertate are energie  $\frac{1}{2} kT$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} : \text{constanta lui Boltzmann}$$

Pentru orice fel de molecule:

$$\sum_{th} = 3 \cdot \frac{1}{2} kT$$

$$P = \frac{2}{3} \cdot m \cdot \sum_{th} \Rightarrow P = \frac{2}{3} \cdot m \cdot \frac{3}{2} kT \Rightarrow [P = \rho kT] \rightarrow$$

ecuația termică de stare

$$P = \frac{N}{V} kT \Rightarrow [PV = NkT] \rightarrow \text{ecuația termică de stare}$$

$$N_A = \frac{N}{V} \Rightarrow N = V N_A$$

$$P V = V N_A k T$$

$$P \boxed{R = N_A \cdot k}$$

$$R = 8310 \frac{\text{J}}{\text{Kmol} \cdot \text{L}}$$

$$\boxed{P V = V R T}$$

ecuația termică de stare

Viteză termică ( $V_T$ )

$$P = \frac{2}{3} m \frac{m_0 \bar{v}^2}{2}$$

$$P = \frac{1}{3} m m_0 \bar{v}^2$$

$$\boxed{V_T = \sqrt{\bar{v}^2}} \rightarrow \text{viteză termică sau viteză pătratică medie}$$

$$V_T^2 = \frac{3p}{m_0 \cdot n} = \frac{3p}{\frac{N}{V} m_0} = \frac{3pV}{m} = \frac{3pVRT}{m}$$

$$V_T^2 = \frac{3mRT}{\mu m} \Rightarrow V_T^2 = \frac{3RT}{\mu} \Rightarrow V_T = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

Energia internă a gazului ideal

$U = \sum \text{energie cinetică ale moleculelor}$

$$U = \frac{m_0 v_1^2}{2} + \frac{m_0 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_0 v_n^2}{2}$$

$$U = N \cdot \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = N \cdot \frac{1}{2} kT$$

$$U = \frac{i}{2} N kT \Rightarrow U = \frac{i}{2} N A \cdot kT \Rightarrow \boxed{U = \frac{i}{2} VRT}$$

ecuația caloricea de stare a gazului ideal

$$[U]_{\text{J}} = J \text{ (Joule)}$$

$U \rightarrow$  este mărime de stare

$U \rightarrow$  este mărime aditivă

$U \rightarrow$  depinde numai de  $V$  și de  $T$

### TRANSFORMĂRI PARTICULARE ALE GAZULUI IDEAL

$$\text{Dim } pV = VRT, \text{ pentru } V = \text{const} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{pV}{T} = \text{const}$$

$$\boxed{\frac{pV}{T} = \text{const}} \rightarrow \text{ecuația transformării generale (oarecare)}$$

Obs: Transformarea generală = transformare în care cantitatea de substanță rămâne constantă

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

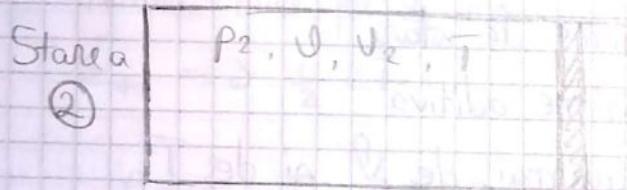
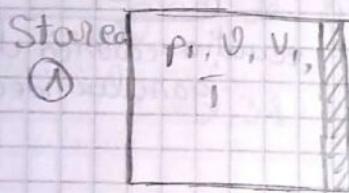
## A Transformarea izotermă

Def: Transformarea izotermă este transformarea în care cantitatea de substanță și temperatura absolută rămân constante ( $\text{J} = \text{const}$ ;  $T = \text{const}$ )

$$p \cdot V = \text{const} \Leftrightarrow p = \frac{\text{const}}{V} \rightarrow \text{ecuația transformării izotermă}$$

### LEGEA TRANSFORMĂRII IZOTERME (Boyle - Mariotte)

Enunț: Într-o transformare izotermă presiunea gazului variază invers proporțional cu volumul.

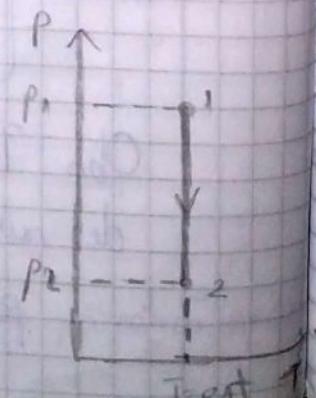
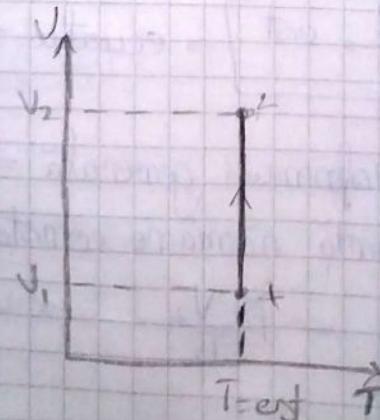
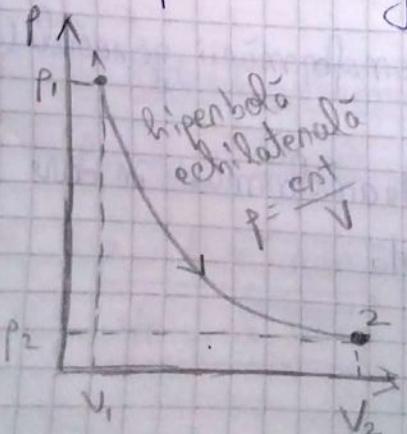


$$\text{Ec: } p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$1 \rightarrow 2$ : descompunere izotermă (volumul crește  $\uparrow$ , presiunea scade  $\downarrow$ , temperatura este const., densitatea scade)

$2 \rightarrow 1$ : compresiune izotermă ( $V_1 \downarrow$ ,  $p \uparrow$ ,  $T = \text{const}$ ,  $\rho \uparrow$ )

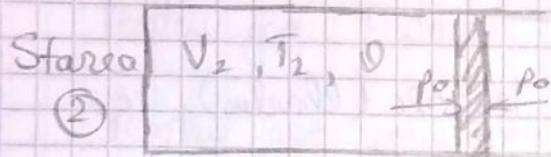
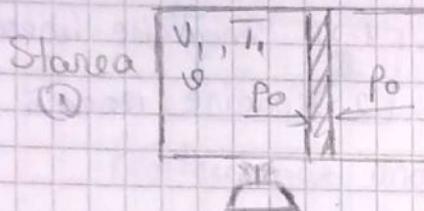
Reprezentări grafice



## IB Transformarea izobară

Def: Transformarea izobară este transformarea în care cantitatea de substanță și presiunea rămân constante ( $V_{\text{est}}, p_{\text{est}}$ )

$$\text{Dim } \frac{p \cdot V}{T} = \text{const} \Rightarrow \boxed{\frac{V}{T} = \text{const}} \Rightarrow \boxed{V = \text{const} \cdot T} \rightarrow \text{ecuația transformării izobare}$$



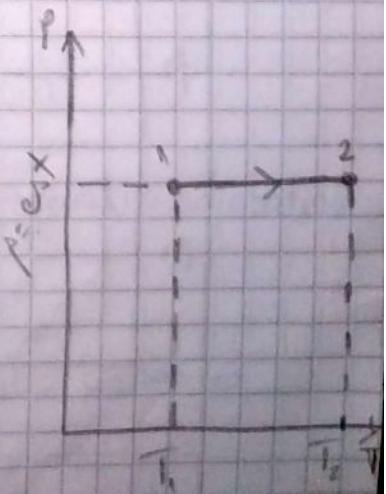
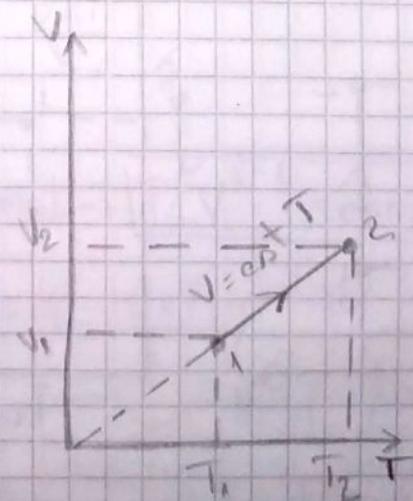
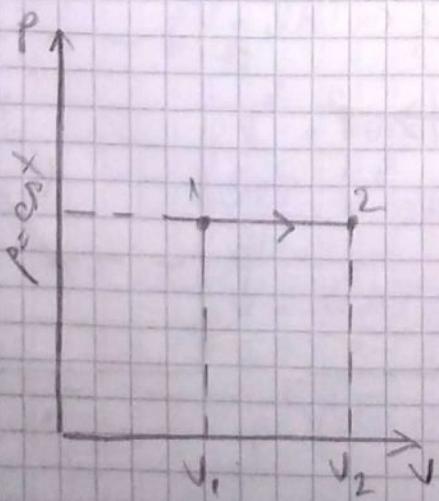
$1 \rightarrow 2$ : Încălzire / dilatare / des întindere izobară:  $T_1, V_1, p_{\text{est}}, p_0 \downarrow$

$2 \rightarrow 1$ : năștere / contractare / comprimare izobară:  $T_2, V_2, p_{\text{est}}, p_0 \uparrow$

LEGEA TRANSFORMĂRII IZOBARE (Gay-Lussac):

Emunt: Într-o transformare izobară volumul gazului variază direct proporțional cu temperatura absolută.

Reprezentări grafice

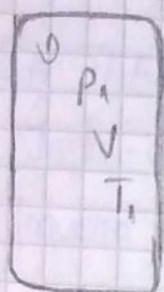


### Ic) Transformarea izocoră

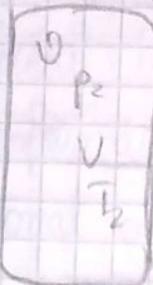
Def: Este transformarea în care masa gazului și volumul rămân constante ( $\delta = \text{const}$ ;  $V = \text{const}$ ;  $p = \text{const}$ ) (conținutul de substanță)

$$\text{Dim } \frac{PV}{T} = \text{const} \Rightarrow \boxed{\frac{P}{T} = \text{const}} \rightarrow \boxed{P = \text{const} \cdot T} \rightarrow \text{ecuația transform. izocore}$$

Starea 1



Starea 2



1 → 2: Încălzire izocoră

2 → 1: Răcire izocoră

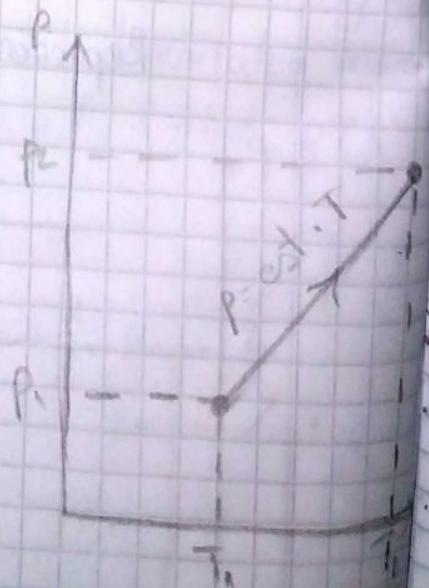
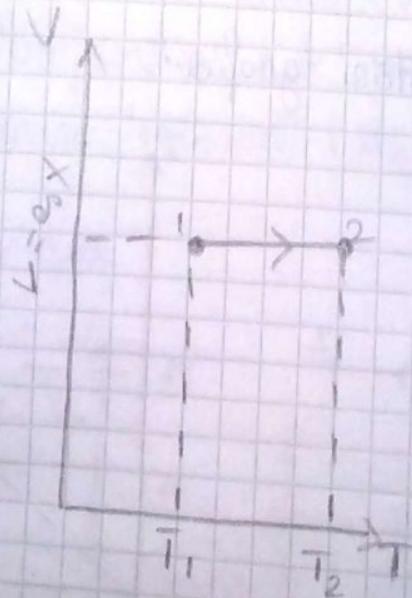
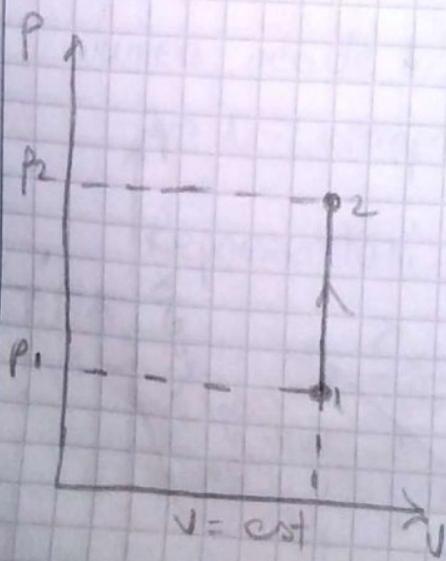
### LEGEA TRANSFORMĂRII izocore (Charles)

Într-o transformare izocoră prenumele gazului variază direct proporțional cu temperatura absolută

1 → 2:  $P \uparrow$ ,  $T \uparrow$ ,  $V = \text{const}$ ,  $\rho = \text{const}$

2 → 1:  $P \downarrow$ ,  $T \downarrow$ ,  $V = \text{const}$ ,  $\rho = \text{const}$

Reprezentări grafice



## □ Transformarea adiabatică

Def: Transformarea adiabatică este transformarea în care gazul nu schimbă căldura cu mediul exterior ( $Q = 0$ )

Ecuatia transformării adiabatice (Poisson)

$$\boxed{p \cdot V^{\gamma} = \text{const}} : \gamma : \text{exponent adiabatic}$$

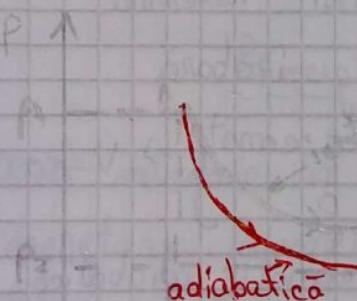
$$\boxed{\gamma = \frac{i+2}{i}}$$

$$\text{Pentru gaz monoatomic} : \gamma = \frac{3+2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Pentru gaz biatomic} : \gamma = \frac{5+2}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\text{Pentru gaz poliatomic} \gamma = \frac{6+2}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$p = \frac{\text{const}}{V^{\gamma}}$$



$$pV = \cancel{RT} \Rightarrow p = \frac{\cancel{RT}}{V}$$

$$pV^{\gamma} = \text{const}$$

$$\frac{\cancel{RT}}{V} \cdot V^{\gamma} = \text{const} \Rightarrow \boxed{T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}} \rightarrow \text{ecuatie adiabatica}$$

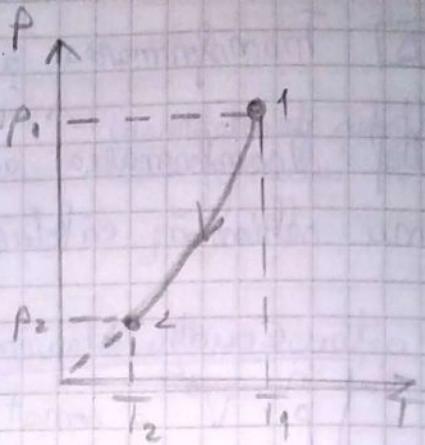
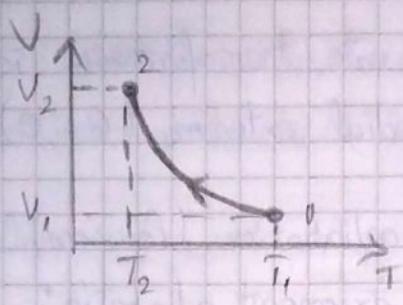
$$pV = \cancel{RT} \Rightarrow V = \frac{\cancel{RT}}{p}$$

$$p \cdot V^{\gamma} = \text{const}$$

$$\left. \Rightarrow \frac{p \cdot (\cancel{RT})^{\gamma}}{p^{\gamma}} \cdot T^{-\gamma} = \text{const} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p^{1-\gamma} \cdot T^{-\gamma} = \text{const} \left| \frac{1}{\gamma} \right. \Rightarrow \boxed{T \cdot p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}} \rightarrow \text{ecuatie adiabatica}$$

Reprezentări grafice



$1 \rightarrow 2$ : desfășurare adiabatică :  $V \uparrow, p \downarrow, T \downarrow; g \downarrow$

$2 \rightarrow 1$ : comprimare adiabatică :  $V \downarrow, p \uparrow, T \uparrow, g \uparrow$

### E Transformarea politropă

$$\text{Ecuația : } [pV^m = \text{const}] \quad m \rightarrow \text{indice politicopie}$$

Cazuri :

1) Pentru  $m = 1 \Rightarrow pV = \text{const}$  : izotermă

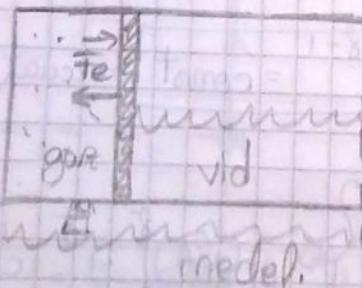
2) Pentru  $m = 0 \Rightarrow p = \text{const}$  : izobară

3) Pentru  $m \rightarrow \infty \Rightarrow p^{\frac{1}{m}} V^1 = \text{const} \Rightarrow \frac{1}{\infty} = 0 \Rightarrow V = \text{const}$  : izocionă

4) Pentru  $m = \gamma \Rightarrow pV^{\gamma} = \text{const}$  : adiabatică

5) Transformarea  $\boxed{p = aV}$ ,  $a = \text{cst}$ ,  $a > 0$

Practie



$$\text{Dim } p = aV \text{ și } pV = \cancel{RT} \Rightarrow$$

$$aV^2 = \cancel{RT} \Rightarrow V^2 = \frac{\cancel{R}}{a} T \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\cancel{R}}{a}} \cdot \sqrt{T} = \boxed{V = b \cdot \sqrt{T}}$$

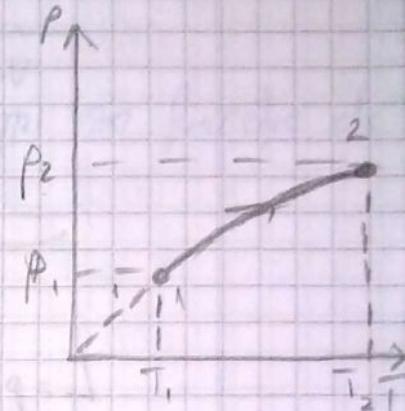
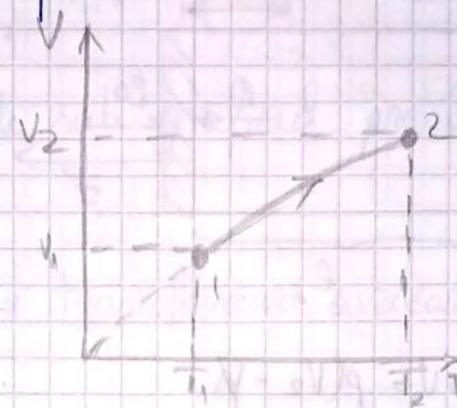
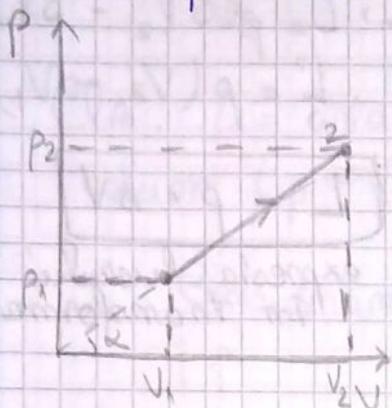
$b = \text{cst}, b > 0$

Dim  $p = \alpha V \Rightarrow V = \frac{p}{\alpha}$  și  $pV = \alpha RT \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{p^2}{\alpha} = \alpha RT \Rightarrow p^2 = \alpha^2 R T \Rightarrow p = \sqrt{\alpha R} \cdot \sqrt{T} \Rightarrow \boxed{p = c \cdot \sqrt{T}}$$

$c \rightarrow \text{const}, c > 0$

Reprezentări grafice:



$$\tan \alpha = \frac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} = \frac{p_2}{V_2} = \frac{p}{V} = \alpha$$

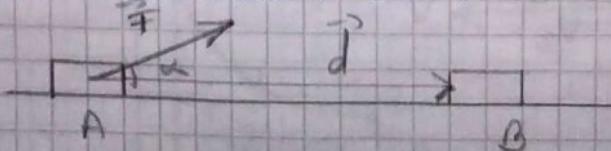
$1 \rightarrow 2$  : desfășurare / încălzire:  $p \uparrow, V \uparrow, T \uparrow, p \propto$

$2 \rightarrow 1$  : comprimare / răcire:  $p \propto, V \downarrow, T \downarrow, p \uparrow$

### Principiul I al termodinamicii

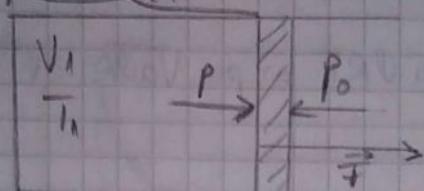
- ① Lucrul mecanic în termodinamică - mărime de proces. Interpretarea geometrică a lucrului mecanic.
- ② Căldura - mărime de proces. Coeficienti calorici.
- ③ Energie internă - mărime de stare. Enunțul principiului I al termodinamicii. Ecuația principiului I al termodinamicii
- ④ Aplicarea principiului I al termodinamicii în transformări particolare ale gazului ideal.

⑤ Mecanică:  $L = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos \alpha$



$$[L]_{S.I.} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ J} \text{ (joule)}$$

Considerăm o destindere izobară



$$L = F \cdot d$$

$$\text{Dacă } p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S$$

$$L = p \cdot S \cdot d = p \cdot S (l_2 - l_1)$$

$$\Rightarrow L = p (S l_2 - S l_1)$$

$$L = p (V_2 - V_1)$$

$$\boxed{L = p \cdot \Delta V}$$

expresia lucrului mecanic  
în transformarea izobară

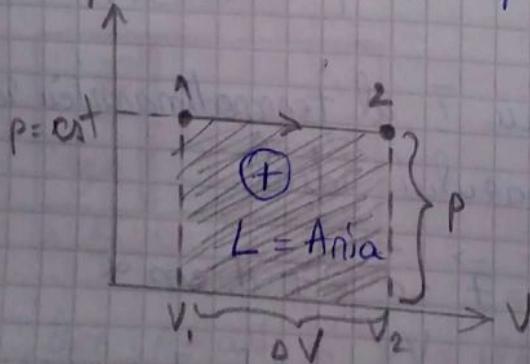
$$L = p \Delta V = p (V_2 - V_1)$$

$$\begin{cases} L = p V_2 - p V_1 \Rightarrow L = \cancel{\partial} R \bar{T}_2 - \cancel{\partial} R \bar{T}_1 = \cancel{\partial} R (\bar{T}_2 - \bar{T}_1) \\ \boxed{L = \cancel{\partial} R \Delta T} \end{cases} \rightarrow L \text{ în transformarea izobară}$$

Obs:  $\begin{cases} L > 0 \text{ dacă } V_2 > V_1 \text{ (destindere)} \\ L < 0 \text{ dacă } V_2 < V_1 \text{ (comprișare)} \end{cases}$

$\begin{cases} L > 0 \text{ „l mecanic efectuat de gaz asupra mediului extențion” (f. mecanic cedat)} \\ L < 0 \text{ „l mecanic efectuat de mediul extențion asupra gazului” („l mecanic primit”)} \end{cases}$

Destindere izobară  $p - V$

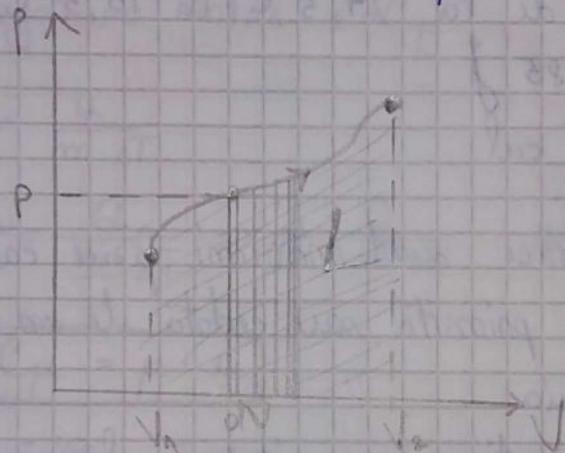


### Comprimare izobară $p$ - $V$



Caz:  $L = \text{aria de sub graficul presiunii în funcție de volum } (p - V)$

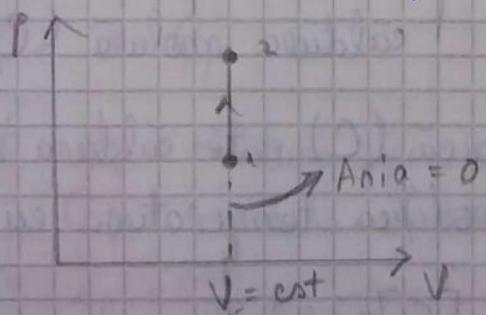
Considerăm o transformare care



$$L = \sum p \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$$

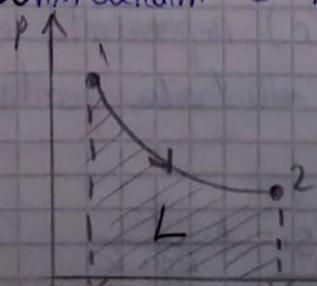
→ variație infinitesimală

Considerăm o transformare izocoră



$$L = 0 \text{ în tn. izocoră}$$

Considerăm o transformare izotermă



$$L = \partial R T \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$L = \partial R T (\ln V_2 - \ln V_1)$$

Dacă  $V_2 > V_1 \Rightarrow L > 0$  ("eedit")  
Dacă  $V_2 < V_1 \Rightarrow L < 0$  ("primit")

Obs: Lucrul mecanic este mărimire fizică de proces, depinde de transformare

② Căldura este o formă a schimbului de energie între compunii asociată de regulă cu variația temperaturii.

$$Not \quad [Q]_{SI} = 1 \text{ J} \quad (\text{Joule})$$

În practică: caloria: 1 cal<sub>15</sub>

Def: O cal de 15 neprecizată căldura primită de un gram de apă pură pentru a-și modifica temperatură cu un grad Celsius, de la 14,5°C la 15,5°C

$$1 \text{ cal}_{15} = 4,185 \text{ J}$$

$$1 \text{ G cal} = 10^3 \text{ cal}$$

Coefficienți calorici sunt mărimi fizice care fac legătura între căldura primită sau cedată de un corp și variația temperaturii acestuia.

Sunt 3 coeficienți:

- capacitatea calorică (C)
- căldura specifică (c)
- căldura molară (C<sub>M</sub>)

Def: Capacitatea calorică (C) este căldura necesară unui corp pentru a-și modifica temperatură cu un grad.

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

$$[C]_{SI} = 1 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Obs: C este specifică fiecărui corp

Def: Căldura specifică (c) reprezintă căldura necesară unității de masă dimino-o substanță pentru a-și modifica temperatură cu un grad.

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

$$[c]_{SI} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\text{Ex: } C_{H_2O} = 4185 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Def: Căldura molară ( $C_\mu$ ) este căldura necesară unui mol de substanță pt a-zi modifică temperatură cu un grad.

$$C_\mu = \frac{Q}{\cancel{m} \cdot \Delta T}$$

$$[C_\mu]_s = 1 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} ; [C_\mu] = \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$$

când  $R = 8310 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$

Legătura între  $\epsilon$ - $C_\mu$ :

$$\epsilon = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

$$C_\mu = \frac{Q}{\cancel{m} \cdot \Delta T} \Rightarrow \mu \cdot \frac{Q}{\cancel{m} \cdot \Delta T} = \mu \cdot \epsilon$$

$$C_\mu = \mu \cdot \epsilon$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = C \cdot \Delta T \\ Q = m \cdot \epsilon \cdot \Delta T \\ Q = V \cdot C_\mu \cdot \Delta T \end{array} \right.$$

Not  $C_V$ : căldura specifică la volum constant (în izocor)

$C_V$ : căldura molară la volum constant (în izocor)

$C_p$ : căldura specifică la presiune constantă (în izobar)

$C_p$ : căldură molară la presiune constantă (în izobar)

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} R$$

$$; \frac{3}{6}$$

Obs: În izotermă  $C_T = \frac{Q}{V \cdot \Delta T} \quad \left. \begin{array}{l} \Delta T = 0 \\ \Rightarrow C_T \rightarrow \infty \end{array} \right\}$

$$\text{În adiabatică: } C_{ad} = \frac{Q}{\dot{V} \cdot \Delta T} \Rightarrow C_{ad} = 0$$

Obo: Căldura este mărimire fizică de proces, depinde de tipul transformării.

③ Def: Energia internă a gazului ideal reprezentă suma energiilor cinetice a tuturor moleculelor gazului.

Not  $U$ : energie internă

$$[U]_{SI} = 1 J (\text{Joule})$$

$$U = \sum_{i=1}^N E_i$$

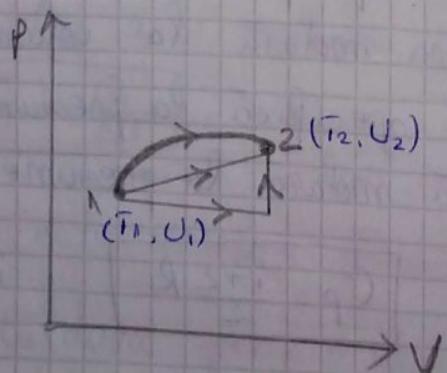
$$U = \frac{i}{2} \sigma R T \rightarrow \text{expresia energiei interne (c.e. calorică de stare)}$$

$$\text{Dim } C_V = \frac{i}{2} R$$

$$U = \sigma C_V T$$

Principiul I al termodinamicii

ENUNȚ: În orice transformare variația  $\Delta U$  a energiei interne depinde numai de stările initială și finală și nu depinde de stările intermedii care trec sistemul termodinamic.



$$\Delta U = U_{\text{final}} - U_{\text{initial}}$$

în orice transformare

$$\Delta U = \sigma C_V T_2 - \sigma C_V T_1$$

$$\boxed{\Delta U = \sigma C_V \cdot \Delta T} \rightarrow \text{în orice transformare}$$

Ecuția principiului I al termodinamicii

$$\boxed{Q = \Delta U + L}$$

Căldura este egală cu suma dintre variația energiei interne și lucrul mecanic

Dacă sistemul este izolat adiabatic ( $Q=0$ ) și izolat mecanic ( $L=0$ )  $\Rightarrow$

$$0 = \Delta U + 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow U_{\text{finală}} = U_{\text{initială}} \Rightarrow$$

$$U = \text{constant} \Rightarrow \partial C_V \cdot T = \text{const}$$

④ Aplicarea pr  $\bar{T}$

A) Transformare izotermă:  $T = \text{const}$

$$\begin{cases} \Delta U = \partial C_V \cdot \Delta T \\ \Delta T = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\Delta U = 0}$$

$$\text{Pr } \bar{T} \quad Q = \Delta U + L \Rightarrow \boxed{Q = L = \partial R \bar{T} \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

$\rightarrow$  Denumirea izotermă:  $Q > 0, L > 0$

$\rightarrow$  Comprimare izotermă:  $Q < 0, L < 0$

B) Transformare izobară:  $p = \text{const}$

$$\boxed{\Delta U = \partial C_V \cdot \Delta T}$$

$$\boxed{L = p \cdot \Delta V = \partial R \cdot \Delta T}$$

$$C_p = \frac{Q}{\partial \cdot \Delta T} \Rightarrow \boxed{Q = C_p \cdot \Delta T}$$

$$\text{Pr } \bar{T} \quad Q = \Delta U + L$$

$\rightarrow$  Denumirea izobară:  $Q > 0, L > 0, \Delta U > 0$

$\rightarrow$  Comprimare izobară:  $Q < 0, L < 0, \Delta U < 0$

$$\partial C_p \cdot \Delta T - \partial C_V \cdot \Delta T + \partial R \cdot \Delta T \mid : \partial \Delta T$$

$$\boxed{C_p = C_V + R} \rightarrow \text{relația Robert-Mayer pt căldură molară}$$

$$\text{Dar } C_V = \mu \cdot c_V$$

$$C_P = \mu \cdot c_P$$

$$\mu c_P = \mu c_V + R \quad | : \mu$$

$$c_P = c_V + \frac{R}{\mu} \rightarrow \text{relația Robert - Mayer pentru căldură specifică}$$

### C Transformarea izocoră ( $V = \text{cst}$ )

$$\Delta U = \delta c_V \cdot \Delta T$$

$$L = 0$$

$$\text{Dim } C_V = \frac{Q}{\delta \Delta T}$$

$$Q = \delta c_V \Delta T$$

$$\text{Pr } \Delta T \quad Q = \Delta U + L \Rightarrow Q = \Delta U$$

→ înălțare izocoră:  $Q > 0, \Delta U > 0$

→ scădere izocoră:  $Q < 0, \Delta U < 0$

### D Transformare adiabatică ( $Q = 0$ )

$$\text{Dim } Q = \Delta U + L \Rightarrow 0 = \Delta U + L$$

$$\Delta U = \delta c_V \Delta T$$

$$L = -\Delta U = -\delta c_V \Delta T$$

→ descompunere adiabatică:  $L > 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow \Delta T < 0, T \downarrow$

→ comprimare adiabatică:  $L < 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0, T \uparrow$

Def:  $\gamma = \frac{C_P}{C_V} \rightarrow \text{exponent adiabatie}$

$$\text{Pt } i = 3 : \gamma = \frac{\frac{3+2}{2} R}{\frac{3}{2} R} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Pt } i = 5 : \gamma = \frac{\frac{5+2}{2} R}{\frac{5}{2} R} = \frac{7}{5}$$

$$\text{Pt } i = 6 : \gamma = \frac{\frac{6+2}{2} R}{\frac{6}{2} R} = \frac{4}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_p = C_v + R \\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_p = \gamma \cdot C_v \end{array} \right.$$

$$C_v \cdot \gamma = C_v + R$$

$$\gamma C_v - C_v = R$$

$$(\gamma - 1) C_v = R \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

E Transformare politropă

Def: Transformarea politropă este transformarea care are căldura molară constantă

$$C_p = \text{const}$$

Indicele politropic

$$m = \frac{C_p - C_f}{C_p - C_v}$$

$$p \cdot V^m = \text{const} \rightarrow \text{ecuația transformării politrope}$$

1) izotermă:  $m = 1 \Rightarrow 1 = \frac{C_f - C_p}{C_f - C_v} \Rightarrow C_f - C_v = C_f - C_p$

$$C_f = \frac{Q}{V \cdot \Delta T} \rightarrow \infty$$

adevărată dacă  $C_f \rightarrow \infty$

2) izobară:  $m = 0 \Rightarrow 0 = \frac{C_p - C_f}{C_p - C_v}$  (adevărat)

3) izocoră:  $m \rightarrow \infty \Rightarrow \infty = \frac{C_v - C_f}{C_v - C_p}$  (adevărat)

4) adiabatică:  $Q = 0$ :  $m = \gamma$  (exponent adiabatic)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow pV^\gamma = \text{const}$$

$$m = \frac{C_p - C_f}{C_p - C_v}$$

În adiabatică:  $C_p = \frac{Q}{V \cdot \Delta T} = 0 \Rightarrow m = \gamma = \frac{0 - C_f}{0 - C_v} \Rightarrow \gamma = \frac{C_p}{C_v}$

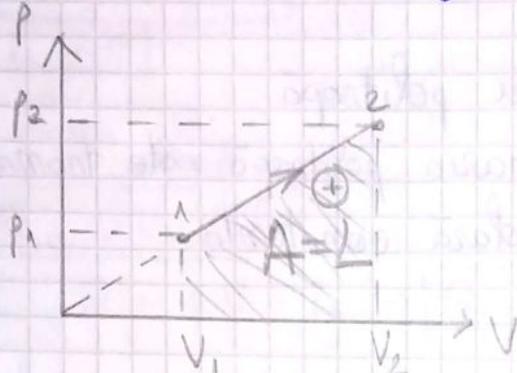
$$5) \text{ Pf } m = -1 \Rightarrow pV^{-1} = \text{const} \stackrel{\text{not}}{=} a; a > 0$$

$$p_1 = a \Rightarrow \boxed{p = a \cdot V}$$

$$\text{Im } m = \frac{C_p - C_V}{C_p - C_V} \Rightarrow -1 = \frac{C_p - C_V}{C_p - C_V} \Rightarrow -C_p + C_V = C_p - C_V$$

$$\Rightarrow C_p + C_V = 2C_p \Rightarrow \boxed{C_p = \frac{C_p + C_V}{2}}$$

$$C_p = C_V + R \Rightarrow C_p = \frac{2C_V + R}{2} \Rightarrow \boxed{C_p = C_V + \frac{R}{2}}$$



$$L = A_{\text{trapezoid}} = \frac{(b+b) \cdot h}{2}$$

$$L = \frac{(p_2 + p_1)(V_2 - V_1)}{2}$$

$$L = \frac{p_2 V_2 - p_2 V_1 + p_1 V_2 - p_1 V_1}{2}$$

$$L = \frac{p_2 V_2 - a \cdot V_2 \cdot V_1 + a V_1 \cdot V_2 - p_1 V_1}{2}$$

$$L = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{2}$$

$$L = \frac{\cancel{\partial} R \cancel{T}_2 - \cancel{\partial} R \cancel{T}_1}{2} \Rightarrow \boxed{L = \frac{\cancel{\partial} R \cancel{\Delta T}}{2}}$$

$$\boxed{\Delta U = \cancel{\partial} C_V \cancel{\Delta T}}$$

$$Q = \Delta U + L$$

$$Q = \cancel{\partial} C_V \cancel{\Delta T} + \frac{\cancel{\partial} R \cancel{\Delta T}}{2}$$

$$Q = \cancel{\partial} \left( \underbrace{C_V + \frac{R}{2}}_{C_p \text{ im } p=a \cdot V}, \cancel{\Delta T} \right) \Rightarrow \boxed{Q = \cancel{\partial} \cdot C_p \cdot \cancel{\Delta T}}$$

$$C_p \text{ im } p=a \cdot V$$

## Transformări ciclice



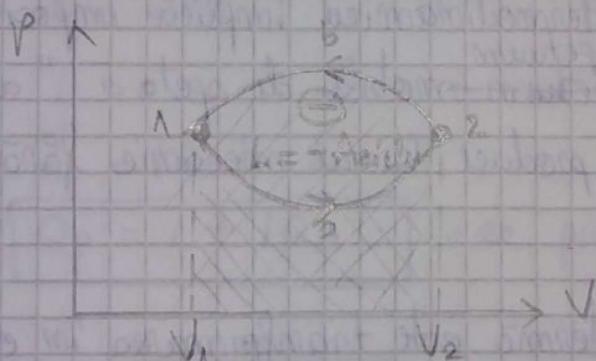
$$U_{\text{initial}} = U_i \\ U_{\text{final}} = U_f$$

$$\Delta U = 0 \text{ în transformarea ciclică}$$

$$\text{Dim } Q = \Delta U + L \Rightarrow Q = L$$

$$L = \underbrace{A_{1 \rightarrow a \rightarrow 2}}_{>0} + \underbrace{A_{2 \rightarrow b \rightarrow 1}}_{<0} = \text{Aciclu}$$

$$L = \underbrace{L_{1 \rightarrow a \rightarrow 2}}_{>0} + \underbrace{L_{2 \rightarrow b \rightarrow 1}}_{<0} = L_{\text{ciclu}}$$



Obs: ① Dacă transformarea ciclică este parcursă în sensul acelor de ceas (în P-V) atunci lucru mecanic pe un ciclu este pozitiv (ex: motoare termice):  $L > 0$

② Dacă transformarea ciclică este parcursă în sens opus acelor de ceas (în P-V) atunci lucru mecanic pe un ciclu este negativ (ex: pompe de căldură, masină frigorifică)  $L < 0$

## PLAN DE RECAPITULARE:

- Formule:  $\rho$ ,  $V_m$ ,  $N$ , nr volumic
- ② Ecuatia termica de stare, ecuatia calorica de stare
- ③ Transformari particulare: izotermia, izobara, izocora  
adiabatica,  $p = \alpha V$ : grafice, ecuatii, definitie,  $Q, \dot{Q}, \dot{W}$
- ④ Relatiile lui Robert Mayer
- ⑤ Coeficienti calorici (formule, unitati de măsură)
- ⑥ Ecuatia pn I

## Principiul al II-lea al termodinamicii Motoare termice

$$\text{In tr. ciclica} \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q = \Delta U + L \Rightarrow Q = L$$

Principiul I al termodinamicii implica imposibilitatea realizarii unui "perpetuum mobile de spuma" - adica unui mecanism care ar produce lucru mecanic fără consum de energie.

Def: Tranzitie monoterma este transformarea in care sistemul termodinamic se schimba căldura cu un singur termostat.

Def: Tranzitie bitermă este transformarea in care sistemul termodinamic se schimba căldura cu două termostate

Obs. Inactie sa constata ea nu sa poate realiza un "perpetuum mobile" de spuma a II-a adica un sistem fizic care sa transforme integral caldura primita in lucru mecanic.

## Principiul al II-lea al termodinamicii

Formularea lui Thomson: In matina nu este posibil niciun proces ciclic care sa aiba ca unic rezultat efectuarea de lucru

mecanică în urma schimbului de căldură cu un singur termozstat.

Formularea lui Clausius: Nu este posibilă trecerea de la sine a căldurii de la un corp cu o temperatură dată la unul cu o temperatură mai mare

Relația  $Q = L$  în transformări ciclice, devine  $Q_{\text{prim}} + Q_{\text{c}} = L$  (transformare bitempă)

Def.: Motorul termic este mecanismul care funcționează după o transformare ciclică în care transformă parțial căldura primă în arderea unui combustibil în lucru mecanic.

$$Q_p + Q_c = L$$

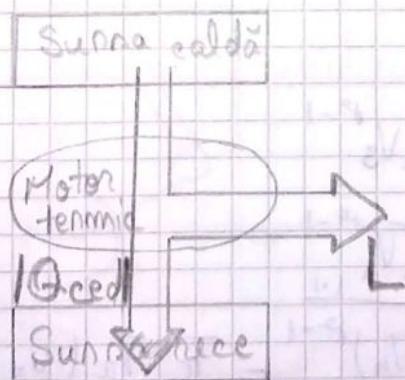
$$Q_p > 0$$

$$Q_c < 0$$

$$L > 0$$

$$Q_p - |Q_c| = L$$

$$\boxed{Q_p = L + |Q_c|} \rightarrow \text{ec pnr pt motor termic}$$



Ramだamentul motorului termic:

$$\eta = \frac{\text{E.m. utilă}}{\text{E.m. consumată}} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{L}{Q_{\text{prim}}}}$$

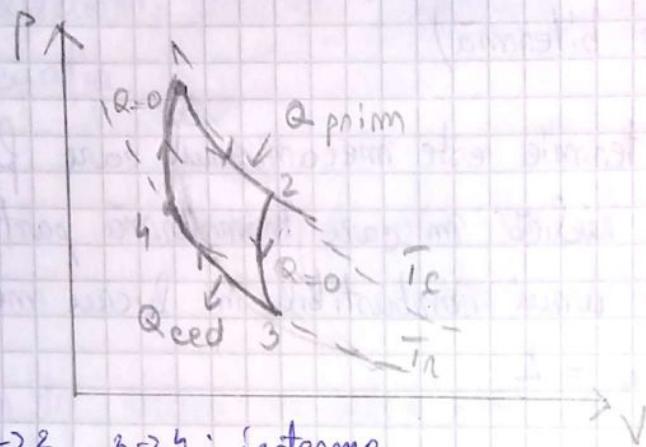
$$Q_{\text{prim}} = L + |Q_{\text{ced}}| \Rightarrow L = Q_{\text{prim}} - |Q_{\text{ced}}|$$

$$\eta = \frac{Q_{\text{prim}} - |Q_{\text{ced}}|}{Q_{\text{prim}}} \rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{|Q_{\text{ced}}|}{Q_{\text{prim}}}}$$

Obs :  $\eta < 100\%$

Ciclul Carnot:

→ este ciclu ideal, reversibil, alcătuit din două transformări adiabatice și două izotermice



$1 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 4$ : izotermice

$2 \rightarrow 3, 4 \rightarrow 1$ : adiabatice

Ramuramentele ciclului Carnot:

$$\begin{aligned} \eta_C &= 1 - \frac{|Q_{\text{ced}}|}{Q_{\text{prim}}} = 1 - \frac{|VR \bar{T}_n \cdot \ln \frac{V_2}{V_3}|}{VR \bar{T}_c \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{-VR \bar{T}_n \cdot \ln \frac{V_2}{V_3}}{VR \bar{T}_c \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}} \\ &= \frac{1 - \bar{T}_n \ln \frac{V_2}{V_3}}{\bar{T}_c \ln \frac{V_2}{V_1}} \end{aligned}$$

$$2 \rightarrow 3: \bar{T}_c V_2^{\delta-1} = \bar{T}_n V_3^{\delta-1}$$

$$4 \rightarrow 1: \bar{T}_n V_4^{\delta-1} = \bar{T}_c V_1^{\delta-1}$$

$$\bar{T}_c \cdot \bar{T}_n \cdot (V_2 \cdot V_4)^{\delta-1} = \bar{T}_c \cdot \bar{T}_n \cdot (V_3 \cdot V_1)^{\delta-1}$$

$$\Rightarrow V_2 V_4 = V_3 V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\boxed{\eta_C = 1 - \frac{\bar{T}_n}{\bar{T}_c}}$$

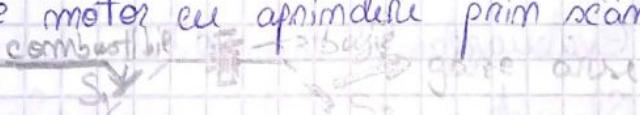
## Teoremele lui Carnot:

- 1) Răndamentul ciclului Carnot depinde numai de temperaturile celor două termostate ( $T_h$  și  $T_c$ ) și nu depinde de substanța de lucru a motorului.
- 2) Răndamentul oricărui motor real este mai mic decât răndamentul motorului Carnot care ar funcționa între aceleși temperaturi extreme.

## Motorul Otto

Caracteristici:

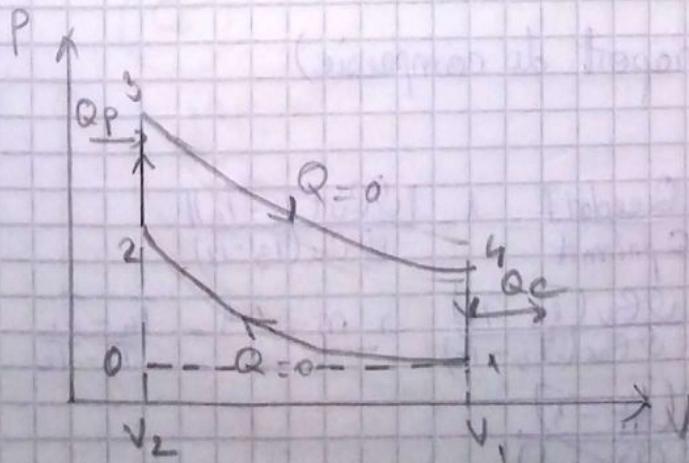
- este motor cu ardere internă, în 4 timpi
- combustibil folosit: vapori de benzina în amestec cu aer
- ciclul Otto ideal conține două adiabatice și două transferuri izocere
- este motor cu apămidire prim scânteie



P.M.S.

P.M.I.

S<sub>1</sub> - supapă de admisie  
S<sub>2</sub> - supapă de evacuare



Funcționarea motorului Otto:

Timpul I: Admisiune ( $0 \rightarrow 1$ )

$$S_1 \rightarrow d; S_2 \rightarrow r$$

Pistorul coboară și în cilindru intră combustibilul la presiune constantă

Timpul II: Compresia ( $1 \rightarrow 2$ )

$$S_1 \rightarrow r; S_2 \rightarrow r$$

Pistorul urcă și comprimă adiabatic combustibilul

Timpul III: Apninderea și deturta ( $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ ) Timp motor

$$S_1 \rightarrow \hat{r}; S_2 \rightarrow r$$

Bujia produce o scânteie, combustibilul se aprinde, presiunea crește, iar gazele rezultate imping pistonul efectuând lucru mecanic

Timpul IV: Evacuarea ( $4 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ )

$$S_1 \rightarrow r; S_2 \rightarrow d$$

Pistorul urcă și gazele arse sunt eliminate din cilindru

Calculul randamentului motorului Otto

Se cunosc:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} \quad (\text{raport de compresie})$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{\text{cedat}}|}{Q_{\text{primit}}} = 1 - \frac{|Q_{\text{cv}}(T_1 - T_4)|}{Q_{\text{cv}}(T_3 - T_2)}$$

$$\eta = 1 - \frac{\eta_{\text{cv}}(T_4 - T_1)}{\eta_{\text{cv}}(T_3 - T_2)} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}$$

$$\text{Tr } 1 \rightarrow 2 \text{ (ad)} : \underbrace{T_1 V_1^{\delta-1}}_{\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\sum^{\delta-1}}} = \underbrace{T_2 V_2^{\delta-1}}_{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\delta-1}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\delta-1}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\sum^{\delta-1}}$$

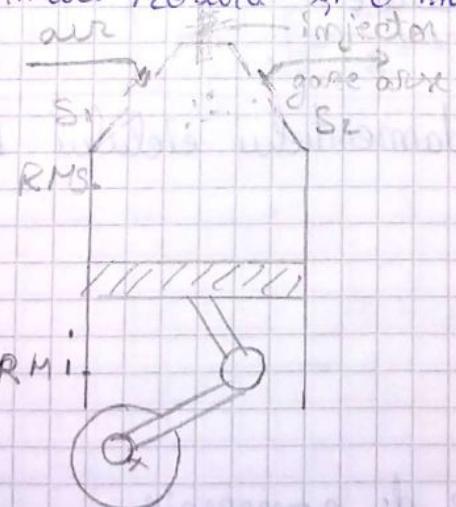
$$\text{Tr } 3 \rightarrow 4 \text{ (ad)} : \underbrace{T_4 V_4^{\delta-1}}_{\frac{T_4}{T_1} = \frac{V_4^{\delta-1}}{V_1^{\delta-1}}} = \underbrace{T_3 V_3^{\delta-1}}_{\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3^{\delta-1}}{V_2^{\delta-1}}} \Rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow$$

$$\gamma = 1 - \frac{1}{\sum^{\delta-1}} \Rightarrow \boxed{\gamma = 1 - \frac{1}{\sum^{\delta-1}}}$$

## MOTORUL DIESEL

### Caracteristici

- este motor cu ardere intermă, în 4 timpi
- combustibil folosit: motorina
- este motor cu aprindere prin injectie
- ciclul Diesel ideal conține două transformări adiabatice, o transformare izobară și o transformare izocoră

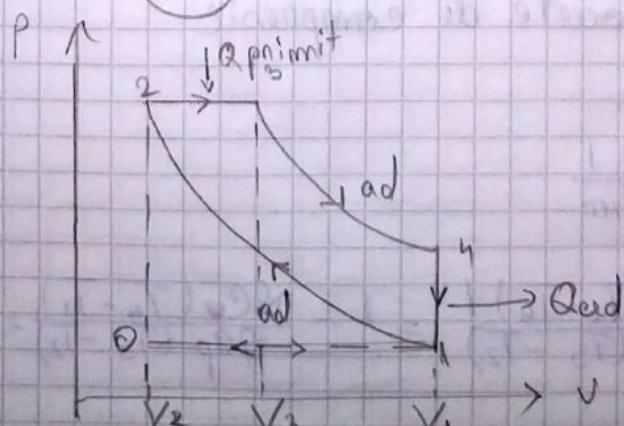


S<sub>1</sub> - rupapa de admisie

S<sub>2</sub> - rupapa de evacuare

P.M.S - punct mort superior

P.M.I - punct mort inferior



## FUNCȚIONAREA

Timp I : Administra ( $0 \rightarrow 1$ )

$S_1 \rightarrow d$ ,  $S_2 \rightarrow i$ , pistonul coboară și în cilindru în aer la presiune atmosferică

Timp II : Compresia ( $1 \rightarrow 2$ )

$S_1 \rightarrow i$ ,  $S_2 \rightarrow i$ , pistonul urcă și comprimă adiabatic aerul care ajunge la presiune de aproximativ de 35 atm. și temperatură de  $700^{\circ}\text{C}$ .

Timp III : Injectia, arderea și dilarea ( $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ )

$S_1 \rightarrow i$ ,  $S_2 \rightarrow i$ , în cilindru se pătrund zecă motorime care se autoîncină; pistonul este împins efectuând lucru mecanic

TIMP III = TIMP MOTOR

Timp IV : Evacuarea ( $4 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ )

$S_1 \rightarrow i$ ,  $S_2 \rightarrow d$ , pistonul urcă, volumul neadă și gazele arse sunt evacuate

Caleul fundamentalului ciclului Diesel

Se cunosc:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\beta = \frac{V_3}{V_2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{raport de compresie}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{\text{red}}|}{Q_{\text{prim}}}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{\text{cv}}(T_1 - T_4)|}{Q_{\text{cp}}(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{|Q_{\text{cv}}(T_4 - T_1)|}{Q_{\text{cp}}(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_1}{T_2} \left( \frac{T_4}{T_1} \right)$$

$$1 \rightarrow 2 : ad \quad : \quad \bar{T}_1 V_1^{\gamma-1} = \bar{T}_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\frac{\bar{T}_1}{\bar{T}_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{\frac{\bar{T}_1}{\bar{T}_2} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}^{\gamma-1}}}$$

$$2 \rightarrow 3 : izobara : \quad \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{\bar{T}_3}{\bar{T}_2} = \frac{V_3}{V_2} \Rightarrow \boxed{\frac{\bar{T}_3}{\bar{T}_2} = p}$$

$$3 \rightarrow 4 : adiabatica : \quad \bar{T}_3 V_3^{\gamma-1} = \bar{T}_4 V_4^{\gamma-1}$$

$$\frac{\bar{T}_4}{\bar{T}_3} = \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{p V_3}{\bar{\varepsilon} V_2} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{\bar{T}_4}{\bar{T}_3} = \left( \frac{p}{\bar{\varepsilon}} \right)^{\gamma-1} (*)$$

$$\text{Dim } \frac{\bar{T}_3}{\bar{T}_2} = p \Rightarrow \bar{T}_3 = p \bar{T}_2$$

$$\text{Dim } \frac{\bar{T}_4}{\bar{T}_3} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}^{\gamma-1}} = \bar{T}_2 = \bar{T}_1 \cdot \bar{\varepsilon}^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad \bar{T}_3 = p \bar{T}_1 \cdot \bar{\varepsilon}^{\gamma-1} \Rightarrow$$

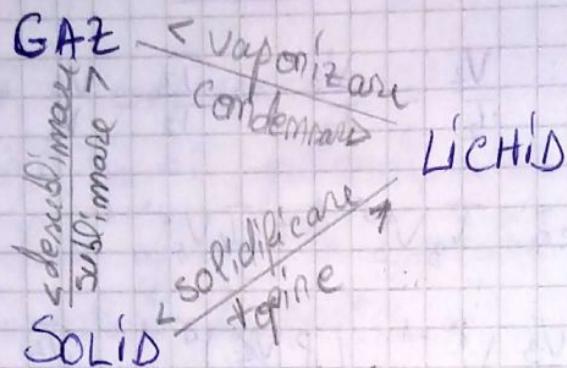
$$\Rightarrow \frac{\bar{T}_4}{p \bar{T}_1 \bar{\varepsilon}^{\gamma-1}} = \frac{\bar{\varepsilon}^{\gamma-1}}{\bar{\varepsilon}^{\gamma-1}} \Rightarrow \frac{\bar{T}_4}{\bar{T}_1} = p \cdot \bar{\varepsilon}^{\gamma-1} = \boxed{\frac{\bar{T}_4}{\bar{T}_1} = p}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\bar{\varepsilon}^\gamma} \cdot \frac{1}{\bar{\varepsilon}^{\gamma-1}} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}^{\gamma-1}}{p-1} = 1 - \frac{p-1}{\bar{\varepsilon}^\gamma \cdot \bar{\varepsilon}^{\gamma-1} \cdot (p-1)}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{p-1}{\bar{\varepsilon}^\gamma \cdot \bar{\varepsilon}^{\gamma-1} \cdot (p-1)}}$$

# TRANSFORMĂRI DE FAZĂ

## 1. Stări de agregare



Def: Transformările de fază cu ordinul 1 neprecintă trecerea substanței dintr-o fază în alta respectivă cu schimb de căldură cu mediul exterior.

Transformările de stare de agregare sunt transformările fără de ordinul 1.

Substanța primește căldură în topire, vaporizare, cristalizare și cedare în solidificare, sublimare și de-sublimare.

Def: Căldura latentală specifică (not lama = λ) este căldura necesară emisiei de masă dintr-o substanță pentru a trece dintr-o stare de agregare în alta.

$$\lambda = \frac{Q}{m} , [\lambda]_{SI} = \frac{J}{kg}$$

$$\lambda_{vap} = \lambda_{cond}$$

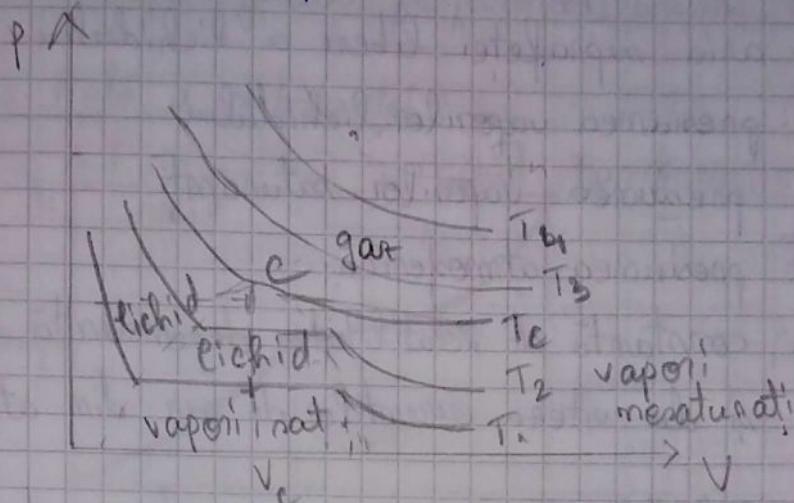
$$\lambda_{sublim} = \lambda_{de-sublim}$$

$$\lambda_{topire} = \lambda_{solid}$$

$$\lambda_{sublim} = \lambda_{topire} + \lambda_{vap}$$

## 2. Irdenmele lui Andrews. Starea critică

Irdenmele lui Andrews sunt reprezentări în  $p$ - $V$  obținute prin compresia la temperatură constantă a unui gaz real



Def: Vapori saturati = vapori aflati în echilibru dinamic cu fază lichidă din care provin (sau cu fază solidă)

Def: Echilibru dinamic = nr de molecule care trec din fază lichidă în fază de vapori este egal cu nr de molecule care trec din fază de vapori în fază lichidă în același timp.

## 3. Vaporizarea și condensare

- Vaporizare în volum limitat
  - vaporizare în vid
  - vaporizare în atmosferă gazoasă
- Vaporizare în atmosferă volum nedimitat
  - evaporare: are loc numai la suprafața lichidului
  - fierbere: are loc în toată masa lichidului

## Evaporarea: vîrteata de evaporare

$$v = k \cdot \frac{S(p_s - p_v)}{p_0}$$

S : aria suprafeței libere a lichidului

p<sub>v</sub> : presiunea vaporilor lichidului

p<sub>s</sub> : presiunea vaporilor saturanți

p<sub>0</sub> : presiunea atmosferică

k : constantă de volatilitate dependentă de natura lichidului și de vîrteata curentilor de aer din atmosferă

Ex de lichide care se evaporă repede: acetona, alcool, eter, spirit.

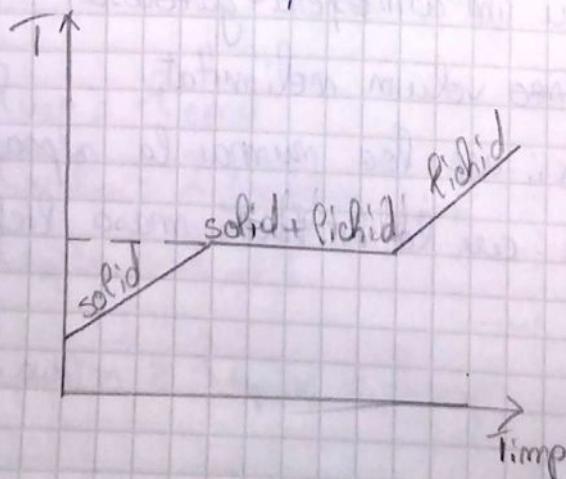
## Fierberea

Temperatura de fierbere depinde de presiune (crește odată cu creșterea presiunii)

## Condensarea

Este transformarea vapori-lichid însoțită de pierdere de căldură. Explicația nouă, formarea morilor, distilarea

## Topirea și solidificarea



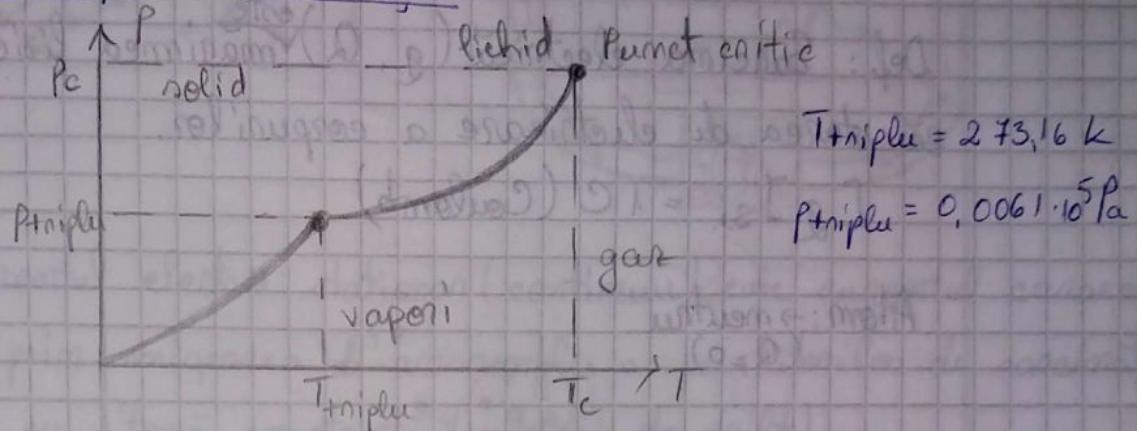
SOLIDE CRISTALINE

## Sublimarea și desublimarea

Sublimare exemplu: gheata, naftalina, iodul, sulful

Desublimare exemplu: gheata pe parbriz, bruma, chiciuna

### Starea tipă a substanței

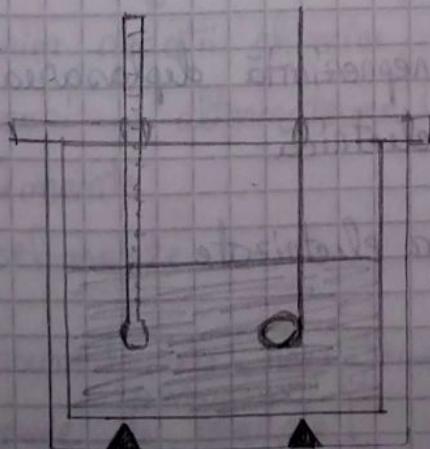


Un kelvin neprezentă  $\frac{1}{273,16}$  din temperatura stării triple a apăi, căreia îi se atribuie primă convenție temperatura termodinamică de 273,16 kelvin.

## CALORIMETRIE

Calorimetria este metodă experimentală de determinare a căldurilor, a coeficientilor calorici și a căldurilor latente specifice.

Calorimetruul permite schimbul de căldură dintre corpurile aflate în intenție și impiedică schimbul de căldură cu mediul exterior.



$$c = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow Q = c \cdot \Delta T$$

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$\lambda = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot \lambda$$

Ecuația calorimetrică:  $Q_{\text{prim}} = Q_{\text{secund}}$

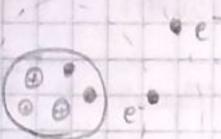
## CAP II : PRODUCEREA și UTILIZAREA CURENTULUI CONTINUU

Curentul electric. Întensitatea curentului electric. Tensiunea electrică.

Def: Sarcina electrică ( $q$ ,  $Q$ ) este ~~numărimea~~ fizică ce caracterizează starea de electricizare a corpurilor.

$$[q]_{\text{s.i.}} = 1 \text{ C} (\text{Coulomb})$$

Atom: → neutrul ( $Q=0$ )



Sarcina electrică a protonului:

$$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Sarcina electrică a electronului:

$$q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

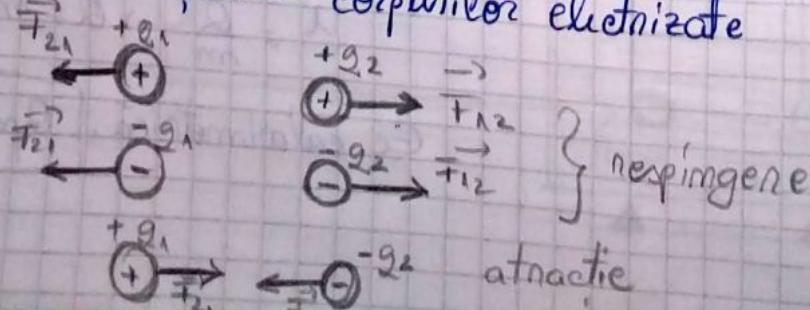
Not.  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  (sarcina electrică elementară)

$$q_p = e ; q_e = -e$$

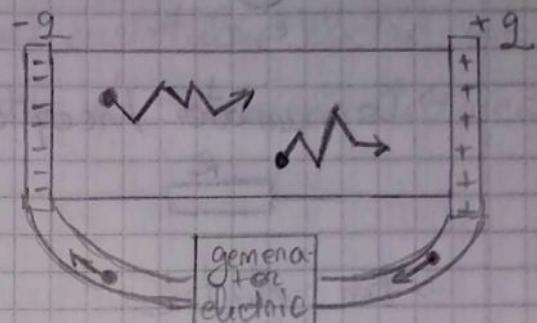
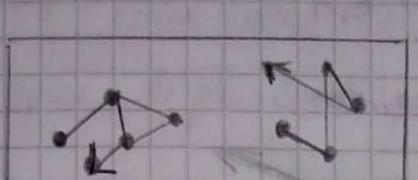
Punctatorii de sarcină electrică liberi sunt electronii în metale și ionii pozitivi și negativi în soluții.

Def: Curentul electric reprezintă deplasarea ordonată a punctatorilor de sarcină electrică.

Interacțiunea corpurilor electricizate



Metalurile sunt rețele cristaline constituite din ioni pozitivi fixați în modurile netelui printre care se deplasează disordonat, hastic electronii care formează „gazul electronic”



Def: Curentul electric statiu (continuu) este curentul caracterizat prin mișcarea de ansamblu a punctătorilor de sarcină electrică cu viteză constantă (viteză de drift)

Obs: Curentul alternativ este caracterizat de mișcări oscilatorii ale punctătorilor de sarcină electrică.

Pentru ca printr-un conductor electric să treacă curent electric este necesar ca la capetele conductorului să se mențină o tensiune electrică (diferență de potențial), furnizată de un generator electric.

Def: Generatorul electric transformă un anumit tip de energie în energie electrică

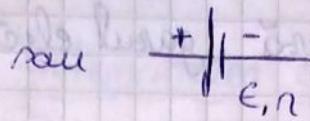
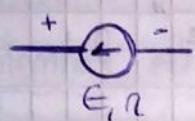
ex: • elemente galvanice și acumulatori (baterii) → energie obținută prin reacții chimice.

- dinamuri și alternatoare (energie mecanică transformată)
- fotoelemente
- termoelemente

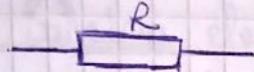
Def: Consumatorul (receptorul) transformă energia electrică în alte forme de energie

Simboluri ale unui circuit:

→ Generator de tensiune continuă



→ Consumator / receptor / rezistor:



→ Bec electric:



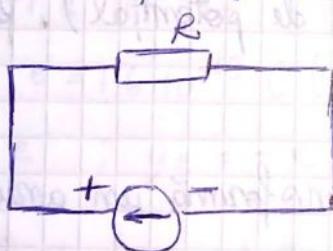
rezistor cu rezistență variabilă

→ Întrerupător [deschis]   
[înclos]

→ Ampermeter

→ Voltmetru

Def: Circuitul simplu conține un generator electric, un consumator și două firă (conducătoare) de legătură.



Def: Intensitatea curențului electric este mărimea fizică scalară și fundamentală egală cu sarcina electrică ce străbate secțiunea transversală a unui conductor în unitate de timp. (not  $I$ )

$$I = \frac{q}{\Delta t} \quad q = N \cdot e \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{\Delta t} \quad \text{Număr de electroni}$$

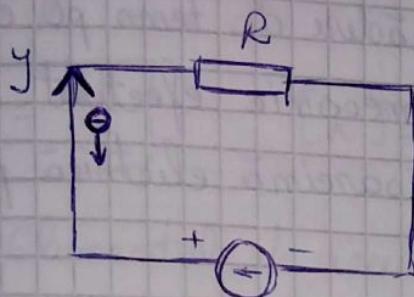
$$[I]_{\text{S.I.}} = 1 \text{ A} \quad (\text{Amper})$$

↳ unitate fundamentală

$$\text{Dim } I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = I \cdot t$$

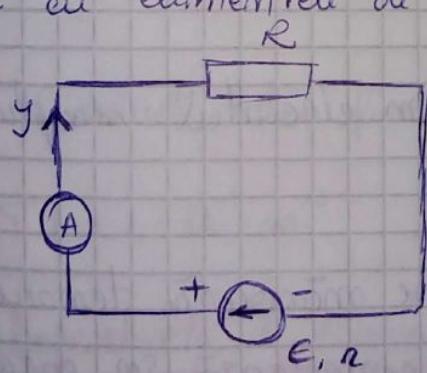
$$[q] \text{ S.I.} = 1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$$

Obo: ! Prin convenție: sensul curentului electric este sensul opus de plasării purtătorilor de sarcină electrică negativă



Prin circuitul exterior generatorului sensul curentului electric este de la borna pozitivă la borna negativă. Prin interiorul generatorului sensul curentului electric de la borna negativă la cea pozitivă

Instrumentul cu care se măsoară intensitatea curentului electric se numește ampermetru și se conectează în serie cu elementele de circuit



$$\text{Tensiune } L_{\text{tot}} = L_{\text{ext}} + L_{\text{int}}$$

$$\frac{L_{\text{tot}}}{q} = \frac{L_{\text{ext}} + L_{\text{int}}}{q} = \frac{L_{\text{ext}}}{q} + \frac{L_{\text{int}}}{q}$$

Def: Tensiunea la bornile generatorului numită și cădere de tensiune pe circuitul exterior generatorului.

Reprezentă lucru mecanic efectuat de generator la deplasarea unei unități de sarcină electrică prin circuitul exterior.

$$\text{Not: } U = \frac{L_{\text{ext}}}{g} \quad [U]_{\text{s.i.}} = 1 \frac{J}{C} = 1 \text{ V (Volt)}$$

Def: Tensiunea internă (cădere de tensiune pe circuitul interior) reprezentă lucru mecanic efectuat de generator la deplasarea unei unități de sarcină electrică prin interiorul generatoarei.

Not  $u$ .

$$u = \frac{L_{\text{int}}}{g}$$

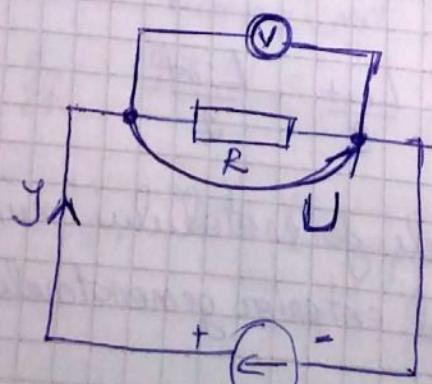
Def: Tensiunea electromotrice (not  $E$ ) reprezentă lucru mecanic efectuat de generator la deplasarea unei unități de sarcină electrică prin întregul circuit.

$$E = \frac{L_{\text{tot}}}{g} \quad [E] = 1 \text{ V}$$

Relația între tensiuni în circuitul simplu este:

$$E = U + u$$

Instrumentul cu care se măsoară tensiunea în neregătire este voltmetru care se conectează în paralel cu elementele din circuit.



## REZISTENȚĂ ELECTRICĂ. LEGEA LUI OHM

Def: Rezistență electrică a unui conductor (consumator sau receptor) reprezentă raportul constant între tensiunea aplicată conductorului și intensitatea curentului electric ce trece prin conductor (la temperatură constantă).

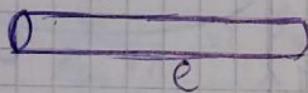
Not:  $R$  sau  $r$

$$R = \frac{U}{I} \quad [R] = 1 \frac{V}{A} = 1 \Omega \text{ (Ohm)}$$

Obs: Elementul de circuit cu proprietate electrică este rezistența electrică se numește rezistor.

Simbol.

Rezistență firului conductor:



$$R_{\text{fir}} = \rho \frac{l}{S}$$

$\rho$  - rezistivitatea materialului din care este făcut firul.

$$\rho = \frac{R_{\text{fir}} \cdot S}{l}$$

$$[\rho] = 1 \cdot \frac{\Omega \cdot m^2}{m} = 1 \Omega \cdot m$$

$\rho$  - rezistivitatea electrică a materialului din care este făcut firul.

Conductivitatea firului electric  $\tau = \frac{1}{\rho}$

$$[\tau] = 1 \cdot \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$$

Dependență de temperatură a rezistivității

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(t - t_0)]$$

$\rho_0$  = rezistivitatea la temp  $t_0$  ( $^{\circ}\text{C}$ )  
 $\rho$  = rezistivitatea la temp  $t$  ( $^{\circ}\text{C}$ )  
 $\alpha$  = coeficient termic al rezistivității

$$[\alpha] = 1 K^{-1} = gрад^{-1}$$

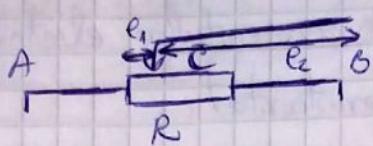
Dacă  $t_0 = 0^{\circ}\text{C} \Rightarrow \rho_0$ : rezistivitatea la  $0^{\circ}\text{C}$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) \quad | \cdot \frac{l}{S} \Rightarrow \rho \frac{l}{S} = \rho_0 \frac{l}{S} (1 + \alpha t) = R_t = R_0 (1 + \alpha t)$$

## rezistor

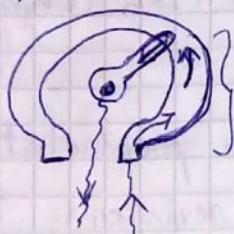
rezistoare cu rezistență electrică variabilă

a) Reostatul cu cursor:



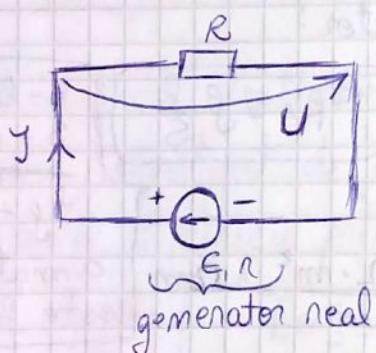
$$R = \rho \frac{l}{S} \quad R_{AC} = \rho \frac{l_1}{S} \quad R_{CB} = \rho \frac{l_2}{S}$$

b) Potențiometrul (cu buton)

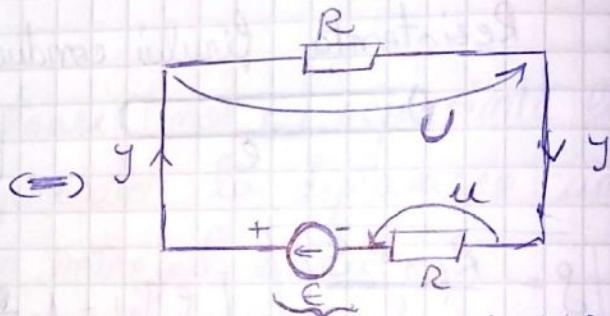


l variabilă  $\Rightarrow R$  variabilă

Circuitul simplu:



generator real



generator ideal (fără rezistență internă)

$$\text{Dim } R = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{R}$$

Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit

ENUNȚ: Intensitatea curentului electric printr-o porțiune de circuit este direct proporțională cu tensiunea aplicată porțiunii de circuit și invers proporțională cu rezistența electrică a porțiunii de circuit.

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R$$

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R$$

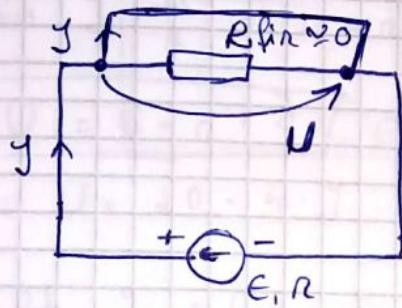
n: rezistență internă a generatorului

$$E = U + u \Rightarrow E = I \cdot R + I \cdot n \Rightarrow E = I(R + n) \Rightarrow I = \frac{E}{R + n}$$

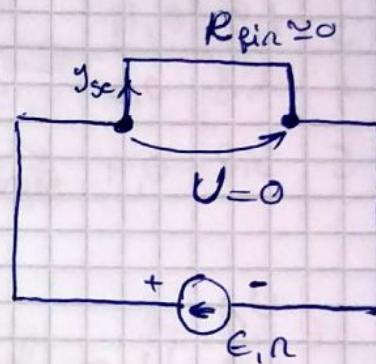
Legea lui Ohm pt. întregul circuit

**ENUNȚ:** Intensitatea curentului electric prin circuitul simplu este direct proporțională cu tensiunea electromotoare a generatorului și invers proporțională cu rezistența totală a circuitului.

Sunt - circuit



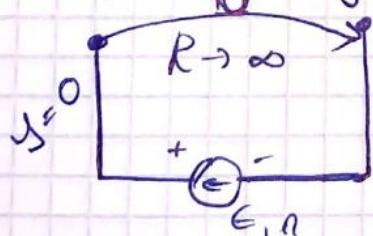
$\Rightarrow$



$$I_{sc} = \frac{E}{R_{parallel} + r} \Rightarrow I_{sc} = \frac{E}{r}$$

Caracteristicile unui generator electric sunt  $E, r, I_{sc}$

Funcționare în gol :  $R \rightarrow \infty$



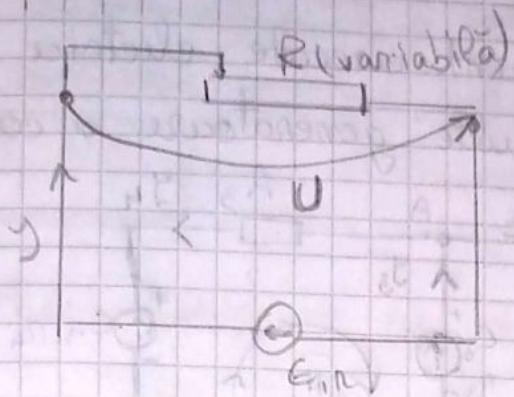
$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{E}{\infty} = 0$$

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R = 0 \cdot \infty \quad (\text{meditează})$$

$$\begin{aligned} E = U + u &\Rightarrow U = E - u \\ I = \frac{U}{R} &\Rightarrow u = I \cdot r = 0 \end{aligned} \Rightarrow \boxed{U = E}$$

Caracteristica curent - tensiune a unui rezistor: ~~anume~~  
graficul  $I = f(U)$  sau  $U = f(I)$

Caracteristica U-I a unui generator



$$\text{Dim } I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = R \cdot I$$

$\times$        $\downarrow$   
var      var

$$E = U + u \Rightarrow U = E - u$$

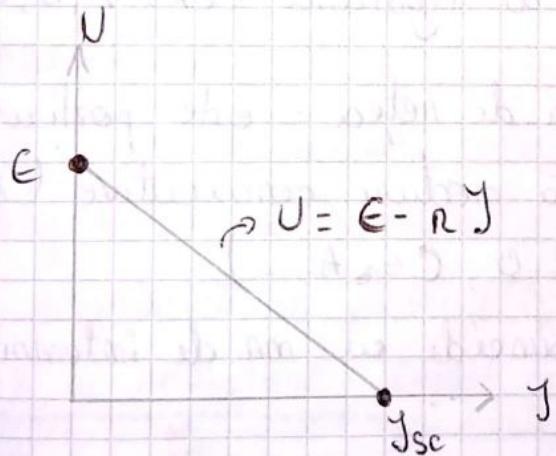
$$\text{Dim } Y = \frac{u}{I} \Rightarrow u = n \cdot Y$$

$$\boxed{U = E - n \cdot Y} \quad E, n: \text{constante}$$

$$\text{ex: } U = 20 - 4 \cdot Y$$

$$\text{Pt } Y=0 \text{ (functionare în gol)} \Rightarrow U=E$$

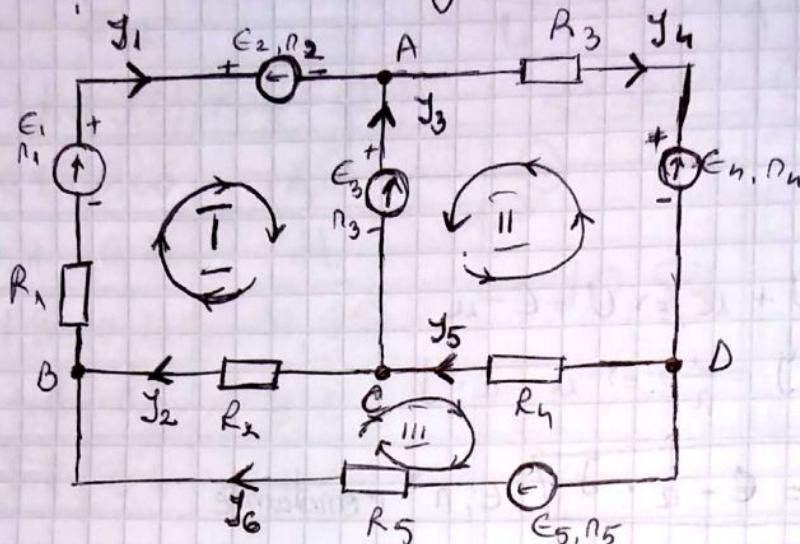
$$\text{Pt } U=0 \Rightarrow 0 = E - nY \Rightarrow nY = E \Rightarrow Y = \frac{E}{n} = Y_{\text{sc}} \text{ (rezist}\overline{\text{ă}} \text{ circuit)$$



## TEOREMELE LUI KIRCHHOFF

Retelele electrice sunt circuite electrice cu ramificări, care contin mai multe generatoare si consumatoare.

Ex:



Elementele unei retele:

- Nodul de retea - este punctul in care se intâlnesc cel putin 3 conductoare de ligatura (ex: A, B, C, D)
- Latuna sau ramura de retea - este portiunea de retea cuprinsa intre doua noduri consecutive (fara ramificat) (ex: BR<sub>2</sub>C, AE<sub>2</sub>E<sub>1</sub>R<sub>1</sub>B, CE<sub>3</sub>A...)

Obs: Nr de latuni coincide cu mn de intensitati ale cururilor electrici

Intensitatea curentului electric este aceasta in orice punct ale unei latuni de retea.

- Ochiul de retea este conturul inchis alcătuit din ramele de retea (ex: I, II, III)

### TEOREMA I a lui Kirchhoff.

ENUNȚ: Suma algebrică a intensităților curentilor electrici care se întâlnesc într-un nod de rețea este egală cu 0.

$$\boxed{\sum_{i=1}^m J_i = 0}$$

Convenție:  $J_{\text{îmtnă}} \rightarrow$  cu „+“

$J_{\text{ies}} \rightarrow$  cu „-“

Nod A:  $J_1 + J_3 - J_4 = 0$

Nod B:  $-J_1 + J_2 + J_6 = 0$

Nod C:  $-J_2 - J_3 + J_5 = 0$

Nod D:  $J_4 - J_5 - J_6 = 0$

Obs: Pentru o rețea cu  $N$  noduri se obțin  $(N-1)$  ecuații independente

### TEOREMA II - A LUI KIRCHHOFF:

ENUNȚ: De-a lungul conturului unui ochi de rețea suma algebrică a tensiunilor electromotoare este egală cu suma algebrică a produselor dintre intensitatea curentului electric și rezistența totală pe fiecare numără a ochiului.

$$\boxed{\sum_{i=1}^m E_i = \sum_{j=1}^m J_j \cdot R_j}$$

$m \rightarrow$  nr de genenatoare

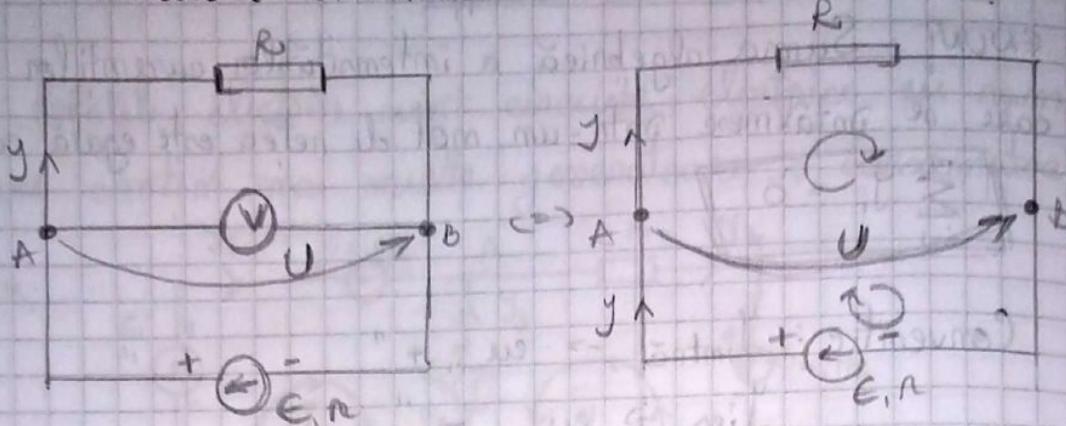
$m \rightarrow$  nr de numuri

Ochiul I:  $E_1 - E_2 - E_3 = J_1(R_1 + r_1 + r_2) + J_2 \cdot R_2 - J_3 \cdot r_3$

Ochiul II:  $-E_3 + E_4 = -J_3 \cdot r_3 - J_4(R_3 + r_4) - J_5 \cdot R_4$

Ochiul III:  $E_5 = -J_2 \cdot R - J_5 \cdot R_4 + J_6(R_5 + r_5)$

## Calculul tensiunilor



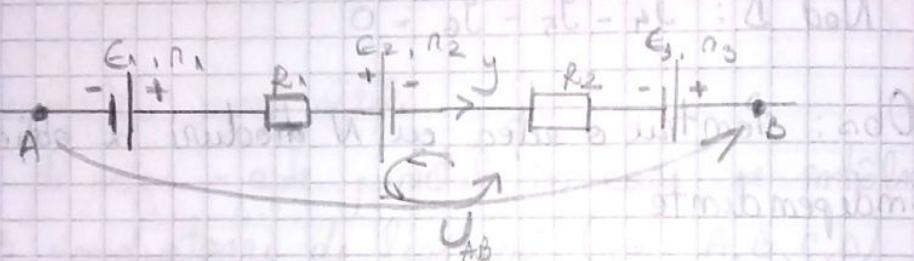
Tr. a II - a Kirchhoff:

$$0 = JR - U \Rightarrow U = JR$$

$$E = J \cdot r + U \Rightarrow U = E - J_r \quad \left\{ \Rightarrow E - J_r = JR \Rightarrow E = J(R+r) \right.$$

$$J = \frac{E}{R+r}$$

Ex.:



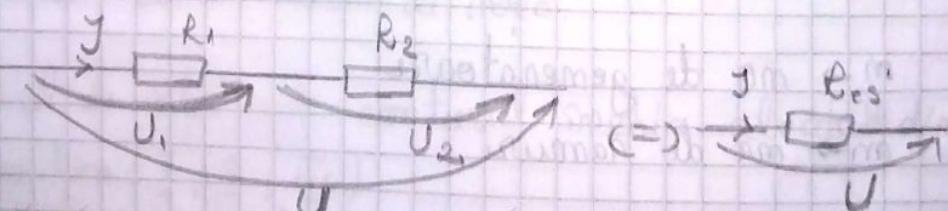
$$-E_1 + E_2 - E_3 = -J(R_1 + R_2 + r_1 + r_2 + r_3) + U_{AB}$$

$$U_{AB} = -E_1 + E_2 - E_3 + J(R_1 + R_2 + r_1 + r_2 + r_3)$$

$$\text{Ob. } U_{AB} = -U_{BA}$$

## GRUPAREA REZISTOARELOR

1. Gruparea rezistoarelor în serie: divizor de tensiune



Ob.: Grupare serie  $\left\{ \begin{array}{l} J \rightarrow \text{același} \\ U \rightarrow \text{diferite} \end{array} \right.$

Res: rezistență echivalentă a grupării serie

$$U = U_1 + U_2$$

$$J = \frac{U_1}{R_1} \Rightarrow U_1 = J R_1$$

$$J = \frac{U_2}{R_2} \Rightarrow U_2 = J R_2$$

$$J = \frac{U}{R_{\text{Res}}} \Rightarrow U = J \cdot R_{\text{Res}}$$

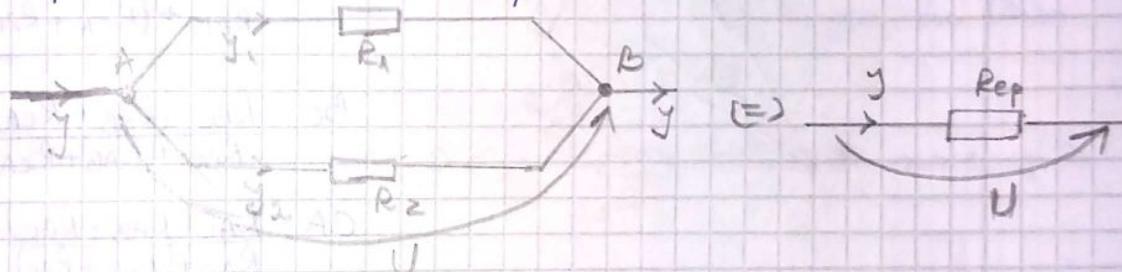
$$J \cdot R_{\text{Res}} = J R_1 + J R_2 \quad | : J$$

$$\boxed{R_{\text{Res}} = R_1 + R_2}$$

Pentru  $m$  rezistoare grupate în serie:  $\boxed{R_{\text{Res}} = \sum_{i=1}^m R_i}$

Pentru  $m$  rezistoare identice conectate în serie:  $R_{\text{Res}} = \underbrace{R + R + \dots + R}_{m}$   
 $\boxed{R_{\text{Res}} = mR}$

## 2. Gruparea rezistoarelor în paralel: divizor de curent



Obs: Grupare paralel:  $\begin{cases} U: \text{același} \\ J: \text{diferite} \end{cases}$

R<sub>rep</sub>: rezistență echivalentă a grupării în paralel

$$\text{Nod A: } J - J_1 - J_2 = 0 \Rightarrow J = J_1 + J_2$$

$$J_1 = \frac{U}{R_1}; \quad J_2 = \frac{U}{R_2}; \quad J = \frac{U}{R_{\text{rep}}}$$

$$\frac{U}{R_{\text{rep}}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} \quad | : U$$

$$\frac{1}{R_{\text{rep}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Pentru  $m$  rezistoare conectate în paralel:

$$\Leftrightarrow \boxed{R_{\text{rep}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{R_i}}}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{\text{rep}}} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{R_i}} \quad (=)$$

Ex: Pt 2 rezistoare conectate in paralel

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

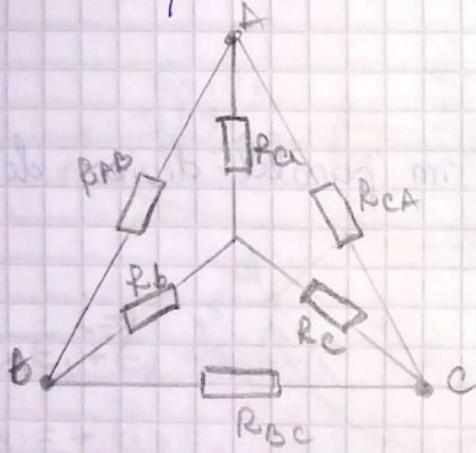
Pt 3 rezistoare conectate in paralel:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

Pt m rezistoare identice conectate in paralel:  $\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{m}{R} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R}{m}$$

Transformarea triunghiului ( $\Delta$ )  $\rightarrow$  stea ( $\star$ )



$$R_{\text{eq}} = R_{\star}$$

$$\text{AB: } \frac{R_{AB}(R_{CA} + R_{BC})}{R_{AB} + (R_{CA} + R_{BC})} = R_a + R_b \quad (1)$$

$$\text{BC: } \frac{R_{BC}(R_{AB} + R_{CA})}{R_{BC} + (R_{AB} + R_{CA})} = R_b + R_c \quad (2)$$

$$\text{CA: } \frac{R_{AC}(R_{AB} + R_{BC})}{R_{AC} + (R_{AB} + R_{BC})} = R_a + R_c \quad (3)$$

$$(1+2)-(3) \Rightarrow 2R_b = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA} + R_{AB} \cdot R_{BC} + R_{BC} \cdot R_{CA} - R_{CA} \cdot R_{AB} - R_{BC} \cdot R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

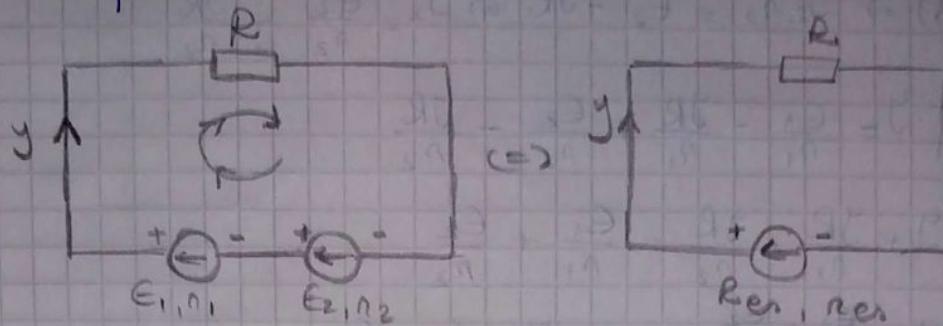
$$2R_b = \frac{2R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}} \Rightarrow R_b = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_a = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_c = \frac{R_{BC} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

## Gruparea generatorilor electrici

### 1. Gruparea în serie



$$E_1 + E_2 = Y(R + n_1 + n_2)$$

$$\left. \begin{array}{l} Y = \frac{E_1 + E_2}{R + n_1 + n_2} \\ Y = \frac{E_{es}}{R + R_{es}} \end{array} \right\} \Rightarrow E_{es} = E_1 + E_2$$

$$R_{es} = n_1 + n_2$$

Pentru  $m$  generatoare în serie și în concordanță avem:

$$* E_{es} = \sum_{i=1}^m E_i$$

$$* R_{es} = \sum_{i=1}^m n_i \Rightarrow \boxed{Y = \frac{\sum_{i=1}^m E_i}{R + \sum_{i=1}^m n_i}}$$

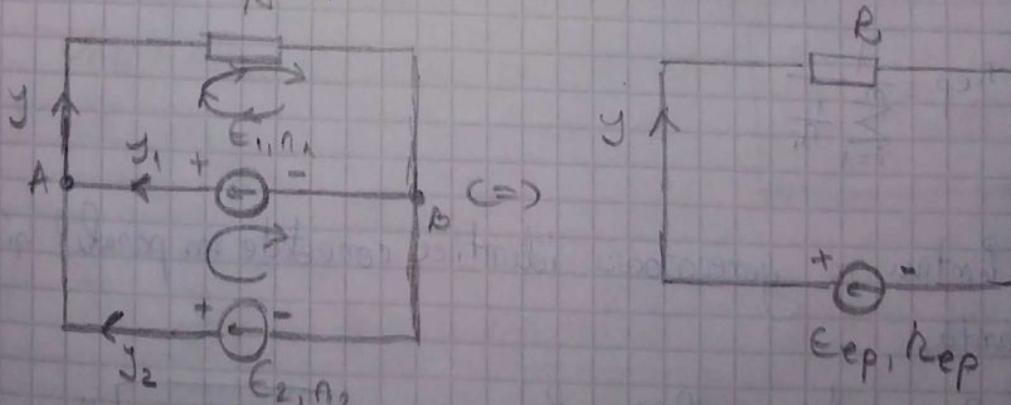
legea lui Ohm

Pentru  $m$  generatoare identice conectate în serie și în concordanță

$$* E_{es} = m \cdot E$$

$$* R_{es} = m \cdot n \Rightarrow \boxed{Y = \frac{mE}{R + mn}}$$

### 2. Gruparea în paralel



$$\text{Nod A: } Y = Y_1 + Y_2 \quad (1)$$

$$\theta, \quad E_1 = YR + Y_1 n_1 \quad (2) \Rightarrow E_2 = YR + Y_2 n_2 \quad (3)$$

$$E_2 - E_1 = Y_2 n_2 - Y_1 n_1 \quad (+)$$

$$(2) \Rightarrow \cancel{Y_1} = E_1 - YR \Rightarrow Y_1 = \frac{E_1}{n_1} - \frac{YR}{n_1}$$

$$(3) \Rightarrow Y_2 n_2 = E_2 - YR \Rightarrow Y_2 = \frac{E_2}{n_2} - \frac{YR}{n_2}$$

$$Y = \frac{E_1}{n_1} - \frac{YR}{n_1} + \frac{E_2}{n_2} - \frac{YR}{n_2}$$

$$Y + \frac{YR}{n_1} + \frac{YR}{n_2} = \frac{E_1}{n_1} + \frac{E_2}{n_2}$$

$$Y = \frac{\frac{E_1}{n_1} + \frac{E_2}{n_2}}{1 + \frac{R}{n_1} + \frac{R}{n_2}} \Rightarrow Y = \frac{\frac{E_1}{n_1} + \frac{E_2}{n_2}}{1 + R \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

Not:  $\frac{1}{n_{ep}} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \Rightarrow n_{ep} = \frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$

$$Y = \frac{\frac{E_1}{n_1} + \frac{E_2}{n_2}}{1 + R \cdot \frac{1}{n_{ep}}} \Rightarrow Y = \frac{\frac{E_1}{n_1} + \frac{E_2}{n_2}}{\frac{n_{ep} + R}{n_{ep}}} \Rightarrow Y = \frac{\left( \frac{E_1}{n_1} + \frac{E_2}{n_2} \right) n_{ep}}{R + n_{ep}}$$

$$Y = \frac{E_{ep}}{R + n_{ep}}$$

$$\Rightarrow E_{ep} = \left( \frac{E_1}{n_1} + \frac{E_2}{n_2} \right) \cdot n_{ep}$$

$$n_{ep} = \frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Pentru  $m$  generatoare conectate in paralel si in concordanță:

$$E_{ep} = \left( \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{n_i} \right) \cdot n_{ep} = \left( \sum_{i=1}^m y_{sci} \right) \cdot n_{ep}$$

$$n_{ep} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{n_i}}$$

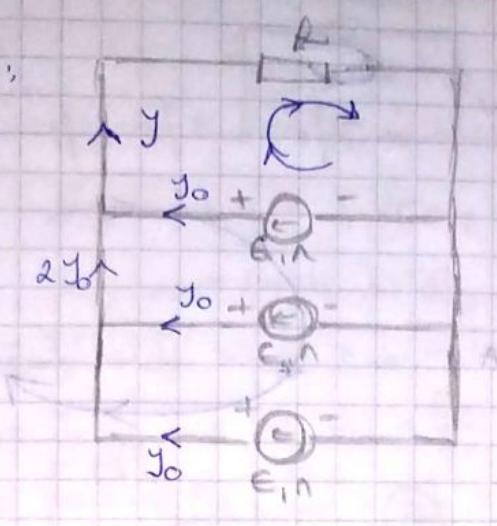
Pentru  $m$  generatoare identice conectate in paralel si in concordanță:

$$n_{ep} = \frac{1}{m} \Rightarrow n_{ep} = \frac{R}{m}$$

$$Y = \frac{E}{\frac{R}{m} + R} = \frac{E}{\frac{R+m}{m}} = \frac{Em}{R+m}$$

$$E_{ep} = m \cdot \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{m} \Rightarrow E_{ep} = E$$

Ex:



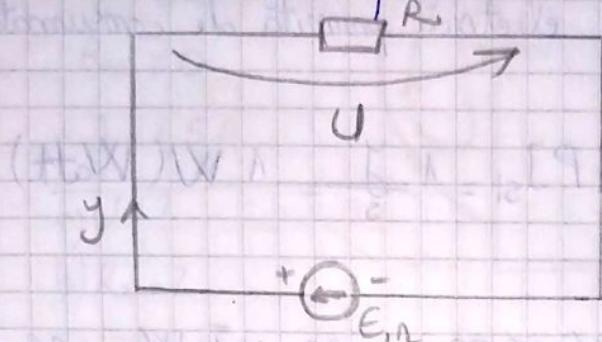
$$3V_0 = V \Rightarrow V_0 = \frac{V}{3}$$

$$E = V_0 n + VR \Rightarrow E = \frac{V}{3} n + VR$$

$$E = V(R + \frac{n}{3}) \Rightarrow V = \frac{E}{R + \frac{n}{3}}$$

## ENERGIA și PUTEREA ELECTRICĂ

Circuitul simplu:



$$\text{Dim } U = \frac{L_{\text{ext}}}{2} \rightarrow L_{\text{ext}} = U \cdot g$$

$$\text{Energia electrică: } W_{\text{ext}} = L_{\text{ext}}$$

$$W_{\text{ext}} = U \cdot g$$

$$\text{Dim } g = \frac{g}{\text{st}} \rightarrow g = g \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \boxed{W_{\text{ext}} = U \cdot g \cdot \Delta t}$$

$$[W]_{\text{si}} = 1 \text{ J (Joule)}$$

$$g = \frac{U}{R} \Rightarrow U = R \cdot g$$

$$W_{\text{ext}} = U \cdot g \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \boxed{W_{\text{ext}} = R \cdot g^2 \cdot \Delta t = \frac{U^2}{R} \cdot \Delta t}$$

$$W_{\text{int}} = u \cdot g \cdot \Delta t = n \cdot g^2 \cdot \Delta t = \frac{u^2}{R} \cdot \Delta t$$

$$W_{\text{tot}} = E \cdot g \cdot \Delta t = (R+n) g^2 \cdot \Delta t = \frac{E^2}{R+n} \cdot \Delta t$$

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{int}}$$

$\downarrow$  consumată utilă     $\downarrow$  inutilă ( pierdere de energie )  
 (furnizată de generator)

Răbdamentul circuitului simplu

$$\eta = \frac{W_{\text{ext}}}{W_{\text{tot}}}$$

$$\eta = \frac{U \cdot g \cdot \Delta t}{E \cdot g \cdot \Delta t} = \frac{U}{E}$$

$$\eta = \frac{R \cdot g^2 \cdot \Delta t}{(R+n) g^2 \cdot \Delta t} = \frac{R}{R+n} < 100\%$$

$$\eta = \frac{U}{E} = \frac{R}{R+r}$$

Def: Puterea electrică (not.  $P$ ) a unui consumator reprezentă raportul dintre energia electrică primită de consumator și intervalul de timp

$$P = \frac{W}{\Delta t} ; [P]_{\text{SI}} = 1 \frac{J}{s} = 1 \text{ W (Watt)}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$$

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 36 \cdot 10^5 \text{ W} \cdot \text{s} = 36 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$P_{\text{ext}} = U \cdot j = R \cdot j^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$P_{\text{int}} = u \cdot j = r \cdot j^2 = \frac{u^2}{r}$$

$$P_{\text{tot}} = E \cdot j = (R+r) j^2 = \frac{E^2}{R+r}$$

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{ext}} + W_{\text{int}} \quad | : \Delta t$$

$$\frac{W_{\text{tot}}}{\Delta t} = \frac{W_{\text{ext}} + W_{\text{int}}}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{tot}} = P_{\text{int}} + P_{\text{ext}}$$

↓      ↓      ↓  
consumată pierdere utilă

$$\eta = \frac{P_{\text{ext}}}{P_{\text{tot}}}$$

Valori nominale: valoriile înscrise pe consumatorul electric

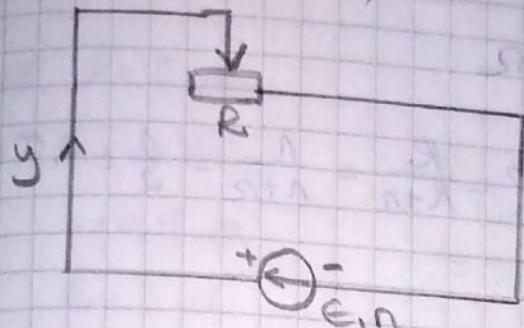
$$\text{bec: } 100 \text{ W} = P_{\text{nominale}} = P_m$$

$$220 \text{ V} = U_{\text{nominale}} = U_m$$

T. 27, 28

## TRANSFERUL OPTIM DE POTEREA

Considerăm un circuit simplu cu rezistența circuitului exterior variabilă ( $R$ )



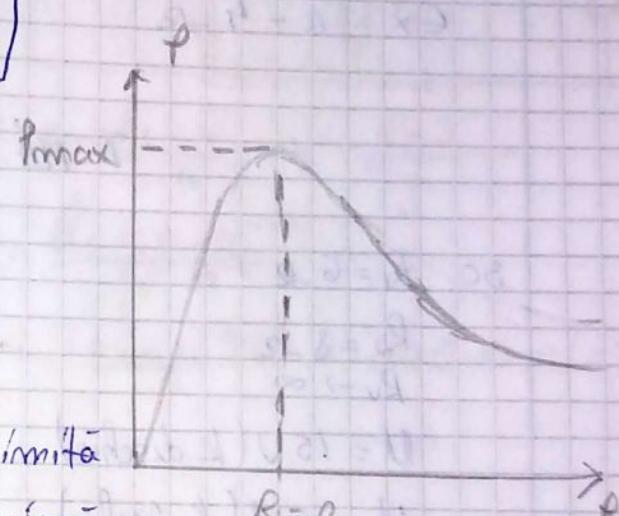
$$y = \frac{E}{R+n} \Rightarrow P = \frac{RE^2}{(R+n)^2}$$

$$\text{Ex: } E = 12 \text{ V}$$

$$n = 4 \Omega$$

$$P = \frac{144R}{(R+4)^2} \Rightarrow \text{EXCEL} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} P_{\text{ext}} &= P = f(R) \\ P &= R \cdot y^2 \\ R_{\text{var}} &\Rightarrow y_{\text{var}} \end{aligned}$$



Concluzie: Puterea electrică primită de circuitul exterior este maximă dacă rezistența circuitului exterior este egală cu rezistența internă a generatorului

$$P_{\text{max}} = \frac{R \cdot E^2}{(R+n)^2} = \frac{nE^2}{4n^2} = \frac{E^2}{4n} \rightarrow P_{\text{max}} = \frac{E^2}{4n} \text{ (caracteristică a sunsei)}$$

$$\text{Demonstratie: } P = \frac{E^2 R}{R^2 + 2nR + n^2} \Rightarrow PR^2 + 2nPR + Pn^2 = E^2 R$$

$$PR^2 + (2nR - E^2)R + Pn^2 = 0$$

$$D = (2nR - E^2)^2 - 4P^2 R^2 n^2$$

$$D = 4n^2 P^2 - 4nRPE^2 + E^4 - 4P^2 R^2 n^2$$

$$D = E^2 (E^2 - 4nP)$$

$$D \geq 0 \Rightarrow E^2 - 4nP \geq 0$$

$$E^2 \geq 4nP \Rightarrow P \leq \frac{E^2}{4n} \Rightarrow P_{\text{max}} = \frac{E^2}{4n}$$

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4n} = \frac{RE^2}{(R+n)^2} \Rightarrow (R+n)^2 = 4nR$$

$$R^2 + 2Rn + n^2 = 4nR$$

$$R^2 - 2nR + n^2 = 0$$

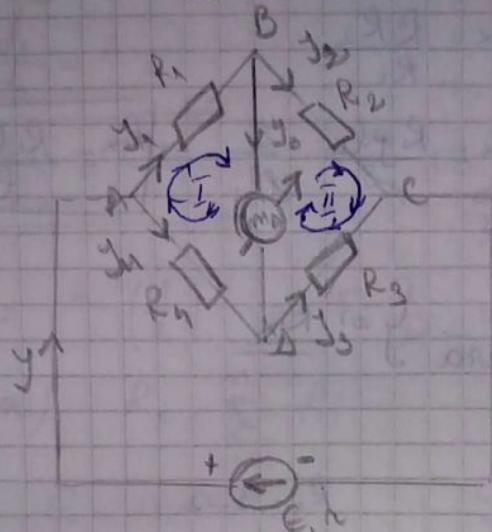
$$(R-n)^2 = 0 \Rightarrow R_n = R$$

Cand  $R = n$ ,  $P_{\max} \Rightarrow \eta = \frac{R}{R+n} = \frac{n}{n+n} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$

$$\eta = f(R) : \eta = \frac{R}{R+n}$$

$$\text{Ex} : n = 4 \rightarrow$$

## Puntea Wheatstone



$\text{mA}$  : galvanometru  
(mili - ampermétru)

multimetre

Th. Kirchhoff:

$$A: J = J_1 + J_4$$

$$I: 0 = J_1 R_1 + J_4 R_A - J_4 R_H$$

$$B: J_1 = J_2 + J_3$$

$$II: 0 = J_2 R_2 - J_3 R_3 - J_3 R_A$$

$$D: J_4 + J_3 = J_2$$

Dacă  $J_0 = 0$  : Punte echilibrată  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow J_1 = J_2, \quad J_4 = J_3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 R_1 = J_4 R_H \\ J_2 R_2 = J_3 R_3 \end{array} \right.$$

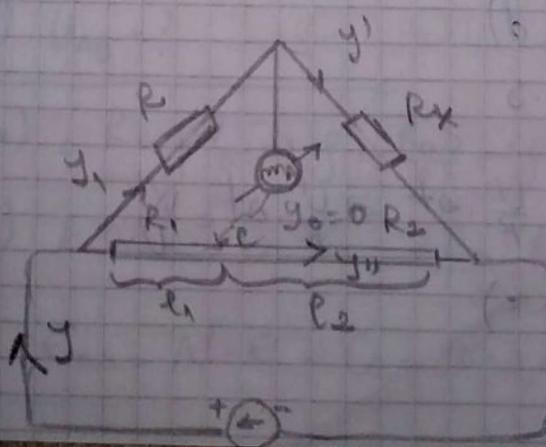
$$\frac{J_1 R_1}{J_2 R_2} = \frac{J_4 R_H}{J_3 R_3} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_H}{R_3} \Rightarrow R_1 R_3 = R_2 R_H$$

$$R_1 R_3 = R_2 R_H$$

condiție de punte echilibrată

ex:  $R_H = R_x = ? \Rightarrow R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2}$  când  $J_0 = 0$  : metodă de măsurare

pt determinarea rezistențelor electrice

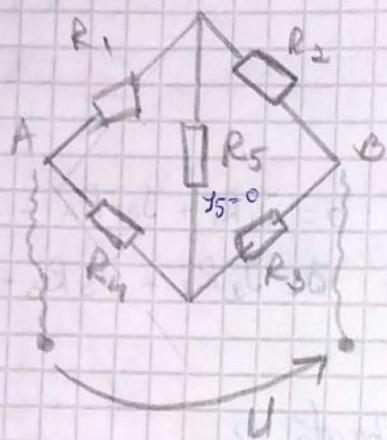


Pt  $\gamma_0 = 0$  (puncte echilibrata)  $\Rightarrow$

$$R \cdot R_2 = R_x \cdot R_1 \Rightarrow R_x = \frac{R_1 R_2}{R_1}$$

$$R_x = \frac{R \cdot \frac{R_1 l_2}{S}}{\frac{R_1 l_1}{S}} \Rightarrow R_x = \frac{R l_2}{l_1} \cdot \frac{S}{S} \Rightarrow \boxed{R_x = \frac{R l_2}{l_1}}$$

ex: cu  $R$  cunoscută  
 $l_1, l_2$ : se măsoară  $\Rightarrow \underline{R_x}$



$$R_1 = 3 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 4 \Omega$$

$$R_4 = 6 \Omega$$

$$R_5 = 10 \Omega$$

$R_e$ ? între A și B

$$\text{Obs că: } R_1 R_3 = 12 \Omega^2$$

$$R_2 R_4 = 12 \Omega^2$$

$\Rightarrow R_1 R_3 = R_2 R_4 \Rightarrow$  puncte echilibrata

$\Rightarrow \gamma_5 = 0 \Rightarrow R_1, R_2 \rightarrow$  serie

$R_3, R_4 \rightarrow$  serie

$$\Rightarrow R_e = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_1 R_2) + (R_3 R_4)} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 10} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} = 3,33 \Omega$$