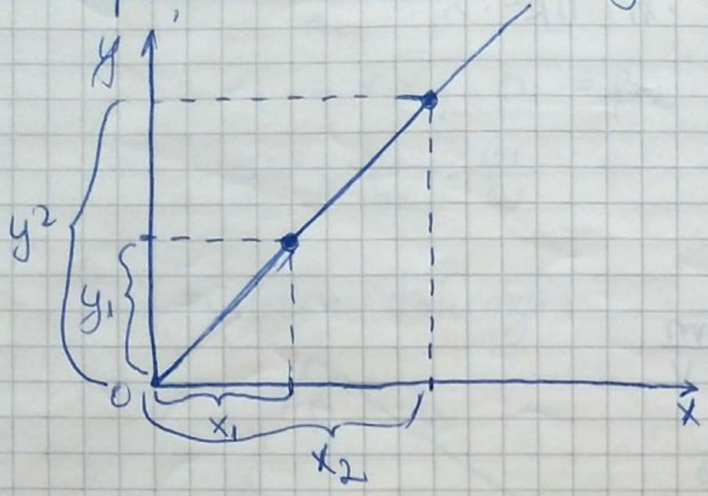
Recapitulare

1. Relații de proporționalitate

a. Proporționalitate directă: $y = kx$, k - constantă



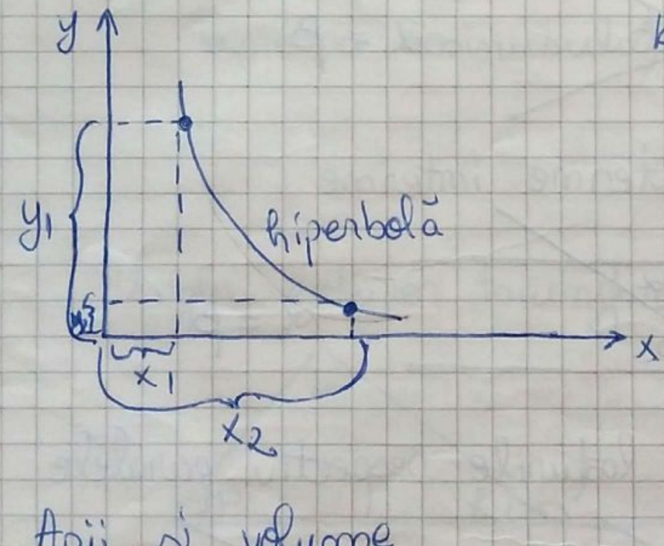
$k = \frac{y}{x} = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = tg\,\alpha =$ „panta graficului”

Ex: 1. $L_c = 2\pi R = \pi \cdot D$

2. $F_e = k \cdot \Delta l$ (F_e este DP cu Δl.)

b. Proporționalitate inversă

$y = \frac{k}{x}$, k - const



$k = xy = x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2$

Ex: $p \cdot V = constant$

$p = \frac{const}{V}$

2. Arii și volume

$A_{triunghiului} = \frac{b \cdot h}{2}$

$A_{tr\ dreptunghic} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}$

$A_{dreptunghiului} = L \cdot l$

$A_{trapez} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$

$A_{cerc} = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$

$A_{sferei} = 4\pi R^2$

$V_{cub} = l^3$

$V_{\substack{paralelipiped \\ dreptunghic}} = L \cdot l \cdot h$

$V_{cilindru} = A_{bazei} \cdot h = \pi R^2 \cdot h$

$V_{sferei} = \frac{4}{3}\pi R^3$

$[A]_{SI} = 1\,m^2$

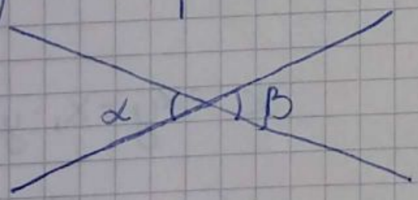
$[V]_{SI} = 1\,m^3$

Densitate $\rho = \frac{m}{V}$

$[\rho]_{SI} = 1\,\frac{kg}{m^3}$

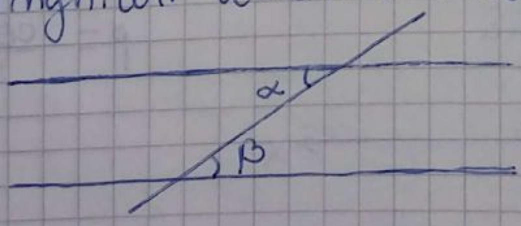
3. Geometrie plană și trigonometrie

Unghiuri opuse la vârf



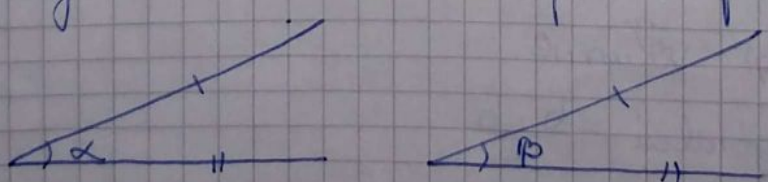
$\alpha = \beta$

Unghiuri alterne interne



$\alpha = \beta$

Unghiuri cu laturile respectiv paralele

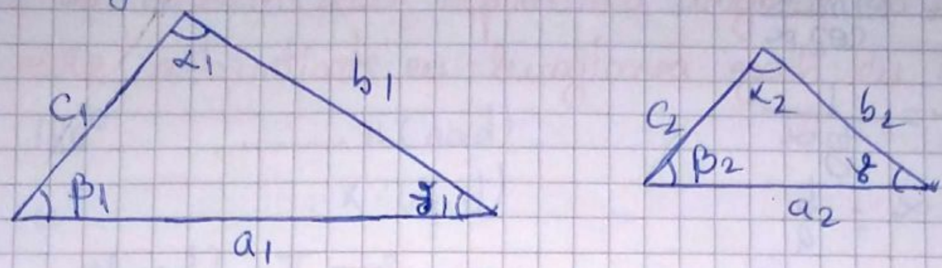


$\alpha = \beta$

Unghiuri cu laturile respectiv perpendiculare

$\alpha = \beta$

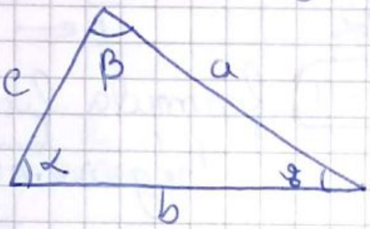
Triunghiuri asemenea



$$\alpha_1 = \alpha_2 , \quad \beta_1 = \beta_2 , \quad \gamma_1 = \gamma_2$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Î‍n orice triunghi



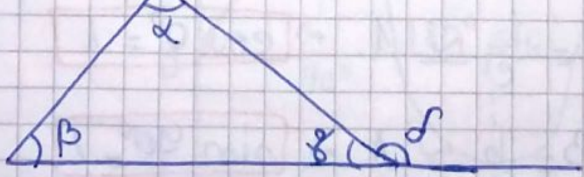
Teorema sinusului: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

Teorema cosinusului: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$

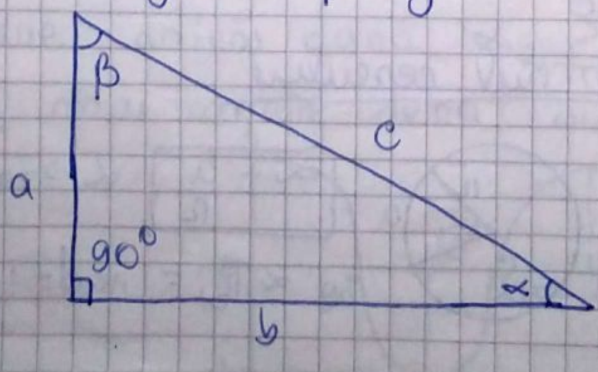
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

Unghi exterior triunghiului



$$\delta = \alpha + \beta$$

Triunghi dreptunghic:



Funcții trigonometrice:

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$tg\,\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\cancel{c}\cdot\sin\alpha}{\cancel{c}\cdot\cos\alpha}$

Scanned by CamScanner

$tg\,\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$ctg\,\alpha = \dfrac{1}{tg\,\alpha}$

$ctg\,\alpha = \dfrac{b}{a}$

Th lui Pitagora : $\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$

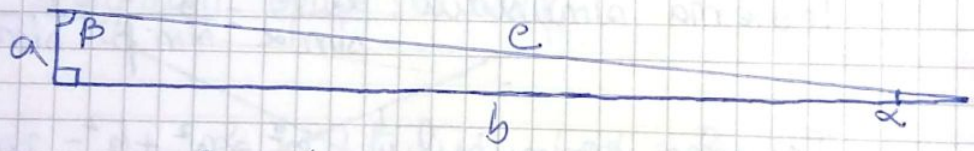
$a = c \cdot \sin\alpha$

$b = c \cdot \cos\alpha$

$c^2 = c^2 \cdot \sin^2\alpha + c^2 + \cos^2\alpha \,/ c^2$

$1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$

$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$ formula fundamentală a trigonometriei



α - f mic ; $\alpha \simeq 0$

β - f apropiat de 90° , $\beta \simeq 90^\circ$

$a \ll b$, $a \ll c$, $b \simeq c$

$\sin\alpha = \dfrac{a}{c} \simeq 0 \Rightarrow \boxed{\sin 0^\circ = 0}$

$\cos\alpha = \dfrac{b}{c} \simeq 1 \Rightarrow \boxed{\cos 0^\circ = 1}$

$\sin\beta = \dfrac{b}{c} \simeq 1 \Rightarrow \boxed{\sin 90^\circ = 1}$

$\cos\beta = \dfrac{a}{c} \simeq 0 \Rightarrow \boxed{\cos 90^\circ = 0}$

<u>Unghi la centrul cercului</u>

$\boxed{\alpha = \dfrac{a}{r}}$ $\alpha \to$ în radiani

$[\alpha]_{SI} = 1\,rad = 1\,\dfrac{m}{m} = 1$

Def: Un radian(rad) reprezintă unghiul la centrul cercului care subîntinde cu lungimea egală cu raza cercului.

$180^\circ \ldots\ldots \pi\,(rad)$

$u^\circ \ldots\ldots x\,(rad)$

$$x(rad) = \frac{\pi \cdot u^\circ}{180^\circ}$$

ex: $30^\circ \rightarrow \frac{\pi}{6}$

$45^\circ \rightarrow \frac{\pi}{4}$

$60^\circ \rightarrow \frac{\pi}{3}$

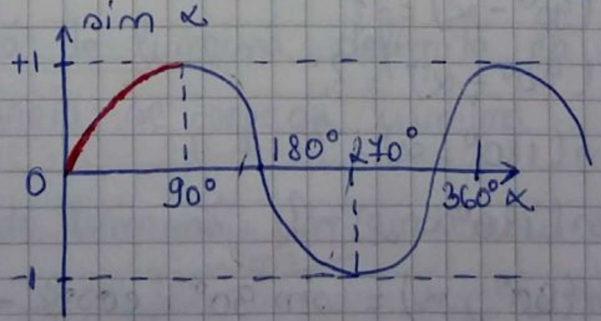
$90^\circ \rightarrow \frac{\pi}{2}$

$180^\circ \rightarrow \pi$

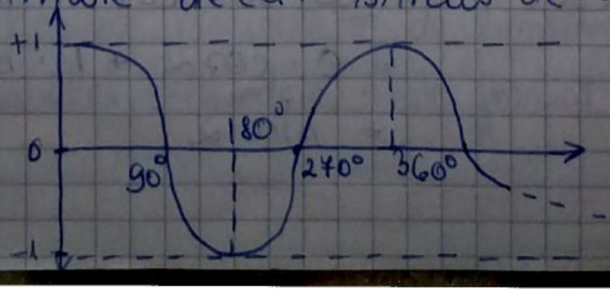
Valori ale funcțiilor trigonometrice

α	0°	30	45°	60°	90°	180°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1

Grafice:



Obs: Pe intervalul $0-90^\circ$ funcția sinus este crescătoare, adică dacă $\alpha_2 > \alpha$ rezultă că sinus de α_2 mai mare decât sinus de α_1.



Obs: Pe intervalul 0-90° funcția cos este descrescătoare, adică dacă $\alpha_2 > \alpha_1$ rezultă că $\cos\alpha_2 < \cos\alpha_1$

Formule trigonometrice

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \sin\beta \cdot \cos\alpha$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \sin\beta \cdot \cos\alpha$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

din $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow$

$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 1 - \sin^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - (1-\cos^2\alpha) \Rightarrow$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

Exerciții:

$\sin(90° - \alpha) = ?$

$\cos(90° - \alpha) = ?$

$\sin(180° - \alpha) = ?$

$\cos(180° - \alpha) = ?$

$\sin(90° - \alpha) = \sin 90° \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \cos 90°$

$= 1 \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot 0$

$= \cos\alpha$

$\cos(90° - \alpha) = \cos 90° \cdot \cos\alpha + \sin 90° \cdot \sin\alpha$

$= 0 \cdot \cos\alpha + 1 \cdot \sin\alpha$

$= \sin\alpha$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin 180^\circ \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \cos 180^\circ$$
$$= 0 \cdot \cos\alpha - \sin\alpha \cdot (-1)$$
$$= \sin\alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = \cos 180^\circ \cdot \cos\alpha + \sin 180^\circ \cdot \sin\alpha$$
$$= -1 \cdot \cos\alpha + 0 \cdot \sin\alpha$$
$$= -\cos\alpha$$

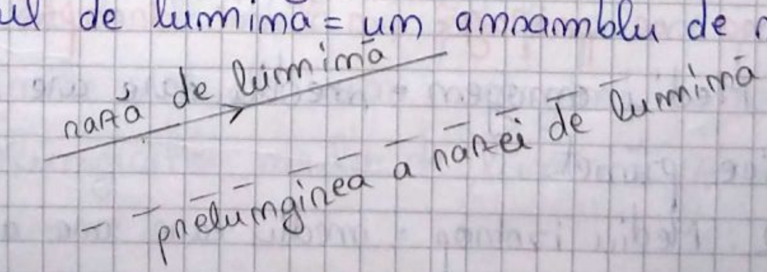
CAP 1. $\boxed{\text{OPTICA GEOMETRICĂ}}$

Principii și legi în optica geometrică

- noțiuni introductive
- principiile opticii geometrice
- puncte conjugate. Aproximația paraxială
- viteza luminii. Indicele de refracție
- Reflexia și refracția luminii
- Refracția prin lama cu fețe plan-paralele
- Refracția prin prisma optică

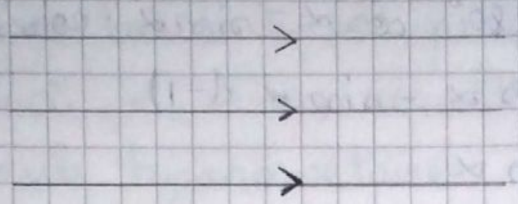
Optica geometrică studiază fenomene luminoase folosind noțiunea de rază de lumină, definită ca fiind direcția de-a lungul căreia se propagă lumina

Fascicul de lumină = un ansamblu de raze de lumină

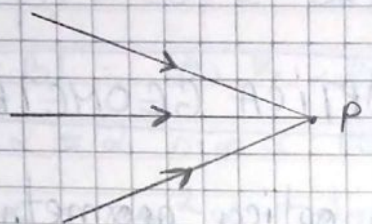


Clasificarea fasciculelor de lumină

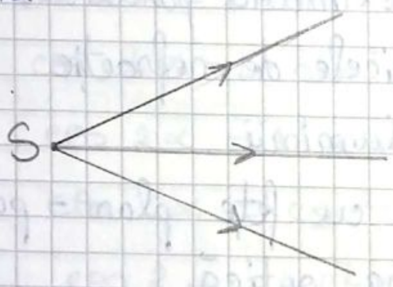
a) Fascicul paralel (cilindric): este format din raze de lumină paralele.



b) Fasciculul convergent: este format din raze de lumină care se întâlnesc într-un punct (converg către un punct)



c) Fasciculul divergent: este format din raze de lumină care pornesc dintr-un punct numit sursă punctiformă de lumină



Principiile opticii geometrice:

① Principiul propagării rectilinii a luminii

Enunț: Într-un mediu transparent, omogen și izotrop lumina se propagă în linie dreaptă.

Obs 1: Mediu omogen = mediu care are aceleași proprietăți în orice punct.

Obs 2: Mediu izotrop = mediu care are aceleași proprietăți în toate direcțiile

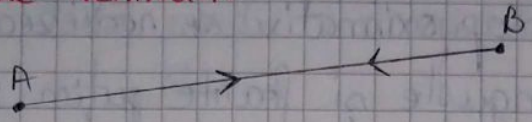
② Principiul independenței fasciculelor de lumină

ENUNȚ: Prin suprapunerea fasciculelor de lumină acestea nu se influențează reciproc.

Scanned by CamScanner

③ Principiul reversibilității drumului razelor de lumină:

ENUNȚ: Parcursul unei raze de lumină este același în ambele sensuri



Puncte conjugate. Aproximația paraxială

Rolul sistemelor optice (lentile, oglinzi, instrumente optice) este de a forma imagini ale obiectelor.

P : punct obiect

P': punct imagine

P, P' : puncte conjugate: P' este imaginea lui P sau P este imaginea lui P'

Imagini < reale / virtuale

Def: Imaginile reale sunt imagini care se obțin la intersecția razelor de lumină și pot fi prinse pe ecrane.

Def: Imaginile virtuale sunt imagini formate la intersecția prelungirilor razelor de lumină și nu pot fi prinse pe ecrane.

Pentru a obține imagini clare în sisteme optice (imagini stigmatice = punctuale) trebuie ca unui punct al obiectului să-i corespundă tot un punct al imaginii. În practică este suficient să se realizeze un stigmatism aproximativ determinat de posibilitățile ochiului de a distinge detalii (2 puncte situate la distanță mai mică de 5 μm nu se mai disting ca puncte separate.

Stigmatismul aproximativ se realizează dacă se folosesc fascicule înguste și foarte puțin înclinate față de axul optic al sistemului (axul de simetrie)

Viteza luminii. Indicele de refracție

În vid viteza luminii $\boxed{c \simeq 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}$

În ∀ alt mediu $v < c$

Def: Indicele de refracție absolut al unui mediu transparent reprezintă raportul dintre viteza luminii în vid(c) și viteza luminii în acel mediu (v)

Notație: $\boxed{n = \frac{c}{v}}$

Ex: în sticlă $n = 1,5$

în apă $n = 1,33$

în aer $n = 1$

$v_{\text{în aer}} = c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

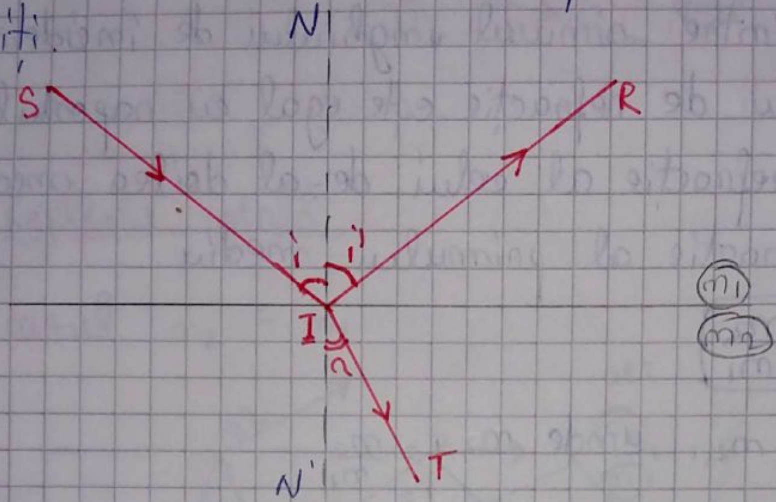
$[n]_{S.I} = \frac{[c]_{S.I}}{[v]_{S.I}} = \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \frac{m}{s}} = 1$

Obs: n este mărime fizică adimensională, adică nu are unitate de măsură

Reflexia și refracția luminii

Def: Reflexia luminii este fenomenul de schimbare a direcției de propagare a luminii la întâlnirea suprafeței de separare dintre două medii, lumina întorcându-se în mediul din care a venit.

Def: Refracția luminii este fenomenul de schimbare a direcției de propagare a luminii la traversarea suprafeței de separare dintre două medii transparente cu indici de refracție diferiți.



I - punct de incidență

SI - raza incidentă

IR - raza reflectată

IT - raza refractată

i - ∡ de incidență

i' - ∡ de reflexie

r - ∡ de refracție

NN' - normala (⊥)

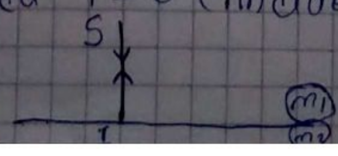
Legile reflexiei:

① Raza incidentă, raza reflectată și normala la suprafața de separare se află în același plan (coplanare)

② Unghiul de reflexie (i') este egal cu unghiul de incidență (i)

$\boxed{i' = i}$

Obs: dacă $i = 0$ (incidență normală) $\Rightarrow i' = 0$



Legile refracției

① Raza incidentă, raza refractată și normala la suprafața de separare se află în același plan.

② Legea Snell - Descartes:

Raportul dintre sinusul unghiului de incidență și sinusul unghiului de refracție este egal cu raportul dintre indicele de refracție al celui de-al doilea mediu și indicele de refracție al primului mediu

$$\boxed{\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}}$$

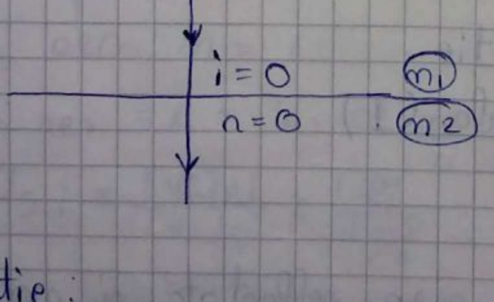
$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{2,1}$, unde $n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1}$

$n_{2,1}$: indice de refracție relativ al ~~de~~ celui de-al doilea mediu față de primul.

Obs: a) La incidență normală: $i = 0$

$\Rightarrow \sin r = \frac{n_1 \cdot \sin i}{n_2}$ și $\sin i = 0$

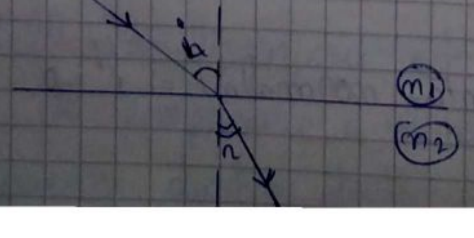
$\sin r = 0 \Rightarrow r = 0$



b) Discuție:

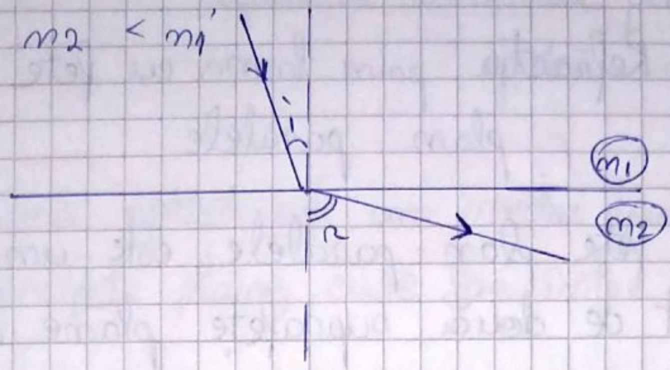
Din $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow$

- dacă $\underline{n_2 > n_1} \Rightarrow \sin i > \sin r \Rightarrow \underline{i > r}$



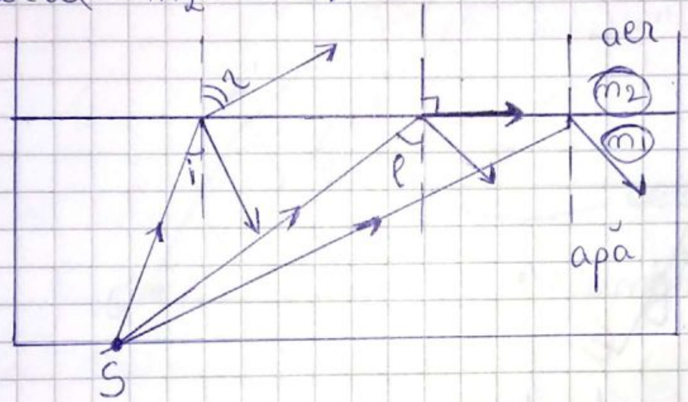
- dacă $n_2 < n_1 \Rightarrow \sin i < \sin r \Rightarrow i < r$

Pt $n_2 < n_1$



Reflexia totală

În cazul $n_2 < n_1$



Pentru un anumit unghi de incidență numit limită, $r = 90°$

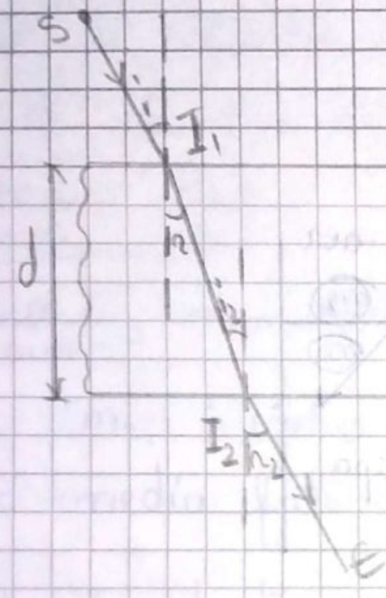
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\sin l}{\sin 90°} = \dfrac{n_2}{n_1} \\ \text{Dar } \sin 90° = 1\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\sin l = \dfrac{n_2}{n_1}}$$

Obs: Dacă unghiul de incidență este mai mare ~~de incidență este mai mare~~ decât unghiul limită, fenomenul de refracție nu se mai produce și spunem că are loc reflexia totală

7. 10. 2014

Refracția prin lama cu fețe plan - paralele

Lama cu fețe plan - paralele este un mediu transparent delimitat de două suprafețe plane și paralele.



SI_1 : rază incidentă

I_2E : rază emergentă

Legea refracției:

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{n}{1}$$

$$\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{1}{n}$$

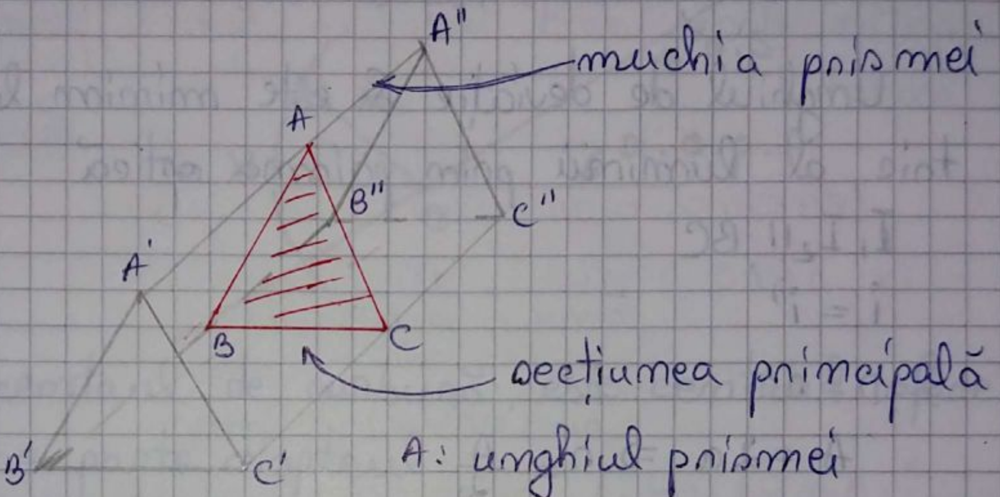
$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} \cdot \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = n \cdot \frac{1}{n} = 1$$

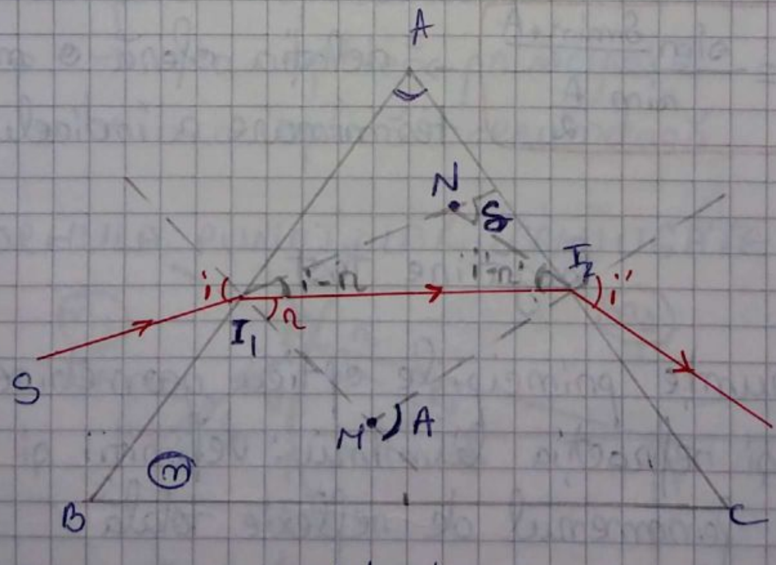
Dar $r_1 = i_2 \Rightarrow \frac{\sin i_1}{\sin r_2} = 1 \Rightarrow \sin i_1 = \sin r_2 \Rightarrow i_1 = r_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{SI_1 \parallel I_2E}$

Refracția luminii prin prisma optică

Prisma optică este un mediu transparent delimitat de două suprafețe plane care fac între ele un unghi diedru.





SI_1 : raza incidentă

I_2E : raza emergentă

δ : unghi de deviație

Formulele prismei:

* $\frac{\sin i}{\sin r} = n$; * $\frac{\sin r'}{\sin i'} = \frac{1}{n}$

În $\Delta I_1 I_2 M$: $\boxed{A = r + r'}$

În $\Delta I_1 I_2 N$: $\delta = i - r + i' - r'$

$\delta = i + i' - (r + r')$

$\boxed{\delta = i + i' - A}$

Deviația minimă

Unghiul de deviație δ este minim la mersul simetric al luminii prin prisma optică

$I_1 I_2 \parallel BC$

$i = i'$

$r = r'$

$A = 2r \Rightarrow r = \frac{A}{2}$

$\delta_{min} = 2i - A \Rightarrow i = \frac{\delta_{min} + A}{2}$

$\boxed{n = \frac{\sin \frac{\delta_{min} + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}}$ → relația oferă o metodă de determinare a indicelui de refracție

Pregătire test

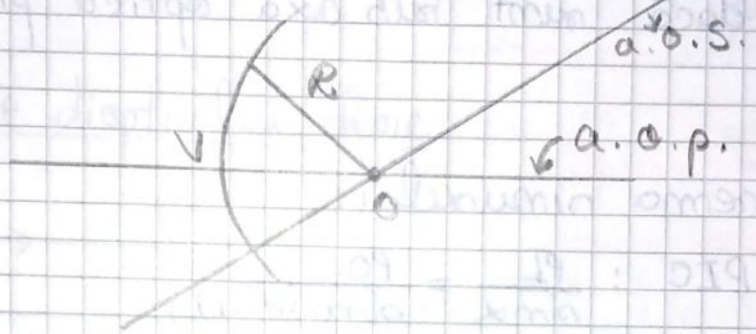
1. Să se enunțe principiile opticii geometrice
2. Reflexia și refracția luminii: definiții și legi
3. Explicați fenomenul de reflexie totală
4. Descrieți refracția luminii prin lama cu fețe plan-paralele
5. Prisma optică: desen și formulele prismei
6. Imagini reale / virtuale - definiție

16.10.2014

DIOPTRUL SFERIC. DIOPTRUL PLAN

Definiție: Dioptrul sferic este o suprafață sferică ce separă două medii transparente.

ELEMENTELE DIOPTRULUI SFERIC:



O → centrul de curbură, este centrul sferei din care face parte dioptrul.

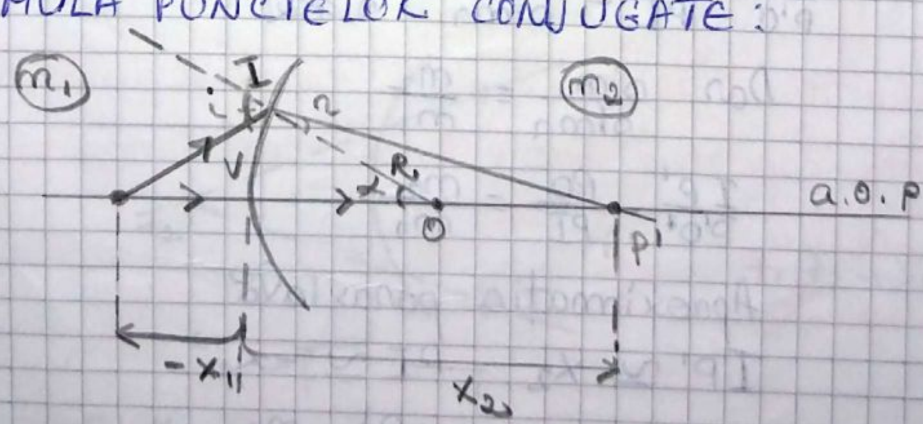
R → raza de curbură

V → vârful dioptrului

a.o.p. → axa optică principală

a.o.s → axa optică secundară

FORMULA PUNCTELOR CONJUGATE:



P' - imaginea pct. P

P și P' : puncte conjugate

CONVENȚIE DE SEMNE:

a) distanțele măsurate de-a lungul axei optice principale sunt negative, dacă se află în stânga dioptrului adică în sens opus propagării luminii și pozitive dacă se află în dreapta dioptrului, adică în sensul propagării luminii.

b) Segmentele perpendiculare pe axa optică principală sunt pozitive dacă se află deasupra axei și negative dacă sunt sub axa optică principală (răsturnate)

Teorema sinusului:

- în $\triangle PIO$: $\frac{PI}{\sin\alpha} = \frac{PO}{\sin(180^\circ - i)}$

- în $\triangle IOP'$: $\frac{IP'}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{P'O}{\sin r}$

Dar $\sin(180^\circ - i) = \sin i$ și $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$

$$\begin{cases} \frac{PI}{PO} = \frac{\sin\alpha}{\sin i} \\ \frac{IP'}{P'O} = \frac{\sin\alpha}{\sin r} \end{cases} \quad (:)$$

$$\frac{IP'}{P'O} \cdot \frac{PO}{PI} = \frac{\cancel{\sin\alpha}}{\sin r} \cdot \frac{\sin i}{\cancel{\sin\alpha}}$$

Dar $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$

$$\frac{IP'}{P'O} \cdot \frac{PO}{PI} = \frac{n_2}{n_1}$$

Aproximația paraxială

$IP' \simeq x_2$, $PI \simeq -x_1$

$$\frac{x_2}{x_2 - R} \cdot \frac{(-x_1 + R)}{-x_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x_1 x_2 n_1 + x_2 R n_1 = -x_1 x_2 n_2 + x_1 R n_2 \;|\; : x_1 x_2 R$$

$$-\frac{n_1}{R} + \frac{n_1}{x_1} = -\frac{n_2}{R} + \frac{n_2}{x_2}$$

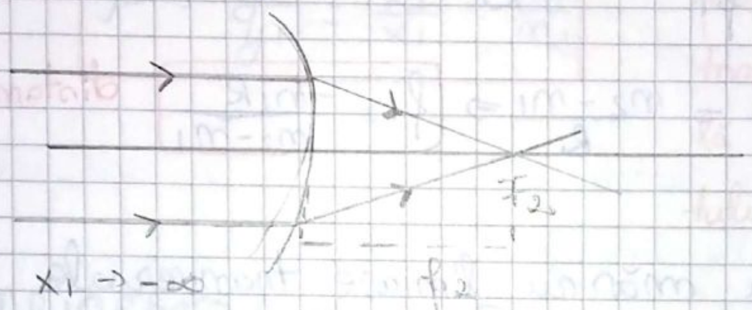
$$\frac{n_2}{R} - \frac{n_1}{R} = \frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1}$$

$$\boxed{\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$ → FORMULA PUNCTELOR CONJUGATE (prima formulă fundamentală a dioptrului sferic)

$-x_1$: distanța de la dioptru la obiect

x_2 : distanța de la dioptru la imagine

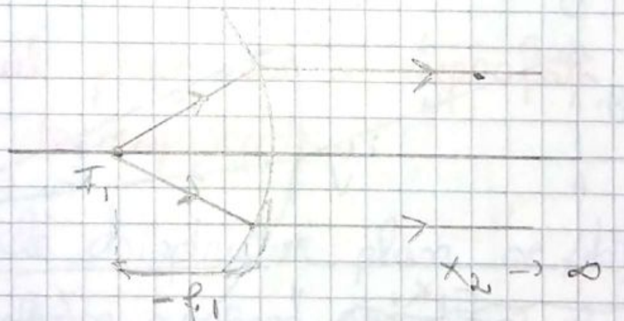
Focarele dioptrului sferic

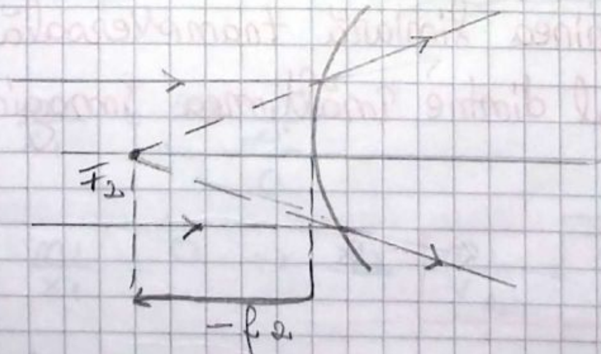


F_1, F_2 → focare reale

F_1 → focar obiect

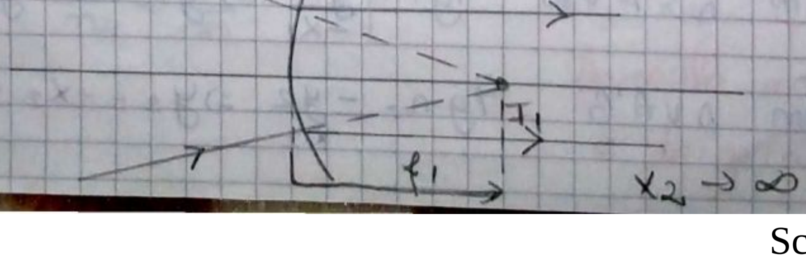
F_2 → focar imagine





F_1, F_2 → focare virtuale

$x_1 \to -\infty$



Pentru $x_1 \to -\infty \Rightarrow$

$$\frac{n_2}{f_2} - \underbrace{\frac{n_1}{-\infty}}_{0} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

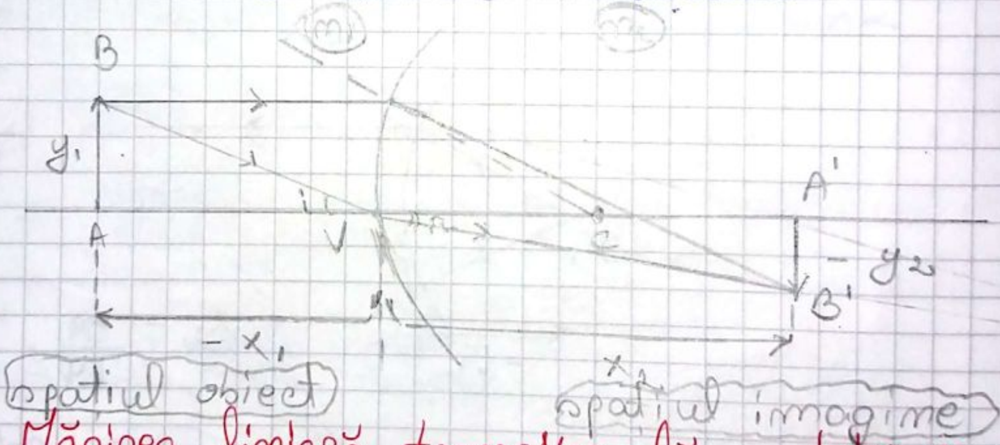
$$\boxed{f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}}$$ distanța focală imagine

Pentru $x_2 \to \infty \Rightarrow$

$$\underbrace{\frac{n_2}{\infty}}_{0} - \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$-\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow \boxed{f_1 = \frac{-n_1 R}{n_2 - n_1}}$$ distanță focală obiect

Formula măririi liniare transversale



Definiție. Mărirea liniară transversală, notată β reprezintă raportul dintre înălțimea imaginii și înălțimea obiectului.

$$\boxed{\beta \overset{def}{=} \frac{y_2}{y_1}}$$

A'B' : imaginea obiectului AB în dioptru

În Δ AVB : $tg\, i = \frac{y_1}{-x_1} \Rightarrow y_1 = -x_1 \cdot tg\, i$

În Δ VA'B' : $tg\, r = \frac{-y_2}{x_2} \Rightarrow y_2 = -x_2 \cdot tg\, r$

$$\beta = \frac{-x_2 \, tg\, r}{-x_1 \, tg\, i}$$

Aproximația paraxială (gaussiană):

$$tg\, i \simeq \sin i, \quad tg\, r \simeq \sin r$$

$$\beta = \frac{x_2 \sin r}{x_1 \sin i}$$

Dar $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\beta = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}}$

$$\boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}}$$

formula măririi liniare transversale (a doua formulă fundamentală a dioptrului sferic)

DIOPTRUL PLAN

Def: Dioptrul plan este o suprafață plană care separă două medii transparente.

Formulele dioptrului plan se obțin din formulele dioptrului sferic punând condiția $R = \infty$ (R tinde la infinit)

$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \underbrace{\frac{n_2 - n_1}{\infty}}_{0}$$

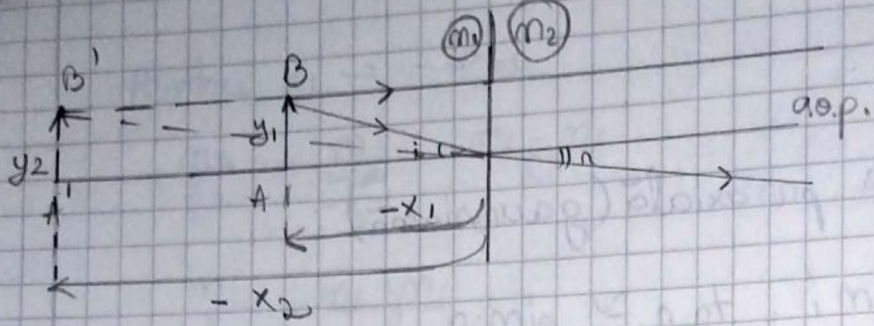
$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{n_2}{x_2} = \frac{n_1}{x_1}}$$

formula punctelor conjugate

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}$$

Dar $\frac{n_1}{n_2} = \frac{x_1}{x_2}$ $\Rightarrow$ $\beta = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow \boxed{\beta = 1}$

formula măririi liniare a dioptrului plan



$$x_2 = \frac{x_1 \cdot n_2}{n_1}$$

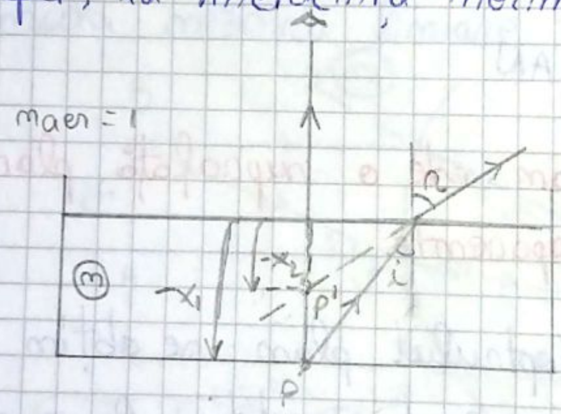
Dacă $n_2 > n_1 \Rightarrow |x_2| > |x_1|$

Dacă $n_2 < n_1 \Rightarrow |x_2| < |x_1|$

$\beta = 1 \Rightarrow y_2 = y_1$

Exemple:

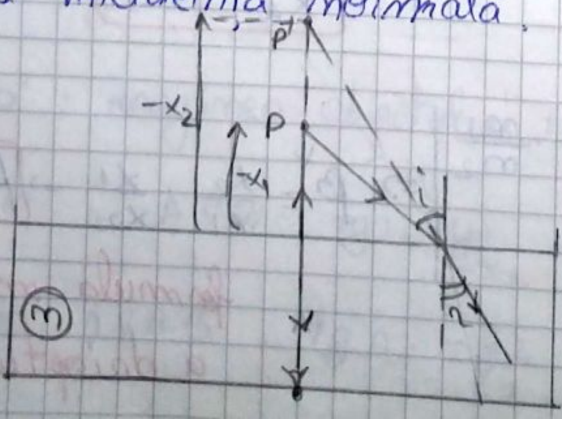
① Imaginea unui obiect aflat în apă, văzut de deasupra apei, la incidență normală.



$$\frac{1}{x_2} = \frac{n}{x_1} \Rightarrow x_2 = \frac{x_1}{n}$$

$$|x_2| < |x_1|$$

② Imaginea unui obiect aflat deasupra apei, văzut din apă, la incidență normală.



$n_{aer} = 1$

$$\frac{n}{x_2} = \frac{1}{x_1} \Rightarrow x_2 = n \cdot x_1$$

$$|x_2| > |x_1|$$

Scanned by CamScanner

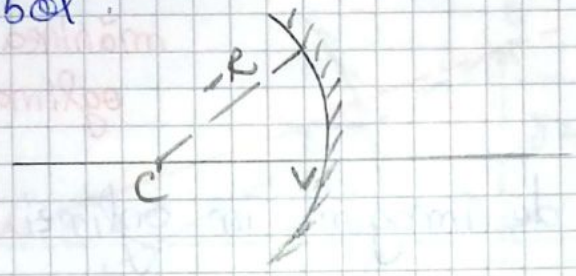
OGLINZI SFERICE. OGLINDA PLANĂ

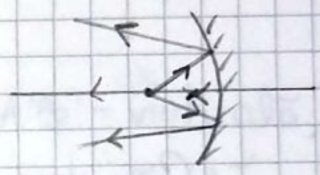
Def: Oglinda sferică este o suprafață sferică (calotă sferică) lucioasă, care reflectă lumina.

Clasificare:

a) Oglinzi concave: au suprafața interioară lucioasă (reflectătoare)

simbol:

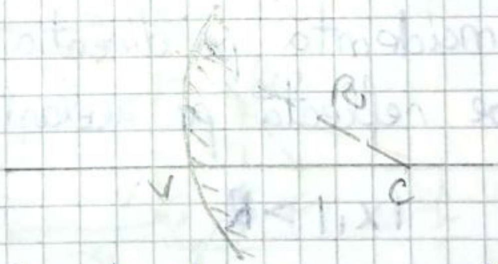




UTILIZARE: faruri, lanterne și proiectoare.

b) Oglinzi convexe: au suprafața exterioară lucioasă

simbol



UTILIZARE: Oglinzi retrovizoare la automobile

Formulele oglinzilor sferice se obțin din formulele dioptrului sferic punând condiția $\underline{n_2 = -n_1}$

$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$-\frac{n_1}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{-n_1 - n_1}{R}$$

$$-\frac{n_1}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = -\frac{2n_1}{R} \quad \Big| :(-n_1)$$

$$\boxed{\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{2}{R}}$$ → formula punctelor conjugate pentru oglinda sferică

$$f_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1} \Rightarrow f_1 = \frac{R \cdot (-n_1)}{-2 n_1} \Rightarrow f_1 = \frac{R}{2}$$

$$f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = \frac{-n_1 R}{-2 n_1} \Rightarrow f_2 = \frac{R}{2} \Rightarrow \boxed{f = \frac{R}{2}}$$

distanța focală a oglinzii sferice

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2} \quad \Big| \Rightarrow \beta = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{n_1}{-n_1} \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{x_2}{x_1}}$$

$$n_2 = -n_1$$

mărirea liniară pentru oglinda sferică

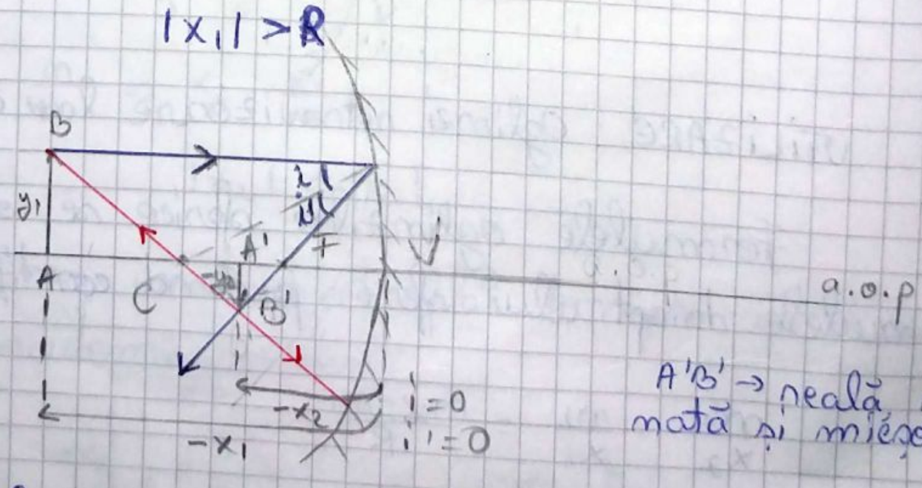
Construcții de imagini în oglinzi sferice

Folosim două raze de lumină cu drumul cunoscut:

① o rază incidentă paralelă cu a.o.p. după reflexie se propagă pe o direcție care conține focarul (F)

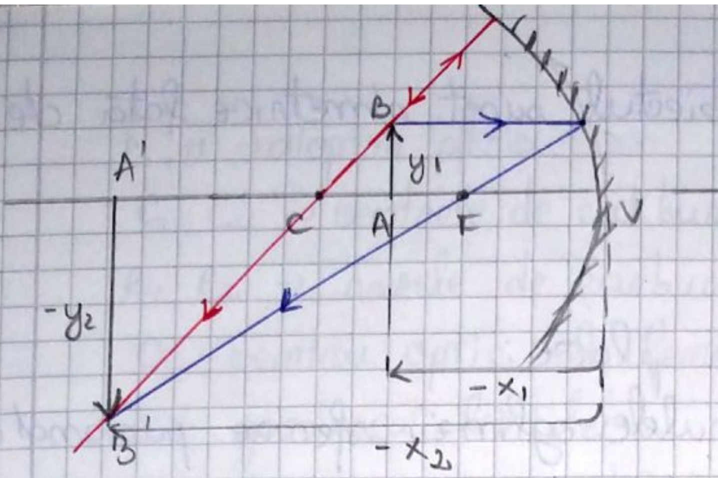
② o rază incidentă pe direcția care conține centrul de curbură se reflectă pe același drum.

$|x_1| > R$



A'B' → reală, răsturnată și micșorată

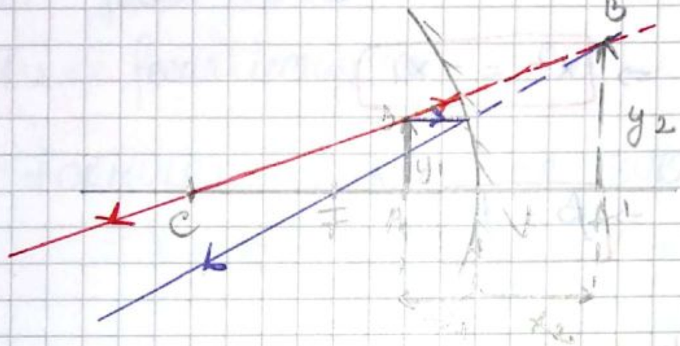
$f < |x_1| < R$



$f < |x_1| < R$

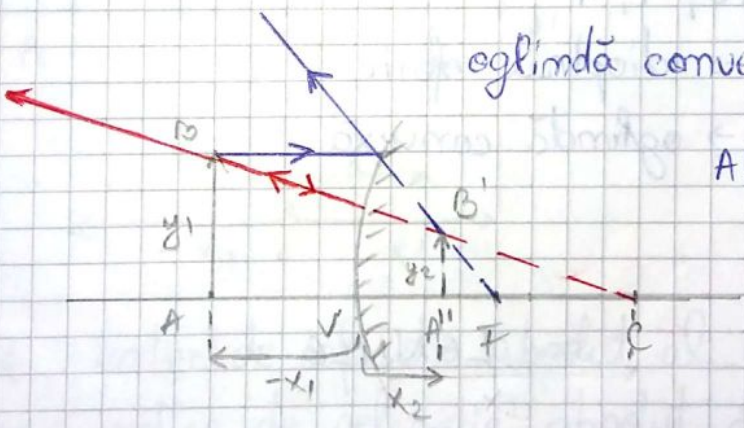
A'B' – reală, răsturnată, mărită

$|x_1| < f$



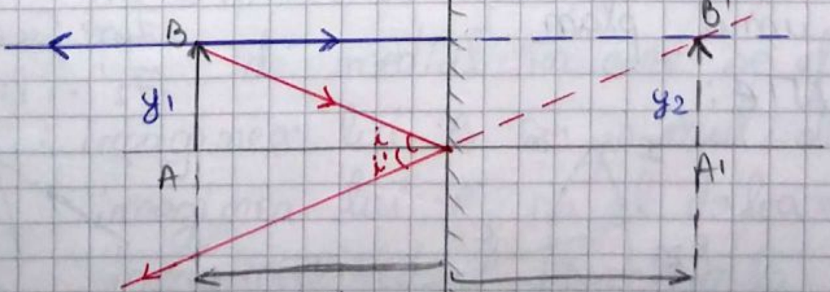
A'B' – virtuală, dreaptă, mărită

oglindă convexă



A'B' – virtuală, dreaptă, micșorată

OGLINDA PLANĂ



A'B' – virtuală, dreaptă, la fel de mare ca obiectul

Scanned by CamScanner

Obs: Imaginea și obiectul sunt simetrice față de oglinda plană
$(-x_1 = x_2)$

Formulele oglinzii plane:
- se obțin din formulele oglinzii sferice punând condiția $R \to \infty$

$$\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \underbrace{\frac{2}{\infty}}_{0} \Rightarrow \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{x_2} = -\frac{1}{x_1} \Rightarrow \boxed{x_2 = -x_1}$$

$$\beta = -\frac{-x_1}{x_1} \Rightarrow \boxed{\beta = 1}$$

T pg 43; 1, 4
1 -> dioptru sferic
4 -> oglindă convexă

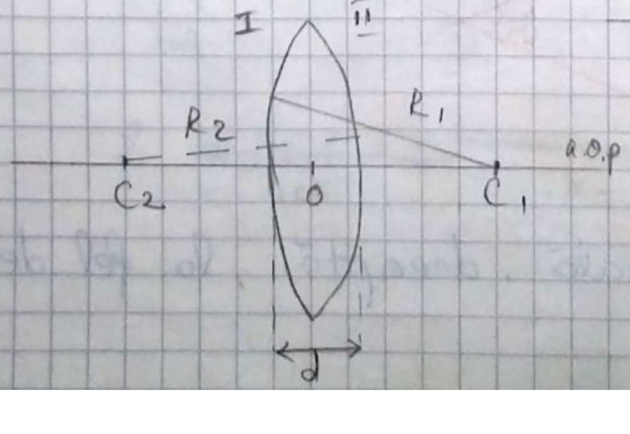
4.10.2014

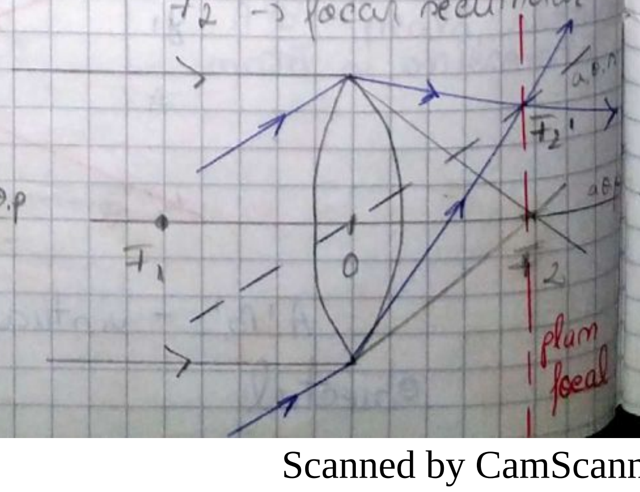
LENTILE

Def: Lentila este un mediu transparent delimitat de mediul exterior prin doi dioptrii sferici sau un dioptru sferic și unul plan.

ELEMENTE:

F_2 -> focar principal
F_2' -> focar secundar





$\bar{I}, \bar{II}$ → dioptrii sferici

C_1, C_2 → centrele de curbură ale dioptrilor

R_1, R_2 → razele de curbură ale dioptrilor

O : centru optic al lentilei

d : grosimea lentilei

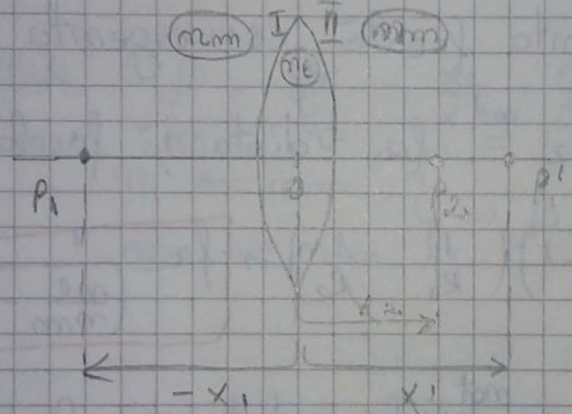
Pt $d << |R_1|$ și $d << |R_2|$: lentile subțiri

F_1, F_2 → focare principale

F_1 : focar obiect

F_2 : focar imagine

FORMULELE LENTILELOR SUBȚIRI



n_e : indice de refracție absolut al lentilei

n_m : indice de refracție absolut al mediului în care se află lentila

$n = \frac{n_e}{n_m}$ → indice de refracție relativ al lentilei față de mediul în care se află

P' : imaginea lui P_1 în primul dioptru

P_2 : imaginea lui P' în al doilea dioptru

P_2 : imaginea lui P_1 în lentilă

① Formula punctelor conjugate

În $\bar{I}$ dioptru : $\frac{n_e}{x'} - \frac{n_m}{x_1} = \frac{n_e - n_m}{R_1}$

În al II lea dioptru: $\frac{n_m}{x_2} - \frac{n_e}{x'} = \frac{n_m - n_e}{R_2}$ (+)

$$\frac{n_m}{x_2} - \frac{n_m}{x_1} = \frac{n_e - n_m}{R_1} - \frac{n_e - n_m}{R_2}$$

$$n_m\left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}\right) = (n_e - n_m)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Big| : n_m$$

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{n_e - n_m}{n_m}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \left(\frac{n_e}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

formula punctelor conjugate pentru lentile subțiri

② Focare, distanța focală, convergența

Pt $x_1 \to -\infty$, $x_2 \overset{not}{=} f_2 \to$ distanță focală imagine

$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{n_e}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \boxed{f_2 = \frac{1}{\left(\frac{n_e}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}}$$

Pt $x_2 \to \infty$, $x_1 \overset{not}{=} f_1 \to$ distanță focală obiect

$$-\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n_e}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{f_1 = -\frac{1}{\left(\frac{n_e}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}}$$

$\Rightarrow$ Clz: focarele lentilei sunt simetrice față de lentilă.

Not. $f = f_2 = -f_1$

$f \to$ distanța focală a lentilei.

$$\boxed{f = \frac{1}{\left(\frac{n_e}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}} \to \text{distanța focală}$$

Not: $\boxed{C = \frac{1}{f}}$

C: convergența lentilei

$$\boxed{C = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$ → formula convergenței (formula constructorului de lentile)

$$[C]_{SI} = \frac{1}{[f]_{SI}} = \frac{1}{1m} = 1\,m^{-1} = 1\,\delta \text{ (dioptrie)}$$

Def: O dioptrie ($1\,\delta$) reprezintă convergența unei lentile care are distanța focală de 1 m.

③ Formula măririi liniare

Dioptru: $\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}$

$$\left.\begin{matrix} n_1 \leftarrow n_m \\ n_2 \leftarrow n_m \end{matrix}\right\} \Rightarrow \beta = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{\cancel{n_m}}{\cancel{n_m}} \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}}$$

formula măririi liniare pentru lentile

Formulele lentilelor subțiri

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} = C$$

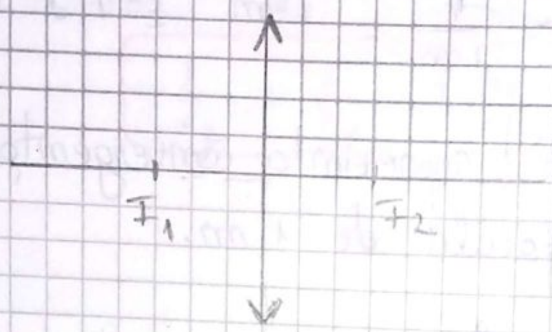
$$C = \left(\frac{n_l}{n_m} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

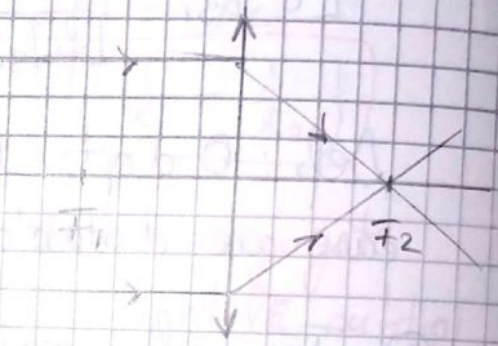
$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

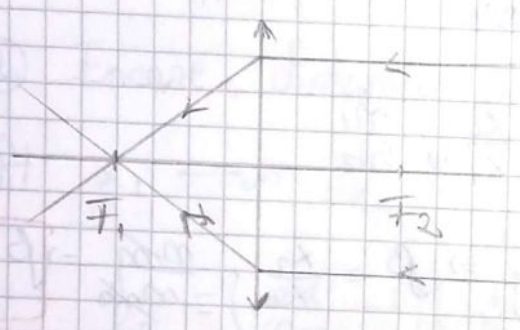
TIPURI DE LENTILE (CLASIFICARE)

$\boxed{A}$ Lentile convergente: sunt lentile care transformă un fascicul de lumină paralel în fascicul convergent. Sunt mai groase la centru decât la margini.

simbol:







Obs: La lentilele convergente: $\boxed{f>0}$ $\boxed{C>0}$

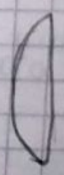
Tipuri de lentile convergente

a) L. biconvexă

$R_1>0$
$R_2<0$

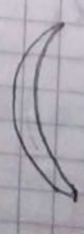
b) L. plan-convexă

$R_1\to\infty$
$R_2<0$



$R_1>0$
$R_2\to\infty$

c) L. menisc convergent

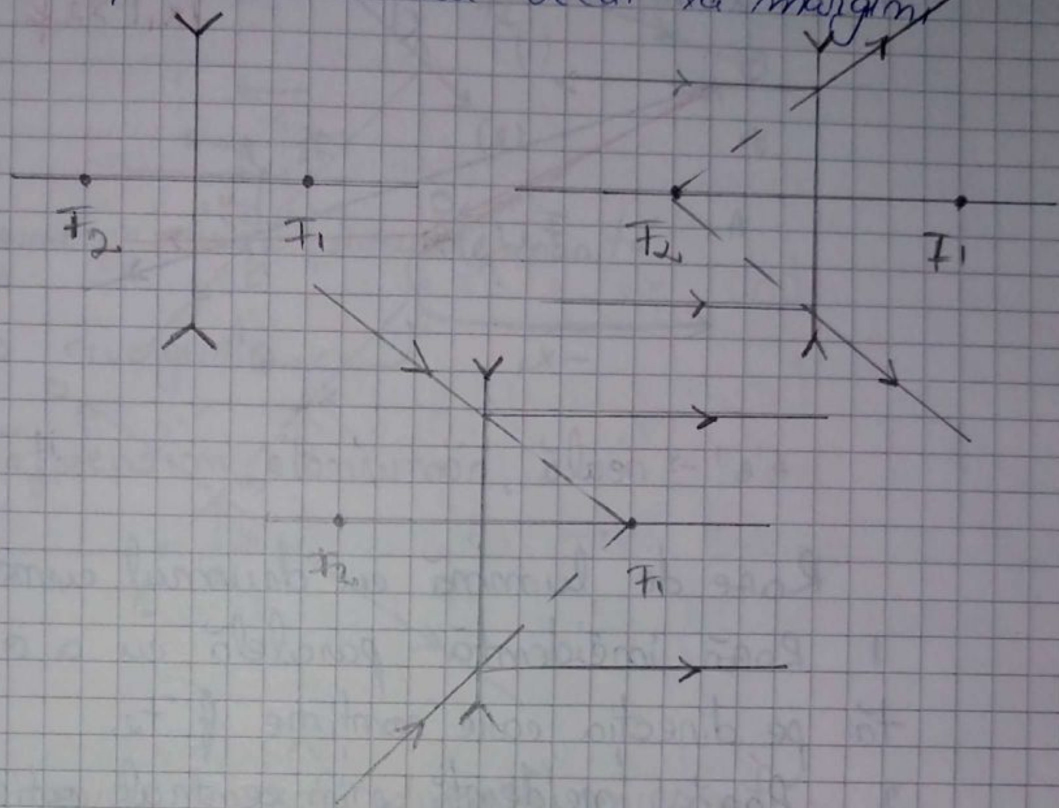


$R_1>0$
$R_2>0$

$R_1<0$
$R_2<0$

B. Lentile divergente: sunt lentile care transformă un fascicul de lumină paralel într-un fascicul divergent. Sunt mai subține la centru decât la margini.

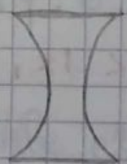
Simbol



Obs: La lentilele divergente: $\boxed{f<0}$ $\boxed{C<0}$

Tipuri de lentile divergente

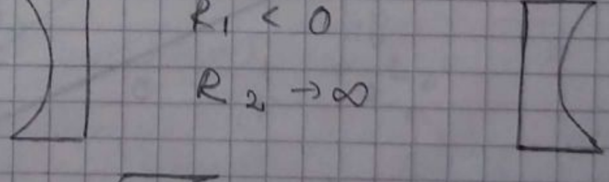
a) L. biconcavă



$R_1 < 0$

$R_2 > 0$

b) L plan-concavă



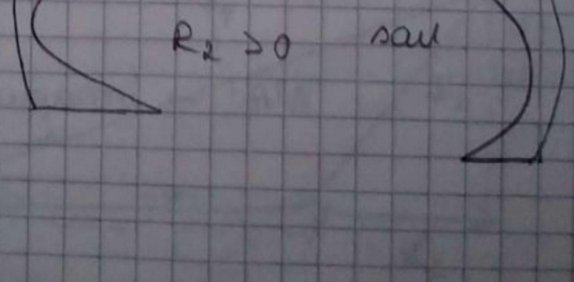
$R_1 < 0$

$R_2 \to \infty$

$R_1 \to \infty$

$R_2 > 0$

c) L menisc divergent



$R_1 > 0$

$R_2 > 0$

sau

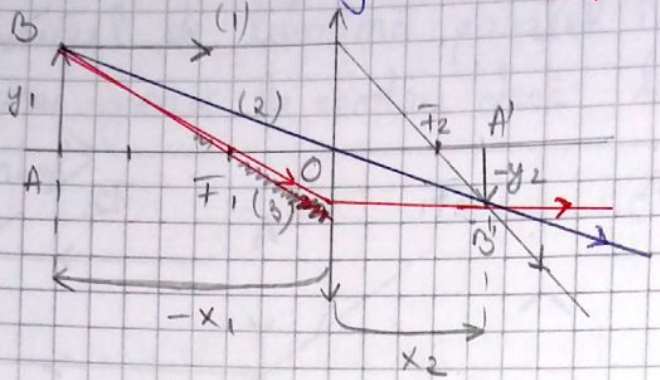
$R_1 < 0$

$R_2 < 0$

IMAGINI ÎN LENTILE

A. În lentila convergentă:

$|x_1| > 2f$

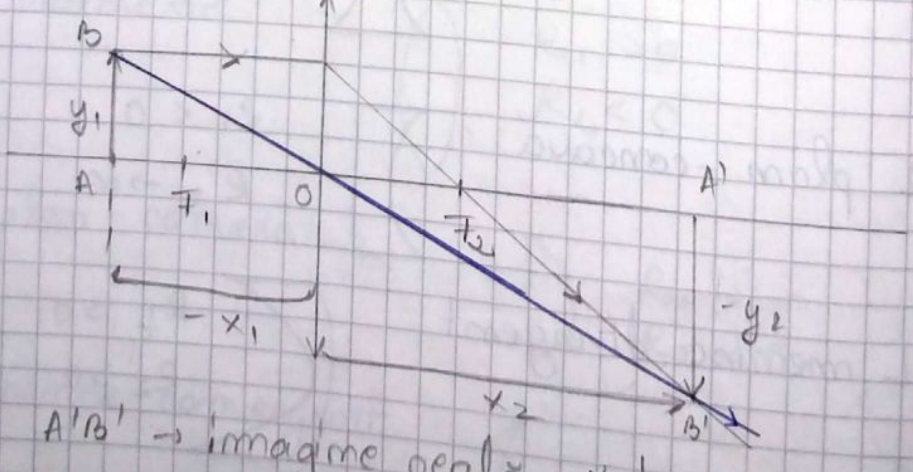


A'B' → reală, răsturnată, micșorată

Raze de lumină cu drumul cunoscut:

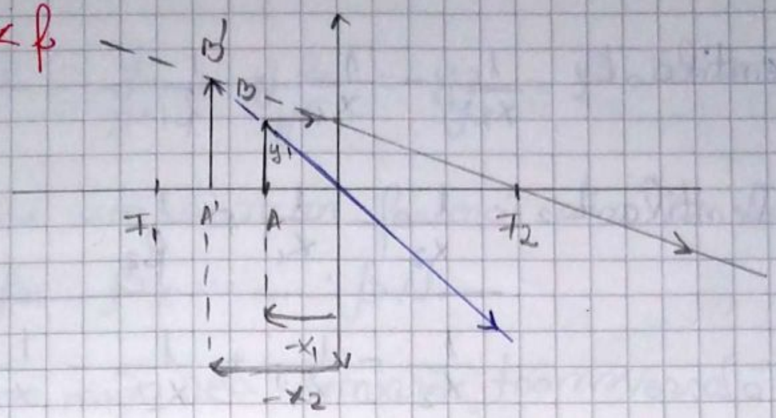
1. Rază incidentă paralelă cu a.o.p. ⇒ rază emergentă pe direcția care conține ~~f~~ F_2
2. Rază incidentă prin centrul optic al lentilei (O) trece de lentilă nedeviată
3. Rază incidentă pe direcția focarului ~~f~~ F_1 → rază emergentă paralelă cu a.o.p.

$f < |x_1| < 2f$



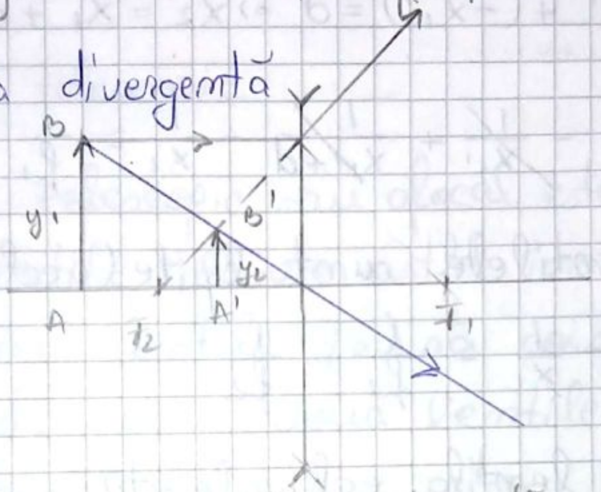
A'B' → imagine reală, răsturnată, mărită

$|x_1| < f$



imagine virtuală, dreaptă, mărită

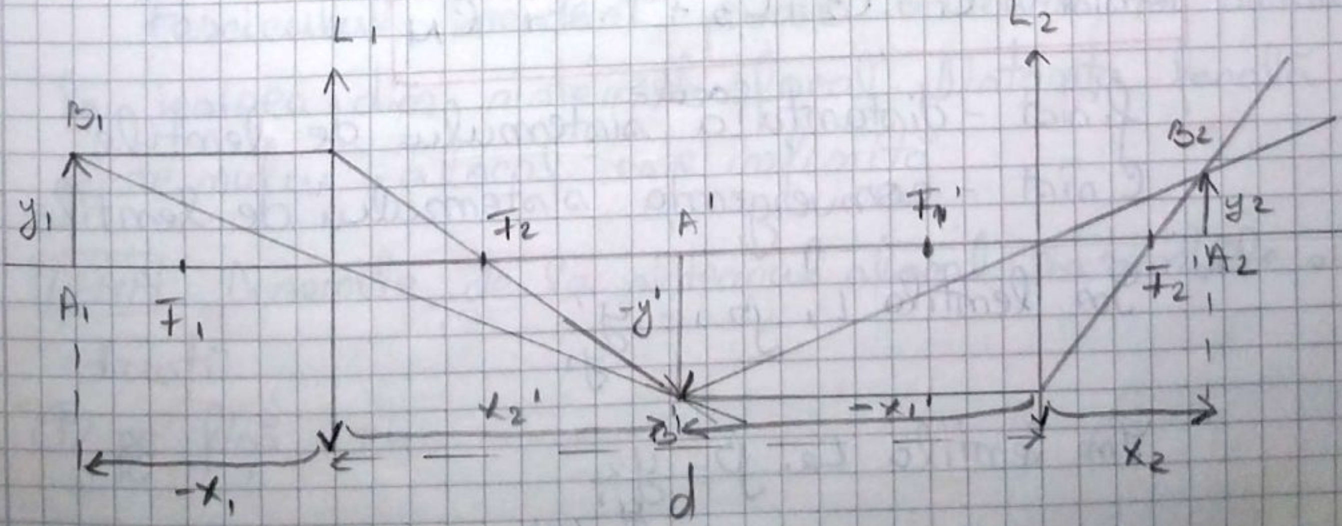
$\boxed{B}$ în lentila divergentă



imagine virtuală, dreaptă, micșorată

Sisteme centrate de lentile subțiri

Un sistem de lentile este centrat dacă lentilele au același ax optic principal.



În lentila L_1 $\frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1}$

În lentila L_2 : $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{f_2}$

(+)

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1'} + \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Dar $x_2' + (-x_1') = d \Rightarrow x_2' = x_1' + d$

Deci $\frac{1}{x_2} - \cancel{\frac{1}{x_1'}} + \frac{1}{\cancel{x_1'}+d} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

Dacă lentilele sunt lipite (acolate): $d = 0$

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Pentru lentila echivalentă sistemului:

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_{sistem}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f_{sist}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

$$\boxed{C_{sist} = C_1 + C_2}$$

Pentru un sistem format din N lentile acolate:

$$\boxed{\frac{1}{f_{sist}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots + \frac{1}{f_N}}$$

$$\boxed{C_{sist} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N}$$

f_{sist} - distanța focală a sistemului de lentile

C_{sist} - convergența sistemului de lentile

În lentila L_1 $\beta_1 = \frac{y'}{y_1}$

În lentila L_2 $\beta = \frac{y_2}{y'}$

(*)

$$\beta_1 \cdot \beta_2 = \frac{y'}{y_1} \cdot \frac{y_2}{y'} = \frac{y_2}{y_1} = \beta_{sistem}$$

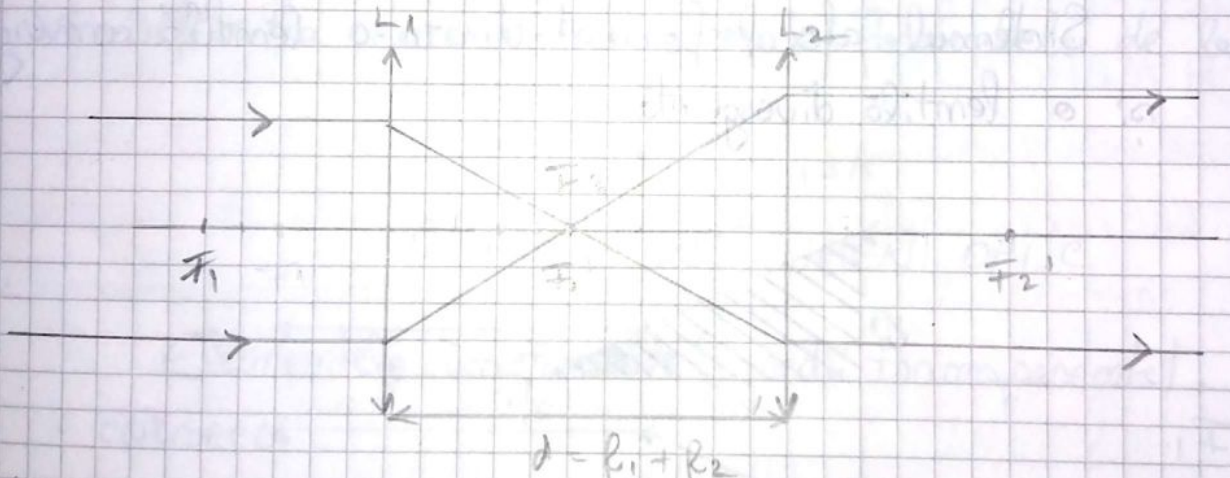
Pentru un sistem format din N lentile centrate

$$\beta_{sist} = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \ldots \cdot \beta_N$$

β_{sist} → mărirea liniară transversală a sistemului de lentile

Sistem telescopic

Sistemul telescopic sau afocal este sistemul centrat de două lentile plasate astfel încât focarul imagine al primei lentile (F_2) să coincidă cu focarul obiect al celei de-a doua lentile (F_1')



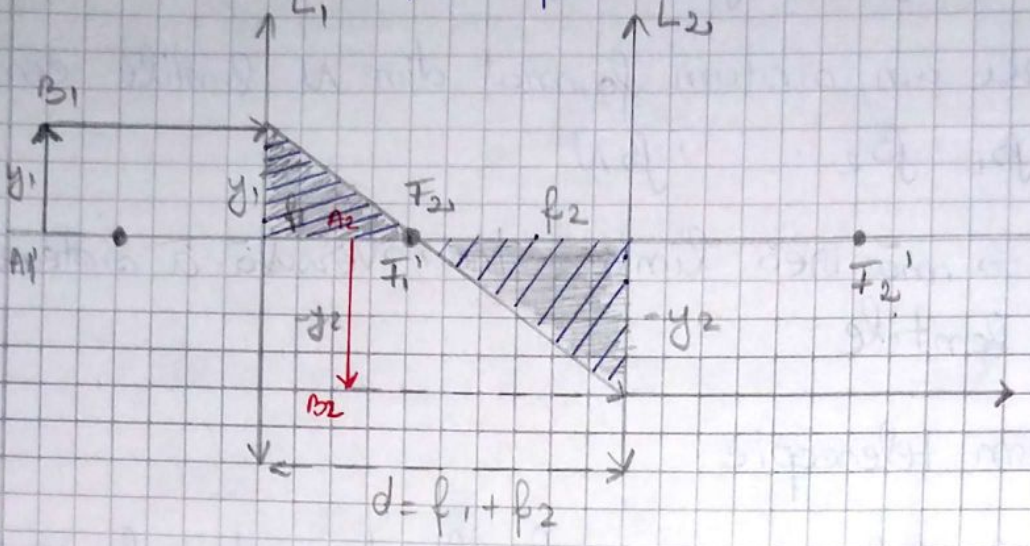
Fasciculul incident paralel rămâne tot paralel la ieșirea din sistemul afocal. Distanța focală a sistemului afocal este infinită.

$\boxed{\text{TEMA}}$ Desenele de la sistemul afocal în ambele situații.

(T) ~~pg~~ fișă 1-4.

Scanned by CamScanner

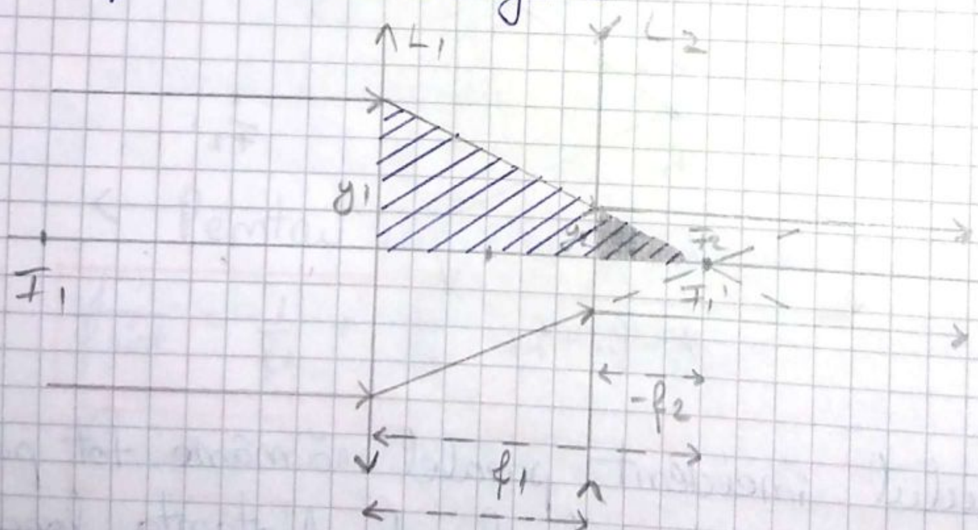
Sistemul afocal format din două lentile convergente



Triunghiuri asemenea:

$$\frac{-y_2}{y_1} = \frac{f_2}{f_1} \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{f_2}{f_1}}$$

Sistemul afocal format dintr-o lentilă convergentă și o lentilă divergentă



Triunghiuri asemenea:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{-f_2}{f_1} \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{f_2}{f_1}}$$

Scanned by CamScanner

CARACTERISTICILE SISTEMULUI AFOCAL

- F_2 ~~coincide~~ coincide cu F_1'
- are distanta afocală infinită
- are mărirea liniară transversală constantă $\beta = \frac{-f_2}{f_1}$

TEST

+1. Definitia lentilei
2. Caracteristicile sistemului afocal
3. Lentile convergente, lentile divergente: def, simbol, tipuri de lentile + desene
4. Definitia unei dioptrii
5. Definitia convergentei + toate formulele de la lentil

OCHIUL - INSTRUMENT OPTIC

Elementele componente (medii transparente):
- corneea
- umoarea apoasă
- cristalinul: este o lentilă convergentă, asimetrică, biconvexă

Imaginea:
- se formează prin refracții succesive, pe retină, care contine fotoreceptori: conuri și bastonașe.

Imagaginea este: reală, micșorată și răsturnată

ACOMODAREA este proprietatea cristalinului de a-și modifica distanța focală (convergența) pentru a forma imagini clare pe retină ale obiectelor situate la diferite distanțe.

Sub acțiunea mușchilor ciliari se modifică razele de curbură și implicit convergența cristalinului.

Punctum remotum este situat la infinit

Punctum proximum este situat la 25cm de ochi (distanța optimă de citire, pentru ochiul sănătos)

DEFECTE DE VEDERE

MIOPIA - imaginea se formează în fața ~~se le~~ retinei; se corectează cu lentile divergente

HIPERMETROPIA - imaginea se formează în spatele retinei; se corectează cu lentile convergente.

PREZBITISMUL - diminuarea capacității de acomodare a cristalinului; se corectează cu lentile convergente.

INSTRUMENTE OPTICE

Instrumentele optice sunt sisteme de lentile, oglinzi care formează imagini ale obiectelor.

Clasificare:

- Instrumente care formează imagini reale: aparatul de fotografiat, ochiul, aparatul de proiecție
- Instrumente care formează imagini virtuale: lupa, microscopul, telescopul, luneta

Caracteristici ale instrumentelor optice

→ Mărirea transversală $\beta = \frac{y_2}{y_1}$

→ Puterea : $P = \frac{tg\,\alpha_2}{y_1}$

→ Grosismentul $G = \frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1}$

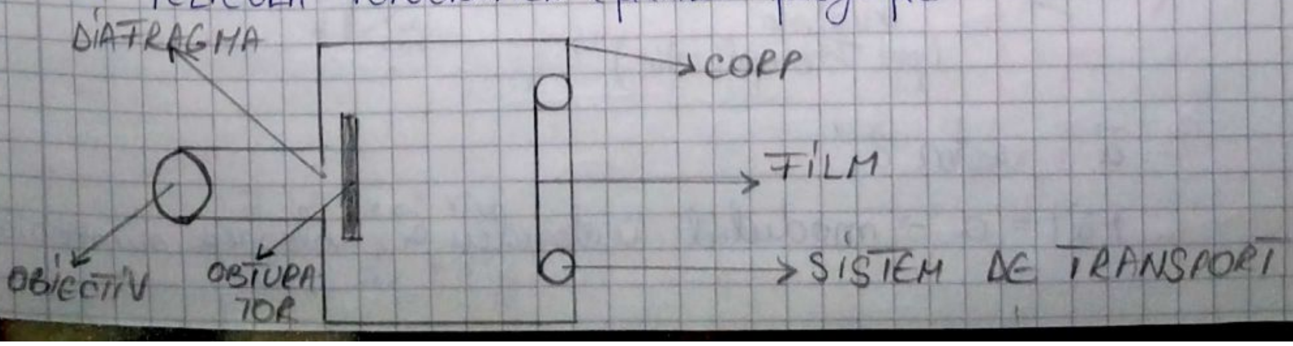
α_1 → unghiul sub care se vede obiectul privit cu ochiul liber de la distanța optimă de vedere (δ = 25 cm)

α_2 → unghiul sub care se vede obiectul privit prin instrumentul optic (unghiul sub care se vede imaginea obiectului)

→ Puterea separatoare exprimă capacitatea instrumentului de a forma imagini distincte pentru două puncte ~~învec~~ învecinate ale obiectului.

Alcătuirea aparatului de fotografiat:

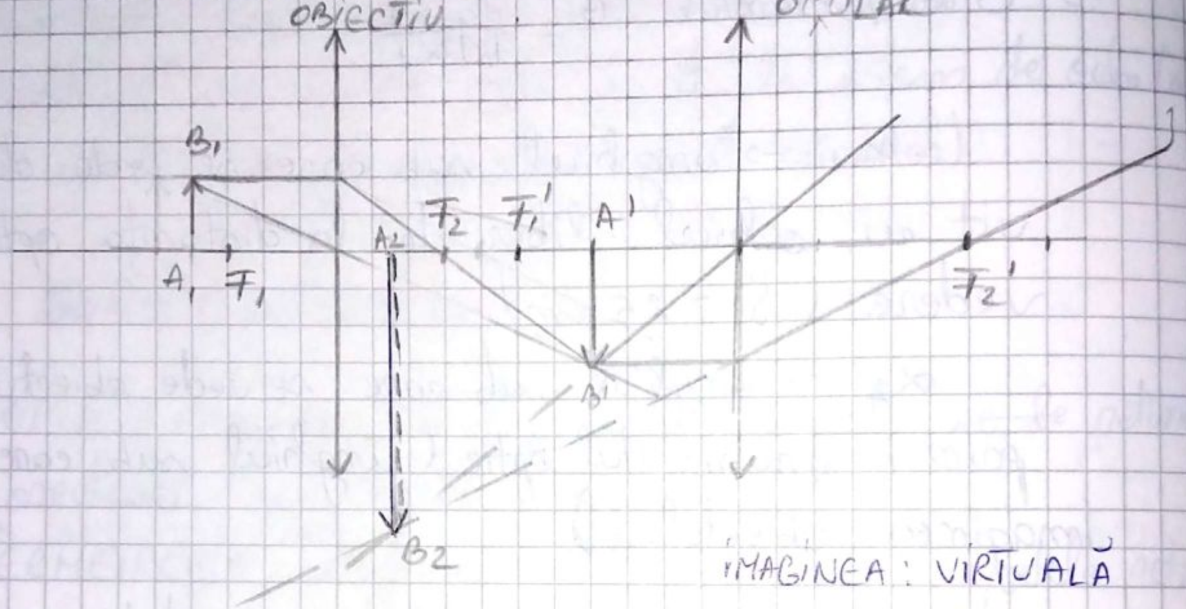
- CUTIA - camera obscură
- OBIECTIVUL - sistem convergent de lentile
- DIAFRAGMĂ - dozează cantitatea de lumină
- OBTURATOR
- PELICULA FOTOGRAFICĂ (filmul fotografic



IMAGINEA ÎN APARATUL DE FOTOGRAFIAT

- Reală
- Răsturnată
- Micșorată

FORMAREA IMAGINII ÎN MICROSCOP

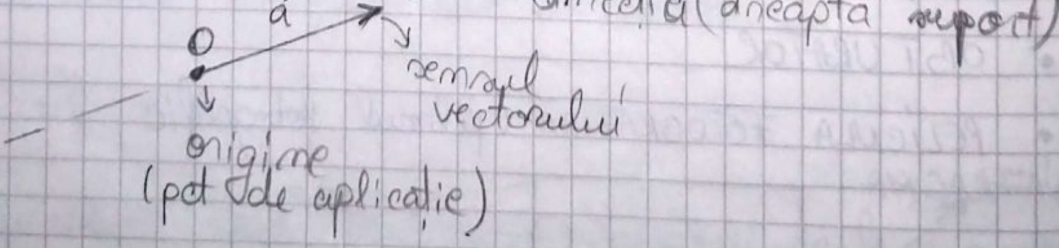


IMAGINEA: VIRTUALĂ
Răsturnată
Mărită

$\boxed{\text{CAP II}}$ PRINCIPII ȘI LEGI ÎN MECANICA CLASICĂ

Elemente de calcul vectorial

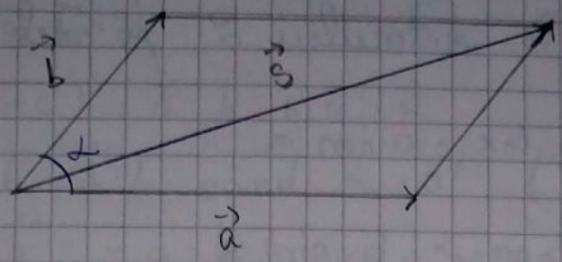
VECTOR = SEGMENT DE DREAPTĂ ORIENTAT



$\vec{a}$ = „vector $\vec{a}$"

$|\vec{a}| = a \Rightarrow$ modulul vectorului $\vec{a}$, valoarea numerică

1. Suma a doi vectori (adunarea vectorilor)



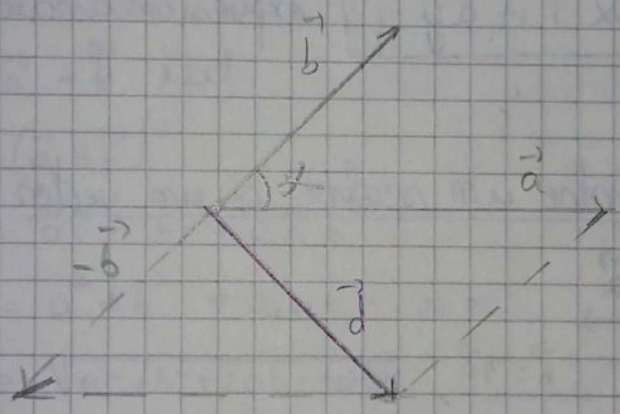
Vectorul sumă: $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$

$$\boxed{s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cdot\cos\alpha}}$$

$\alpha \rightarrow$ unghiul dintre $\vec{a}$ și $\vec{b}$

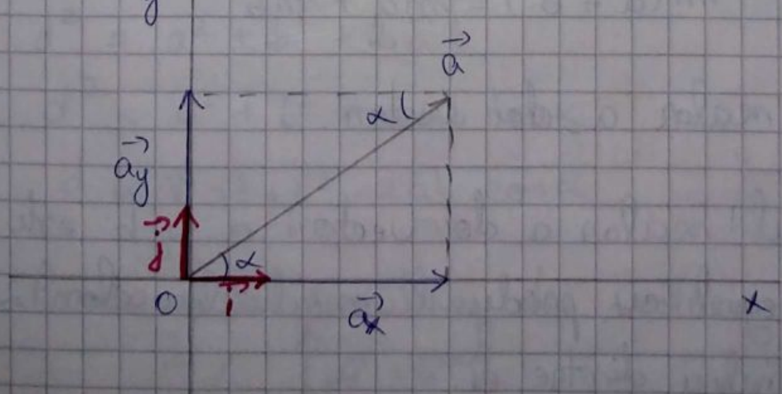
2. Scăderea vectorilor (diferența a doi vectori)

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



$$\boxed{d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}}$$

3. Descompunerea unui vector pe două direcții



$$\vec{a} = \vec{a_x} + \vec{a_y}$$

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2$$

$\vec{a_x}, \vec{a_y}$ → componentele vectorului $\vec{a}$ pe cele două axe

a_x, a_y → proiecțiile vectorului $\vec{a}$ pe axele de coordonate.

$\cos\alpha = \frac{a_x}{a} \Rightarrow a_x = a\cos\alpha$

$\sin\alpha = \frac{a_y}{a} \Rightarrow a_y = a\sin\alpha$

$\vec{i}, \vec{j}$ → versorii axelor de coordonate

$|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$

$\vec{a_x} = a_x \cdot \vec{i}$

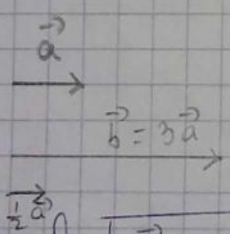
$\vec{a_y} = a_y \cdot \vec{j}$

$\vec{a} = \vec{a_x} + \vec{a_y}$

$\boxed{\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}}$ expresia analitică a vectorului $\vec{a}$

4. Produsul dintre un scalar și un vector

Ex:



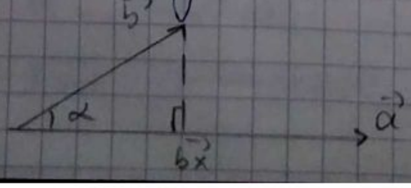
În general: $\boxed{\vec{u} = m \cdot \vec{v}}$

Proprietăți: $(m+n)\vec{a} = m\vec{a} + n\vec{a}$

$m(\vec{a} + \vec{b}) = m\vec{a} + m\vec{b}$

5. Produsul scalar a doi vectori

Def: Produsul scalar a doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$ este numărul real $\vec{a} \cdot \vec{b}$, egal cu produsul modulelor celor 2 vectori prin cosinusul unghiului dintre ei.



$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b_x$, deoarece $b_x = b\cos\alpha$

Proprietăți

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
2. $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
3. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b$ când $\alpha = 0°$
4. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -a \cdot b$ când $\alpha = 180°$
5. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ când $\alpha = 90°$
6. $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ când $\alpha \in (0; 90°)$
7. $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ când $\alpha \in (90°, 180°)$
8. $\vec{a}$

$$\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = a \cdot a \cdot \cos 0° \Rightarrow \vec{a}^2 = a^2$$

APLICAȚII

a) Suma a doi vectori:

$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} \quad |^2$

$\vec{s}^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2$

$s^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}\vec{b}$

$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\alpha$

$s = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\alpha}$

b) Diferența a doi vectori:

$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} \quad |^2$

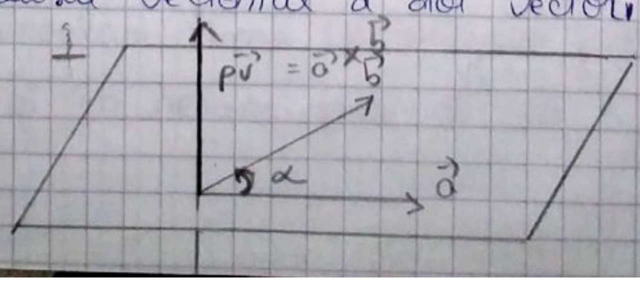
$d^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2$

$d^2 = a^2 + b^2 - 2\vec{a}\vec{b}$

$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$

$d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\alpha}$

6. Produsul vectorial a doi vectori



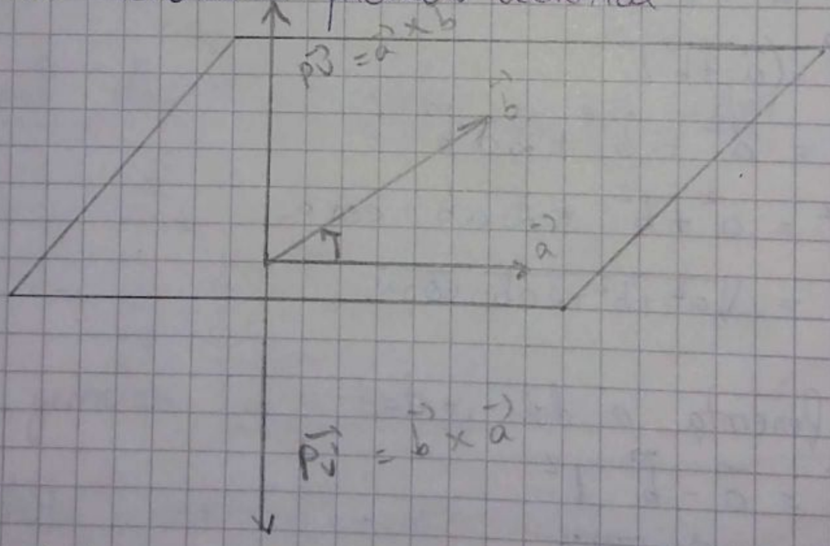
Def: Produsul vectorial a doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$ este vectorul notat $\vec{a} \times \vec{b}$ caracterizat prin:

→ modul egal cu produsul modulelor celor doi vectori prin sinusul unghiului dintre ei.

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = a \cdot b \cdot \sin\alpha$$

→ direcția perpendiculară pe planul definit de cei doi vectori $\vec{a}$ și $\vec{b}$

→ sensul dat de regula burghiului drept: se așează burghiul perpendicular pe planul definit de cei doi vectori și se rotește în sensul în care se aduce primul vector spre al doilea sub unghiul cel mai mic. Sensul în care înaintează burghiul indică sensul vectorului produs vectorial



Proprietăți

1. $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ dacă $\alpha = 0^\circ$ sau $\alpha = 180^\circ$
2. $|\vec{a} \times \vec{b}| = a \cdot b$ dacă $\alpha = 90^\circ$
3. produsul vectorial este anticomutativ: $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$

MIȘCARE ȘI REPAUS

1. Sistem de referință. Mișcare, repaus
2. Punct material, traiectorie
3. Coordonată, deplasare, vector de poziție, vector deplasare
4. Viteza medie, viteza momentană. Viteze relative
5. Accelerația medie, accelerația momentană
6. Clasificarea mișcărilor punctului material
7. Mișcarea rectilinie uniformă.
8. Mișcarea rectilinie uniform variată
9. Mișcări în câmp gravitațional

1. Pentru a studia mișcarea și repausul este necesar să se aleagă un corp de referință numit reper.

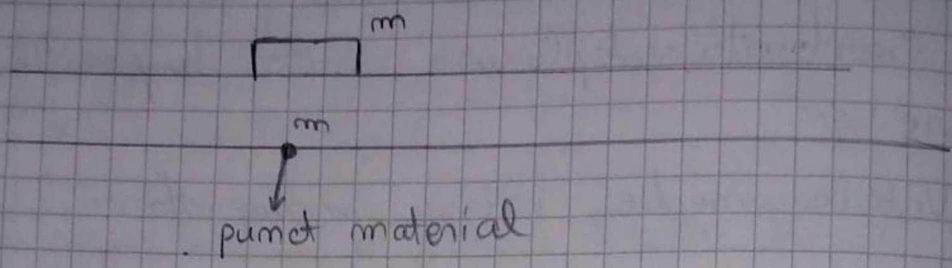
Def: Sistemul de referință (SR) este ansamblul format din corpul de referință ales, o riglă pentru măsurarea distanțelor și un ceas pentru măsurarea timpului

Def: Un corp se află în stare de mișcare față de un SR dacă distanța față de acel sistem de referință se modifică în timp.

Obs: Repausul este un caz particular al mișcării când distanța față de SR sau poziția rămâne neschimbată

Obs: Mișcarea și repausul sunt relative, adică un corp poate fi în același timp în mișcare față de un sistem de referință și în repaus față de alt SR.

2. Punctul material este reprezentarea unui corp care are dimensiunile mult mai mici decât distanțele parcurse, caracterizat prin masa corpului.

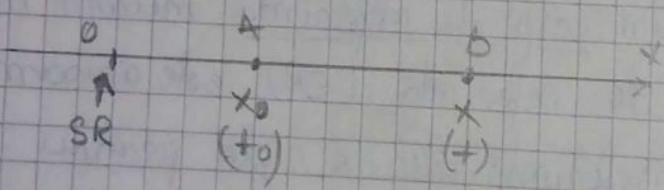


Traiectoria reprezintă urma descrisă de ~~m~~ punctul material în timpul mișcării sale față de un SR.

Traiectorie – rectilinie
– curbilinie

3. a) Cazul mișcării rectilinii

Axa mișcării:

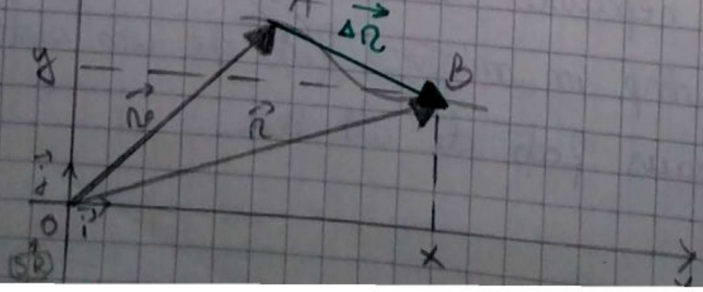


Def: Coordonata „x” este distanța de la punctul material la SR (originea axei) la un moment dat

$\Delta x = x - x_0$: deplasare

$\Delta t = t - t_0$: interval de timp sau durată

b) Cazul mișcării în plan



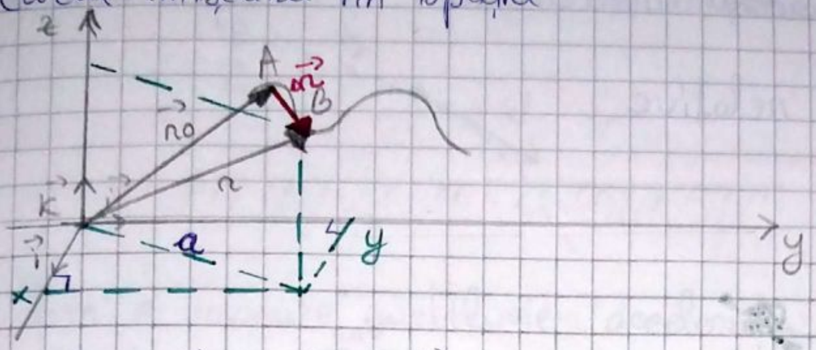
$\vec{r}$ → vector de poziție

$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$

$\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r_0}$ → vector deplasare

Obs: $y = f(x)$: ecuația traiectoriei

2) Cazul mișcării în spațiu



$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$r^2 = \underbrace{x^2 + y^2}_{a^2} + z^2$

4. Mișcare rectilinie

Viteza medie, v_m, reprezintă raportul dintre deplasare și intervalul de timp corespunzător acestei deplasări.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Notații: $\begin{cases} d: \text{dist parcursă} \\ t: \text{durata} \end{cases}$

$$v_m = \frac{d}{t}$$

Def: Viteza momentană:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \text{ când } \Delta t \to 0$$

$$[v]_{SI} = 1\,\frac{m}{s}$$

$$[v] = \frac{1\,km}{h} = \frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{10}{36}\,\frac{m}{s}$$

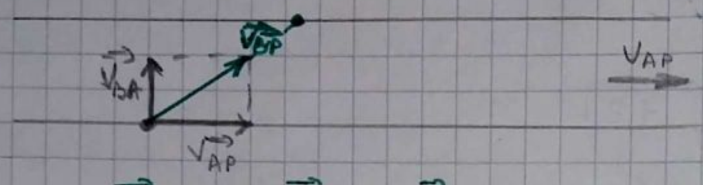
$$1\,\frac{m}{s} = \frac{36}{10}\,\frac{km}{h} = 3,6\,\frac{km}{h}$$

Vectorul viteză medie: $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

Vectorul viteză momentană: $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, când $\Delta t \to 0$

Viteze relative

Exemplu



$$\vec{V}_{BP} = \vec{V}_{BA} + \vec{V}_{AP}$$

$\vec{V}_{AP}$ → viteza apei față de Pământ

$\vec{V}_{BA}$ → viteza bărcii față de apă

$\vec{V}_{BP}$ → viteza bărcii față de Pământ

5. Def: Accelerația medie (not a_m) este mărimea fizică vectorială egală cu raportul dintre variația vectorului viteză și intervalul de timp corespunzător.

$$\boxed{a_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$$

Def: Accelerația momentană (a)

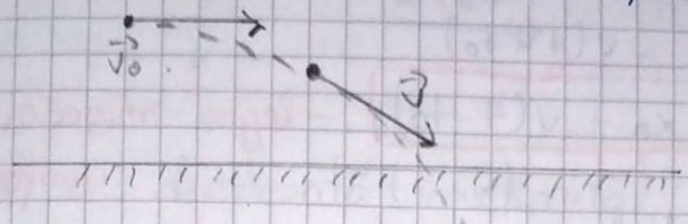
$$\boxed{\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \text{ când } \Delta t \to 0}$$

$$[a]_{SI} = \frac{[v]_{SI}}{[t]_{SI}} = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \boxed{[a] = 1\ \frac{m}{s^2}}$$

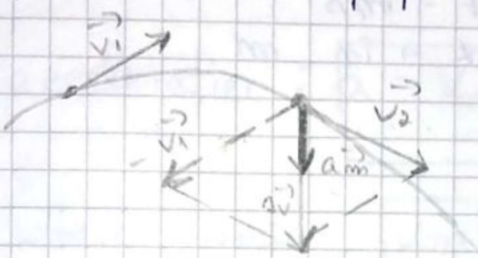
Ex: Accelerația gravitațională, g, este accelerația cu care cade liber orice corp în vid la suprafața Pământului.

$g = 9,8\ \frac{m}{s^2} \approx 10\ \frac{m}{s^2}$

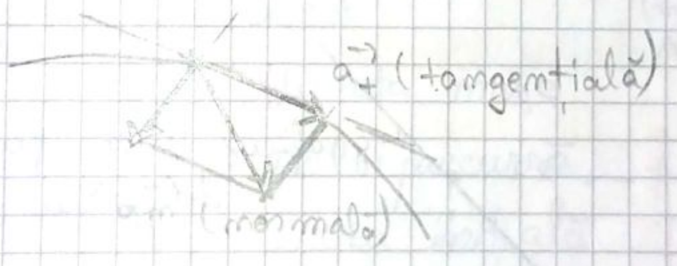
Obs: 1. Vectorul viteză este tangent la traiectorie în fiecare punct al acesteia și are sensul mișcării.



2. Într-o mișcare curbilinie, accelerația are două componente:
- accelerație tangențială (tangentă la traiectorie)
- accelerație normală (perpendiculară la traiectorie)



$$\vec{a_m} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{\Delta t}$$



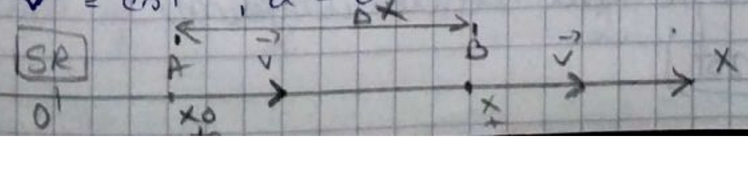
6. Clasificarea mișcărilor:

→ Mișc. rectilinie
- uniformă: $\vec{v}$ = cst; a = 0
- uniform variată: $\vec{a}$ = cst
- neuniform variată: $\vec{a} \neq$ cst

→ Mișc. curbilinie
- uniformă: $|\vec{v}|$ = cst
- neuniformă: $|\vec{v}| \neq$ cst

7. Mișcarea rectilinie uniformă este mișcarea în care traiectoria este o dreaptă, iar vectorul viteză este constant

$\vec{v}$ = cst, $a = \frac{0}{\Delta t}$



$\vec{v} = cst \rightarrow \vec{v_m} = \vec{v}$

$$v = v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

$$x - x_0 = v(t - t_0)$$

$$\boxed{x = x_0 + v(t - t_0)}$$ – legea mișcării rectilinii uniforme

t_0: mom. inițial

x_0: coord inițială (la mom t_0)

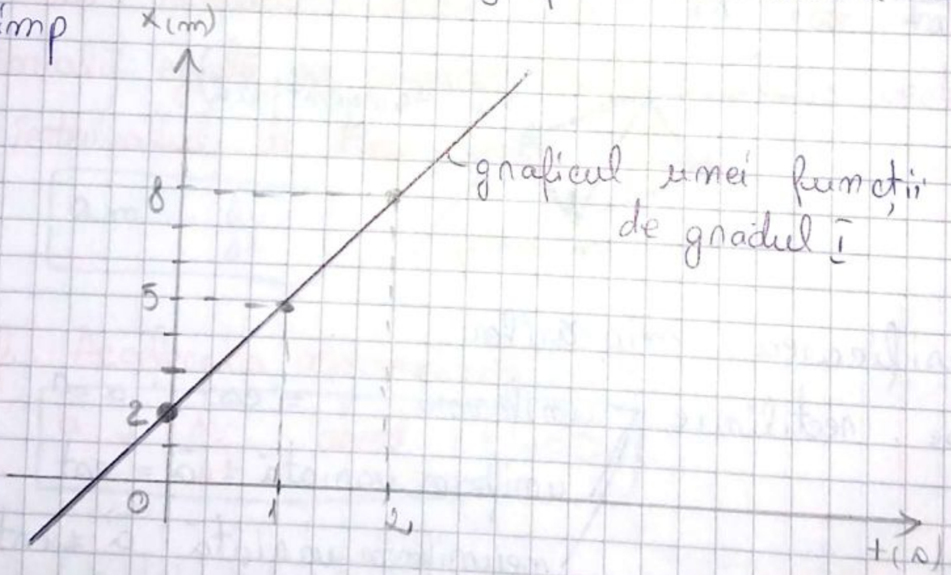
x : coord ~~inițiala~~ la mom t

Ex: $x = 2 + 3t$; t - în s

$x \rightarrow$ în m

t	0	1	2	. . . .
x	2	5	8	. . . .

Graficul mișcării = graficul coordonatei în funcție de timp



(7) 1 – 7

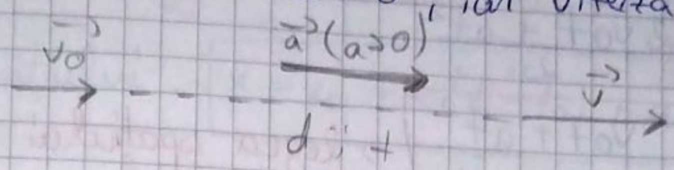
(8). Mișcarea rectilinie uniform variată

Mișcarea rectilinie uniform variată este mișcarea în care traiectoria este o dreaptă iar accelerația este constantă (viteza crește sau scade uniform)

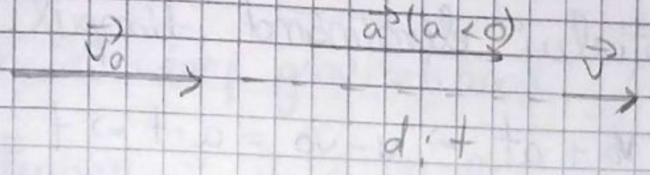
$$\boxed{\vec{a} = const}$$

2 Cazuri:

a) M.r.u. accelerată: $a > 0$, iar viteza crește uniform



b) M.r.u. decelerată (încetinită): $a < 0$, iar viteza scade uniform



Def accelerației: $\boxed{a = \frac{v - v_0}{t}}$

Def vitezei medii: $\boxed{v_m = \frac{d}{t} = \frac{v_0 + v}{2}}$

Notații: a → accel

t → durata mișc

d → dist. parcursă

v_0 → viteza inițială

v → viteza finală

Legile m.r.u.v

① Legea vitezei: $v = f(t)$

Din $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v - v_0 = a \cdot t \Rightarrow v = \boxed{v_0 + a \cdot t}$ → legea vitezei (funcție de gr I)

② Legea spațiului: distanța în funcție de timp $d = f(t)$

Din $\frac{d}{t} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow d = \frac{(v_0 + v)\,t}{2}$

$d = \frac{(v_0 + v_0 + at)\,t}{2}$

$d = \frac{2v_0 t + at^2}{2}$

$\boxed{d = v_0 t + \frac{at^2}{2}}$ → legea spațiului (fct de gr. II)

③ Ecuația lui Galilei se obține din legea vitezei și legea spațiului eliminând timpul.

Din $v = v_0 + at \Rightarrow v - v_0 = a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$

$d = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

$d = v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$

$d = \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{a(v - v_0)^2}{2a^2}$

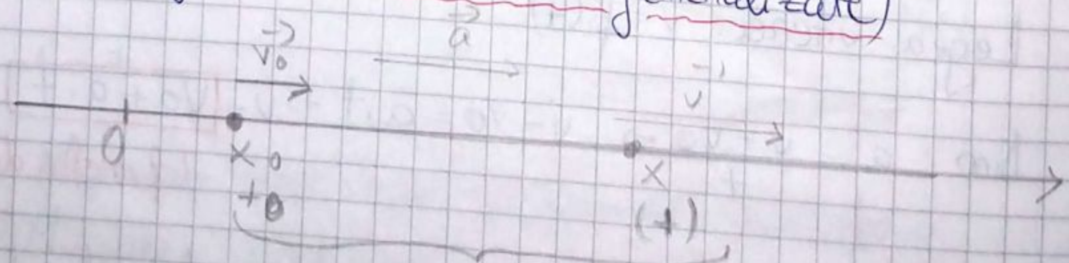
$d = \frac{\cancel{2v_0 v} - \cancel{2v_0^2} + v^2 - \cancel{2v_0 v} + \cancel{v_0^2}}{2a}$

$d = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

$2ad = v^2 - v_0^2$

$\boxed{v^2 = 2ad + v^2}$ ec lui Galilei

Legile m.r.u.v (generalizate)



$\Delta x = d = x - x_0$

$\Delta t = t - t_0$

$t \leftarrow t - t_0$

$d \leftarrow x - x_0$

L vitezei : $\boxed{v = v_0 + a(t - t_0)}$

$$d = v_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow x - x_0 = v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2}$$

Legea spațiului : $\boxed{x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{a(t - t_0)^2}{2}}$

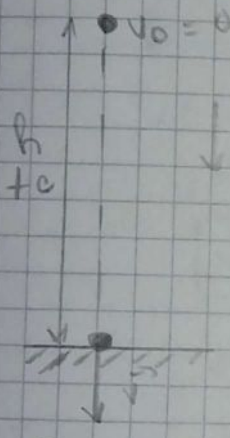
$$v^2 = v_0^2 + 2ad \Rightarrow$$

Ec Galilei : $\boxed{v^2 + v_0^2 + 2a(x - x_0)}$

9 Mișcări în câmp gravitațional

Considerăm că forțele de frecare sunt neglijabile

a Căderea liberă ($v_0 = 0$)



mișcare rectilinie uniform accelerată

h

$v = ?$ (viteza cu care atinge solul)

$t_c = ?$ (timpul de cădere)

$g = \frac{v - v_0}{t_c}$ - accelerația grav

$$g = 9{,}8 \ \frac{m}{s^2}$$

$$v = \frac{h}{t_c} = \frac{v_0 + v}{2}$$

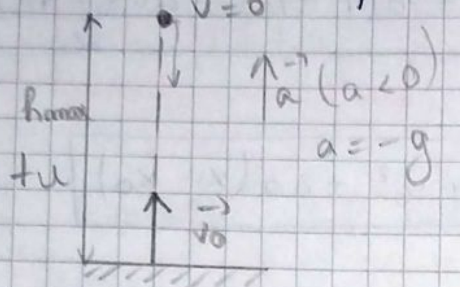
$$g = \frac{v}{t_c} \Rightarrow \boxed{v = g \cdot t_c}$$

$$\frac{h}{t_c} = \frac{v}{2} \Rightarrow h = \frac{v \cdot t_c}{2} \Rightarrow h = \frac{(g \cdot t_c) \cdot t_c}{2} \Rightarrow \boxed{h = \frac{g \cdot t_c^2}{2}}$$

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2h\cancel{g^2}}{\cancel{g}}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

b Aruncare pe verticală în sus



v_0

$t_u = ?$ (timpul de urcare)

$h_{max} = ?$ (înălțimea maximă)

$$a = \frac{v - v_0}{t_u}$$

$$a = -\frac{v_0}{t_u} \; ; \; a = -g$$

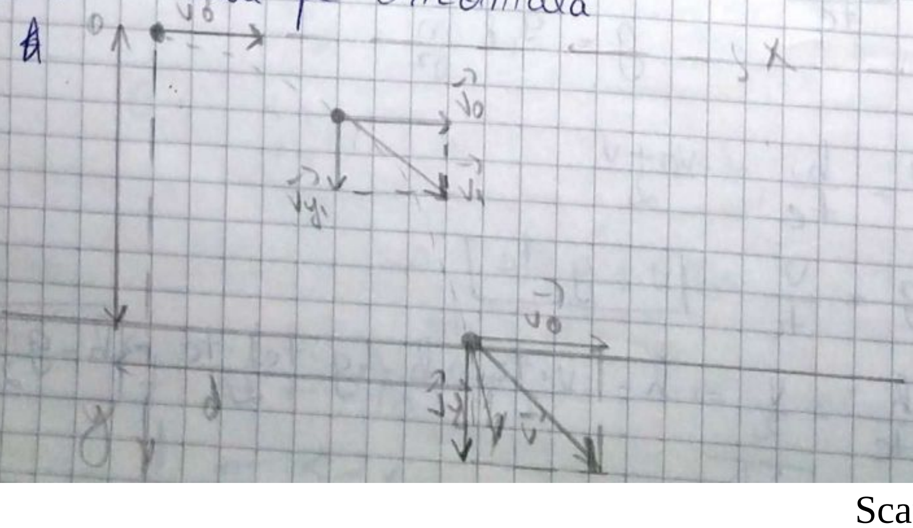
$$-g = -\frac{v_0}{t_u} \Rightarrow \boxed{t_u = \frac{v_0}{g}}$$

$$v_m = \frac{h_{max}}{t_u} = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$h_{max} = \frac{v_0 \cdot t_u}{2}$$

$$h_{max} = \frac{v_0}{2} \cdot \frac{v_0}{g} \Rightarrow \boxed{h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}}$$

c Aruncare pe orizontală



v_0 (viteza de lansare)
h (înălțimea de la care a fost aruncat)

---

v_f (viteza cu care atinge solul)
d = ? (distanța parcursă pe orizontală

Pe axa Ox : $a = 0$: m.r.u

$$v_0 = \frac{d}{t}$$

Pe ~~Ox~~ oy : $a = g$: m.r.u. accelerată (cădere liberă)

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v_y = \sqrt{2gh}$$

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{v_y}$$

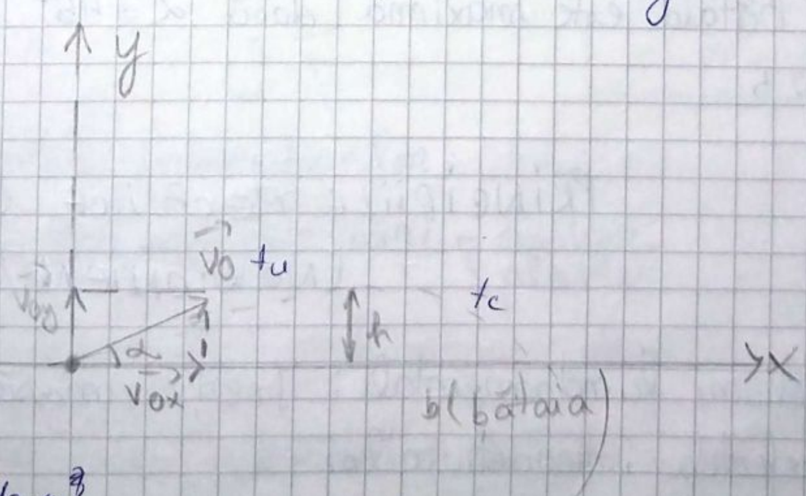
$$v^2 = v_0^2 + v_y^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

din $v_0 = \frac{d}{t} \Rightarrow d = v_0 \cdot t \Rightarrow \boxed{d = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}}$

d) Aruncare oblică, sub un unghi



v_0 + ?
α

$b = ?$

$$\sin\alpha = \frac{v_{oy}}{v_o} \Rightarrow v_{oy} = v_o \cdot \sin\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{v_{ox}}{v_o} \Rightarrow v_{ox} = v_o \cdot \cos\alpha$$

Ox : m. r. u. $v_{ox} = ct \Rightarrow$

$$v_{ox} = \frac{b}{t} \Rightarrow b = v_{ox} \cdot t$$

Oy : aruncare în sus + cădere liberă

$$t_u = \frac{v_{oy}}{g} \; ; \; h_{max} = \frac{v_{oy}^2}{2g}$$

$$t = t_u + t_c \Rightarrow t = 2t_u \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{v_{oy}}{g}$$

$$b = v_{ox} \cdot \frac{2 v_{oy}}{g}$$

$$b = \frac{2 v_o \cdot \cos\alpha \cdot v_o \cdot \sin\alpha}{g}$$

$$\boxed{b = \frac{2 \cdot v_o^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}}$$

$$\boxed{b = \frac{v_o^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}}$$

$$2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$$

Obs: Bătaia este maximă dacă $\alpha = 45^\circ$

① 17 – 23

PRINCIPIILE MECANICE CLASICE (NEWTONIENE)

1. Noțiuni fundamentale: Inerție, masă, interacțiune, forță, efectele interacțiunilor
2. Principiul inerției (pr I)
3. Principiul fundamental (pr II)
4. Principiul acțiunilor reciproce (pr III)

1. Noțiuni fundamentale

Def: Inerția este proprietatea corpurilor de a se opune schimbării stării de repaus sau de m.r.u.

Obs: Masa (m, M) este mărimea fizică ce caracterizează inerția corpurilor

$[m]_{S.I.} = 1\ kg$

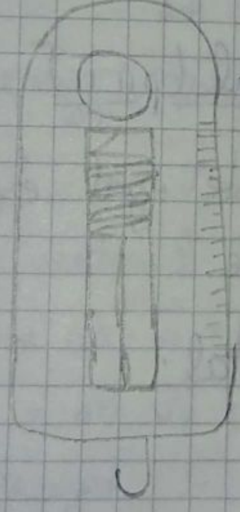
$1g = 10^{-3}\ kg$

Def: Interacțiunea = acțiunea reciprocă a corpurilor

Obs. Forța ($\vec{F}$) este mărime fizică vectorială care caracterizează „tăria" sau intensitatea interacțiunilor.

$[F]_{SI} = 1N$ (Newton)

Instrumentul de măsură al forțelor: dinamometru



Efectele interacțiunilor:

→ efecte statice: deformări — elastice / plastice

→ efecte dinamice: schimbarea stării de mișcare

2. PRINCIPIUL INERȚIEI (PR I)

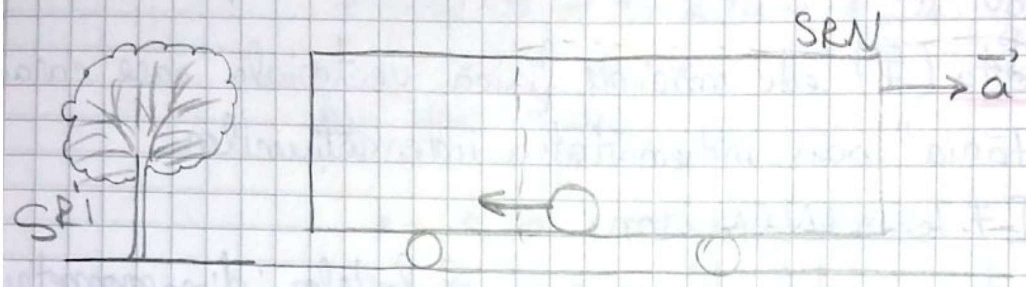
ENUNȚ: Un corp își menține starea de repaus sau de m.r.u. atât timp cât asupra lui nu acționează alte corpuri care să-i schimbe starea.

Sisteme de referință → inerțiale (S.R.i) este valabil pri
→ neinerțiale (S.R.N) nu este valabil pri

Obs: S.R.i se află în repaus față sau în m.r.u unele față de altele.

Obs: Pământul se consideră S.R.i. pentru fenomenele mecanice care se desfășoară în vecinătatea ~~solului~~ lui.

Obs: S.R.N. sunt S.R aflate în mișcări accelerate față de S.R.i.



3. Principiul fundamental (pr II)

Enunț! Vectorul forță este egal cu produsul dintre masă și vectorul accelerație.

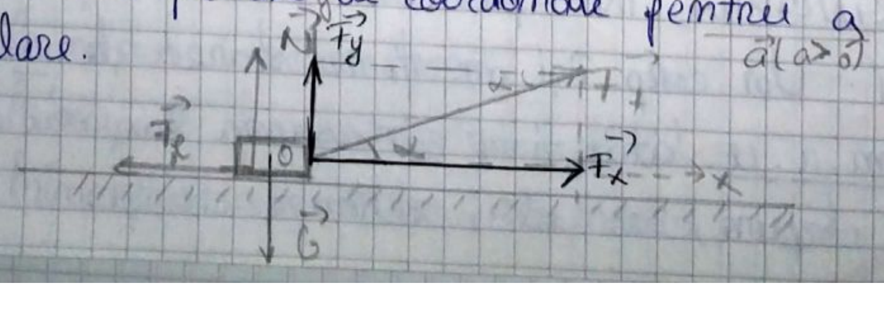
Ecuația pr fundamental:

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$

Obs 1: $\vec{F}$ - reprezintă rezultanta forțelor care acționează asupra corpului, adică suma vectorială a tuturor forțelor.

2. Ecuația vectorială a principiului fundamental se proiectează pe axe de coordonate pentru a obține ecuații scalare.

Ex:



Ec pr II : $\vec{F_t} + \vec{F_f} + \vec{G} + \vec{N} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{F_x} + \vec{F_y} + \vec{F_f} + \vec{N} + \vec{G} = m \cdot \vec{a}$

Proiectam ecuatia pr II

Pe axa Ox : $F_x - F_f = m \cdot a$

Pe axa Oy : $F_y + N - G = m \cdot 0 = 0$

$\sin\alpha = \frac{F_y}{F_t} \Rightarrow F_y = F_t \cdot \sin\alpha$!!!

$\cos\alpha = \frac{F_x}{F_t} \Rightarrow F_x = F_t \cdot \cos\alpha$

$$\begin{cases} F_t \cdot \cos\alpha - F_f = m \cdot a \\ F_t \cdot \sin\alpha + N - G = 0 \end{cases}$$

Pr II : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ $\Rightarrow \vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{m(\vec{v_2} - \vec{v_1})}{\Delta t}$

$\vec{F} = \frac{m\vec{v_2} - m\vec{v_1}}{\Delta t}$

Not $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$\vec{p}$ = vectorul impuls

$\vec{p_1} = m \cdot \vec{v_1}$ = impusul initial

$\vec{p_2} = m \cdot \vec{v_2}$; impulsul final

$\vec{F} = \frac{\vec{p_2} - \vec{p_1}}{\Delta t}$

$\boxed{\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}}$ ec pr II (formularea lui Newton)

Dim $\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow [F]_{SI} = [m]_{SI} \cdot [a]_{SI} = 1 kg \cdot \frac{m}{s^2} = 1N$

Un Newton : $1N = 1 kg \cdot \frac{m}{s^2}$

Def: Un Newton reprezintă forta care actionând asupra unui corp cu masa 1 kg îi imprimă o accelerație de $1 \frac{m}{s^2}$

Din $\vec{p} = m \cdot \vec{v} \Rightarrow [p]_{SI} = 1\,kg \cdot \frac{m}{s}$

$$[p]_{SI} = 1\,kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s = N s$$

4. Principiul acțiunilor reciproce (pr III)

ENUNȚ: Dacă un corp acționează asupra altui corp cu o forță numită acțiune atunci al doilea corp acționează asupra primului cu o forță egală în modul dar în sens opus numită reacțiune.

Obs: Cele două forțe acționează în corpuri diferite.

Ec pr III (vectorială): $\boxed{\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}}$

Ec scalară a pr III: $\boxed{F_{AB} = F_{BA}}$

EXEMPLE

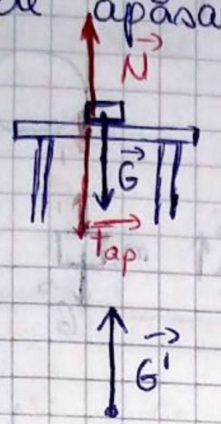
a) Greutatea unui corp este forța cu care Pământul atrage acel corp.

$\vec{G} = m \cdot \vec{g}$ $\qquad g = 9,8\ \frac{m}{s^2} \approx 10\ \frac{m}{s^2}$

$G = m \cdot g$

Pr III : $\vec{G} = -\vec{G'}$; $G = G'$

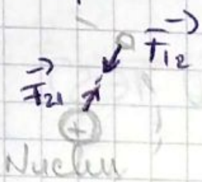
b) Forța de apăsare normală



Pr III : $\vec{F_{ap}} = -\vec{N}$

$F_{ap} = N$

c) Interacțiuni electrostatice

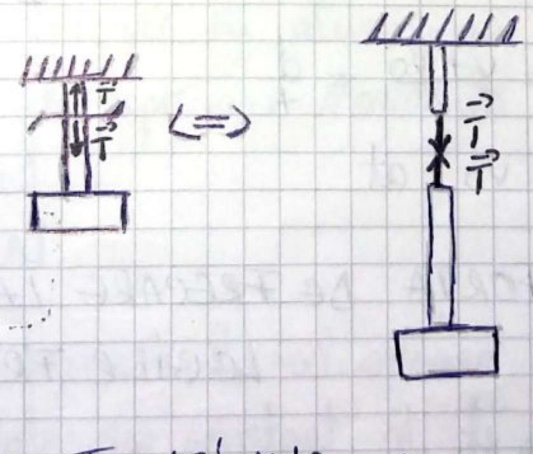


d) Forța de frecare

Pr III $\vec{F_f} = -\vec{F_f'}$

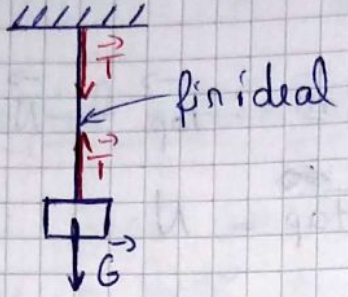
$F_f = F_f'$

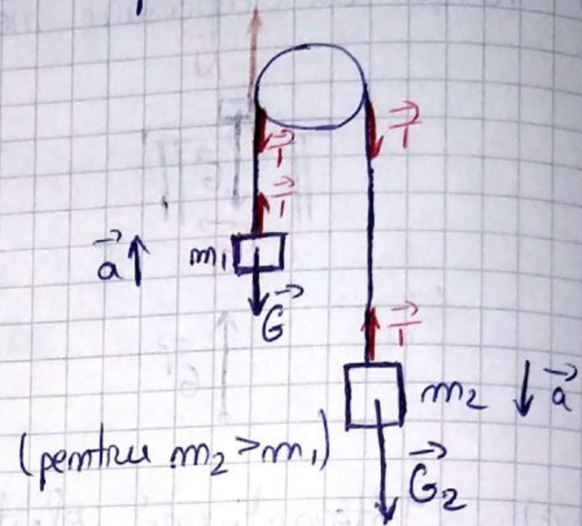
e) Forța de tensiune (forță elastică)



FORȚA DE TENSIUNE apare în fire din cabluri, tije sau bare supuse unor forțe de întindere sau comprimare

Obs: Un fir ideal este un fir cu masa neglijabilă având aceiași tensiune în orice secțiune. Forța de tensiune se reprezintă în punctele de legătură și în punctele de tangență la scripeți.





DE RECAPITULAT PENTRU TEST

1. Def inerției
2. Principiile 1, 2, 3 enunțuri
3. Def unui Newton
4. Def interacțiunii
5. Def accelerației : $a = \frac{v - v_0}{t}$

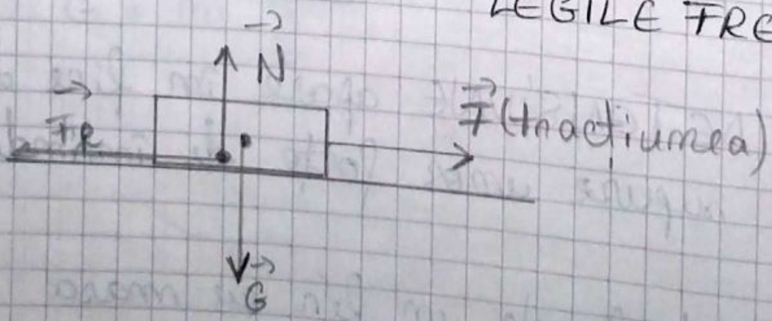
Legea spațiului $d = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

$v_m = \frac{v + v_0}{2} = \frac{d}{t}$

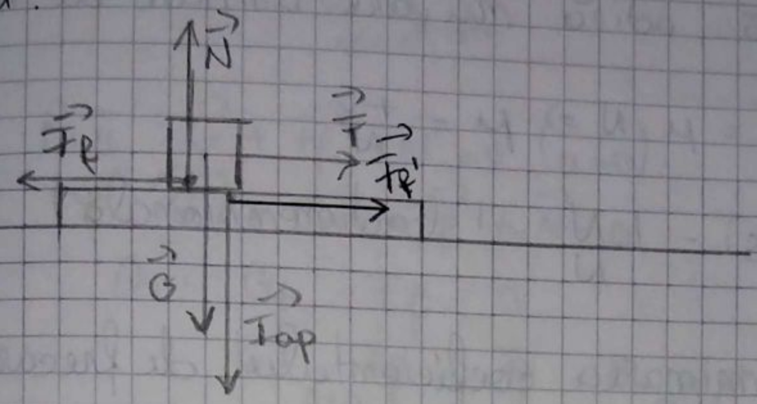
$v = v_0 + at$

FORȚA DE FRECARE LA ALUNECARE

LEGILE FRECĂRII



Definiție: Forța de frecare la alunecare (cinetică) este forța care apare la suprafața de contact dintre două corpuri și se opune mișcării relative a unui corp față de celălalt.



Pr III : $\begin{cases} \vec{F_{ap}} = -\vec{N} \Rightarrow F_{ap} = N \\ \vec{F_f} = -\vec{F_f} \Rightarrow F_f' = F_f \end{cases}$

Obs: N, F_{ap} și F_f, F_f' sunt forțe de contact

Legile frecării

① Forța de frecare la alunecare nu depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri

② Forța de frecare la alunecare este direct proporțională cu forța de apăsare normală exercitată în suprafața de contact.

$F_f \sim N$

③ Forța de frecare la alunecare depinde de natura materialelor aflate în contact și de gradul de finisare (șlefuire)

$F_f \sim \mu$ - coeficient de frecare la alunecare, care caracterizează perechea de materiale aflate în contact.

$$\boxed{F_f = \mu \cdot N}$$ – formula forței de frecare

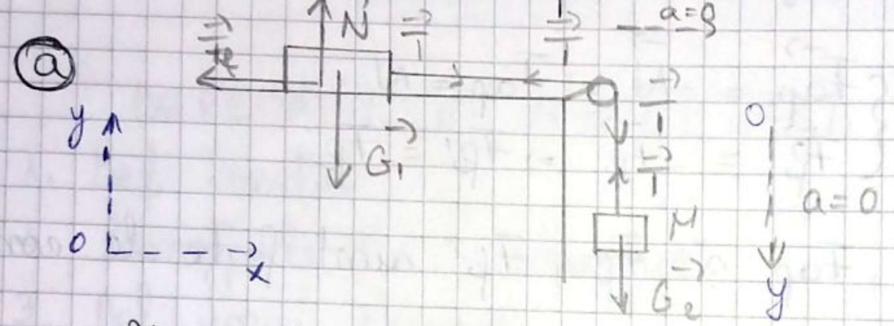
Obs: Coeficientul de frecare este mărime fizică adimensională, adică nu are unitate de măsură.

Din $F_f = \mu \cdot N \Rightarrow \mu = \frac{F_f}{N}$

$[\mu]_{SI} = 1 \frac{N}{N} = 1$ (adimensională)

Determinarea coeficientului de frecare

ⓐ



Pt cazul mișcării uniforme ($a=0$):

Pr II (m): $\vec{T} + \vec{F_f} + \vec{G_1} + \vec{N} = 0$

$Ox: T - F_f = 0 \Rightarrow T = F_f \Rightarrow T = \mu N$

$Oy: N - G_1 = 0 \Rightarrow N = G_1 \Rightarrow N = mg$

$\Rightarrow T = \mu mg$ (1)

Pr II (M): $\vec{T} + \vec{G_2} = 0$

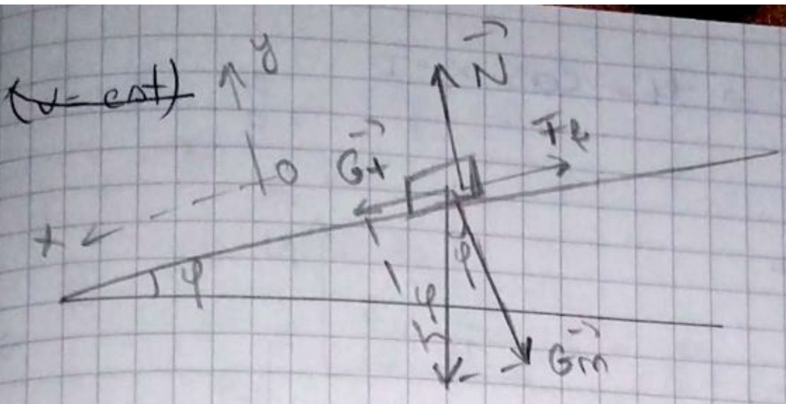
$Oy: G_2 - T = 0 \Rightarrow G_2 = T \Rightarrow T = Mg$ (1)

Din (1) și (2) $\Rightarrow \mu mg = Mg \Rightarrow \mu = \frac{Mg}{mg} \Rightarrow \boxed{\mu = \frac{M}{m}}$

Cunoscând m și M (pt $a=0$) se determină coeficientul de frecare

ⓑ Metoda planului înclinat

Def: Unghiul de frecare, not φ – „fi" este unghiul acelui plan înclinat pe care corpul lăsat liber alunecă uniform. ($v = ct$, $a = 0$)



$Pr\ \underline{II}$: $\vec{G} + \vec{F_f} + \vec{N} = 0 \quad (a = 0)$

$\vec{G_t} + \vec{G_n} + \vec{F_f} + \vec{N} = 0$

$Ox: \quad G_t - F_f = 0$

$G_t = F_f \Rightarrow F_f = G_t \Rightarrow \mu N = G_t$

$Oy: \quad N - G_n = 0$

$N = G_n$

$\Rightarrow \mu \cdot G_n = G_t$

$$\boxed{\mu = \frac{G_t}{G_n}}$$

$$\begin{cases} \sin\varphi = \dfrac{G_t}{G} \\ \cos\varphi = \dfrac{G_n}{G} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} G_t = G \cdot \sin\varphi \\ G_n = G \cdot \cos\varphi \end{matrix}$$

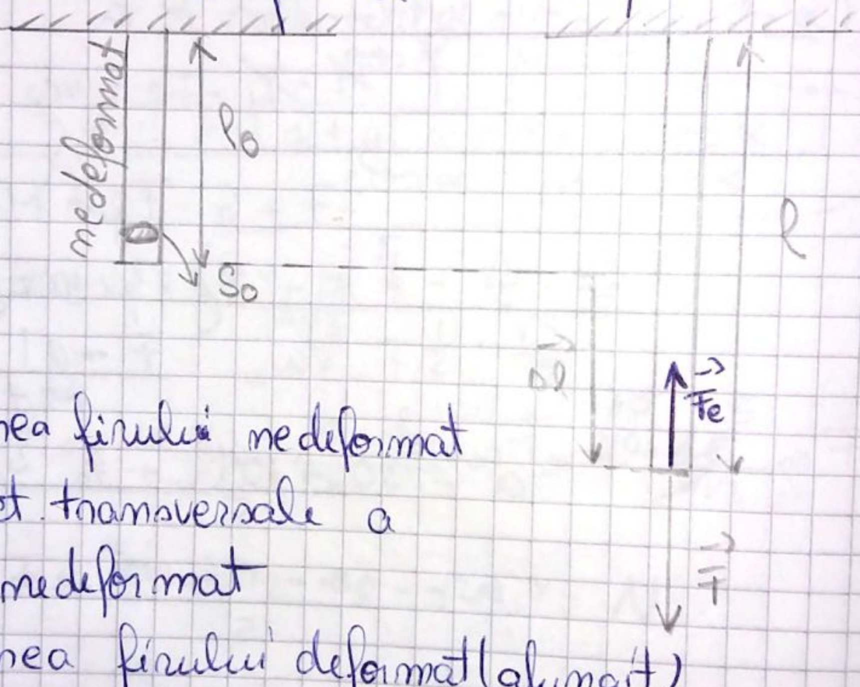
$$\mu = \frac{G \sin\varphi}{G \cos\varphi} \Rightarrow \boxed{\mu = tg\,\varphi}$$

Scanned by CamScanner

Modelul corpului elastic. Forța elastică

Deformarea elastică este deformarea care dispare după încetarea acțiunii forței deformatoare.

Considerăm un fir elastic suspendat.



l_0 → lungimea firului nedeformat

S_0 → aria sect. transversale a firului nedeformat

l → lungimea firului deformat (alungit)

Δl → deformarea (alungirea) absolută

$$\boxed{\Delta l = l - l_0}$$

F → forța deformatoare
Fe → forța elastică

$\Delta l \sim F$
↘ direct proporțional

$\Delta l \sim l_0$

$\Delta l \sim \frac{1}{S_0}$

$\Delta l \overset{||}{\sim} \frac{F \cdot l_0}{S_0}$

Not: E → modulul de elasticitate longitudinal (modulul lui Young): este o constantă de material

$$\boxed{\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F \cdot l_0}{S_0}}$$ → legea lui HOOKE (legea deformărilor elastice)

Din $\Delta l = \frac{F l_0}{E S_0} \Rightarrow E = \frac{F l_0}{\Delta l S_0}$

$[E]_{SI} = \frac{N \cdot m}{m \cdot m^2} = 1 \frac{N}{m^2}$

Din $\Delta l = \frac{F l_0}{E S_0} \;\Big|\, : l_0 \Rightarrow \underbrace{\frac{\Delta l}{l_0}}_{\varepsilon} = \frac{1}{E} \cdot \underbrace{\frac{F}{S_0}}_{\sigma}$

Notații: $\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}}$: alungire (deformare) relativă

$[\varepsilon]_{SI} = 1 \frac{m}{m} = 1$ (adimensională)

$\boxed{\sigma = \frac{F}{S_0}}$: efort unitar sau tensiune elastică

$[\sigma]_{SI} = \frac{1N}{m^2}$

Scanned by CamScanner

$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma \Rightarrow \boxed{\sigma = E \cdot \varepsilon}$ legea lui HOOKE

Efortul unitar este invers proporțional cu alungirea relativă.

Alungirea relativă este direct proporțională cu efectul unitar

Din $\Delta l = \frac{F l_0}{E S_0} \Rightarrow F = \frac{E \cdot S_0 \cdot \Delta l}{l_0}$

Din pr $\overline{\text{II}}$: $F - F_e = 0 \Rightarrow$

$F_e = F \Rightarrow F_e = \underbrace{\frac{E S_0}{l_0}}_{= k} \cdot \Delta l$

Not: $\boxed{k = \frac{E S_0}{l_0}}$ constantă de elasticitate

$\boxed{F_e = k \cdot \Delta l}$ formula forței elastice

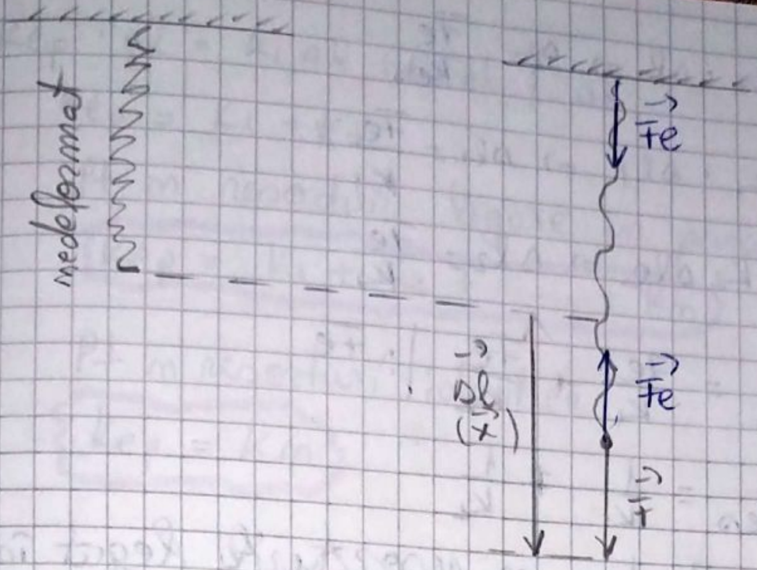
$\boxed{\vec{F_e} = -k \cdot \vec{\Delta l}}$ expresia vectorială a forței elastice

$k = \frac{F_e}{\Delta l} \Rightarrow [k]_{SI} = 1 \frac{N}{m}$

Forța elastică este forța care apare într-un corp deformat elastic, este direct proporțională cu valoarea deformării și are sens opus creșterii deformării.

Obs: Tensiunea (T) reprezintă forța elastică

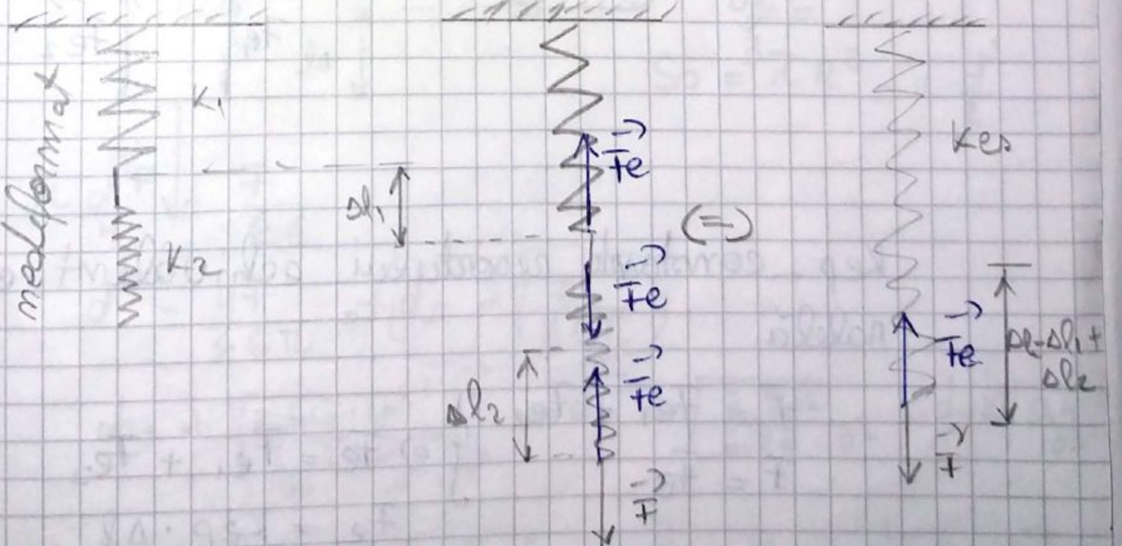
Ex: a) Resort elastic alungit



b) Resort elastic comprimat

Gruparea resorturilor → resort echivalent

ⓐ Grupare serie:



Kes: const. elastică a resortului echivalent cu gruparea serie

$F_e = K_{es} \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F_e}{K_{es}}$

$F_e = K_1 \cdot \Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{F_e}{K_1}$

$F_e = K_2 \Delta l_2 \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{F_e}{K_2}$

$$\frac{F_e}{K_{es}} = \frac{F_e}{K_1} + \frac{F_e}{K_2} \quad \Big| : F_e$$

$$\frac{1}{K_{es}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

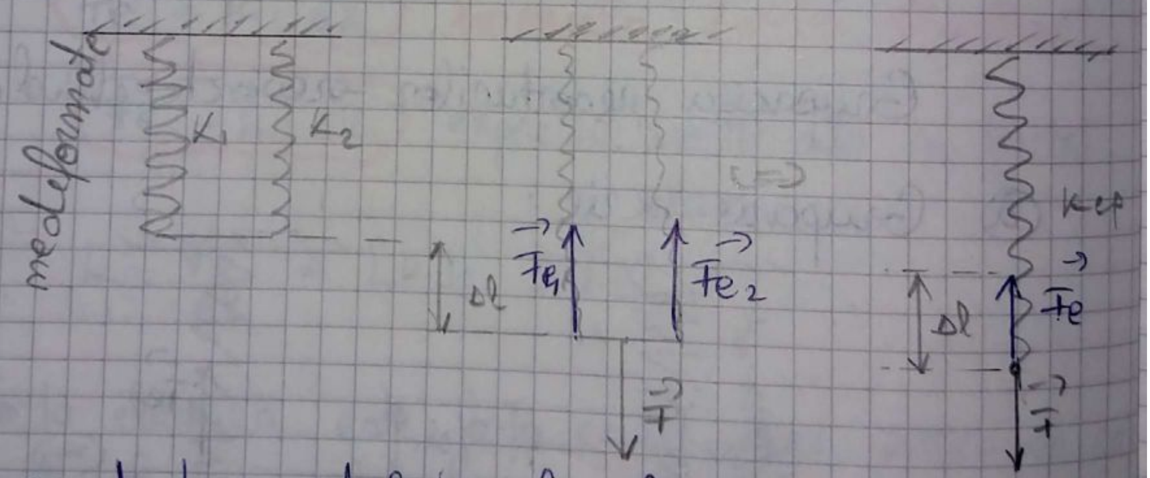
Pentru n resorturile legat în serie

$$\boxed{\frac{1}{K_{es}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n}}$$

Pt n resorturi identice

$$\frac{1}{K_{es}} = \frac{n}{K} \Rightarrow \boxed{K_{es} = \frac{K}{n}}$$

5 Grupare paralel



Kep: constanta resortului echivalent cu gruparea paralelă.

$$\left.\begin{array}{l} F = Fe_1 + Fe_2 \\ F = Fe \end{array}\right\} \Rightarrow Fe = Fe_1 + Fe_2$$

$Fe = K_{ep} \cdot \Delta l$

$Fe_1 = K_1 \Delta l$

$Fe_2 = K_2 \Delta l$

$k_{ep} \cdot \Delta l = k_1 \Delta l + k_2 \Delta l \;\; | : \Delta l$

$k_{ep} = k_1 + k_2$

Pt n resorturi legate în paralel

$k_{ep} = k_1 + k_2 + \ldots + k_n$

Pt n resorturi identice

$k_{ep} = k n$

ENERGIA MECANICĂ

1. Energia mecanică – mărime de stare
   Tipuri de energii
2. Energia cinetică. Teorema variației energiei cinetice
3. Energia potențială gravitațională și elastică
4. Legea conservării energiei mecanice

① **Def.**: Energia mecanică este mărimea fizică ce caracterizează capacitatea unui sistem fizic de a efectua lucru mecanic.

Obs: Energia mecanică, not E, este mărime fizică de stare, adică la un moment dat un corp are o anumită energie mecanică.

Tipuri de energii:

→ energia cinetică $\boxed{E_c = \frac{mv^2}{2}}$

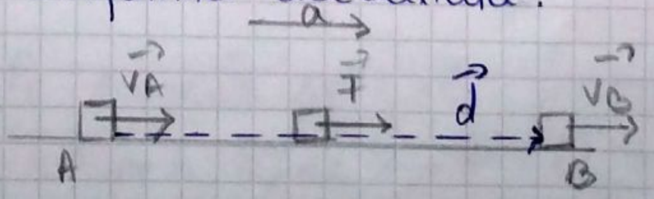
→ energia potențială gravitațională $\boxed{E_p = mgh}$

→ energia potențială elastică $\boxed{E_{pe} = \frac{K \cdot x^2}{2}}$

$[E]_{S.I.} = 1\,J$ (Joule)

Energia mecanică (totală): $\boxed{E_{tot} = E_c + E_p}$

② Considerăm un corp aflat în mișcare rectilinie uniform accelerată.



$\vec{F}$ → forța rezultantă

Ecuația lui Galilei: $v_B^2 = v_A^2 + 2ad \,|\cdot m$

$$m v_B^2 = m v_A^2 + 2\underbrace{am}_{F}d$$

$$m v_B^2 - m v_A^2 = 2\underbrace{Fd}_{L_{total}}$$

$$\frac{m v_B^2}{2} - \frac{m v_A^2}{2} = L_{tot}$$

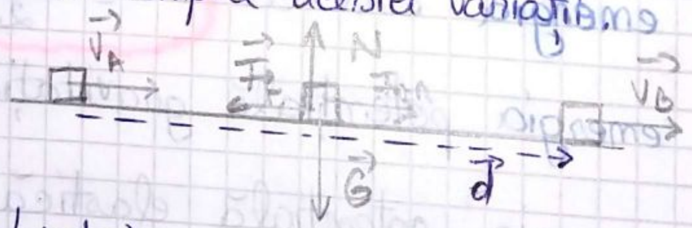
Not $E_c = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow E_{cB} - E_{cA} = L_{tot}$

$\boxed{\Delta E_c = L_{tot}}$ → teorema variației energiei cinetice

TEOREMA VARIAȚIEI ENERGIEI CINETICE

ENUNȚ: Variația energiei cinetice a unui corp față de un sistem de referință inerțial este egală cu lucrul mecanic al forței rezultante care acționează asupra corpului în timpul acestei variații.

Exemplu:



$\Delta E_c = L_{tot} \Rightarrow$

$$\frac{m v_B^2}{2} - \frac{m v_A^2}{2} = L_{F_{tn}} + L_N + L_G + L_{F_f}$$

$$\frac{m v_B^2}{2} - \frac{m v_A^2}{2} = F_{tn}\cdot d\cos 0^\circ + F_f\, d\cos 180^\circ + G d\cos 90^\circ + N d\cos 90^\circ$$

$$\frac{m v_B^2 - m v_A^2}{2} = F_{tn}\cdot d - F_f\, d$$

$$\frac{m v_B^2}{2} - \frac{m v_A^2}{2} = (F_{tn} - F_f)d$$

③ a) **Def** Variația energiei potențiale este egală și de semn opus cu lucrul mecanic al forței conservative

$$\boxed{\Delta E_p = -L_{conservativ}}$$

a) Energia potențială gravitațională

$E_{pB} - E_{pA} = -G \cdot \Delta h \cdot \cos 0°$

$E_{pB} - E_{pA} = -mg(h_A - h_B)$

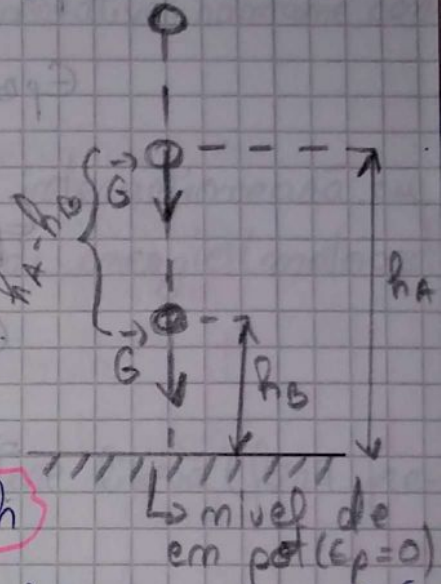
$E_{pB} - E_{pA} = -mg\,h_A + mg\,h_B$

$E_{pB} - mgh_B = E_{pA} - mgh_A$

$\Rightarrow$ în $\forall$ punct (stare) $E_p - mgh = ct$

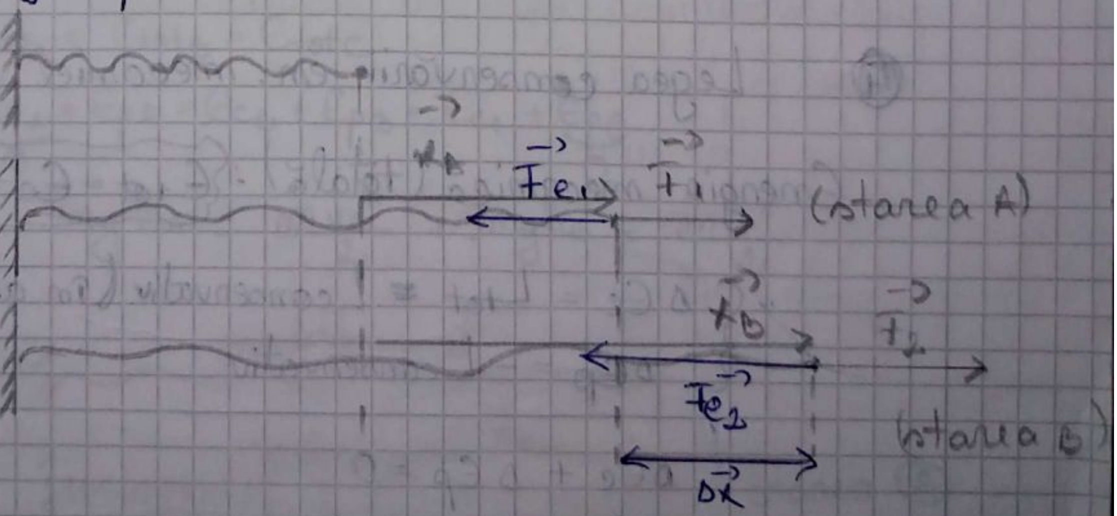
$\Rightarrow E_p = mgh + ct$

La $h = 0$, $E_p = 0 \rightarrow ct = 0 \Rightarrow \boxed{E_p = mgh}$



emergia potențială a sistemului Pământ-corp când corpul se află la înălțimea h față de nivelul de referință ales de energie pot. nulă.

b) Energia potențială elastică



Pe traseul AB: $\Delta E_{pe} = -L_{Fe}$

$E_{peB} - E_{peA} = -\vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$

$$E_{peB} - E_{peA} = -\overline{F_e} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ$$

$$E_{pB} - E_{pA} = -\frac{F_{e1} + F_{e2}}{2} \cdot \Delta x \cdot (-1)$$

$$E_{pB} - E_{pA} = +\frac{k \cdot x_A + k \cdot x_B}{2} (x_B - x_A)$$

$$E_{pB} - E_{pA} = \frac{k(x_A + x_B)(x_B - x_A)}{2}$$

$$E_{pB} - E_{pA} = \frac{k(x_B^2 - x_A^2)}{2}$$

$$E_{pB} - E_{pA} = \frac{k x_B^2}{2} - \frac{k x_A^2}{2}$$

$$E_{pB} - \frac{k x_B^2}{2} = E_{pA} - \frac{k x_A^2}{2}$$

$\Rightarrow$ în $\forall$ stare

$$E_{pe} - \frac{k x^2}{2} = cst$$

$$E_{pe} = \frac{k x^2}{2} + cst$$

În starea cu $x = 0$, $E_{pe} = 0 \Rightarrow cst = 0 \Rightarrow$

$\boxed{E_{pe} = \frac{k x^2}{2}}$ $\rightarrow$ expresia energiei potențiale elastice a unui resort (fir elastic) deformat cu x

④ Legea conservării en. mecanice

Energia mecanică (totală): $\boxed{E_{tot} = E_c + E_p}$

$$\begin{cases} \Delta E_c = L_{tot} = L_{conservativ} \text{ (în absența frecărilor)} \\ \Delta E_p = -L_{conservativ} \end{cases}$$

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$E_{cB} - E_{cA} + E_{pB} - E_{pA} = 0$$

$$E_{cB} + E_{pB} = E_{cA} + E_{pA} \Rightarrow \boxed{E_{totA} = E_{totB}}$$

legea cons. en. mecanice

$\boxed{E_{tot} = \text{constantă}}$

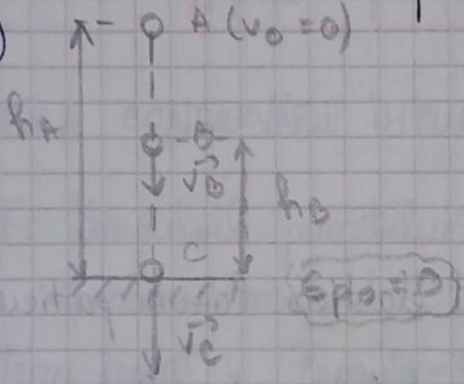
Legea conservării energiei mecanice

ENUNȚ: Energia mecanică a unui sistem fizic izolat în care acționează numai forțe conservative rămâne constantă, adică se conservă

Obs: Sistem izolat = sistem care nu interacționează cu alte corpuri și nu conține surse de energie (motoare)

Exemple:

① Considerăm un corp aflat în cădere liberă (fără frecări)



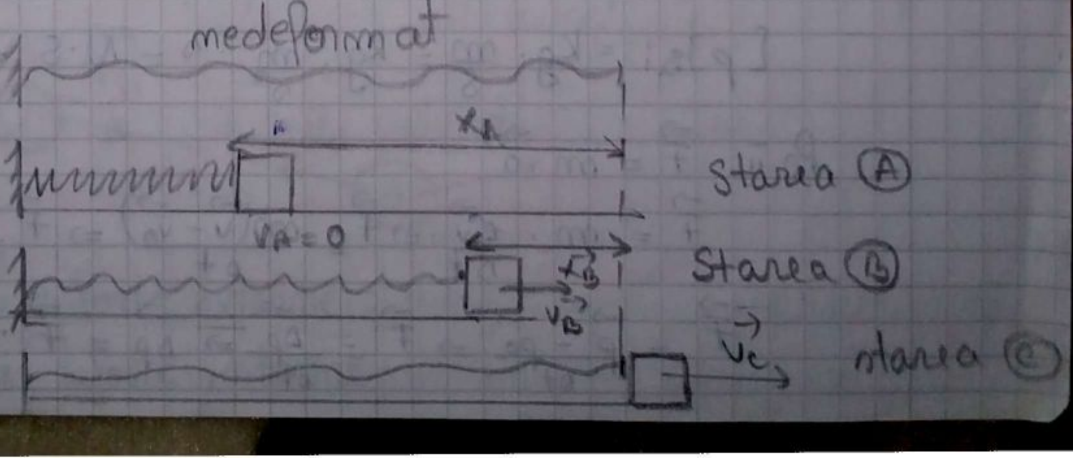
$E_{tot} = \text{cst}$

$E_{tot_A} = E_{tot_B} = E_{tot\,C}$

$\underbrace{E_{c_A}}_{0} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B} = E_{c_C} + \underbrace{E_{p_C}}_{0}$

$mgh_A = \frac{mv_B^2}{2} + mgh_B = \frac{mv_C^2}{2}$

②



$$E_{tot} = const \Leftrightarrow E_{tot\,A} = E_{tot\,B} = E_{tot\,C}$$

$$\underbrace{E_{cA}}_{0} + E_{peA} = E_{cB} + E_{peB} = E_{cC} + \underbrace{E_{peC}}_{0}$$

$$\frac{k x_A^2}{2} = \frac{m v_B^2}{2} + \frac{k x_B^2}{2} = \frac{m v_C^2}{2}$$

ÎMPULSUL

a. Impulsul punctului material. Teorema variației impulsului punctului material. Legea conservării impulsului punctului material

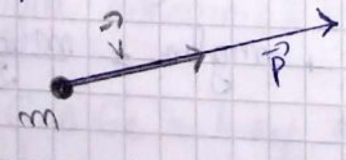
b. Teorema variației impulsului sistemului de puncte materiale. Legea conservării impulsului sistemului de puncte materiale

c. Aplicații. Ciocniri

1. Ciocnirea plastică
2. Explozia
3. Ciocnirea perfect elastică. Cazuri particulare

$\boxed{a}$ Def: Impulsul punctului material ($\vec{p}$) este mărimea fizică vectorială egală cu produsul dintre masă și vectorul viteză ($\vec{p} = m\vec{v}$)

$p = mv$



$$[p]_{S.I} = kg \cdot \frac{m}{s} = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot s = N \cdot s \Rightarrow [p]_{S.I} = Ns$$

$P_{r\,II}$ $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v_0})}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v_0}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p_0}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Not: $\boxed{\vec{H} = \vec{F} \cdot \Delta t}$ $\vec{H} \to$ impulsul forței

Def: Impulsul forței care acționează asupra punctului material este produsul dintre vectorul forță și intervalul de timp în care forța acționează.

$\boxed{\Delta \vec{p} = \vec{H}}$

TEOREMA VARIAȚIEI IMPULSULUI PUNCTULUI MATERIAL

ENUNȚ: Variația impulsului punctului material este egală cu impulsul forței rezultante care acționează asupra punctului material

$\Delta \vec{p} = \vec{H} \Leftrightarrow \boxed{\vec{p}_{final} - \vec{p}_{inițial} = \vec{F}_{rezultantă} \cdot \Delta t}$

LEGEA CONSERVĂRII IMPULSULUI PUNCTULUI MATERIAL

ENUNȚ: Impulsul punctului material izolat se conservă, adică rămâne constant.

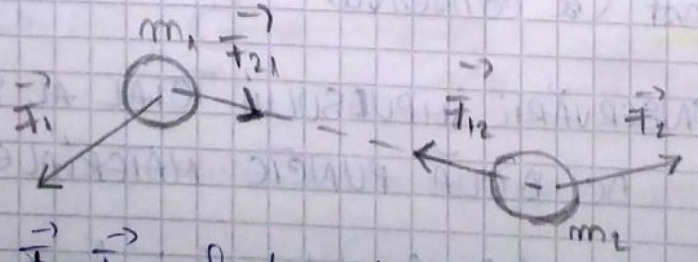
sistem izolat : $\vec{F}_{rezult} = 0$

$\Downarrow$

$\vec{p}_{final} - \vec{p}_{inițial} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{final} = \vec{p}_{inițial} \to \vec{p} = ct$

$\vec{v} = ct$ → repaus / m.r.u.

1b Considerăm două corpuri care interacționează și asupra cărora acționează și forțe externe (din partea altor corpuri)



$\vec{F}_1, \vec{F}_2$: forțe externe

$\vec{F}_{12}, \vec{F}_{21}$: forțe interne

Scanned by CamScanner

Pr. III $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow \vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$

TEOREMA VARIAȚIEI IMPULSULUI: $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$

$$\begin{cases} \vec{p}_{1f} - \vec{p}_{1i} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_{21}) \cdot \Delta t \\ \vec{p}_{2f} - \vec{p}_{2i} = (\vec{F}_2 + \vec{F}_{12}) \cdot \Delta t \end{cases} \quad (+)$$

$$\vec{p}_{1f} - \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2f} - \vec{p}_{2i} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_{21} + \vec{F}_2 + \vec{F}_{12}) \cdot \Delta t$$

$$\underbrace{(\vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f})}_{\vec{P}_f} - \underbrace{(\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i})}_{\vec{P}_i} = (\underbrace{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}_{\vec{F}_{ext}} + \underbrace{\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}}_{0}) \cdot \Delta t$$

Not: $\vec{P}_i = \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i}$: Impulsul inițial al sistemului
$\vec{P}_f = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$: Impulsul final al sistemului
$\vec{F}_{ext} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$: Rezultanta forțelor externe

$$\vec{P}_f - \vec{P}_i = \vec{F}_{ext} \cdot \Delta t$$

$$\boxed{\Delta \vec{P} = \vec{F}_{ext} \cdot \Delta t}$$

TEOREMA VARIAȚIEI IMPULSULUI SISTEMULUI DE DOUĂ PUNCTE MATERIALE

ENUNȚ: Variația impulsului total al unui sistem de două puncte materiale este egală cu impulsul forțelor externe care acționează asupra punctelor materiale.

Dacă $\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{P} = 0$
$\vec{P}_f - \vec{P}_i = 0 \Rightarrow \vec{P}_i = \vec{P}_f \Leftrightarrow$
$\vec{P} = const$ (se conservă)

LEGEA CONSERVĂRII IMPULSULUI TOTAL AL SISTEMULUI DE DOUĂ PUNCTE MATERIALE

ENUNȚ: Impulsul total al sistemului de puncte materiale izolate rămâne constant, adică se conservă.

C Aplicații. Ciocniri

Def: Ciocnirea este interacțiunea a două corpuri care durează un timp finit, astfel încât atât înainte cât și după ciocnire corpurile nu interacționează.

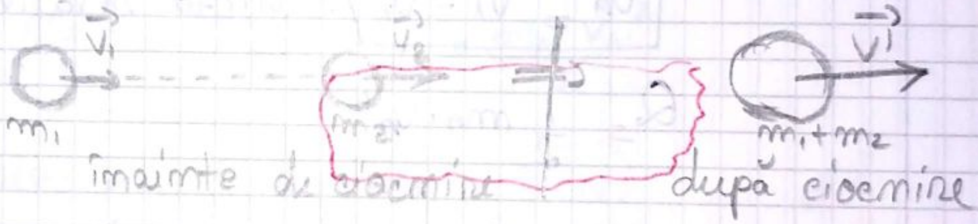
$$\vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{P} = const$$

Obs: În ciocniri se conservă $\vec{P}$

$$\boxed{\vec{P}_{\text{înainte de ciocnire}} = \vec{P}_{\text{după ciocnire}}} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i}}_{\text{înainte}} = \underbrace{\vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}}_{\text{după}}$$

1. Ciocnirea plastică

Def: Ciocnirea plastică este ciocnirea în care corpurile se cuplează și își continuă drumul cu viteză comună.



Conservarea impulsului sistemului:

$$\vec{P}_{\text{înainte}} = \vec{P}_{\text{după}}$$

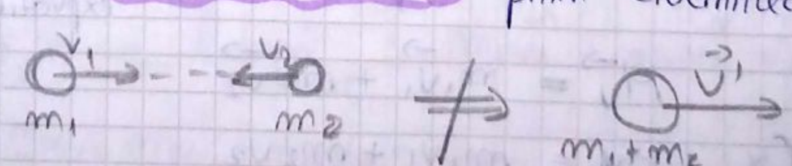
$$\vec{p_1} + \vec{p_2} = \vec{p'}$$

$$m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = (m_1+m_2)\cdot\vec{v'}$$

Pe Ox: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1+m_2)\,v' \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{v' = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1+m_2}}$ → viteza corpului format prin ciocnirea plastică

Ex:



Ox: $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1+m_2)\,v'$

În ciocnirea plastică nu se conservă energia cinetică.

$$E_{c\,\text{înainte de ciocnire}} = E_{c\,\text{după ciocnire}} + Q$$

Q : căldură degajată prin ciocnire

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1+m_2)v'^2}{2}$$

$$Q = \frac{1}{2}\left[m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - \cancel{(m_1+m_2)} \cdot \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{(m_1+m_2)^{\cancel{2}}} \right]$$

$$Q = \frac{1}{2}\left[m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{m_1+m_2} \right]$$

$$Q = \frac{1}{2}\left[\frac{\cancel{m_1^2 v_1^2} + m_1 v_1^2 m_2 + m_1 m_2 v_2^2 + \cancel{m_2^2 v_2^2} - \cancel{m_1^2 v_1^2} - 2 m_1 m_2 v_1 v_2 - \cancel{m_2^2 v_2^2}}{m_1+m_2} \right]$$

$$Q = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2 (v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2)}{m_1+m_2}$$

$$\boxed{Q = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\cdot (v_1 - v_2)^2}$$

Not: $\boxed{m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}}$ → masă redusă

$\boxed{v_r = v_1 - v_2}$: viteză relativă

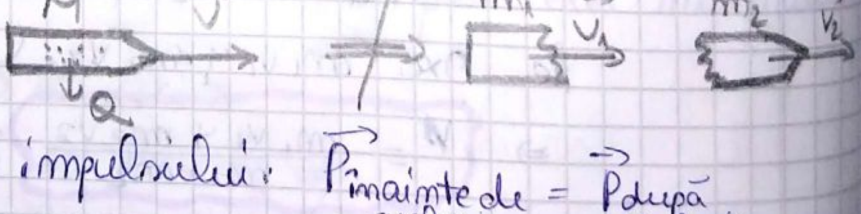
$$\boxed{Q = \frac{1}{2} m_r \cdot v_r^2}$$

$$Q = E_{ci} - E_{cf} = -(E_{cf} - E_{ci})$$

$$\boxed{Q = -\Delta E_c}$$

② Explozia

~~Obuz~~ Obuz



Conservarea impulsului : $\vec{P}_{\text{înainte de explozie}} = \vec{P}_{\text{după explozie}}$

$$M\vec{v} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

Ox: $Mv = m_1 v_1 + m_2 v_2$

Cu aproximație : $M = m_1 + m_2$

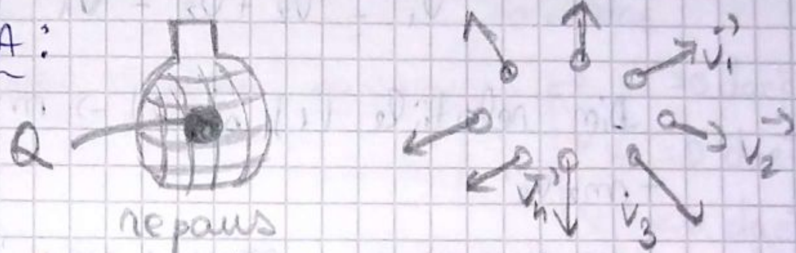
Obs: Explozia poate fi privită ca un proces invers ciocnirii plastice în care căldura se transformă în energie cinetică.

$$E_{c\ \text{înainte de explozie}} + Q = E_{c\ \text{după explozie}}$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} + Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$Q = E_{c_f} - E_{c_i} \Rightarrow \boxed{Q = \Delta E_c}$$

GRENADA:



Conserv impulsului:

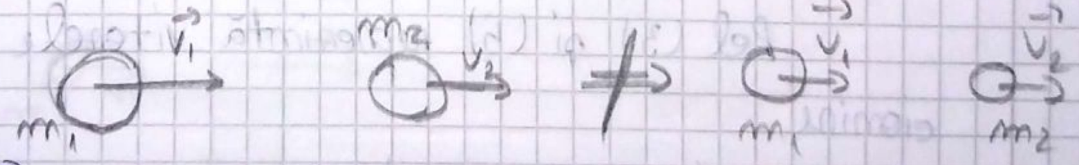
$$0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \ldots + v_N \vec{v}_N$$

$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \ldots + \frac{m_N \vec{v}_N^2}{2}$$

③ Ciocnirea perfect elastică

Def: Ciocnirea perfect elastică este ciocnirea în care se conservă energia cinetică.

$$E_{c\ \text{înainte de ciocnire}} = E_{c\ \text{după ciocnire}}$$



$$\vec{P}_{\text{înainte de ciocnire}} = \vec{P}_{\text{după ciocnire}} ; \quad m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

Pe Ox: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \Big| \cdot 2$$

$$\begin{cases} m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 v_1^2 - m_1 v_1'^2 = m_2 v_2'^2 - m_2 v_2^2 \\ m_1 v_1 - m_1 v_1' = m_2 v_2' - m_2 v_2 \end{cases}$$

$$\frac{\cancel{m_1}(v_1^2 - v_1'^2)}{\cancel{m_1}(v_1 - v_1')} = \frac{\cancel{m_2}(v_2'^2 - v_2^2)}{\cancel{m_2}(v_2' - v_2)}$$

$$\frac{(v_1 + v_1')\cancel{(v_1 - v_1')}}{\cancel{v_1 - v_1'}} = \frac{(v_2' + v_2)\cancel{(v_2' - v_2)}}{\cancel{v_2' - v_2}}$$

$$\boxed{v_1 + v_1'} = v_2' + v_2$$

$$v_1' = v_2 + v_2' - v_1 \quad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) $\Rightarrow$ $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1(v_2 + v_2' - v_1) + m_2 v_2'$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_2 + m_1 v_2' - m_1 v_1 + m_2 v_2'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_1 v_2 + m_1 v_1 = v_2'(m_1 + m_2)$$

$$v_2' = \frac{2 m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_1 v_2 + m_2 v_2 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{2 m_1 v_1 + 2 m_2 v_2 - v_2(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$\boxed{v_2' = \frac{2(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{m_1 + m_2} - v_2} \quad (3)$$

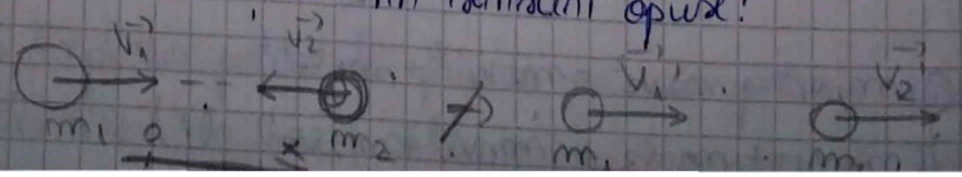
(3) înlocuită (2) $\Rightarrow$ $v_1' = \cancel{v_2} + \frac{2(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{m_1 + m_2} - \cancel{v_2} - v_1$

$$\boxed{v_1' = \frac{2(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{m_1 + m_2} - v_1} \quad (4)$$

Rel (3) și (4) reprezintă vitezele corpurilor după ciocnire

$$\begin{cases} v_1' = \frac{2(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{m_1 + m_2} - v_1 \\ v_2' = \frac{2(m_1 v_1 + m_2 v_2)}{m_1 + m_2} - v_2 \end{cases}$$

Obs: viteze inițiale în sensuri opuse:



$V_2 \leftarrow -v_2$

$$\begin{cases} v_1' = \dfrac{2(m_1 v_1 - m_2 v_2)}{m_1 + m_2} - v_1 \\ v_2' = \dfrac{2(m_1 v_1 - m_2 v_2)}{m_1 + m_2} + v_2 \end{cases}$$

CAZURI PARTICULARE

① A doua bilă în repaus: $v_2 = 0$ $\Rightarrow$

$$v_1' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} - v_1 \Rightarrow v_1' = \frac{2m_1 v_1 - m_1 v_1 \mp m_2 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\boxed{v_1' = \frac{(m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2}} \rightarrow \text{cazuri:}$$

- $v_1' > 0$ dacă $m_1 > m_2$
- $v_1' = 0$ dacă $m_1 = m_2$
- $v_1' < 0$ dacă $m_1 < m_2$

$$\boxed{v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}} \rightarrow v_2' > 0$$

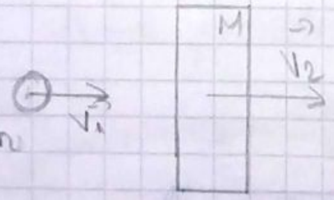
② Bile cu aceeași masă: $m_1 = m_2 \overset{not}{=} m$

$$v_1' = \frac{\cancel{2m}(v_1 + v_2)}{\cancel{2m}} - v_1 \Rightarrow \boxed{v_1' = v_2}$$

$$v_2' = \frac{\cancel{2m}(v_1 + v_2)}{\cancel{2m}} - v_2 \Rightarrow \boxed{v_2' = v_1}$$

Obs: Corpurile „schimbă" vitezele între ele

③ Ciocnirea cu un perete



„perete": $M \gg m \Rightarrow \frac{m}{M} \ll 1$

$\Rightarrow \frac{m}{M} \simeq 0$

$$v_1' = \frac{2(m v_1 + M v_2)}{m + M} - v_1$$

$$v_2' = \frac{2(m v_1 + M v_2)}{m + M} - v_2$$

$$v_1' = \frac{2M\left(\frac{m}{M}v_1 + v_2\right)}{M\left(\frac{m}{M} + M\right)} - v_1$$

$$v_2' = \frac{2M\left(\frac{m}{M}v_1 + v_2\right)}{M\left(\frac{m}{M} + 1\right)} - v_2$$

$$\boxed{v_1' = 2v_2 - v_1}$$

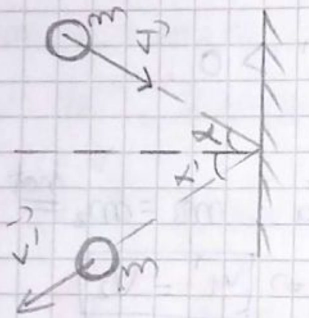
$$\boxed{v_2' = v_2}$$

Dacă $v_2 = 0 \Leftrightarrow$ "perete" în repaus $\Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{v_1' = -v_1}$

$\boxed{v_2' = 0}$

④ Ciocnirea oblică cu un perete



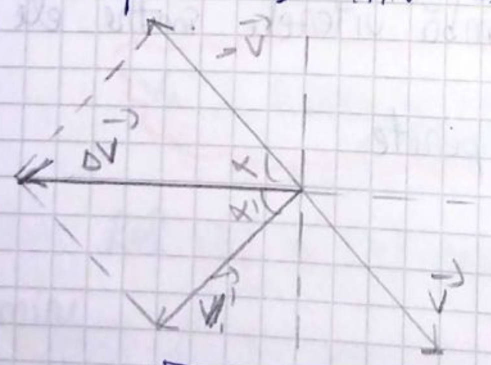
$\alpha' = \alpha$

$v' = v \Leftrightarrow |\vec{v'}| = |\vec{v}|$

$\vec{v'} \neq \vec{v}$

$|\Delta \vec{p}| = ?$

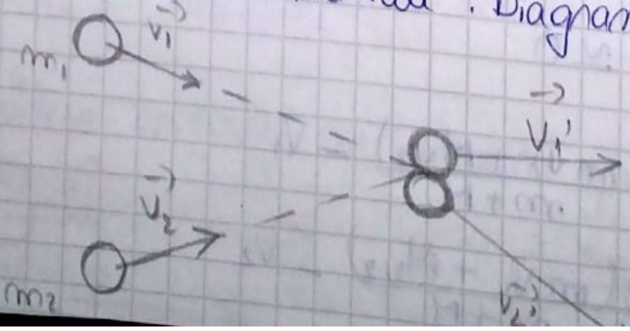
$\Delta \vec{p} = m\vec{v'} - m\vec{v} \Rightarrow m(\vec{v'} - \vec{v}) = m\Delta\vec{v}$



$\Delta\vec{v} = \vec{v'} - \vec{v} = \vec{v'} + (-\vec{v})$

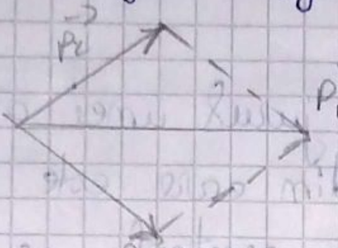
$$\Delta v = \sqrt{v^2 + v'^2 + 2v \cdot v' \cdot \cos(\alpha + \alpha')}$$

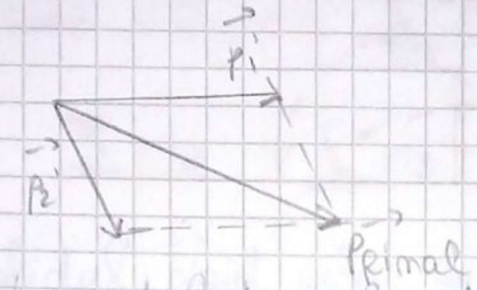
⑤ Ciocniri bidimensionale. Diagrama impulsului



$\vec{P}_{initial} = \vec{P}_{final} \Rightarrow m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = m_1\vec{v_1'} + m_2\vec{v_2'}$

$$\begin{cases} m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = m_1v_{1x}' + m_2v_{2x}' \\ m_1v_{1y} + m_2v_{2y} = m_1v_{1y}' + m_2v_{2y}' \end{cases}$$



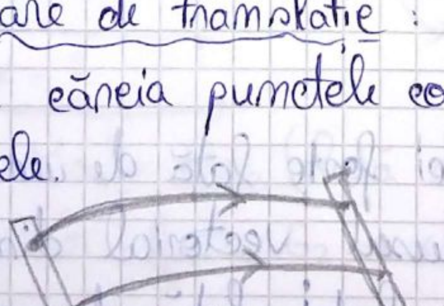


CAP IV ELEMENTE DE STATICĂ

* Echilibrul de translație

Solid rigid: corp format din puncte materiale ale căror distanțe reciproce nu se modifică

* Mișcare de translație: mișcarea solidului rigid în cursul căreia punctele corpului descriu curbe paralele între ele.



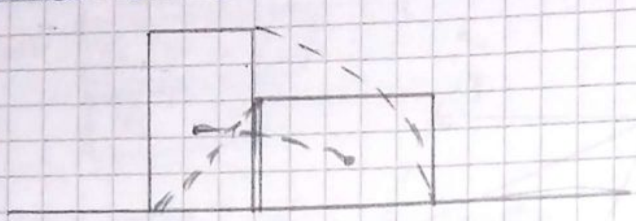
CONDIȚIA necesară și suficientă pentru care un corp solid să fie în echilibru de translație este ca rezultanta forțelor care acționează asupra lui să fie 0.

$$\vec{R}=0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}\vec{F_i}=0$$

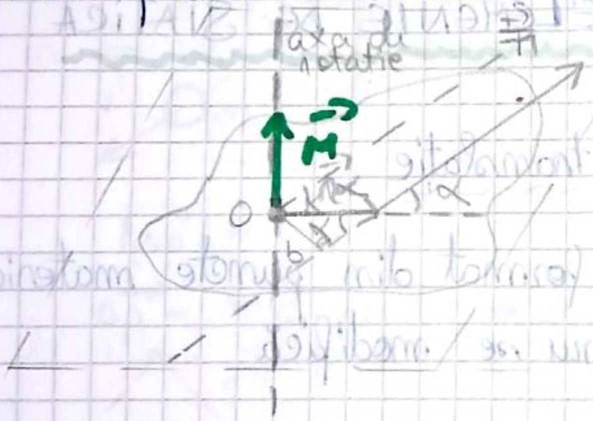
* Echilibrul de rotație

* Mișcare de rotație în jurul unei axe: este mișcarea în care punctele din care este alcătuit corpul descriu arce de cerc cu centrele pe axa de rotație.

Ex:



Efectul de rotație al unei forțe este descris de mărime fizică vectorială numită momentul forței ($\vec{M}$)



$$\boxed{\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}}$$

* Def: Momentul unei forțe față de un punct numit pol reprezintă produsul vectorial dintre vectorul de poziție al originii forței față de acel pol și vectorul forță

$$|\vec{M}| = M = r\cdot F\cdot \sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{b}{r} \Rightarrow M = r\cdot F\cdot\frac{b}{r} \Rightarrow \boxed{M = F\cdot b}$$

b → bratul forței, adică lungimea perpendicularea din pol (punctul O) pe direcția forței

$[M]_{SI} = 1N \cdot m$

CONDIȚIA necesară și suficientă pentru ca un corp solid să fie în echilibru de rotație este ca momentul forței rezultante să fie nul

$$\vec{M}_{rez} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0$$

$$\sum M_{\text{D}} = \sum M_{\text{S}}$$

Solidul rigid este în echilibru de rotație dacă suma momentelor forțelor care tind să rotească corpul într-un sens este egală cu suma momentelor forțelor care tind să rotească corpul în sens opus.

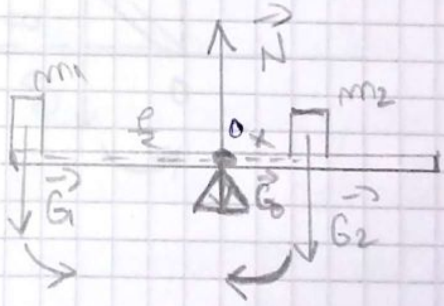
Exemple:

(1.) $m_1 = 40\,kg$

$m_2 = 50\,kg$

$l = 4\,m$

$x = ?$



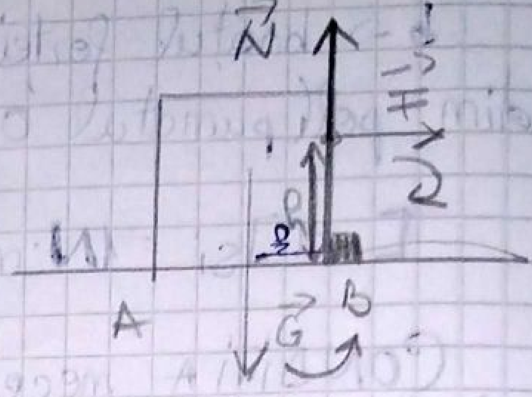
$M_{G_1} = M_{G_2}$ (față de pct O)

$$G_1 \cdot \frac{l}{2} = G_2 \cdot x$$

$$\frac{m_1 g l}{2} = m_2 g x \Rightarrow \boxed{x = \frac{m_1 l}{2 m_2}}$$

$$x = \frac{40 \cdot 4^2}{2 \cdot 50} \Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1{,}6\,m$$

② cub cu $l = 60\,cm$



$m = 12\,kg$

$h = 40\,cm$

$F = ?$ a.î. cubul să se ridice în A

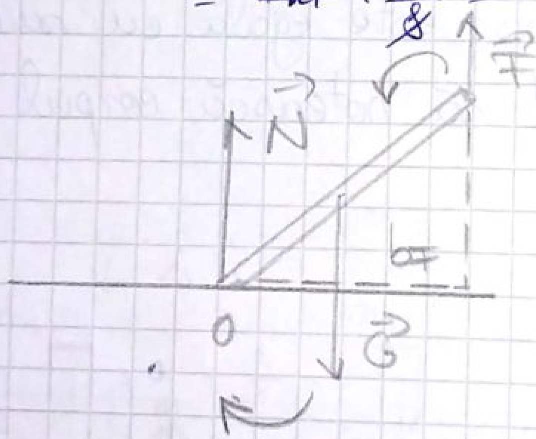
$M_F = M_G$ (față de B)

$F \cdot h = G \cdot \frac{l}{2}$

$\boxed{F = \frac{mgl}{2h}} \Rightarrow F = \frac{12 \cdot 10 \cdot 0{,}6}{2 \cdot 0{,}4} \Rightarrow F = \frac{72}{0{,}8} \Rightarrow$

$F = \cancel{72}^{9} \cdot \frac{10}{\cancel{8}} \Rightarrow F = 90\,N$

③



$M_F = M_G$

$F \cdot b_F = G \cdot \frac{b_F}{2}$

$F = \frac{G}{2}$