

# Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2021/22

## Prima prova intermedia del 17/01/2022

Cognome: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

E-mail: \_\_\_\_\_

1. Scrivere una funzione **efficiente** in C o in C++ `blackHeight(u)` che dato in input la radice `u` di un albero binario, i cui nodi `x` hanno, oltre ai campi `key`, `left` e `right`, un campo `col` che può essere B (per “black”) oppure R (per “red”), verifica se per ogni nodo, il cammino da quel nodo a qualsiasi foglia contiene lo stesso numero di nodi neri (altezza nera del nodo `x`). In caso negativo, restituisce -1, altrimenti restituisce l’altezza nera della radice.
  - a. Valutare la complessità della funzione, **indicando eventuali relazioni di ricorrenza**.
  - b. Scrivere il tipo del nodo dell’albero in C o in C++ a seconda del linguaggio scelto.
2. Si consideri la struttura dati Max-Heap implementata tramite un vettore (secondo lo schema visto a lezione).
  - a) Si scriva la definizione di Max-Heap.
  - b) Si realizzi in modo **efficiente** in pseudocodice la funzione `Differenza(H1,H2)` che dati due Max-Heap `H1` e `H2` contenenti rispettivamente `n1` e `n2` interi (anche ripetuti), ritorna in output un nuovo Max-Heap contenente gli elementi che appartengono a `H1` ma non appartengono a `H2`. In presenza di duplicati se `x` compare `k1` volte in `H1` e `k2` volte in `H2`, nel Max-Heap differenza `x` dovrà comparire  $\max\{0, k1-k2\}$ .
  - c) Si determini e giustifichi la complessità in funzione di `n1` e `n2`.

**Si devono scrivere le eventuali funzioni/procedure ausiliarie utilizzate.**

3. Per un certo problema sono stati trovati due algoritmi risolutivi ( $A_1$  e  $A_2$ ) con i seguenti tempi di esecuzione (dove  $n$  rappresenta la dimensione dei dati di ingresso):

$$A_1: \quad T(n) = 4 \cdot T(n/4) + n^2$$

$$A_2: \quad T(n) = T(n/4) + T(3n/4) + n$$

Si dica, giustificando tecnicamente la risposta, quale dei due algoritmi è preferibile per input di dimensione sufficientemente grande. (Suggerimento: nel secondo caso si utilizzi la tecnica dell’albero di ricorsione e si consideri la lunghezza del cammino più lungo dalla radice alle foglie.)