

Avvertenza: Si giustificino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative gli esercizi non verranno valutati pienamente.

1. Dimostrare come ordinare n numeri interi compresi nell'intervallo da 0 a $n^4 - 1$ nel tempo $O(n)$.
Scrivere una funzione `ordina` che implementi tale ordinamento, ordinando gli n numeri in modo **non crescente**.
Che tipo di algoritmo di ordinamento è stato utilizzato?
2. Si stabilisca quale problema risolve il seguente algoritmo, che accetta in ingresso un grafo orientato $G = (V, E)$ e la sua funzione peso $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ (si assuma che G non contenga cappi e che $w(u,v) \geq 0$ per ogni $(u,v) \in E$):

`MyAlgorithm(G, w)`

```
1. m = +∞
2. for each u ∈ V[G]
3.   m = min {m, MyFunction(G, w, u)}
4. return m
```

`MyFunction(G, w, x)`

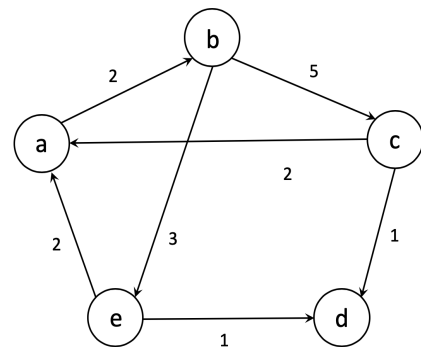
```
1. for each u ∈ V[G] \ {x}
2.   d[u] = +∞
3. d[x] = 0
4. Q = V[G]
```

```
5. for i = 1 to |V[G]|
6.   u = ExtractMin(Q)
7.   for each v ∈ V[G]
8.     if (u,v) ∈ E[G] then
9.       d[v] = min {d[v], d[u] + w(u,v)}
10.  a = +∞
11. for each u ∈ V[G] \ {x}
12.   if (u,x) ∈ E[G] then
13.     a = min {a, d[u] + w(u,x)}
14. return a
```

Si dimostri la correttezza dell'algoritmo e si determini la sua complessità computazionale. (Nel caso in cui si volessero utilizzare risultati di correttezza di algoritmi noti, *non è necessario* fornire le dimostrazioni corrispondenti.)

Cosa restituisce l'algoritmo in presenza del grafo rappresentato sulla destra? Perché?

Si dica inoltre cosa restituisce `MyFunction` in corrispondenza dei cinque vertici del grafo.



3. Il seguente algoritmo accetta in ingresso un grafo non orientato $G = (V, E)$:

`MyAlgorithm(G)`

```
1. n = 0
2. for each u ∈ V[G]
3.   MAKE-SET(u)
4.   n = n + 1
5. for each (u,v) ∈ E[G]
6.   if FIND-SET(u) ≠ FIND-SET(v) then
7.     UNION(u,v)
8.     n = n - 1
9. return n
```

Cosa rappresenta il valore che `MyAlgorithm` restituisce al chiamante? Perché?

Si simuli inoltre accuratamente l'esecuzione dell'algoritmo sul grafo seguente, mostrando l'evoluzione delle strutture dati coinvolte passo dopo passo.

