

a.a. 2021/22

Seconda prova intermedia del 06/06/2022

Cognome: _____

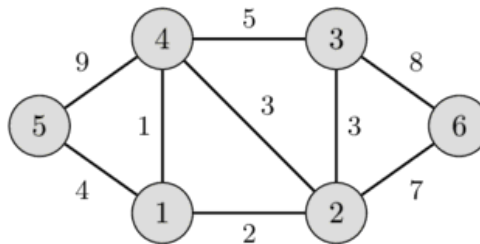
Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Avvertenza: Si giustificino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative gli esercizi non verranno valutati pienamente.

1. Scrivere un algoritmo per individuare, all'interno di una stringa $x_1 \dots x_n$ la lunghezza massima di una sottostringa (di caratteri consecutivi) palindroma. Ad esempio, nella stringa *colonna* la sottostringa palindroma di lunghezza massima è *olo*, dunque la lunghezza massima è 3. Più precisamente:
 - a) dare una caratterizzazione ricorsiva della lunghezza massima $lung[i, j]$ di una sottostringa palindroma di $x_i \dots x_j$;
 - b) tradurre tale definizione in un algoritmo di programmazione dinamica con il metodo **top-down** che determina la lunghezza massima;
 - c) valutare e giustificare la complessità dell'algoritmo.
2. Si scriva l'algoritmo di Prim, si dimostri la sua correttezza (ovvero: si enunci e si dimostri il teorema fondamentale degli alberi di copertura minimi e si spieghi come questo garantisca la correttezza dell'algoritmo), si fornisca la sua complessità computazionale e si simuli accuratamente la sua esecuzione sul seguente grafo utilizzando il vertice 1 come "sorgente":



In particolare:

- a) si indichi l'ordine con cui vengono estratti i vertici
b) si riempia la tabella seguente con i valori dei vettori key e π , iterazione per iterazione:

[illegible]

3. Sia $A = (a_{ij})$ la matrice di adiacenza di un grafo orientato $G = (V, E)$.

3.1. Cosa rappresentano gli elementi della matrice

$$A^2 = A \cdot A$$

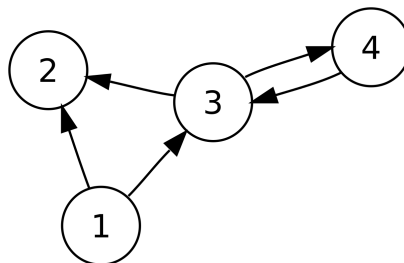
dove “ \cdot ” denota l’operazione di moltiplicazione tra matrici?

3.2. Più in generale, dato un intero $k \geq 2$, cosa rappresentano gli elementi della matrice

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_k ?$$

(Si forniscano adeguate dimostrazioni formali a supporto delle affermazioni fatte.)

3.3. Si determinino le matrici A , A^2 e A^3 per il grafo riportato di seguito:



3.4. Il seguente algoritmo accetta in ingresso la matrice di adiacenza di un grafo orientato e restituisce TRUE o FALSE. Qual è la funzione svolta e qual è la sua complessità? Giustificare le risposte.

MyAlgorithm(A)

```
1. n = numero di righe di A
2. crea due matrici n x n B e C

3. for i = 1 to n
4.   for j = 1 to n
5.     B[i,j] = 0
6.     for k = 1 to n
7.       B[i,j] = B[i,j] + A[i,k]*A[k,j]

8. for i = 1 to n
9.   for j = 1 to n
10.    C[i,j] = 0
11.    for k = 1 to n
12.      C[i,j] = C[i,j] + B[i,k]*A[k,j]

13. for i = 1 to n
14.   if C[i,i] = 0 then
15.     return TRUE

16. return FALSE
```