

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2017/18

Compito del 11/09/2018

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte I

(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

1. Dare la definizione di min-heap e simulare l'esecuzione di build-Min-Heap sull'array <15, 7, 21, 3, 33, 14>
2. Il Prof. Pelillo sostiene di aver sviluppato un algoritmo per risolvere il problema dei cammini minimi con sorgente singola (con pesi positivi) avente complessità:

$$T(n) = 4 \cdot T(n/2) + n^2$$

dove n rappresenta il numero di vertici del grafo. Si dica, giustificando tecnicamente la risposta, se (ed eventualmente in quali circostanze) l'algoritmo proposto è preferibile all'algoritmo di Dijkstra, per n sufficientemente grande.

3. La Prof.ssa Raffaetà sostiene di aver sviluppato un algoritmo per determinare un albero di copertura minima in un grafo avente complessità:

$$T(m) = 16 \cdot T(m/4) + m$$

dove m rappresenta il numero di archi del grafo. Si dica, giustificando tecnicamente la risposta, se (ed eventualmente in quali circostanze) l'algoritmo proposto è preferibile all'algoritmo di Kruskal, per m sufficientemente grande.

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2017/18

Compito del 11/09/2018

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte II

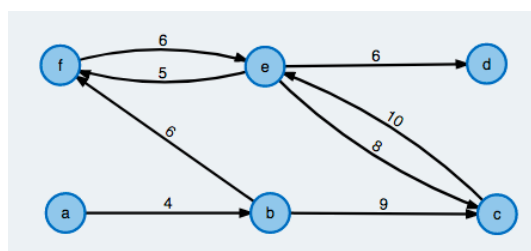
(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

1. Sia T un albero binario i cui nodi x hanno i campi *left*, *right* e *key*. L'albero si dice un *Sum-Tree* se per ogni nodo x , la chiave di x è maggiore o uguale sia alla somma delle chiavi nel sottoalbero sinistro che alla somma delle chiavi nel sottoalbero destro.

Scrivere una **funzione in C efficiente** $IsSumTree(u)$ che riceve in input la radice u di un albero T e verifica se T è un Sum-Tree, ritornando 1 se la condizione è verificata e 0 altrimenti.

Analizzare la complessità della soluzione trovata, indicando eventuali relazioni di ricorrenza.

2. Dato un insieme di parole di 4 lettere tale che ciascuna lettera appartiene all'alfabeto inglese $\{A, \dots, X, Y, Z\}$, ordinare l'insieme in senso **decrescente** rispetto all'ordinamento lessicografico.
 - a. Quale algoritmo di ordinamento risulta più adeguato a questo problema? Scrivere l'algoritmo scelto.
 - b. Analizzare la complessità della soluzione proposta.
 - c. Simulare l'esecuzione dell'algoritmo scelto sul seguente insieme:
HAND, BUSY, LAMP, ARMS, ZOOM, RING, LAST
3. Si scriva l'algoritmo di Floyd-Warshall per determinare i cammini minimi tra tutte le coppie di vertici in un grafo, si derivi la sua complessità, e si simuli la sua esecuzione sul seguente grafo:



Si stabilisca inoltre se le seguenti affermazioni sono vere o false (fornendo una dimostrazione nel primo caso e un controesempio nel secondo):

- a) “Se la diagonale principale della matrice W restituita in uscita dall'algoritmo di Floyd-Warshall contiene un elemento $w_{ii} < 0$, allora il grafo dato in ingresso contiene un ciclo negativo”.
- b) “Se il grafo contiene un ciclo positivo, allora la diagonale principale della matrice W restituita in uscita dall'algoritmo contiene un elemento $w_{ii} > 0$ ”.

Nota: in caso di discussioni poco formali o approssimative l'esercizio non verrà valutato pienamente.

4. Si definisca formalmente la relazione di “riducibilità polinomiale” tra problemi decisionali (\leq_p) e si stabilisca se valgono le seguenti proprietà: a) riflessiva, b) simmetrica, c) transitiva.

Inoltre, siano \mathcal{P} e \mathcal{Q} due problemi in NP e si supponga $\mathcal{P} \leq_p \mathcal{Q}$. Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false, fornendo una dimostrazione nel primo caso e un controesempio nel secondo:

- a) “Se \mathcal{Q} è risolvibile in tempo polinomiale, allora \mathcal{P} è risolvibile in tempo polinomiale”
- b) “Se \mathcal{P} è risolvibile in tempo polinomiale, allora \mathcal{Q} è risolvibile in tempo polinomiale”
- c) “Se \mathcal{Q} è un problema NP-completo, allora \mathcal{P} è NP-completo”
- d) “Se \mathcal{P} è un problema NP-completo, allora \mathcal{Q} è NP-completo”

Nota: in caso di discussioni poco formali o approssimative l'esercizio non verrà valutato pienamente.