

Algoritmi e Strutture Dati
a.a. 2016/17

Compito del 9/6/2017

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte I

(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

1. Completare la seguente tabella indicando la complessità delle operazioni che si riferiscono a un dizionario di n elementi. Per l'operazione **Predecessore** e **Cancellazione** si assuma di essere sull'elemento x a cui si applica l'operazione.

	Ricerca	Minimo	Predecessore	Cancellazione	Costruzione
Albero binario di ricerca					
Array ordinato in senso decrescente					

2. Il Prof. Pelillo ha sviluppato un algoritmo per risolvere il problema dei cammini minimi con sorgente singola in un grafo pesato con pesi positivi avente complessità

$$T(n) = 3T(n/2) + n^2$$

(dove n rappresenta il numero di vertici del grafo), e sostiene che il suo algoritmo sia più efficiente di quello di Dijkstra. Si dica, **giustificando tecnicamente la risposta**, se l'affermazione è corretta.

3. La Prof.ssa Raffaetà ha sviluppato un algoritmo per risolvere il problema “Ciclo Hamiltoniano” avente complessità

$$T(n) = T(n/2) + 2^n$$

(dove n rappresenta il numero di vertici del grafo), e sostiene che questo le consente di dimostrare che $P = NP$. Si dica, **giustificando tecnicamente la risposta**, se l'affermazione è corretta.

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2016/17

Compito del 9/6/2017

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte II

(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

1. Dati due numeri interi x ed y definiamo la distanza tra x ed y come $d(x, y) = |x - y|$. Sia T un albero binario di ricerca le cui chiavi sono numeri interi e avente *almeno due* nodi. Si descriva un algoritmo **efficiente** che restituisca la distanza minima fra le chiavi di due nodi di T .

Per l'esame da **12 CFU**, deve essere fornita **una funzione C** e si devono dichiarare i tipi **Tree** e **Node** utilizzati per rappresentare l'albero binario di ricerca e il nodo.

Per l'esame da **9 CFU**, è sufficiente specificare lo pseudocodice.

2. Scrivere un algoritmo **efficiente** $\text{maxIntervallo}(v, n)$ che, dato un vettore v di n intervalli (con $n > 0$), verifica se esiste un intervallo in v che contiene tutti gli altri intervalli. **Tutti gli intervalli sono NON vuoti.** Analizzare la complessità dell'algoritmo giustificando opportunamente la risposta.
Si devono scrivere eventuali procedure e/o funzioni ausiliarie.

Esempio:

Sia $v = \langle (-2, 11), (-5, -4), (-1, 7), (10, 15) \rangle$ $\text{maxIntervallo}(v, 4) = \text{false}$

Sia $v = \langle (-2, 11), (-11, 15), (7, 10) \rangle$ $\text{maxIntervallo}(v, 3) = \text{true}$

3. Si vuole costruire una rete stradale che colleghi cinque città (A-E), minimizzando i costi complessivi di realizzazione. I costi per la costruzione di una strada tra due città sono sintetizzati nella seguente tabella (dove $+\infty$ significa che la strada è irrealizzabile):

	A	B	C	D	E
A	0	3	5	11	9
B	3	0	3	9	8
C	5	3	0	$+\infty$	10
D	11	9	$+\infty$	0	7
E	9	8	10	7	0

Si formuli il problema dato in termini di un problema di ottimizzazione su grafi, e si descriva un algoritmo per la sua soluzione discutendone correttezza e complessità. Infine, si simuli accuratamente l'algoritmo presentato per determinare una soluzione del problema.

4. Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato, connesso e pesato. Dato un taglio $(S, V \setminus S)$ di G , sia (u, v) un arco che lo attraversa tale che per tutti gli altri archi (x, y) che attraversano il taglio risulta $w(x, y) \leq w(u, v)$. Si stabilisca, giustificando formalmente la risposta, se la seguente affermazione è vera o falsa: «Se T è un albero di copertura di G che non contiene (u, v) , allora T non è un albero di copertura **massimo**.»

Si può affermare la stessa cosa se si assume che tutti i pesi di G siano distinti? Perché?

Nota: nel fornire le giustificazioni *non* si faccia ricorso al teorema fondamentale degli MST.