

# Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2018/19

## Seconda prova intermedia del 03/06/2019

Cognome: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

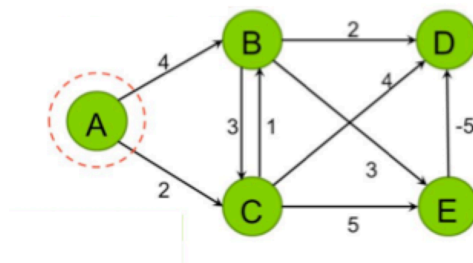
Matricola: \_\_\_\_\_

E-mail: \_\_\_\_\_

1. Un vettore  $A$  è detto *vettore di intervalli* se ogni suo elemento  $A[i]$  ha due campi interi  $A[i].l$  e  $A[i].r$  tali che  $A[i].l \leq A[i].r$ . Intuitivamente  $A[i].l$  e  $A[i].r$  rappresentano l'intervallo chiuso di interi  $[A[i].l, A[i].r]$ .  
Un intero  $k$  è coperto da  $A$  se esiste un intervallo di  $A$  che contiene  $k$ . Formalmente  $k$  è coperto da  $A$  se esiste un indice  $i$  di  $A$  tale che  $A[i].l \leq k \leq A[i].r$ .  
Dato un vettore di intervalli  $A$  di lunghezza  $n$ , si consideri il problema di determinare un nuovo vettore di intervalli  $A'$  di lunghezza  $n' \leq n$  che copra gli stessi interi di  $A$ , e in cui gli intervalli siano disgiunti. Scrivere lo pseudocodice di una procedura di complessità  $O(n \log n)$  che calcoli  $A'$ .
2. Si consideri il seguente algoritmo, che accetta in ingresso un grafo orientato e pesato  $G = (V, E)$ , con funzione peso  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ , e un vertice "sorgente"  $s \in V$ :

```
MyAlgorithm(  $G, w, s$  )  
1.  $n = |V[G]|$   
2. for each  $u \in V[G]$  do  
3.    $d[u] = \infty$   
4.  $d[s] = 0$   
5. for  $i = 1$  to  $n$  do  
6.   for each  $u \in V[G]$   
7.     for each  $v \in \text{Adj}[u]$       /*  $\text{Adj}[u]$  = insieme dei vertici adiacenti a  $u$  */  
8.        $d[v] = \min \{ d[v], d[u] + w(u,v) \}$   
9. return  $d$ 
```

- a) Qual è la sua complessità?
- b) Quale problema risolve?
- c) L'algoritmo continua ad essere corretto se esegue un'iterazione in meno? Perché?
- d) Si simuli la sua esecuzione sul seguente grafo, utilizzando il vertice A come sorgente.



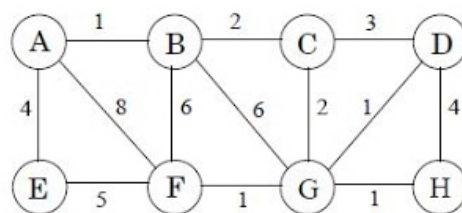
In particolare, si riempia la tabella seguente con i **valori del vettore  $d$** , iterazione per iterazione:

	A	B	C	D	E
dopo istr. 4	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$i = 1$					
$i = 2$					
$i = 3$					
$i = 4$					
$i = 5$					

**Nota:** si giustificino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative l'esercizio non verrà valutato pienamente.

3. Si enunci e si dimostri il teorema fondamentale degli alberi di copertura minimi.

Si consideri inoltre il grafo  $G$  riportato di seguito



e i tagli

$$T_1 = (\{A, B, C\}, \{D, E, F, G, H\}) \quad \text{e} \quad T_2 = (\{A, D\}, \{B, C, E, F, G, H\}).$$

- (a) Quali degli archi che attraversano  $T_1$  appartengono ad **almeno** un albero di copertura minimo di  $G$ ?
- (b) Quali degli archi che attraversano  $T_1$  appartengono a **tutti** gli alberi di copertura minimi di  $G$ ?
- (c) Quali degli archi che attraversano  $T_2$  appartengono ad **almeno** un albero di copertura minimo di  $G$ ?
- (d) Quali degli archi che attraversano  $T_2$  appartengono a **tutti** gli alberi di copertura minimi di  $G$ ?

**Nota:** si giustifichino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative l'esercizio non verrà valutato pienamente.