

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2020/21

Seconda prova intermedia del 14/06/2021

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

1. I numeri di Fibonacci sono definiti dalla seguente ricorrenza:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_i = F_{i-1} + F_{i-2} \quad \text{per } i \geq 2$$

Scrivere un algoritmo di **programmazione dinamica** con tempo $O(n)$ per calcolare n-esimo numero di Fibonacci. Quale schema è stato utilizzato (top-down o bottom-up)?

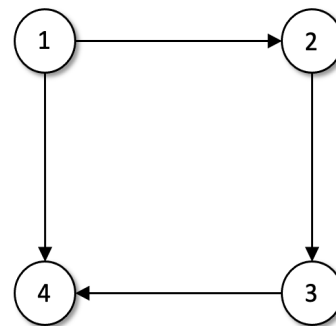
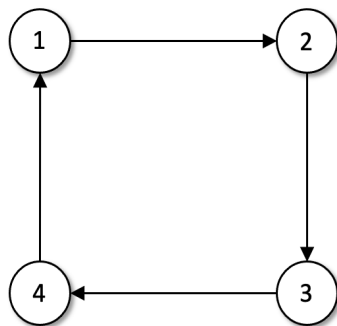
Giustificare il calcolo della complessità.

2. Si stabilisca quale problema risolve il seguente algoritmo, che accetta in ingresso un grafo orientato $G = (V, E)$ (Q rappresenta una coda con priorità con campo chiave d):

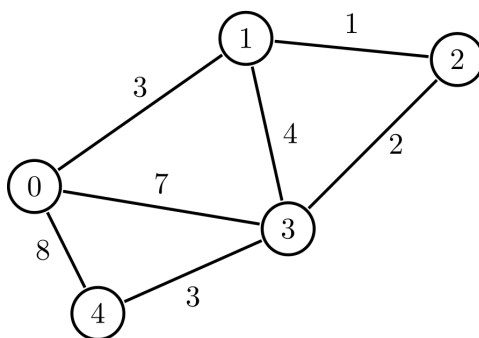
MyAlgorithm(G)

```
1. for each  $u \in V[G]$ 
2.   for each  $x \in V[G] \setminus \{u\}$ 
3.      $d[x] = +\infty$ 
4.    $d[u] = 0$ 
5.    $Q = V[G]$ 
6.   for  $i = 1$  to  $|V[G]|$ 
7.      $v = \text{ExtractMin}(Q)$ 
8.     for each  $z \in V[G]$ 
9.       if  $(v, z) \in E[G]$  then
10.        if  $d[z] > d[v] + 1$  then
11.           $d[z] = d[v] + 1$ 
12.   for each  $x \in V[G]$ 
13.     if  $d[x] = +\infty$  then
14.       return FALSE
15. return TRUE
```

Si dimostri la correttezza dell'algoritmo e si determini la sua complessità computazionale assumendo che la coda con priorità Q sia implementata mediante un array lineare. Si dica inoltre cosa restituisce MyAlgorithm in presenza dei seguenti grafi. Perché?



3. Si scriva l'algoritmo di Prim, si dimostri la sua correttezza, si fornisca la sua complessità computazionale e si simuli accuratamente la sua esecuzione sul seguente grafo (utilizzando il vertice 0 come "sorgente"):



In particolare:

- si indichi l'ordine con cui vengono estratti i vertici
- si riempia la tabella seguente con i valori dei vettori key e π , iterazione per iterazione:

[illegible]