

Algoritmi e Strutture Dati
a.a. 2016/17

Compito del 05/09/2017

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte I

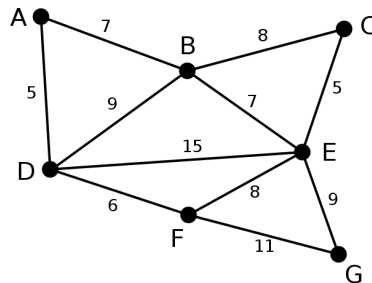
(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

1. Nell'ipotesi di indirizzamento aperto, scrivere uno pseudocodice per HASH-DELETE utilizzando il valore speciale DELETED per marcare la cella come vuota in caso di cancellazione. Qual è la complessità nel caso pessimo?

2. Si mostri, utilizzando la definizione, che la relazione O soddisfa la proprietà transitiva, ovvero:

“Se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n))$, allora $f(n) = O(h(n))$ ”

3. Si supponga di eseguire l'**algoritmo di Prim** sul seguente grafo, **utilizzando D come vertice sorgente**:



- a) In quale ordine i vertici del grafo verranno estratti dall'algoritmo?
- b) Qual è il peso dell'albero di copertura minima?

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2016/17

Compito del 05/09/2017

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte II

(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

1. Sia T un albero generale i cui nodi hanno campi: **key**, **left-child** e **right-sib**. Progettare un algoritmo **efficiente** che dato T e un intero $k \geq 2$ stabilisca se T è un albero **k-ario completo**, e analizzarne la **complessità**.

Per l'esame da **12 CFU**, deve essere fornita **una funzione C** e si deve dichiarare il tipo **Node** utilizzato per rappresentare l'albero generale.

Per l'esame da **9 CFU**, è sufficiente specificare lo pseudocodice.

2. Si consideri un vettore v di n numeri reali **distinti** e un intero $k \in \{1, \dots, n\}$; l'array **non** è ordinato.
- Scrivere un algoritmo che, dati v , k e n , stampi i k valori più piccoli presenti in v . Il costo dell'algoritmo proposto deve essere al più $O(kn)$.
 - Analizzare la complessità dell'algoritmo.

3. Si enunci e si dimostri il teorema fondamentale delle ricorrenze e lo si utilizzi per risolvere le seguenti ricorrenze (spiegando in quali casi del teorema ricade la soluzione di ciascuna equazione):

- $T(n) = 4T(n/2) + \log n$
- $T(n) = 3T(n/3) + n/2$
- $T(n) = 7T(n/2) + n^2$

4. Dato un grafo orientato e pesato $G=(V,E)$ con pesi positivi, cioè $w(u,v)>0$ per ogni $(u,v) \in E$, si vuole determinare se esiste in G un ciclo $c \equiv \langle x_0, x_1, \dots, x_q \rangle$ raggiungibile da un dato vertice "sorgente" s , in cui il prodotto dei pesi sugli archi sia minore di 1, cioè:

$$\prod_{i=1}^q w(x_{i-1}, x_i) < 1$$

Si sviluppi un algoritmo per risolvere questo problema, se ne discuta la correttezza e si determini la sua complessità computazionale. Inoltre, si simuli la sua esecuzione sul seguente grafo:

