

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2017/18

Compito del 18/06/2018

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte I

(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

1. Dato un nodo x in un albero binario di ricerca T , scrivere la funzione *Tree-Successor(Node x)* che restituisce il successore di x nell'ordine stabilito da un attraversamento simmetrico. Qual è la complessità della funzione?

2. Il Prof. Hamilton sostiene di aver sviluppato un algoritmo di complessità

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + 2^n$$

che riceve in ingresso un grafo non orientato G con n vertici e risponde TRUE se esiste un ciclo in G che passa per tutti i suoi vertici. Si dica, giustificando tecnicamente la risposta, se l'affermazione è verosimile.

3. Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato e siano u e v due vertici collegati da un cammino p . Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false, giustificando tecnicamente la risposta:
 - a. "Se G è aciclico, allora non esiste altro cammino tra u e v , oltre p ."
 - b. "Se G è connesso, allora esistono necessariamente altri cammini tra u e v , oltre p ."
 - c. "Se G è un albero, allora il numero di cammini tra u e v dipende dal numero di archi in G ."

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2017/18

Compito del 18/06/2018

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte II

(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

1. Scrivere una funzione **ricorsiva** *range* che dato un albero binario di ricerca, due interi $k1$ e $k2$ tali che $k1 \leq k2$ e un vettore v , inserisce in v tutte le chiavi k ordinate in senso crescente contenute nell'albero tali che $k1 \leq k \leq k2$. La funzione restituisce la dimensione del vettore v .

Il prototipo della funzione è:

$\text{int range}(\text{Node } u, \text{int } k1, \text{int } k2, \text{int } v[])$

Analizzare la complessità in tempo della funzione.

Per l'esame da **12 CFU**, deve essere fornita **una funzione C**.

Per l'esame da **9 CFU**, è sufficiente specificare lo pseudocodice.

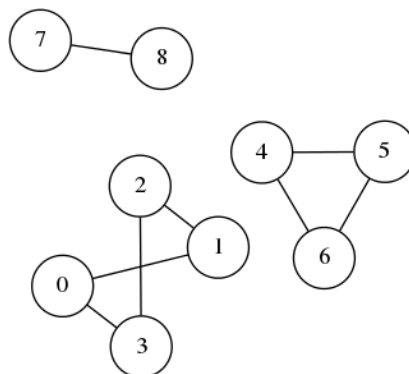
2. Descrivere un algoritmo che, dati n numeri interi compresi nell'intervallo da 0 a k , svolga un'analisi preliminare del suo input e poi risponda nel tempo $O(1)$ a qualsiasi domanda su quanti degli n interi ricadono nell'intervallo $[a..b]$ con a e b interi. Il vostro algoritmo dovrebbe impiegare un tempo $\Theta(n+k)$ per l'analisi preliminare.
3. Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato e si consideri la sua *chiusura transitiva*, ovvero il grafo $G^* = (V, E^*)$ avente gli stessi vertici di G , dove

$(u,v) \in E^* \Leftrightarrow$ esiste un cammino da u a v in G .

Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false, fornendo una dimostrazione nel primo caso e un controesempio nel secondo:

- a) $C \subseteq V$ è una componente connessa di G se e solo se C è una clique massimale di G^*
- b) $C \subseteq V$ è una clique massimale di G se e solo se C è una componente connessa di G^*
- c) esistono due clique massimali C e D in G^* per cui $C \cap D \neq \emptyset$
- d) il numero di componenti connesse di G coincide con il numero di componenti connesse di G^*
- e) il numero di clique massimali di G coincide con il numero di clique massimali di G^*
- f) il problema di determinare una clique *massima* in G^* è risolubile in tempo polinomiale

Si costruisca infine la chiusura transitiva del seguente grafo.



Nota: in caso di discussioni poco formali o approssimative l'esercizio non verrà valutato pienamente.

4. Sia $G=(V,E)$ un grafo non orientato, connesso e pesato avente tutti i pesi distinti. Sia C un ciclo di G e sia (u,v) l'arco in C avente peso massimo. Si stabilisca se esiste o meno in G un albero di copertura minimo che contenga l'arco (u,v) . Potremmo dire lo stesso se i pesi sugli archi non fossero distinti? Giustificare formalmente le risposte.