

**Avvertenza:** Si giustificino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative gli esercizi non verranno valutati pienamente.

1. Sia  $A$  un array di  $n$  interi **distinti** dove  $n$  è dispari.  $A$  è detto **alternante** se vale la seguente condizione:  

$$A[1] > A[2] < A[3] > A[4] < \dots > A[n-1] < A[n]$$
 Si scriva una procedura in C **efficiente** `AlternaArray(A,n)` che renda  $A$  alternante.  
 Si calcoli e si giustifichi la complessità della procedura proposta.
2. Dato un albero binario  $T$  contenente  $n$  chiavi intere **distinte** si consideri il problema di verificare se esiste un albero binario di ricerca  $T'$  avente la stessa visita in pre-ordine di  $T$ .
  - a) Dato  $T$  esiste sempre  $T'$  che soddisfa le condizioni sopra descritte? In caso affermativo fornire una dimostrazione. In caso negativo fornire un controesempio.
  - b) Scrivere una funzione **efficiente** `check` che dato un vettore contenente la visita in pre-ordine di  $T$ , verifica se esiste un albero binario di ricerca  $T'$  avente la stessa visita in pre-ordine di  $T$ .
  - c) Calcolare e giustificare la complessità della funzione `check`.
3. Si stabilisca quale problema risolve il seguente algoritmo, che accetta in ingresso un grafo orientato  $G = (V, E)$  e la sua funzione peso  $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ . Si assuma che  $w(u,v) > 0$ , per ogni  $(u,v) \in E$ , e che  $V = \{1, \dots, n\}$ .

```

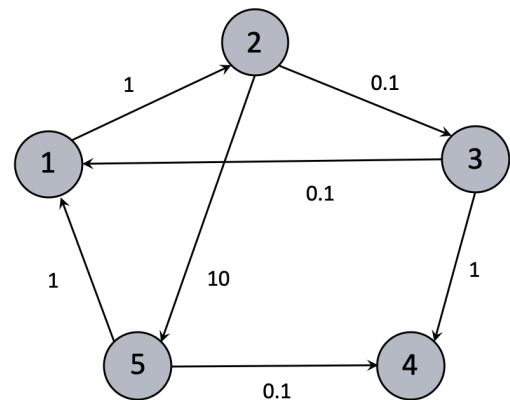
MyAlgorithm(G, w)
1.  n = |V[G]|
2.  let A and B be two n x n matrices
3.  for i = 1 to n
4.    for j = 1 to n
5.      if i = j then
6.        A[i,i] = 0
7.      else
8.        if (i,j) ∈ E[G] then
9.          A[i,j] = log10(w(i,j))
10.       else
11.         A[i,j] = +∞
12.  for i = 1 to n
13.    B = MyFunction(A, i)
14.    for j = 1 to n
15.      if B[j,j] ≠ 0 then
16.        return TRUE
17.  A = B
18.  return FALSE
  
```

Si dimostri formalmente la correttezza dell'algoritmo e si determini la sua complessità computazionale.

Cosa restituisce l'algoritmo in presenza del grafo rappresentato di seguito? Perché?

```

MyFunction(X, k)
1.  n = rows(X)
2.  let Y be an n x n matrix
3.  for i = 1 to n
4.    for j = 1 to n
5.      if X[i,j] > X[i,k] + X[k,j] then
6.        Y[i,j] = X[i,k] + X[k,j]
7.      else
8.        Y[i,j] = X[i,j]
9.  return Y
  
```



4. Sia CICLO-NEGATIVO il seguente problema decisionale: “Dato un grafo orientato e pesato sugli archi e un vertice sorgente, stabilire se ci sono cicli di peso negativo raggiungibili dalla sorgente”. Si stabilisca la veridicità delle seguenti affermazioni:
  - (a) Se  $\text{CICLO-NEGATIVO} \leq_P \text{CLIQUE}$  allora  $P = NP$
  - (b) Se  $\text{ISOMORFISMO-DI-GRAFI} \leq_P \text{CLIQUE}$  allora  $P = NP$
  - (c) Se  $\text{CLIQUE} \leq_P \text{ISOMORFISMO-DI-GRAFI}$  allora  $P = NP$
  - (d) Se  $\text{CLIQUE} \leq_P \text{CICLO-NEGATIVO}$  allora  $P = NP$