Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2018/19

Compito del 03/06/2019

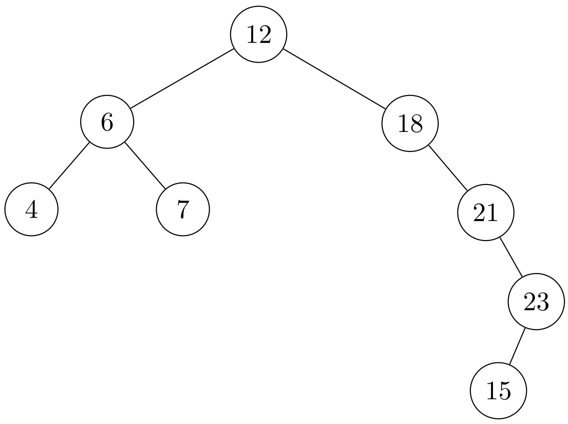
Cognome: ______________________ Nome: ______________________

Matricola: ______________________ E-mail: ______________________

Parte I

(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

1. Dato il seguente albero



Eseguire una visita in preordine, una visita in ordine simmetrico, una visita in postordine e una visita in ampiezza elencando nei quattro casi la sequenza dei nodi incontrati.

2. Un algoritmo ricorsivo $\mathcal{A}$ determina i cammini minimi tra tutte le coppie di vertici in un grafo pesato e ha complessità pari a:

$$T(n) = 4T(n/2) + n^2$$

dove n rappresenta il numero di vertici del grafo. Si stabilisca, **giustificando tecnicamente la risposta**, se $\mathcal{A}$ è asintoticamente più efficiente dell'algoritmo di Floyd-Warshall.

3. Siano $\mathcal{P}$ e $\mathcal{Q}$ due problemi in NP e si supponga $\mathcal{P} \leq_P \mathcal{Q}$. Si stabilisca, **giustificando tecnicamente la risposta**, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) Se $\mathcal{Q}$ è risolvibile in tempo polinomiale, allora $\mathcal{P}$ è risolvibile in tempo polinomiale

(b) Se $\mathcal{Q}$ è un problema NP-completo, allora $\mathcal{P}$ è NP-completo

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2018/19

Compito del 03/06/2019

Cognome: ______________________ Nome: ______________________

Matricola: ______________________ E-mail: ______________________

Parte II

(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

1. Sia dato un albero binario i cui nodi contengono una chiave intera *x.key*, oltre ai campi *x.left*, *x.right* che rappresentano rispettivamente il figlio sinistro e il figlio destro. Si definisce *grado di squilibrio* di un nodo il valore assoluto della differenza tra la somma delle chiavi nei nodi foglia del sottoalbero sinistro e la somma delle chiavi dei nodi foglia del sottoalbero destro. Il grado di squilibrio di un albero è il massimo grado di squilibrio dei suoi nodi.
   Scrivere una funzione **efficiente** in **C,** di nome gradosquil(u), che data la radice di un albero binario, calcola il grado di squilibrio dell'albero.

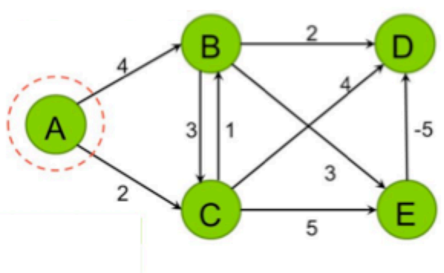
   Analizzare la complessità della funzione, indicando eventuali relazioni di ricorrenza.

2. Un vettore A è detto *vettore di intervalli* se ogni suo elemento $A[i]$ ha due campi interi $A[i].l$ e $A[i].r$ tali che $A[i].l \leq A[i].r$. Intuitivamente $A[i].l$ e $A[i].r$ rappresentano l'intervallo chiuso di interi $[A[i].l, A[i].r]$.
   Un intero k è coperto da A se esiste un intervallo di A che contiene k. Formalmente k è coperto da A se esiste un indice i di A tale che $A[i].l \leq k \leq A[i].r$.
   Dato un vettore di intervalli A di lunghezza n, si consideri il problema di determinare un nuovo vettore di intervalli A' di lunghezza $n' \leq n$ che copra gli stessi interi di A, e in cui gli intervalli siano disgiunti. Scrivere lo pseudocodice di una procedura di complessità $O(n \log n)$ che calcoli A'.

2. Si consideri il seguente algoritmo, che accetta in ingresso un grafo orientato e pesato $G = (V, E)$, con funzione peso $w : E \rightarrow$ R, e un vertice "sorgente" $s \in V$:

```
MyAlgorithm( G, w, s )
n = |V[G]|
for each u ∈ V[G] do
  d[u] = ∞
d[s] = 0
for i = 1 to n do
  for each u ∈ V[G]
    for each v ∈ Adj[u]     /* Adj[u] = insieme dei vertici adiacenti a u */
      d[v] = min { d[v], d[u] + w(u,v) }
return d
```

   a) Qual è la sua complessità?
   b) Quale problema risolve?
   c) L'algoritmo continua ad essere corretto se esegue un'iterazione in meno? Perché?
   d) Si simuli la sua esecuzione sul seguente grafo, utilizzando il vertice A come sorgente.



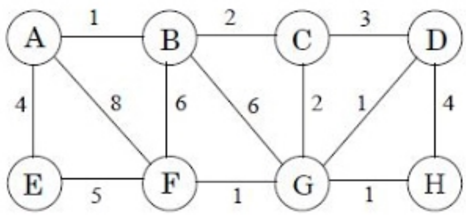
In particolare, si riempia la tabella seguente con i **valori del vettore d**, iterazione per iterazione:

	A	B	C	D	E
dopo istr. 4	0	∞	∞	∞	∞
$i = 1$					
$i = 2$					
$i = 3$					
$i = 4$					
$i = 5$					

Nota: si giustifichino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative l'esercizio non verrà valutato pienamente.

4. Si enunci e si dimostri il teorema fondamentale degli alberi di copertura minimi.

Si consideri inoltre il grafo G riportato di seguito



e i tagli

$$T_1 = (\{A, B, C\}, \{D, E, F, G, H\}) \quad \text{e} \quad T_2 = (\{A, D\}, \{B, C, E, F, G, H\}).$$

(a) Quali degli archi che attraversano T_1 appartengono ad **almeno** un albero di copertura minimo di G?

(b) Quali degli archi che attraversano T_1 appartengono a **tutti** gli alberi di copertura minimi di G?

(c) Quali degli archi che attraversano T_2 appartengono ad **almeno** un albero di copertura minimo di G?

(d) Quali degli archi che attraversano T_2 appartengono a **tutti** gli alberi di copertura minimi di G?

Nota: si giustifichino tecnicamente tutte le risposte. In caso di discussioni poco formali o approssimative l'esercizio non verrà valutato pienamente.