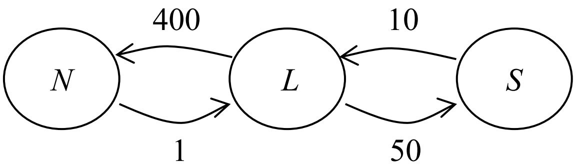
Universidade de Aveiro
Mestrado em Engenharia de Computadores e Telemática
Exame de Modelação e Desempenho de Redes e Serviços – 16 de janeiro de 2024

Duração: 2 horas. Sem consulta. ***Justifique cuidadosamente todas as respostas***.

RESOLUÇÃO

1. Considere que uma ligação sem fios para comunicação de pacotes pode estar num de 3 estados possíveis – Normal (*N*), Interferência Ligeira (*L*) ou Interferência Severa (*S*) – de acordo com a cadeia de Markov seguinte (taxas em número de transições por hora):



Considere que a probabilidade de cada pacote ser recebido com pelo menos um bit errado é de 0.001% no estado *N*, 0.2% no estado *L* e 5% no estado *S*. Determine:

a) a probabilidade, em percentagem, da ligação estar no estado *L*, (*1.0 valores*)

b) o tempo médio de permanência, em segundos, da ligação no estado *S*, (*1.0 valores*)

c) a probabilidade, em percentagem, da ligação transitar para o estado *N* quando está no estado *L*, (*1.0 valores*)

d) a probabilidade, em percentagem, da ligação estar no estado *N* quando um pacote chega ao recetor com pelo menos um bit errado. (*1.0 valores*)

a) $$P(L) = \frac{\frac{1}{400}}{1+\frac{1}{400}+\frac{1}{400}\times\frac{50}{10}} = 0.00246 = 0.246\%$$

b) $$T(S) = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ horas} = 360 \text{ segundos}$$

c) $$P(L\rightarrow N) = \frac{400}{400+50} = 0.8889 = 88.89\%$$

d) Evento E - o pacote chega com um ou mais erros ao recetor

$$P(N) = \frac{1}{1+\frac{1}{400}+\frac{1}{400}\times\frac{50}{10}} \qquad P(E|N) = 0.001\% = 0.00001$$

$$P(L) = \frac{\frac{1}{400}}{1+\frac{1}{400}+\frac{1}{400}\times\frac{50}{10}} \qquad P(E|L) = 0.2\% = 0.002$$

$$P(S) = \frac{\frac{1}{400}\times\frac{50}{10}}{1+\frac{1}{400}+\frac{1}{400}\times\frac{50}{10}} \qquad P(E|S) = 5\% = 0.05$$

$$P(N|E) = \frac{P(E|N)P(N)}{P(E|N)P(N)+P(E|L)P(L)+P(E|S)P(S)} = 0.0156 = 1.56\%$$

2. Considere um sistema de transmissão de pacotes de 1 Gbps com uma fila de espera muito grande a suportar um fluxo de pacotes cujas chegadas são um processo de Poisson com taxa λ pacotes/segundo e o tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com tamanho médio de 1000 Bytes. Sabendo que os pacotes sofrem um atraso médio global de 20 µsegundos, determine:

   a) o tempo médio de transmissão de cada pacote, em µsegundos, (*1.0 valores*)

   b) o valor de λ, (*1.0 valores*)

   c) o atraso médio dos pacotes na fila de espera, em µsegundos. (*1.0 valores*)

a) $E[S] = \frac{1}{\mu} = \frac{1000 \times 8}{1 \times 10^9} = 8 \times 10^{-6}\text{seg} = 8\ \mu\text{segundos}$

b) $W = \frac{1}{\mu - \lambda} \iff 20 \times 10^{-6} = \frac{1}{\frac{1}{8 \times 10^{-6}} - \lambda} \iff \lambda = 75000\ \text{pps}$

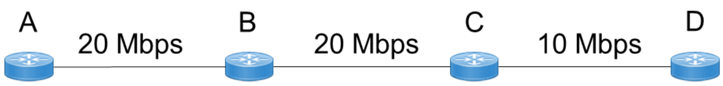
c) $W_Q = W - E[S] = 20 \times 10^{-6} - 8 \times 10^{-6} = 12 \times 10^{-6}\text{seg} = 12\ \mu\text{segundos}$

3. Considere um sistema de transmissão de pacotes de 100 Mbps com uma fila de espera de 80000 Bytes de tamanho. O sistema suporta um fluxo de pacotes cujas chegadas são um processo de Poisson e o tamanho dos pacotes é 125 Bytes (com probabilidade 50%), 250 Bytes (com probabilidade 40%) ou 500 Bytes (com probabilidade 10%). Determine justificadamente os atrasos mínimo e máximo (em milissegundos) que os pacotes podem sofrer no sistema. (*2.0 valores*).

Atraso mínimo: $W = \frac{125 \times 8}{100 \times 10^6} = 10^{-5}\text{seg} = 0.01\ \text{milissegundos}$

Atraso máximo: $W = \frac{(500 + 80000) \times 8}{100 \times 10^6} = 6.44 \times 10^{-3}\text{seg} = 6.44\ \text{milissegundos}$

4. Considere a rede com comutação de pacotes da figura em que todas as ligações têm uma fila de espera muito grande e cada ligação introduz um atraso de propagação de 50 µs em cada sentido. A rede suporta 3 fluxos de pacotes: fluxo 1 de 10 Mbps de A para C, fluxo 2 de 8 Mbps de A para D e fluxo 3 de 1 Mbps de C para D. Em todos os fluxos, as chegadas de pacotes são um processo de Poisson e os pacotes são exponencialmente distribuídos com tamanho médio 800 Bytes. Determine o atraso médio por pacote do fluxo 1 (em milissegundos) quando:



   a) a rede suporta os três fluxos com a mesma prioridade, (*1.5 valores*)

   b) a rede suporta o fluxo 1 com a maior prioridade e os fluxos 2 e 3 com a segunda maior prioridade. (*1.5 valores*)

$\lambda_1 = \frac{10 \times 10^6}{8 \times 800} = 1562.5\ \text{pps}$ $\qquad$ $\lambda_2 = \frac{8 \times 10^6}{8 \times 800} = 1250\ \text{pps}$

a) As ligações por onde o fluxo 1 passa (AB e BC) são ambas modeladas por um M/M/1 igual:

$\mu_{AB} = \mu_{BC} = \frac{20 \times 10^6}{8 \times 800} = 3125\ \text{pps}$

$W_1 = \frac{1}{\mu_{AB} - (\lambda_1 + \lambda_2)} + 50 \times 10^{-6} + \frac{1}{\mu_{BC} - (\lambda_1 + \lambda_2)} + 50 \times 10^{-6} = 0.0065 = 6.5\ \text{milissegindos}$

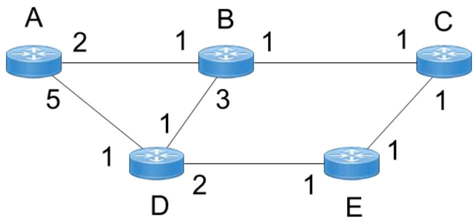
b) As ligações por onde o fluxo 1 passa (AB e BC) são ambas modeladas por um M/G/1 (com prioridades) igual com o fluxo 1 de maior prioridade e o fluxo 2 de menor prioridade:

Em ambas as ligações: $E[S_1] = E[S_2] = \frac{8\times 800}{20\times 10^6}$ $\quad E[S_1^2] = E[S_2^2] = \left(\frac{8\times 800}{20\times 10^6}\right)^2$

$$W_{1,AB} = W_{1,BC} = \frac{\lambda_1 E[S_1^2]+\lambda_2 E[S_2^2]}{2(1-\lambda_1 E[S_1])} + E[S_1] + 50\times 10^{-6}$$

$$W_1 = W_{1,AB} + W_{1,BC} = 0.001892 = 1.892 \text{ milissegundos}$$

5. Considere a rede da figura em que os routers estão configurados com o protocolo OSPF usando ECMP (*Equal Cost Multi-Path*). A figura indica os custos OSPF de cada porta dos routers. Se a rede estiver a suportar um fluxo entre o router A e o router D de 20 Mbps em cada sentido, determine justificadamente que débito binário (*throughput*), em Mbps, o fluxo ocupa em cada sentido de cada ligação. (*2.0 valores*)



Sentido A → D:

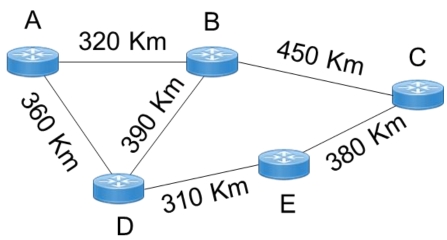
1. Router A envia 10 Mbps para o router B e 10 Mbps para o router D (ambos dão um percurso de custo mínimo de 5 do router A para o router D).
2. Router B recebe 10 Mbps (do router A) e envia 5 Mbps para o router C e 5 Mbps para o router D (ambos dão um percurso de custo mínimo de 3 do router B para o router D).
3. Router C recebe 5 Mbps (do router B) e envia 5 Mbps para o router E pelo único percurso de custo mínimo para o router D.
4. Router E recebe 5 Mbps (do router C) e envia 5 Mbps para o router D pelo único percurso de custo mínimo para o router D.

Sentido D → A:

1. Router D envia 20 Mbps para o router A pelo único percurso de custo mínimo para o router A.

Débito binário em cada ligação:	A→B: 10 Mbps	B→A: 0 Mbps
	A→D: 10 Mbps	D→A: 20 Mbps
	B→C: 5 Mbps	C→B: 0 Mbps
	B→D: 5 Mbps	D→B: 0 Mbps
	C→E: 5 Mbps	E→C: 0 Mbps
	E→D: 5 Mbps	D→E: 0 Mbps

6. Considere a rede da figura que indica o comprimento das ligações. A rede suporta 2 fluxos de pacotes: o fluxo 1 entre o router A e o router B de 15 Gbps em cada sentido e o fluxo 2 entre o router D e o router C de 10 Gbps em cada sentido. O fluxo 1 é encaminhado pelos percursos de serviço A↔B e de proteção A↔D↔B. O fluxo 2 é encaminhado pelos percursos de serviço D↔E↔C e de proteção D↔B↔C. Os dois fluxos são protegidos por um mecanismo de proteção 1:1. A disponibilidade de cada router é 0.9999 e a disponibilidade das ligações caracteriza-se por um *Cable Cut* de 250 Km e um tempo médio de reparação de 18 horas. Determine justificadamente:



a) a disponibilidade da rede (com 6 casas decimais) para o fluxo 1, (*2.0 valores*)

b) a capacidade mínima necessária em cada ligação para garantir a proteção dos dois fluxos. (*2.0 valores*)

a) $a_A = a_B = a_C = a_D = a_E = 0.9999$

$$a_{AB} = \frac{\frac{250\times365\times24}{320}}{\frac{250\times365\times24}{320}+18} = 0.997377 \qquad a_{AD} = \frac{\frac{250\times365\times24}{360}}{\frac{250\times365\times24}{360}+18} = 0.997050$$

$$a_{DB} = \frac{\frac{250\times365\times24}{390}}{\frac{250\times365\times24}{390}+18} = 0.996805$$

$$a_{AD,D,DB} = a_{AD} \times a_D \times a_{DB} = 0.993765$$

$$A_1 = a_A \times \left(1 - \left[(1 - a_{AB}) \times \left(1 - a_{AD,D,DB}\right)\right]\right) \times a_B = 0.999784$$

b) As ligações dos percursos de serviço precisam de suportar o débito dos respetivos fluxos. Como os percursos de serviço são disjuntos, as ligações dos percursos de proteção apenas precisam de suportar o maior débito dos respetivos fluxos.

AB: 15 Gbps *AD*: 15 Gbps *BC*: 10 Gbps

BD: 15 Gbps *CE*: 10 Gbps *DE*: 10 Gbps

7. Considere uma ligação com capacidade de 10 Mbps. Numa situação de congestão, chegam à ligação 4 fluxos de pacotes (A, B, C e D) em que o fluxo A gera 1 Mbps, o fluxo B gera 4 Mbps, o fluxo C gera 6 Mbps e o fluxo D gera 5 Mbps. Determine a que débito binário (*throughput*) cada fluxo é servido pela ligação com uma disciplina de escalonamento ideal (i.e., segundo o princípio de equidade max-min) assumindo que os fluxos A e B têm peso 4 e os fluxos C e D têm peso 1. (*2.0 valores*)

1ª iteração – os fluxos têm direito a:

Fluxo *A*: $\frac{4}{4+4+1+1} \times 10 = 4$ Mbps Fluxo *B*: $\frac{4}{4+4+1+1} \times 10 = 4$ Mbps

Fluxo *C*: $\frac{1}{4+4+1+1} \times 10 = 1$ Mbps Fluxo *D*: $\frac{1}{4+4+1+1} \times 1 = 4$ Mbps

Fluxo *A* servido a 1 Mbps, fluxo *B* servido a 4 Mbps e sobram 10 – (1 + 4) = 5 Mbps.

2ª iteração – os restantes fluxos têm direito a:

Fluxo *C*: $\frac{1}{1+1} \times 5 = 2.5$ Mbps Fluxo *D*: $\frac{1}{1+1} \times 5 = 2.5$ Mbps

Fluxo *C* servido a 2.5 Mbps e fluxo *D* servido a 2.5 Mbps.

FORMULÁRIO

Teorema de Little: $L = \lambda W$

Atraso médio no sistema *M*/*M*/1: $W = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$

Atraso médio na fila de espera do sistema *M*/*G*/1:

$$W_Q = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1-\lambda E[S])}$$

Atraso médio na fila de espera do sistema *M*/*G*/1 com prioridades do tipo não-preemptivo:

$$W_{Qk} = \begin{cases} \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i E[S_i^2])}{2(1-\rho_1)} & , \ k = 1 \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i E[S_i^2])}{2(1-\rho_1-\cdots-\rho_{k-1})(1-\rho_1-\cdots-\rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \qquad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

Fórmula de ErlangB: $P_m = \dfrac{(\lambda/\mu)^m / m!}{\sum_{n=0}^{m} (\lambda/\mu)^n / n!}$

Probabilidades limite dos estados (processo de nascimento e morte):

$$P_0 = \frac{1}{1+\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n}}, \ P_n = \frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n}\right)}, \ n \geq 1$$

WFQ: $RN(\tau_i + t) = RN(\tau_i) + \dfrac{1}{\sum_{j \ ativas} \phi_j} t$ $\qquad FN_{i,k} = \max\left(FN_{i,k-1}, RN\right) + \dfrac{L_k / C}{\phi_i}$

SCFQ: $FN_{i,k} = \max\left(FN_{i,k-1}, FN_s\right) + \dfrac{L_k}{\phi_i}$

WFQ com *Leaky Bucket*: $D_i = \dfrac{\sigma_i + (n-1)L_i}{r_i} + \sum_{j=1}^{n} \dfrac{L_{\max}}{C_j} + \Gamma$

Disponibilidade (elementos em série): $A = a_1 \times a_2 \times \ldots \times a_n$

Disponibilidade (elementos em paralelo): $A = 1 - [(1-a_1) \times (1-a_2) \times \ldots \times (1-a_n)]$

Disponibilidade de uma ligação:

$$\frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \qquad MTBF = \frac{CC \times 365 \times 24}{\text{comprimento da ligação [Km]}}$$