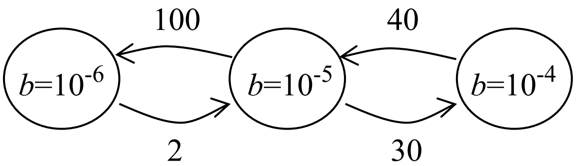
Universidade de Aveiro
Mestrado em Engenharia de Computadores e Telemática
Exame de Modelação e Desempenho de Redes e Serviços – 12 de janeiro de 2023

Duração: 2 horas. Sem consulta. ***<u>Justifique cuidadosamente todas as respostas</u>***.

1. Considere uma ligação sem fios entre um emissor e um recetor em que a probabilidade de erro de bit b é modelada pela cadeia de Markov seguinte (taxas em número de transições por segundo):



Esta ligação suporta um fluxo de pacotes cujo comprimento é 600 Bytes com probabilidade de 35% ou 1200 Bytes com probabilidade de 65%. Determine:

a) a probabilidade da ligação estar no estado $b = 10^{-4}$, (*1.0 valores*)

b) o tempo médio de permanência (em milissegundos) da ligação no estado $b = 10^{-5}$, (*1.0 valores*)

c) a percentagem de pacotes transmitidos que chegam ao recetor sem erros quando a ligação está no estado $b = 10^{-4}$, (*1.0 valores*)

d) a probabilidade da ligação estar no estado $b = 10^{-6}$ quando um pacote de 600 Bytes chega ao recetor com erros. (*1.0 valores*)

a) $$P(10^{-4}) = \frac{\frac{2}{100}\times\frac{30}{40}}{1+\frac{2}{100}+\frac{2}{100}\times\frac{30}{40}} = 0.0145 = 1.45\%$$

b) $$T(10^{-5}) = \frac{1}{100+30} = 0.00796 = 7.69 \text{ milissegundos}$$

c) $$P_{600} = (1-10^{-4})^{8\times600} = 0.6188 \qquad P_{1200} = (1-10^{-4})^{8\times1200} = 0.3829$$

$$P = 0.35\times P_{600} + 0.65\times P_{1200} = 0.4654 = 46.54\%$$

d) $$P(10^{-6}) = \frac{1}{1+\frac{2}{100}+\frac{2}{100}\times\frac{30}{40}} \qquad P(E|10^{-6}) = 1-(1-10^{-6})^{8\times600}$$

$$P(10^{-5}) = \frac{\frac{2}{100}}{1+\frac{2}{100}+\frac{2}{100}\times\frac{30}{40}} \qquad P(E|10^{-5}) = 1-(1-10^{-5})^{8\times600}$$

$$P(10^{-4}) = \frac{\frac{2}{100}\times\frac{30}{40}}{1+\frac{2}{100}+\frac{2}{100}\times\frac{30}{40}} \qquad P(E|10^{-4}) = 1-(1-10^{-4})^{8\times600}$$

$$P(10^{-6}|E) = \frac{P(E|10^{-6})P(10^{-6})}{P(E|10^{-6})P(10^{-6})+P(E|10^{-5})P(10^{-5})+P(E|10^{-4})P(10^{-4})}$$

$$P(10^{-6}|E) = 0.4184 = 41.84\%$$

2. Considere uma ligação com uma fila de espera de um determinado tamanho a suportar 3 fluxos de pacotes cujas chegadas são processos de Poisson e com as características seguintes:
   (i) o tamanho médio dos pacotes dos fluxos 2 e 3 é igual entre si e é menor que o tamanho médio dos pacotes do fluxo 1;
   (ii) o fluxo 1 tem a maior prioridade e os fluxos 2 e 3 têm a segunda maior prioridade;
   (iii) o débito binário (*throughput*) de cada fluxo é igual e a soma dos 3 débitos binários é menor que a capacidade da ligação.

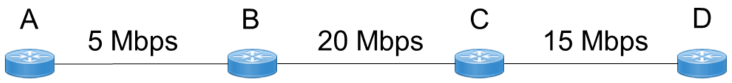
   Em qualquer dos fluxos, os pacotes são descartados se não houver espaço na fila de espera. Indique e justifique se cada uma das afirmações seguintes está correta ou incorreta.

   a) A taxa de perda de pacotes média dos fluxos 1 e 2 é igual. (*1.0 valores*)

   b) O fluxo 2 sofre menor atraso médio na ligação que o fluxo 3. (*1.0 valores*)

   c) O débito binário obtido da ligação é menor para o fluxo 1 que para o fluxo 3. (*1.0 valores*)

3. Considere a rede com comutação de pacotes da figura em que todas as ligações têm uma fila de espera muito grande e cada ligação introduz um atraso de propagação de 50 μs. A rede suporta 2 fluxos de pacotes: fluxo 1 de 4 Mbps de A para C com pacotes de tamanho exponencialmente distribuído de 500 Bytes de tamanho médio e fluxo 2 de 12 Mbps de B para D com pacotes de tamanho exponencialmente distribuído de 1500 Bytes de tamanho médio. As chegadas de pacotes são um processo de Poisson nos dois fluxos. A rede suporta o fluxo 1 com maior prioridade que o fluxo 2. Determine o atraso médio por pacote do fluxo 2 (em milissegundos). (*2.5 valores*)



$\lambda_1 = \frac{4000000}{8\times500} = 1000 \text{ pps}$ $\qquad\qquad$ $\lambda_2 = \frac{12000000}{8\times1500} = 1000 \text{ pps}$

Ligação BC suporta os fluxos 1 e 2 em que o fluxo 2 tem menor prioridade (M/G/1 com prioridades):

$E[S1] = \frac{8\times500}{20000000}$ $\qquad$ $E[S1^2] = 2\times E[S1]^2 = 2\times\left(\frac{8\times500}{20000000}\right)^2$ $\qquad$ $\rho_1 = \lambda_1 \times E[S1]$

$E[S2] = \frac{8\times1500}{20000000}$ $\qquad$ $E[S2^2] = 2\times E[S2]^2 = 2\times\left(\frac{8\times1500}{20000000}\right)^2$ $\qquad$ $\rho_2 = \lambda_2 \times E[S2]$

$$W_{2,BC} = \frac{\lambda_1 E[S1^2]+\lambda_2 E[S2^2]}{2(1-\rho_1)(1-\rho_1-\rho_2)} + E[S2] + 50\times10^{-6} = 0.00315 \text{ segundos}$$

Ligação CD suporta apenas o fluxo 2 (M/G/1 sem prioridades):

$E[S2] = \frac{8\times1500}{15000000}$ $\qquad$ $E[S2^2] = 2\times\left(\frac{8\times1500}{15000000}\right)^2$

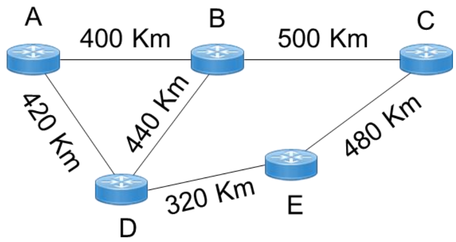
$$W_{2,CD} = \frac{\lambda_2 E[S2^2]}{2(1-\lambda_2 E[S2])} + E[S2] + 50\times10^{-6} = 0.00405 \text{ segundos}$$

NOTA: O valor de $W_{2,CD}$ também pode ser calculado com base no M/M/1

Atraso médio total do fluxo 2:

$$W_2 = W_{2,BC} + W_{2,CD} = 0.0072 = 7.2 \text{ milissegundos}$$

4. Considere a rede da figura que indica o comprimento das ligações de uma rede de routers a correr o protocolo OSPF com os custos unitários em todas as interfaces. Todas as ligações são de 10 Gbps em cada sentido e têm filas de espera muito grandes. A rede suporta 2 fluxos de tráfego: o fluxo 1 entre o router A e o router C de 6 Gbps em cada sentido e o fluxo 2 entre o router C e o router D de 4 Gbps em cada sentido. Em ambos os fluxos, as chegadas de pacotes são processos de Poisson e o tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com média de 1000 Bytes. Cada router tem uma capacidade de 50 Gbps e o seu consumo de energia é $E_n = 10 + 110 \times \sqrt{t}$ (em que t é a carga do router). Cada ligação tem um consumo de energia $E_l = 4 + 0.2 \times l$ (em que l é o comprimento em Km) quando suporta tráfego ou é nulo quando está em modo adormecido. Determine justificadamente:



a) o débito binário médio (*throughput*), em Gbps, ocupado em cada ligação, (*1.5 valores*)

b) a latência (i.e., atraso médio de ida e volta) sofrida na rede pelo fluxo 2, (*1.5 valores*)

c) o consumo energético da rede. (*1.5 valores*)

a) Percurso de encaminhamento do fluxo 1: A ↔ B ↔ C (100%)
Percursos de encaminhamento do fluxo 2: C ↔ B ↔ D (50%) e C ↔ E ↔ D (50%)

Débito binário em cada ligação (é igual nos dois sentidos de cada ligação):

AB: 6 Gbps	AD: 0 Gbps	BC: 6 + 2 = 8 Gbps
BD: 2 Gbps	CE: 2 Gbps	DE: 2 Gbps

b) $$\lambda_1 = \frac{6 \times 10^9}{8 \times 1000} = 750 \times 10^3 \text{ pps} \qquad \lambda_2 = \frac{4 \times 10^9}{8 \times 1000} = 500 \times 10^3 \text{ pps}$$

$$\mu_{DB} = \mu_{BC} = \mu_{DE} = \mu_{EC} = \frac{10 \times 10^9}{8 \times 1000} = 1250 \times 10^3 \text{ pps}$$

$$W_2 = 2 \times \left(0.5 \times \left(\frac{1}{\mu_{DB} - \frac{\lambda_2}{2}} + \frac{1}{\mu_{BC} - \left(\lambda_1 + \frac{\lambda_2}{2}\right)} \right) + 0.5 \times \left(\frac{1}{\mu_{DE} - \frac{\lambda_2}{2}} + \frac{1}{\mu_{EC} - \frac{\lambda_2}{2}} \right) \right)$$

$$= 2 \times (0.5 \times 5 \times 10^{-6} + 0.5 \times 2 \times 10^{-6}) = 7 \times 10^{-6} = 7\ \mu\text{seg.}$$

c) $$E_n = 10 \times 5 + 110 \times \left(\sqrt{t_A} + \sqrt{t_B} + \sqrt{t_C} + \sqrt{t_D} + \sqrt{t_E}\right)$$

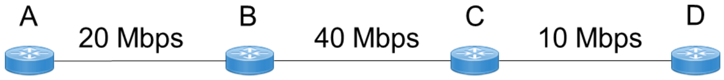
$$= 10 \times 5 + 110 \times \left(\sqrt{\frac{12}{50}} + \sqrt{\frac{12+4}{50}} + \sqrt{\frac{12+8}{50}} + \sqrt{\frac{8}{50}} + \sqrt{\frac{4}{50}} \right) = 310.8$$

$$E_l = 4 \times 5 + 0.2 \times (l_{AB} + l_{BC} + l_{BD} + l_{CE} + l_{DE})$$

$$= 4 \times 5 + 0.2 \times (400 + 500 + 440 + 480 + 320) = 448$$

$$E = E_n + E_l = 758.8$$

5. Considere a rede com comutação de pacotes da figura em que cada ligação introduz um atraso de propagação de 2 milissegundos em cada sentido. Um fluxo da rede do nó A para o nó D gera pacotes de tamanho médio de 1250 Bytes e é controlado por janelas extremo-a-extremo com permissões de tamanho de 100 Bytes. Determine justificando o tamanho da janela adequado (em número de pacotes) para que o fluxo transmita ao débito máximo quando não há mais nenhum fluxo na rede. (*2.5 valores*)

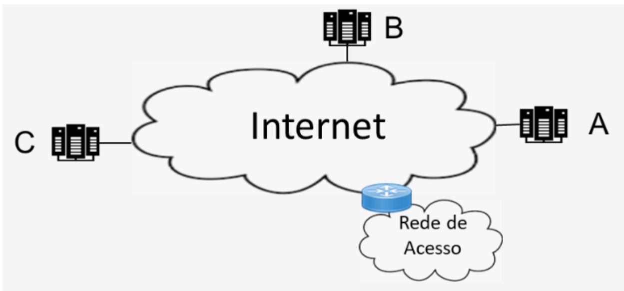


$$d = \frac{8 \times 1250}{20 \times 10^6} + \frac{8 \times 1250}{40 \times 10^6} + \frac{8 \times 1250}{10 \times 10^6} + \frac{8 \times 100}{10 \times 10^6} + \frac{8 \times 100}{40 \times 10^6} + \frac{8 \times 100}{20 \times 10^6} + 6 \times 0.002 = 0.0139$$

$$X = \frac{8 \times 1250}{10 \times 10^6} = 0.001$$

$$W = \left\lceil \frac{d}{X} \right\rceil = \lceil 13.9 \rceil = 14 \text{ pacotes}$$

6. Considere um serviço *anycast* disponibilizado na Internet nos 3 DCs (*Data Centers*) da figura (A, B e C) e considere os utilizadores do serviço que ligados à Rede de Acesso da figura. A disponibilidade de cada DC é 0.99, da Rede de Acesso é 0.9995 e do Router é 0.9999 (considere que a Internet nunca falha). A latência média (i.e., o atraso de ida-e-volta) de cada utilizador para cada DC é 5 milissegundos (DC A), 20 milissegundos (DC B) e 50 milissegundos (DC C). O serviço é encaminhado para o DC disponível para o qual a rede providencia menor latência. Determine:



a) a disponibilidade do serviço para os utilizadores ligados à Rede de Acesso, (*2.0 valores*)

b) a latência média da rede quando o serviço está disponível. (*1.5 valores*)

a) $A_{service} = a_{RedeAcesso} \times a_{Router} \times [1 - (1 - a_A) \times (1 - a_B) \times (1 - a_C)]$

$= 0.9995 \times 0.9999 \times [1 - (1 - 0.99) \times (1 - 0.99) \times (1 - 0.99)] = 0.9994$

b) $P_A = a_{RedeAcesso} \times a_{Router} \times a_A = 9.89406 \times 10^{-1}$

$P_B = a_{RedeAcesso} \times a_{Router} \times (1 - a_A) \times a_B = 9.89406 \times 10^{-3}$

$P_C = a_{RedeAcesso} \times a_{Router} \times (1 - a_A) \times (1 - a_B) \times a_C = 9.89406 \times 10^{-5}$

$$L = \frac{5 \times P_A + 20 \times P_B + 50 \times P_C}{P_A + P_B + P_C} = 5.153 \text{ milissegundos}$$

NOTA: $P_A + P_B + P_C = A_{service}$

FORMULÁRIO

Teorema de Little: $L = \lambda W$

Atraso médio no sistema $M/M/1$: $W = \frac{1}{\mu - \lambda}$

Atraso médio na fila de espera do sistema *M*/*G*/1:

$$W_Q = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1-\lambda E[S])}$$

Atraso médio na fila de espera do sistema *M*/*G*/1 com prioridades do tipo não-preemptivo:

$$W_{Qk} = \begin{cases} \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i E[S_i^2])}{2(1-\rho_1)} & , k = 1 \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i E[S_i^2])}{2(1-\rho_1-\cdots-\rho_{k-1})(1-\rho_1-\cdots-\rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \qquad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

Fórmula de ErlangB: $P_m = \dfrac{(\lambda/\mu)^m / m!}{\sum_{n=0}^{m}(\lambda/\mu)^n / n!}$

Probabilidades limite dos estados (processo de nascimento e morte):

$$P_0 = \frac{1}{1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n}},\ P_n = \frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_0\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}}{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n}\right)},\ n \ge 1$$

WFQ: $RN(\tau_i + t) = RN(\tau_i) + \dfrac{1}{\sum_{j\ ativas}\phi_j} t$ $\qquad FN_{i,k} = \max(FN_{i,k-1}, RN) + \dfrac{L_k/C}{\phi_i}$

SCFQ: $FN_{i,k} = \max(FN_{i,k-1}, FN_s) + \dfrac{L_k}{\phi_i}$

WFQ com *Leaky Bucket*: $D_i = \dfrac{\sigma_i + (n-1)L_i}{r_i} + \sum_{j=1}^{n}\dfrac{L_{\max}}{C_j} + \Gamma$

Disponibilidade (elementos em série): $A = a_1 \times a_2 \times \ldots \times a_n$

Disponibilidade (elementos em paralelo): $A = 1 - [(1-a_1) \times (1-a_2) \times \ldots \times (1-a_n)]$

Disponibilidade de uma ligação:

$$\frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \qquad MTBF = \frac{CC \times 365 \times 24}{\text{comprimento da ligação [Km]}}$$