Programa:

- Morfologia matemática
- **Representação e descrição**
- Reconhecimento de padrões

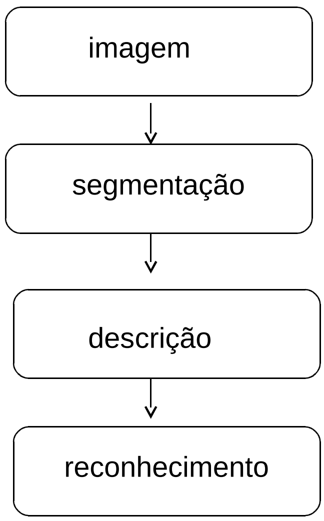
Descritores podem ser valores numéricos

Pode-se reconhecer objetos comparando-se simplesmente os descritores de objetos em uma imagem com os descritores de objetos conhecidos.

Classes de descritores:

- descritores de forma ou contorno: chain codes, descritores de Fourier, etc

- descritores de regiões: área, perímetro, compacidade, momentos, etc.



Propriedades dos descritores :

- devem definir um conjunto completo, isto é, dois objetos devem ter os mesmos descritores se e somente se tiverem a mesma forma.

- devem ser congruentes, isto é, dois objetos serão similares quanto tiverem descritores similares.

- devem possuir propriedades invariantes tais como, por exemplo, à rotação, à escala e à translação.

- devem ser um conjunto compacto, isto é, um descritor deve representar a essência de um objeto de modo eficiente.

Momentos

São propriedades numéricas (quantidades escalares) usadas para caracterizar uma função (região) ou descrever suas características significativas.

Serão abordados:

Momentos simples
Momentos centrais
Momentos centrais normalizados
Momentos de Hu

Momentos

- Introduzidos na análise de imagens nos anos 1960

Representação:
M_{pq} indica momento de uma imagem,
sendo p e q inteiros não regativos,
r = p+q é a ***ordem* do momento**.

Momento de ordem zero: p +q = 0 => m_{00} ,
Momento de ordem um : p + q = 1 => m_{10} e m_{01} ,
-> Ex: m_{30}, m_{03}, m_{21} e m_{12} são momentos de terceira ordem.

Sendo f(x,y) função contínua bidimensional, o momento de ordem p+q é definido como:

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

Para uma função discreta bidimensional I(i,j):

$$m_{pq} = \sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty} i^p j^q I(i,j) \Rightarrow m_{pq} = \sum_i \sum_j i^p j^q I(i,j)$$

Momentos de ordem zero e um – caso de imagens binárias

$$m_{pq} = \sum_i \sum_j i^p j^q I(i,j) \Rightarrow$$

$$m_{00} = \sum_i \sum_j I(i,j)$$

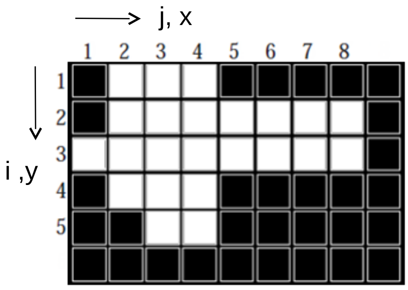
$$m_{10} = \sum_i \sum_j i\ I(i,j)$$

$$m_{01} = \sum_i \sum_j j\ I(i,j)$$

-m_{00} é a massa ou área de um objeto; $A = m_{00}$

- coordenadas do centro de gravidade ou centróide; $\overline{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \quad \overline{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$

Ex.: Calcule o centróide do objeto (branco) abaixo:



Área:

$A = m_{00} = \sum_i \sum_j I(i,j) = 23$

Centróide:

$m_{10} = \sum_i \sum_j i \; I(i,j)$ = 2 + 3 + 4 + 2 + 3 +4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 1 + 2 + 3 +4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 2 + 3 + 4 + 3 + 4 = 96

$m_{01} = \sum_i \sum_j j \; I(i,j)$ = 3 + 1 + 2 + 3 + 4 + 1 + 2 + 3+ 4 + 5 + 1 + 2 + 3+ 4 + 5 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 63

$\overline{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}} = 4.2$

$\overline{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}} = 2.7$

Implementação em Matlab:

```
I = [
0  1  1  1  0  0  0  0  0
0  1  1  1  1  1  1  1  0
1  1  1  1  1  1  1  1  0
0  1  1  1  0  0  0  0  0
0  0  1  1  0  0  0  0  0
0  0  0  0  0  0  0  0  0
]
```

```
[m,n]=size(I);
y=[1:m]';
x=1:n;

M_00=sum(sum(I));

for i = 1:m
for j = 1:n
T1(i,j) = I(i,j)*x(1,j);
T2(i,j) = y(i,1)*I(i,j);
end
end
M_10 = sum(sum(T1));
M_01 = sum(sum(T2));


xm=M_10/M_00;
ym=M_01/M_00;
```

Calcular o centróide da região:

```
I = [
0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1 1 1 0 0 0 0 0
0 1 1 1 0 0 0 0 0
0 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 0 0
0 0 0 0 1 1 1 0 0
0 0 0 0 1 1 1 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0
]
```

```
[m,n]=size(I);
y=[1:m]';
x=1:n;

M_00=sum(sum(I));

for i = 1:m
for j = 1:n
T1(i,j) = I(i,j)*x(1,j);
T2(i,j) = y(i,1)*I(i,j);
end
end
M_10 = sum(sum(T1));
M_01 = sum(sum(T2));


xm=M_10/M_00;
ym=M_01/M_00;
```

Momentos de ordem dois – caso de imagens binárias

$$M_{pq} = \sum_i \sum_j i^p j^q \, I(i,j)$$

-m_{20} e m_{02} descrevem a “distribuição de massa” da imagem em relação aos eixos coordenados.

$$m_{11} = \sum\sum i \,.\, j \,.\, I(i,j)$$

$$m_{20} = \sum\sum i^2 \,.\, I(i,j)$$

$$m_{02} = \sum\sum j^2 \,.\, I(i,j)$$

Exercício:
Implementar em Matlab dos momentos geométricos até a ordem 3:

$$_{pq} = \sum_{i} \sum_{j} i^p j^q \quad (i, j)$$

Momentos centrais

-São invariantes à translação

-Os momentos centrais podem ser expressos como

$$\mu_{pq} = \sum_{i} \sum_{j} (i - \bar{x})^p (j - \bar{y})^q \quad I(i,j)$$

onde $\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$ e $\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$

$\mu_{00} = m_{00}$

$\mu_{10} =$

$\mu_{01} =$

Momentos centrais

-São invariantes à translação

-Os momentos centrais podem ser expressos como

$$\mu_{pq} = \sum_i \sum_j (i - \bar{x})^p (j - \bar{y})^q \; I(i,j)$$

onde $\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$ e $\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$

Momentos centrais de ordem zero e um:

$\mu_{10} = 0$

$$\mu_{01} = \sum_x \sum_y (y - \bar{y})^1 I(x,y) = \sum_x \sum_y y I(x,y) - \sum_x \sum_y \bar{y} I(x,y) = m_{01} - \bar{y} \sum_x \sum_y I(x,y)$$

$$= m_{01} - \frac{m_{01}}{m_{00}} m_{00} = 0$$

Momentos centrais de ordem 2:

$\mu_{11} = \sum_i \sum_j (i - \bar{x})^1 (j - \bar{y})^1 \; I(i,j)$ ➡ Covariância entre x e y

$\mu_{20} = \sum_i \sum_j (i - \bar{x})^2 (j - \bar{y})^0 \; I(i,j)$ ➡ Variância (ou momento de inércia) segundo x

$\mu_{02} = \sum_i \sum_j (i - \bar{x})^0 (j - \bar{y})^2 \; I(i,j)$ ➡ Variância (ou momento de inércia) segundo y

Escrevendo em função dos momentos simples:

$$\mu_{11} = m_{11} - \frac{m_{10} m_{01}}{m_{00}}$$

$$\mu_{20} = m_{20} - \frac{m_{10}^2}{m_{00}}$$

$$\mu_{02} = m_{02} - \frac{m_{01}^2}{m_{00}}$$

onde
$m_{20} = \sum\sum i^2 \,.\, I(i,j)$

$m_{02} = \sum\sum j^2 \,.\, I(i,j)$

$m_{11} = \sum\sum i \,.\, j \,.\, I(i,j)$

Implementação em Matlab:

```
mi_11 = M_11 - (M_10 * M_01) / M_00;

mi_20 = M_20 - (M_10 ^2)/ M_00;

mi_02 = M_02 - (M_01 ^2)/ M_00;
```

Momentos centrais de ordem 2:

Os momentos centrais de ordem 2 permitem encontram a direção de elongação (eixo principal) de um objeto. O ângulo formado com o eixo x é:

$$\theta = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20}-\mu_{02}}\right)$$

Onde θ é o ângulo entre o eixo principal e o eixo x.

A excentricidade do objeto pode ser obtida com a expressão:

$$e = \frac{(\mu_{20}-\mu_{02})^2 + 4\mu_{11}}{m_{00}}$$

Retângulo envolvente

comprimento L:

$$L = \sqrt{12\left(\frac{\mu_{20}+\mu_{02}+\sqrt{(\mu_{20}-\mu_{02})^2+4\mu_{11}^2}}{2\mu_{00}}\right)+1}$$

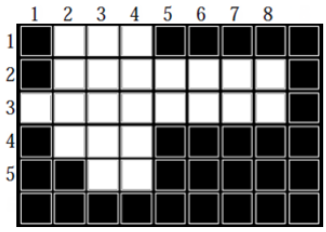
largura l:

$$l = \sqrt{12\left(\frac{\mu_{20}+\mu_{02}-\sqrt{(\mu_{20}-\mu_{02})^2+4\mu_{11}^2}}{2\mu_{00}}\right)+1}$$

Razão de Circularidade: $c = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\mu_{00}^2}{\mu_{20}+\mu_{02}}$

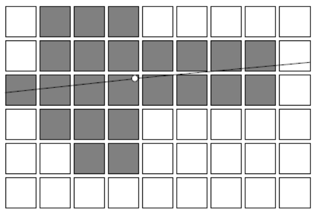
Compacidade: $c = \frac{\mu_{00}}{\mu_{20}+\mu_{02}}$

Calcule:
a) o ângulo que o eixo principal de inércia forma com o eixo x;
b) a excentricidade do objeto.



$$\theta = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20}-\mu_{02}}\right)$$

$$e = \frac{(\mu_{20}-\mu_{02})^2 + 4\mu_{11}}{m_{00}}$$



Theta =   -4.6249;

e = 160.2295

Momentos centrais até a ordem 3:

$$\mu_{00} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^0 (j-\bar{y})^0 \, I(i,j) = m_{00}$$

$$\mu_{01} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^0 (j-\bar{y})^1 \, I(i,j) = m_{01} - \frac{m_{10}}{m_{00}}(m_{00}) = 0$$

$$\mu_{10} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^1 (j-\bar{y})^0 \, I(i,j) = m_{10} - \frac{m_{10}}{m_{00}}(m_{00}) = 0$$

$$\mu_{11} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^1 (j-\bar{y})^1 \, I(i,j) = m_{11} - \frac{m_{10} m_{01}}{m_{00}}$$

$$\mu_{20} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^2 (j-\bar{y})^0 \, I(i,j) = m_{20} - \frac{m_{10}^2}{m_{00}}$$

$$\mu_{02} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^0 (j-\bar{y})^2 \, I(i,j) = m_{02} - \frac{m_{01}^2}{m_{00}}$$

$$\mu_{30} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^3 (j-\bar{y})^0 \, I(i,j) = m_{30} - 3\bar{x}m_{20} + 2\bar{x}^2 m_{10}$$

$$\mu_{12} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^1 (j-\bar{y})^2 \, I(i,j) = m_{12} - 2\bar{y}m_{11} - \bar{x}m_{02} + 2\bar{y}^2 m_{10}$$

$$\mu_{21} = \sum_i \sum_j (i-\bar{x})^2 (j-\bar{y})^1 \, I(i,j) = m_{21} - 2\bar{x}m_{11} - \bar{y}m_{20} + 2\bar{x}^2 m_{01}$$

$$\mu_{03} = \sum_i \sum_j (x-\bar{x})^0 (y-\bar{y})^3 f(x,y) = m_{03} - 3\bar{y}m_{02} + 2\bar{y}^2 m_{01}$$

Implementação em Matlab dos momentos centrais até a ordem 3:

$\mu_{00} = m_{00}$	mi_00 = M_00;
$\mu_{01} = 0$	mi_01 = 0;
$\mu_{10} = m_{10} - \frac{m_{10}}{m_{00}}(m_{00}) = 0$	mi_10 = 0;
$\mu_{11} = m_{11} - \frac{m_{10}m_{01}}{m_{00}}$	mi_11 = M_11 - (M_10 * M_01) / M_00;
$\mu_{20} = m_{20} - \frac{m_{10}^2}{m_{00}}$	mi_20 = M_20 - (M_10 ^2)/ M_00;
$\mu_{02} = m_{02} - \frac{m_{01}^2}{m_{00}}$	mi_02 = M_02 - (M_01 ^2)/ M_00;
$\mu_{30} = m_{30} - 3\bar{x}m_{20} + 2\bar{x}^2 m_{10}$	mi_30 = M_30 - 3*xm*M_20 + 2*(xm^2)*M_10;
$\mu_{12} = m_{12} - 2\bar{y}m_{11} - \bar{x}m_{02} + 2\bar{y}^2 m_{10}$	mi_12 = M_12 - 2*ym*M_11 - xm*M_02 + 2*(ym^2)* M_10;
$\mu_{21} = m_{21} - 2\bar{x}m_{11} - \bar{y}m_{20} + 2\bar{x}^2 m_{01}$	mi_21 = M_21 - 2*xm*M_11 - ym*M_20 + 2*(xm^2)* M_01;
$\mu_{03} = m_{03} - 3\bar{y}m_{02} + 2\bar{y}^2 m_{01}$	mi_03 = M_03 - 3*ym*M_02 + 2*(ym^2)*M_01;

Exercício:

Calcule os momentos centrais para as chaves.