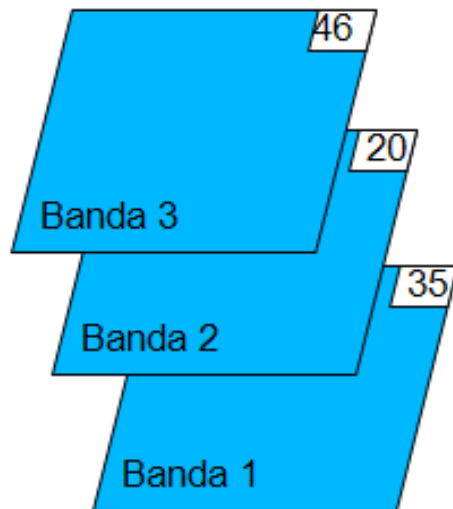


Reconhecimento de padrões

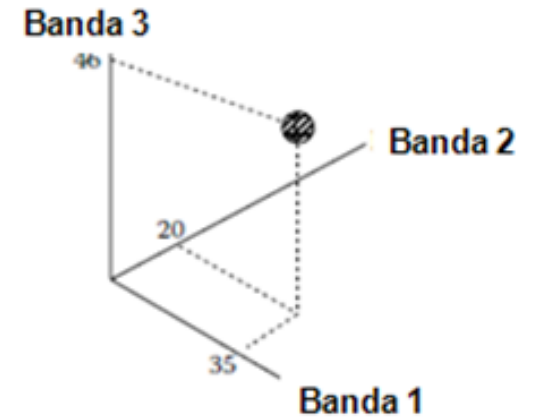
- Classificação não paramétrica:

- Árvores de decisão
- Regras de decisão fuzzy

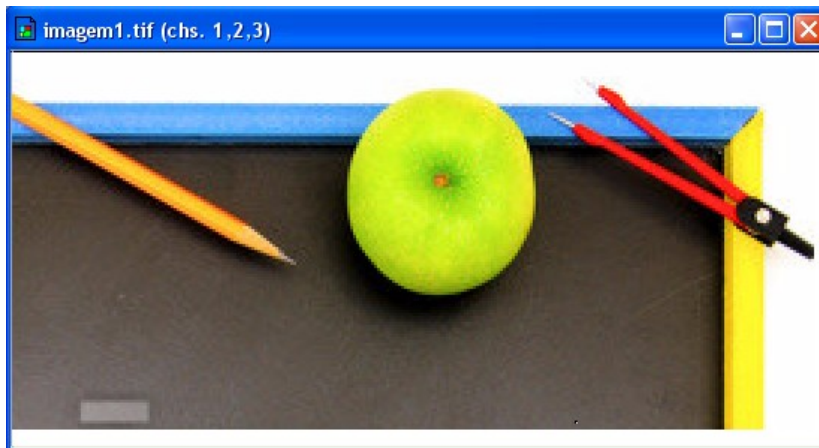


Representação do pixel (i,j) no espaço de características:

$$X_{ij} = \begin{pmatrix} 35 \\ 20 \\ 46 \end{pmatrix}$$

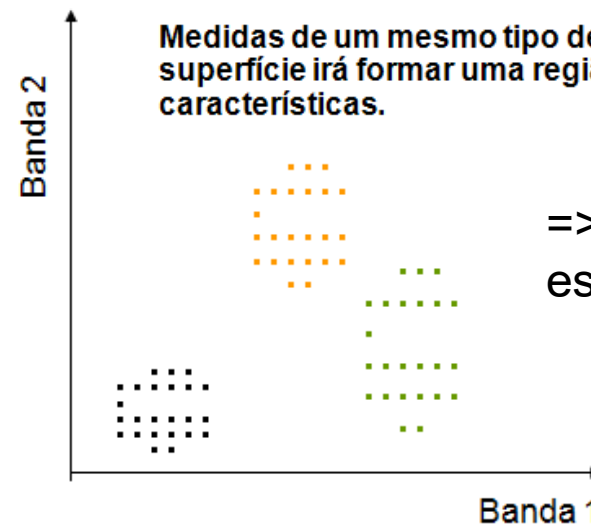


Espaço de características tridimensional



Espaço de características bidimensional:

Medidas de um mesmo tipo de cobertura da superfície irá formar uma região no espaço de características.



=>Classes espectrais

Aprender como?

- Dados alguns **exemplos** de um determinado conceito, tentar **inferir** uma definição que permita ao aprendiz reconhecer futuras instâncias daquele conceito.

Atributos ou características
descritoras do conceito

	X_1	X_2	\dots	X_m
T_1	x_{11}	x_{12}	\dots	x_{1m}
T_2	x_{21}	x_{22}	\dots	x_{2m}
\vdots	\vdots	\vdots	\dots	\vdots
T_n	x_{n1}	x_{n2}	\dots	x_{nm}

Aprendizado não
supervisionado:
Aprendizado dirigido
pelos dados

Aprendizado
de Máquina

conceito

instância

	X_1	X_2	\dots	X_m	Y
T_1	x_{11}	x_{12}	\dots	x_{1m}	y_1
T_2	x_{21}	x_{22}	\dots	x_{2m}	y_2
\vdots	\vdots	\vdots	\dots	\vdots	\vdots
T_n	x_{n1}	x_{n2}	\dots	x_{nm}	y_n

Aprendizado supervisionado
(ou com uso de conhecimento a
priori)

Aprendizado
de Máquina

conceito

Conceito a ser aprendido

- Uma vez aprendido o conceito, o sistema deve reconhecer/classificar instâncias ainda não observadas.

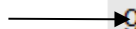
Atributos

Tamanho	Forma	Furos
grande	longa	0
grande	longa	0
pequeno	longa	0
pequeno	compacta	0
grande	longa	1
pequeno	compacta	1
pequeno	longa	1
pequeno	compacta	1
pequeno	compacta	1
grande	longa	2
grande	outra	2
pequeno	outra	2

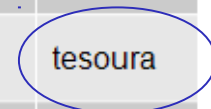
Atributos

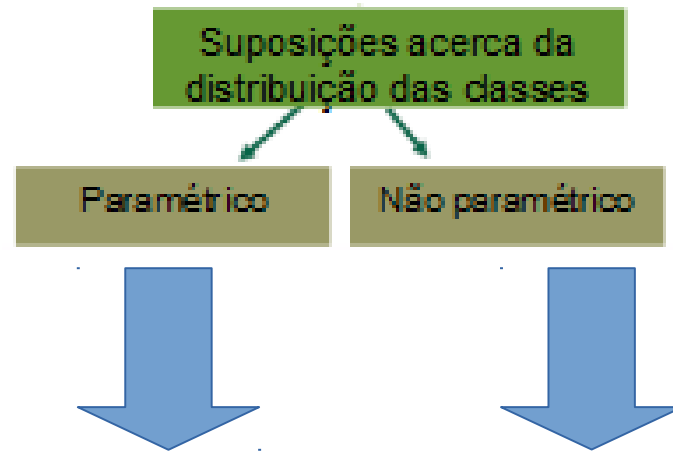
Tamanho	Forma	Furos	Objeto
grande	longa	0	lápiz
grande	longa	0	lápiz
pequeno	longa	0	parafuso
pequeno	compacta	0	parafuso
grande	longa	1	chave
pequeno	compacta	1	porca
pequeno	longa	1	chave
pequeno	compacta	1	porca
pequeno	compacta	1	porca
grande	longa	2	tesoura
grande	outra	2	tesoura
pequeno	outra	2	chave

Instância



Conceito





- Suposição acerca da distribuição estatística das classes
- Restrição na classificação de dados com diferentes escalas de medida e diferentes unidades
 - não permitem integração de dados tais como layers de mapa ou modelos digitais de elevação na classificação

Ex. Classificador da máxima verossimilhança

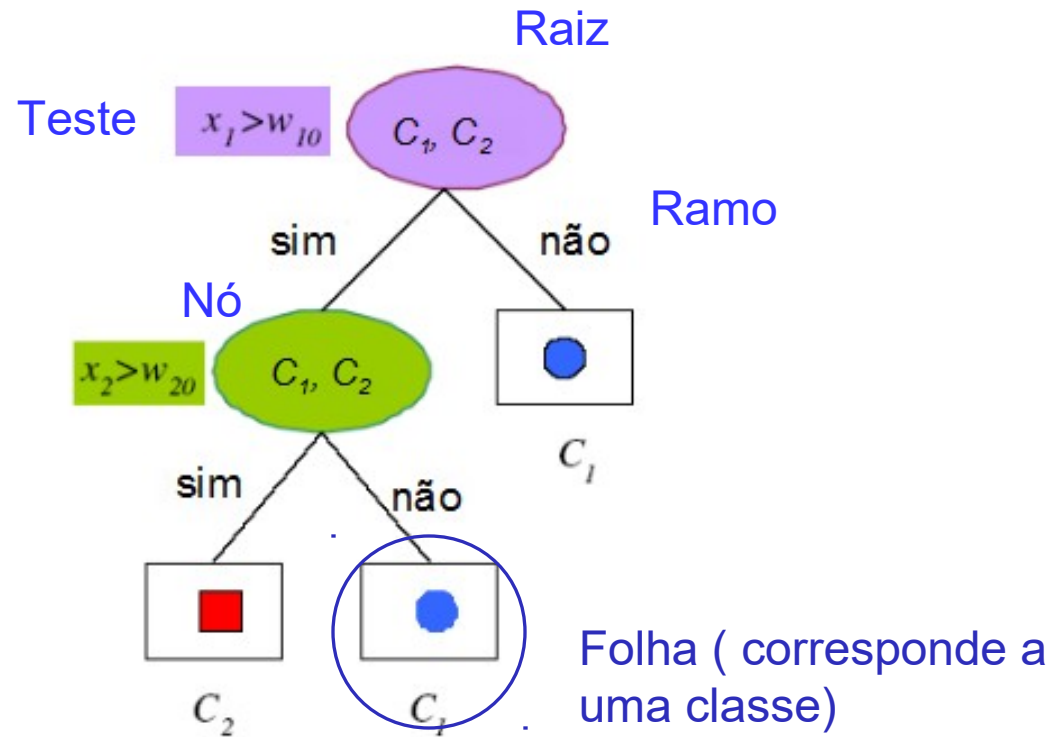
- Não necessitam de suposições acerca da distribuição estatística das classes
- Permitem integrar dados com diferentes escalas de medida e diferentes unidades
- as **árvores de decisão** particionam o conjunto de dados em subconjuntos homogêneos

Ex. Árvores de decisão, redes neurais, etc.

Árvore de decisão

A árvore consiste de:

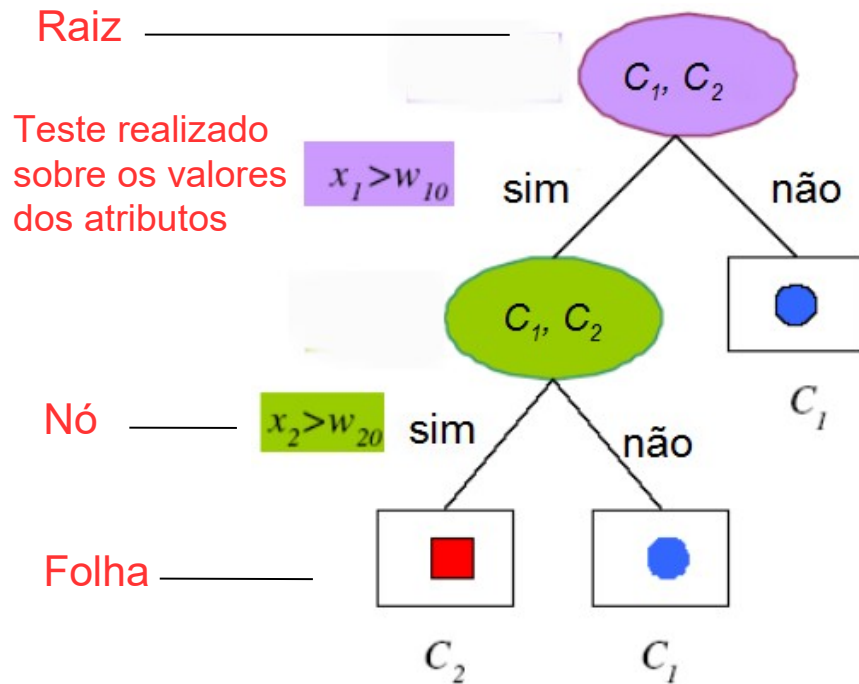
- Raiz
- Ramos
- Nós
- Folhas



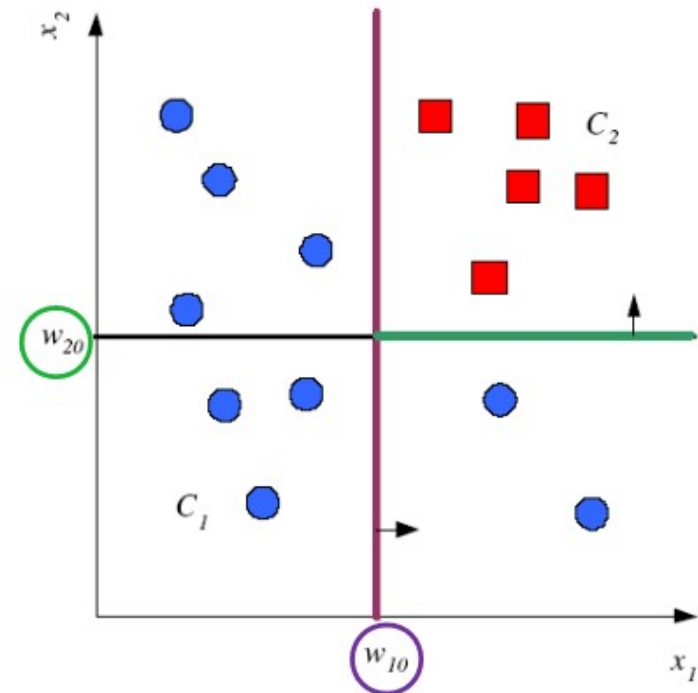
Na *raiz* e em cada *nó* é realizado o teste de *algum atributo*, e cada ramo descendente daquele nó corresponde a um dos possíveis valores para este atributo.

As **árvores de decisão** particionam o conjunto de dados em subconjuntos homogêneos.

-Interpretação geométrica das árvores de decisão:



Árvore de decisão



Espaço de atributos bidimensional com duas classes

Ex. Parte de uma árvore de decisão construída por meio de um algoritmo de indução de árvores de decisão.

-aprendizado supervisionado

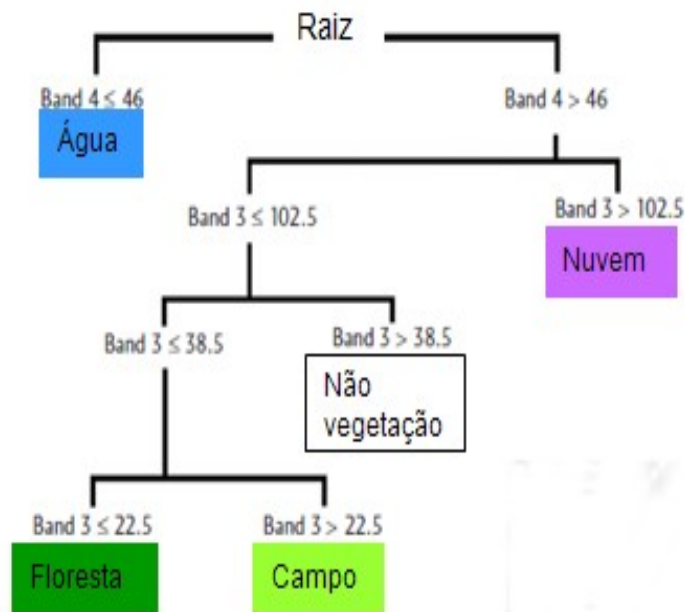
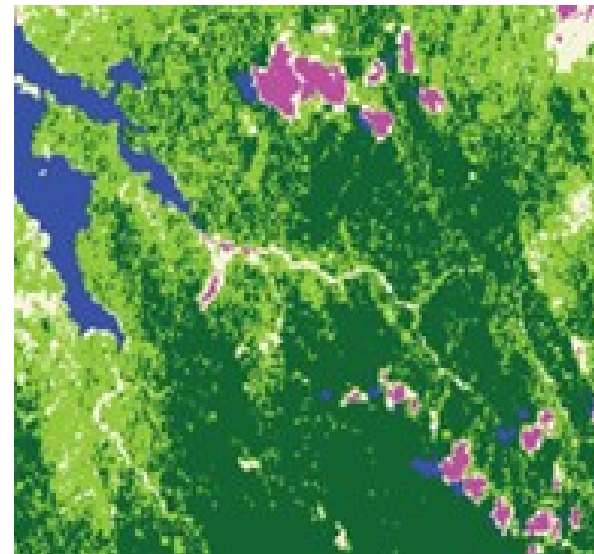


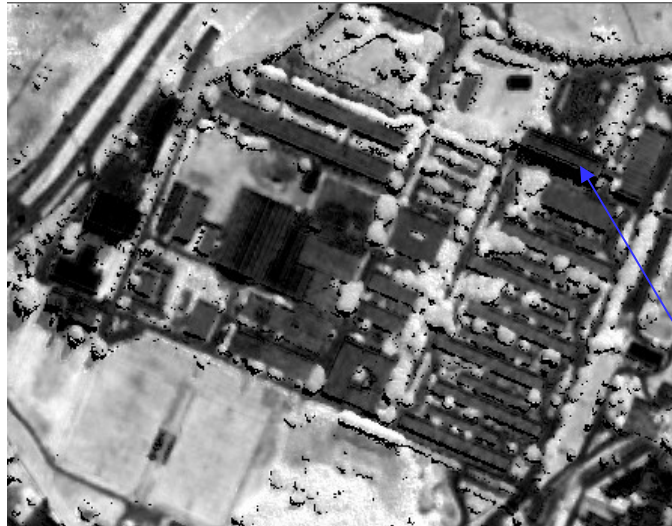
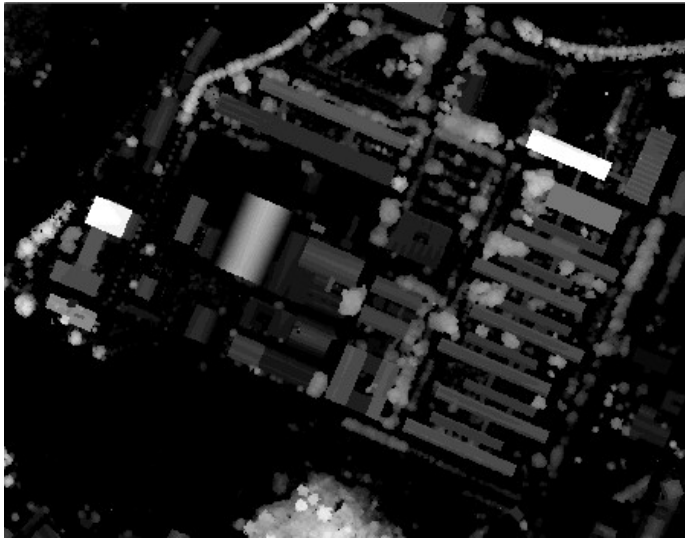
Imagem classificada



Exercício da aula anterior:

Considere os seguintes dados:

- NDVI, índice normalizado de diferença de vegetação, gerado a partir de uma imagem Quickbird ortorretificada,
- MDSn, modelo digital de superfície normalizado.



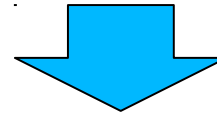
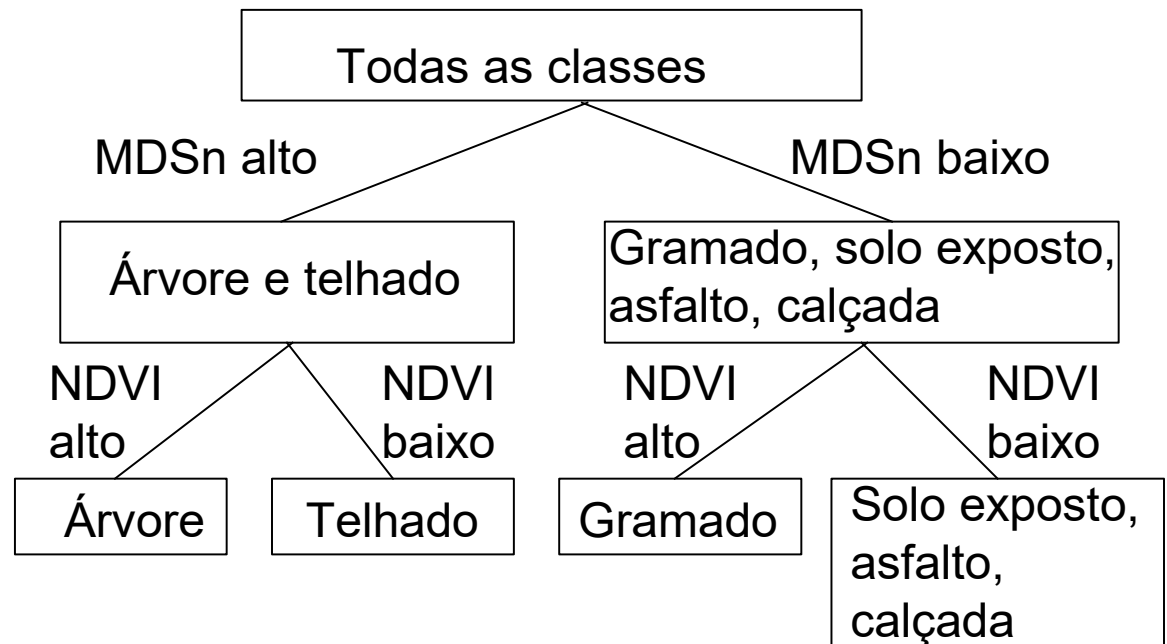
oclusão

MDSn : resolução espacial de 0.7m ; 8 bits.

NDVI : resolução espacial de 0.7m ; 8 bits, com valor 0 para área de oclusão.

→ Testes indicaram que valores de NDVI correspondem à vegetação.

Árvore de decisão:



Regras de decisão para
efetuar a classificação

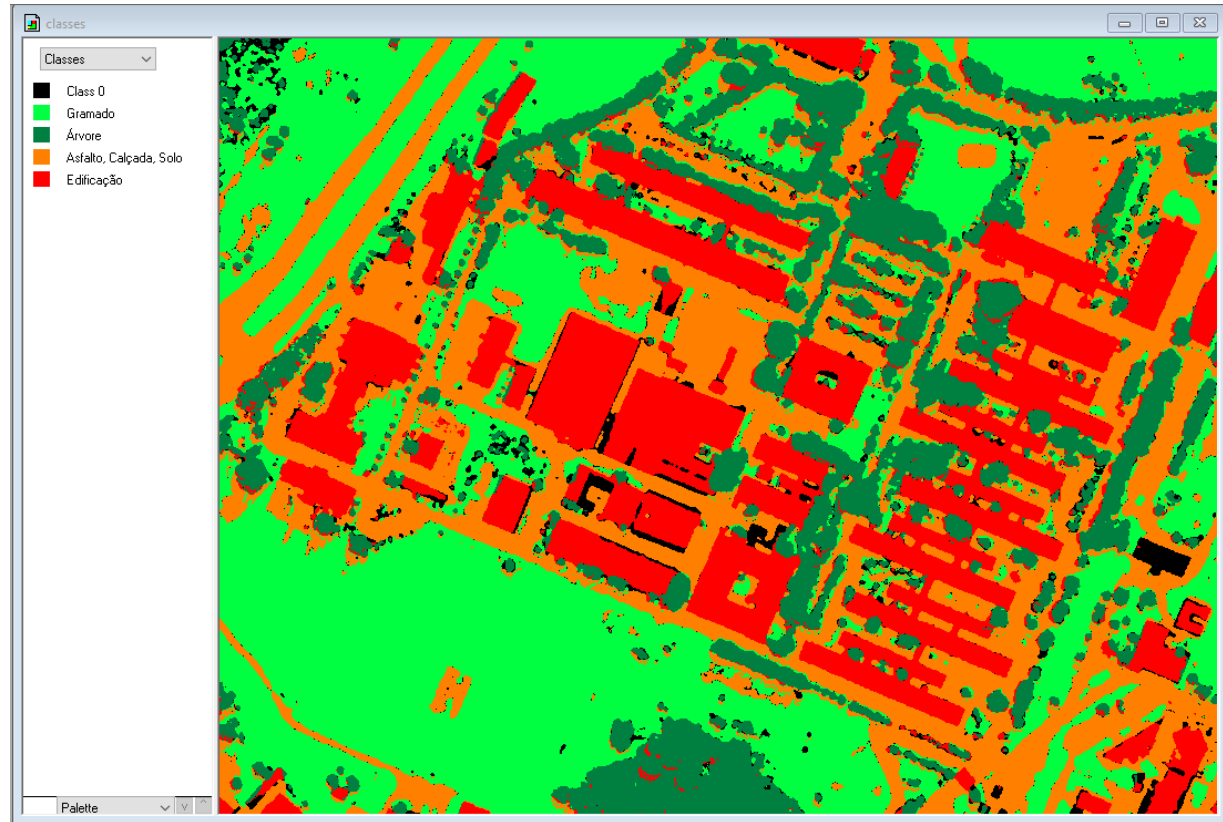
Classificação com regras de decisão crisp:

```
NDVI=imread('ndvi.tif');  
MDS=imread('MDSn_metros.tif');  
[m,n]=size(MDS)  
Classe = zeros(m,n);
```

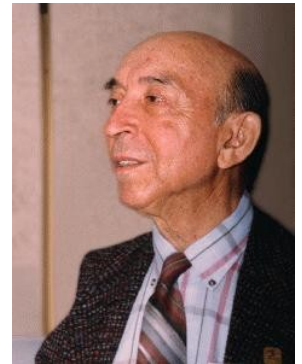
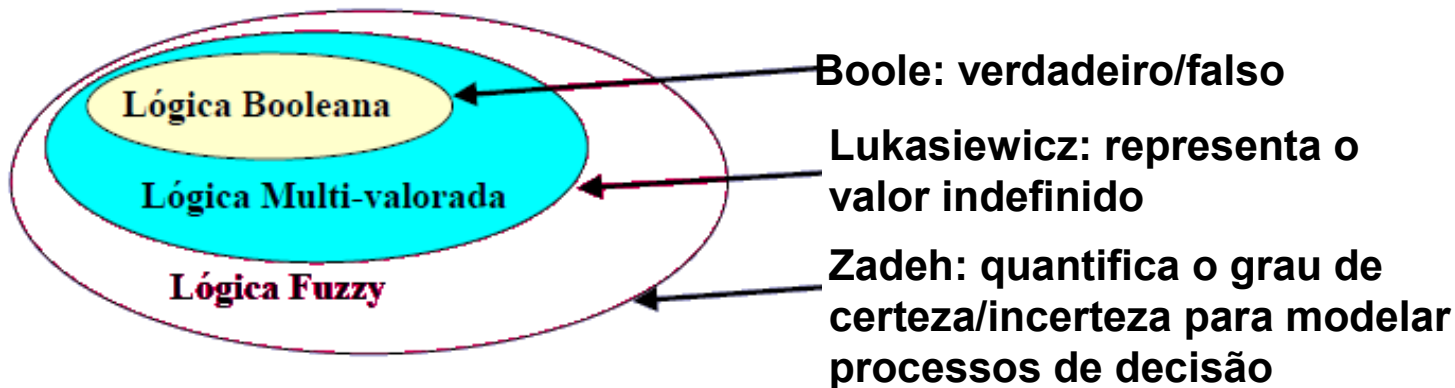
```
% 1 = gramado  
% 2 = arvore  
% 3 = solo, asfalto  
% 4 = telhado
```

```
for i = 1: m  
    for j = 1:n  
        if MDS(i,j) <2 & NDVI(i,j) > 90  
            Classe(i,j) = 1;  
        elseif MDS(i,j) >2 & NDVI(i,j) > 90  
            Classe(i,j) = 2;  
        elseif MDS(i,j) <2 & NDVI(i,j) < 90  
            Classe(i,j) = 3;  
        elseif MDS(i,j) >2 & NDVI(i,j) < 90  
            Classe(i,j) = 4;  
        end  
    end  
end
```

```
result = uint8(Classe);  
imwrite(Classe,'classes.tif')
```



- A Lógica Nebulosa consiste de um conjunto de princípios matemáticos para a representação do conhecimento com base em **graus de pertinência** em vez da pertinência da *lógica clássica* binária.
- A lógica nebulosa
 - É multi-valorada.
 - Lida com graus de pertinência e **graus de verdade**.
 - Os valores lógicos estão entre 0 (completamente falso) e 1 (completamente verdadeiro).



Lotfi **Zadeh**, o “pai” da lógica fuzzy.

Conjunto fuzzy

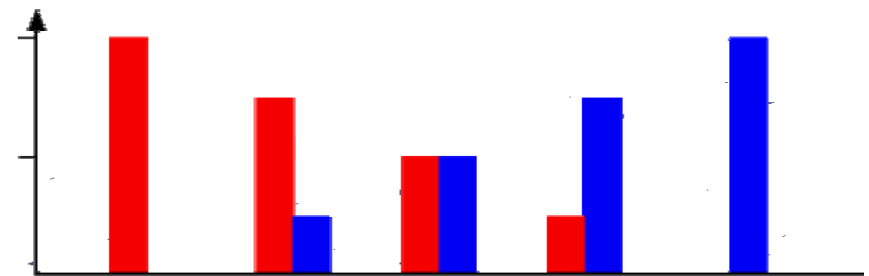
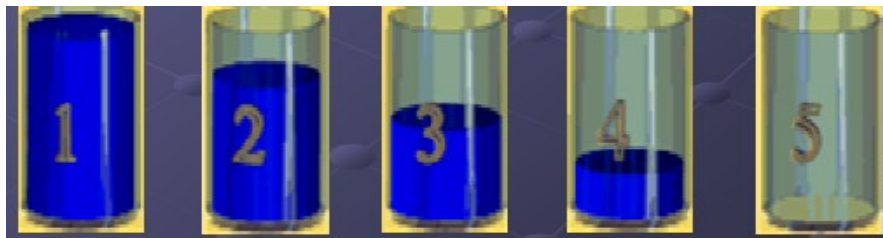
- Um conjunto fuzzy A do universo X é definido pela função $\mu_A(x)$, denominada **função de pertinência** do conjunto A .

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0; 1]$$

sendo:

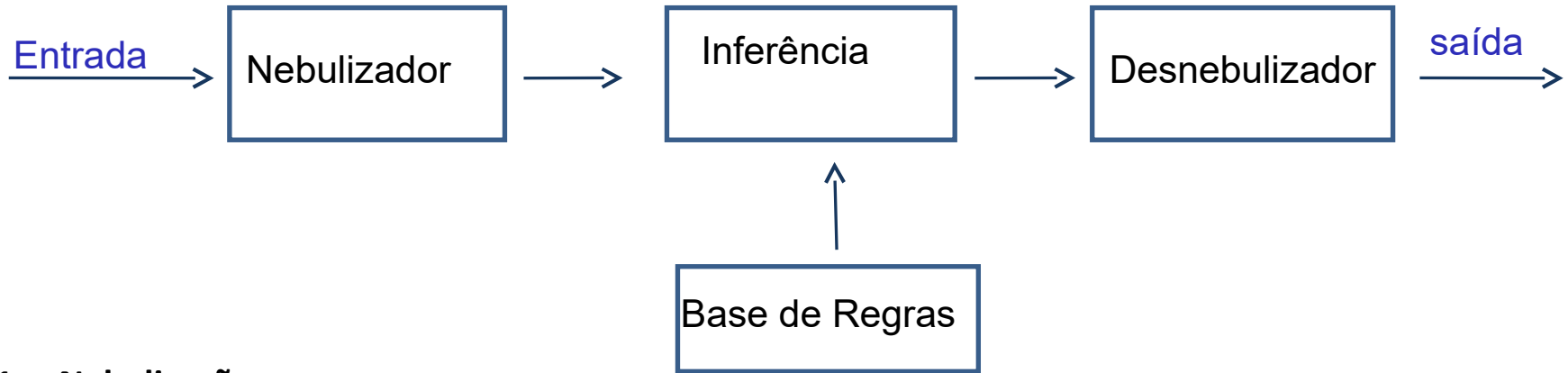
- $\mu_A(x) = 1$ se x estiver completamente em A
- $\mu_A(x) = 0$ if x não estiver em A ;
- $0 < \mu_A(x) < 1$ se x estiver parcialmente em A

A função de pertinencia $\mu_A(x)$ indica a certeza que temos em que um dado elemento x pertence ao conjunto A



■ Pertinência ao conjunto cheio
■ Pertinência ao conjunto vazio

Sistema de inferência Fuzzy:



1. Nebulização:

Nesta etapa, o problema é analisado e os dados de entrada são transformados em variáveis linguísticas.

-> Como geralmente os dados de entrada são valores *crisp*, *resultados de medições ou observações*, é *necessário efetuar-se o mapeamento* destes dados para os conjuntos nebulosos de entrada relevantes.

2. Inferência:

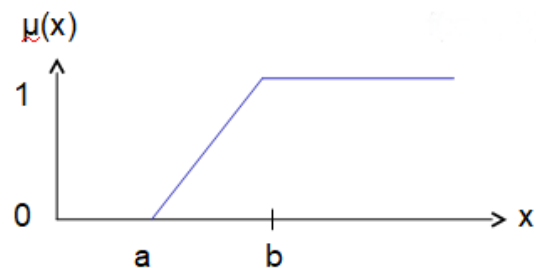
Nesta etapa serão : (a) avaliadas as regras ou proposições através da associação das variáveis, e (b) serão agregadas as consequentes das regras.

-> Ocorrem as operações com conjuntos nebulosos propriamente ditas.

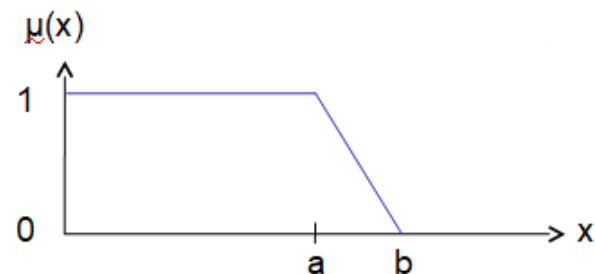
3. Desnebulização:

É a etapa em que os valores *fuzzy* são convertidos em números reais tendo assim valores de saída *crisp*.

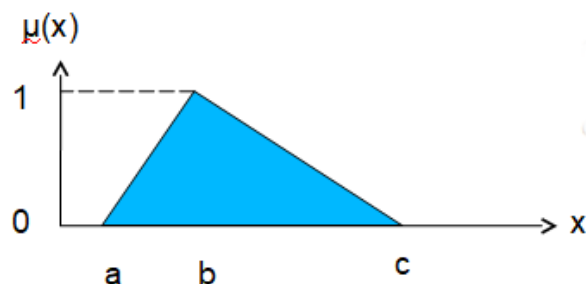
Funções de pertinência



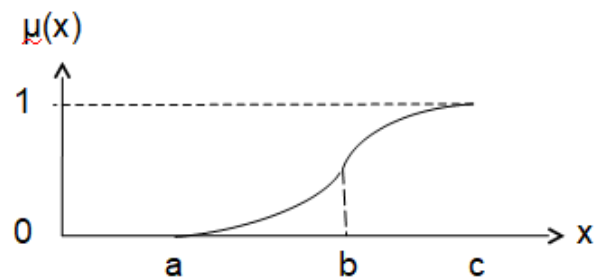
$$f(x; a, b) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < a \\ (x-a) / (b-a) & \text{se } a \leq x < b \\ 1 & \text{se } b \leq x \end{cases}$$



$$f(x; a, b) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq a \\ (b-x) / (b-a) & \text{se } a < x < b \\ 0 & \text{se } b \leq x \end{cases}$$



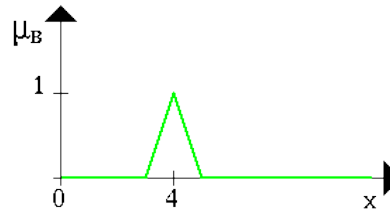
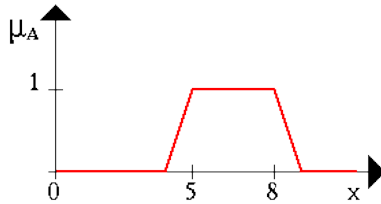
$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < a \\ (x-a) / (b-a) & \text{se } a \leq x < b \\ (c-x) / (c-b) & \text{se } b \leq x < c \\ 0 & \text{se } c \leq x \end{cases}$$



$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < a \\ 2 \left(\frac{(x-a)}{(c-a)} \right)^2 & \text{se } a \leq x < b \\ 1 - 2 \left(\frac{(x-c)}{(c-a)} \right)^2 & \text{se } b < x \leq c \end{cases}$$

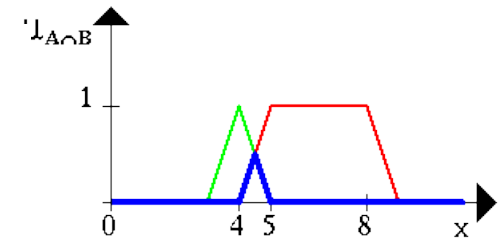
Operadores com Conjuntos *Fuzzy*

Dados os conjuntos fuzzy A e B:



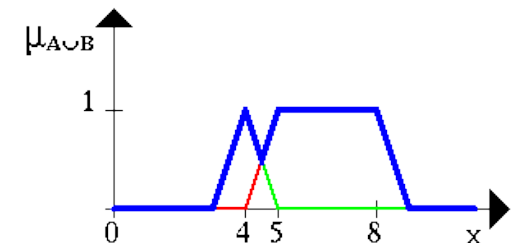
► Intersecção (AND):

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad \forall x \in X$$



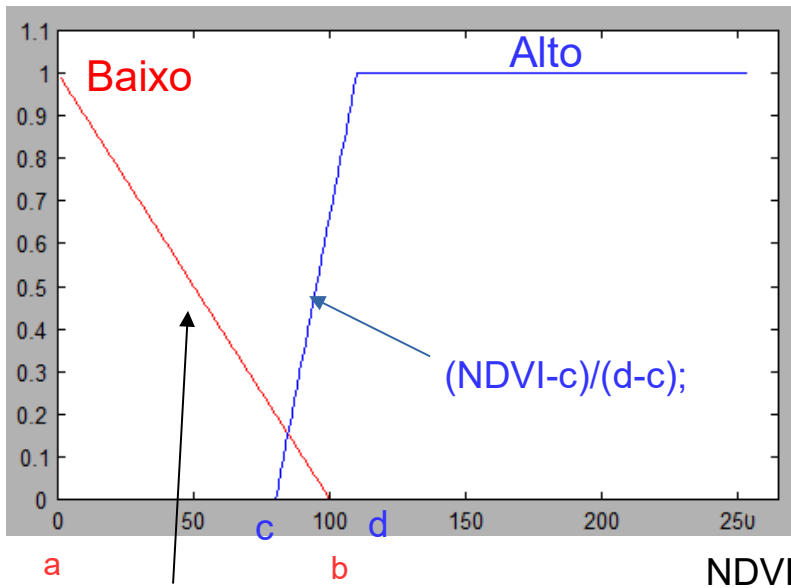
► União (OR):

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad \forall x \in X$$

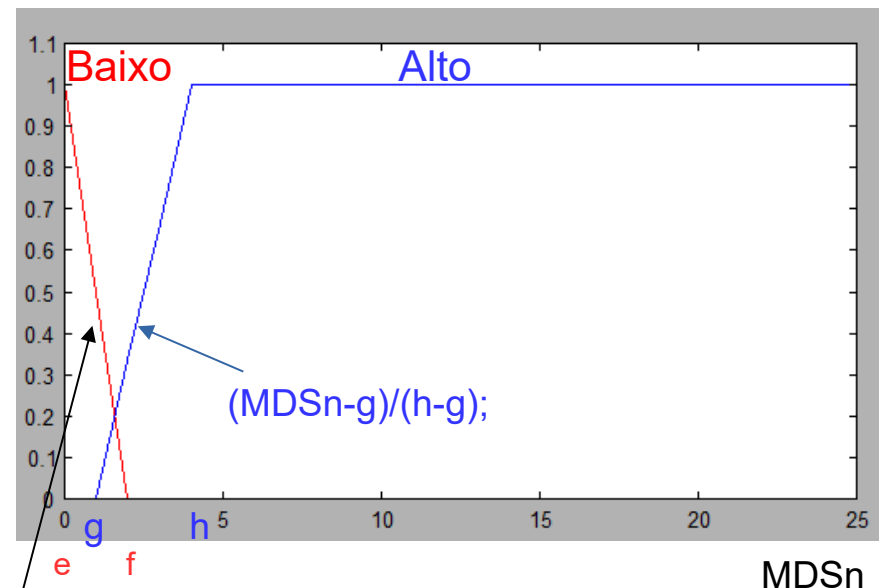


Inferência fuzzy simplificada para o caso de saídas discretas (classes c_1, c_2, \dots, c_n)

Funções de pertinência e conjuntos:



$$(b - \text{NDVI}) / (b - a);$$



$$(f - \text{MDSn}) / (f - e);$$

Aplicando as regras:

$$m_1 = \min(\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0))$$

$$m_2 = \min(\mu_{A_2}(x_0), \mu_{B_2}(y_0))$$

\vdots

$$m_n = \min(\mu_{A_n}(x_0), \mu_{B_n}(y_0))$$

Onde $x_0 = \text{NDVI}(i, j)$;

$y_0 = \text{MDSn}(i, j)$;

Calculando a conclusão para cada regra

$$c'_1 = m_1 \cdot c_1$$

$$c'_2 = m_2 \cdot c_2$$

\vdots

$$c'_n = m_n \cdot c_n$$

Calculando a conclusão final:

$$c' = \frac{\sum_{i=1}^n c'_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

```
% Variável: NDVI
% definir (a,b),(c,d)
a = 0
b = 100
c = 80
d = 110
```

```
% Variável: elevacao
% definir (e,f),(g,h)
e = 0
f = 2
g = 1
h = 4
```

```
NDVI=imread('ndvi.tif');
NDVI = double(NDVI);
MDSn=imread('MDSn_metros.tif');
MDSn = double(MDSn);
[m,n]=size(MDSn)
```

```
Classes = zeros(m,n);
% 1 = gramado
% 2 = arvore
% 3 = solo, asfalto
% 4 = telhado
```

```
for i = 1:m
for j = 1:n
```



```
end
end
```

```

% Variável: NDVI
% definir (a,b),(c,d)
a = 0
b = 100
c = 80
d = 110

% Variável: elevacao
% definir (e,f),(g,h)
e = 0
f = 2
g = 1
h = 4

NDVI=imread('ndvi.tif');
NDVI = double(NDVI);
MDSn=imread('MDSn_metros.tif');
MDSn = double(MDSn);
[m,n]=size(MDSn)

Classes = zeros(m,n);
% 1 = gramado
% 2 = arvore
% 3 = solo, asfalto
% 4 = telhado

for i = 1:m
for j = 1:n

end
end

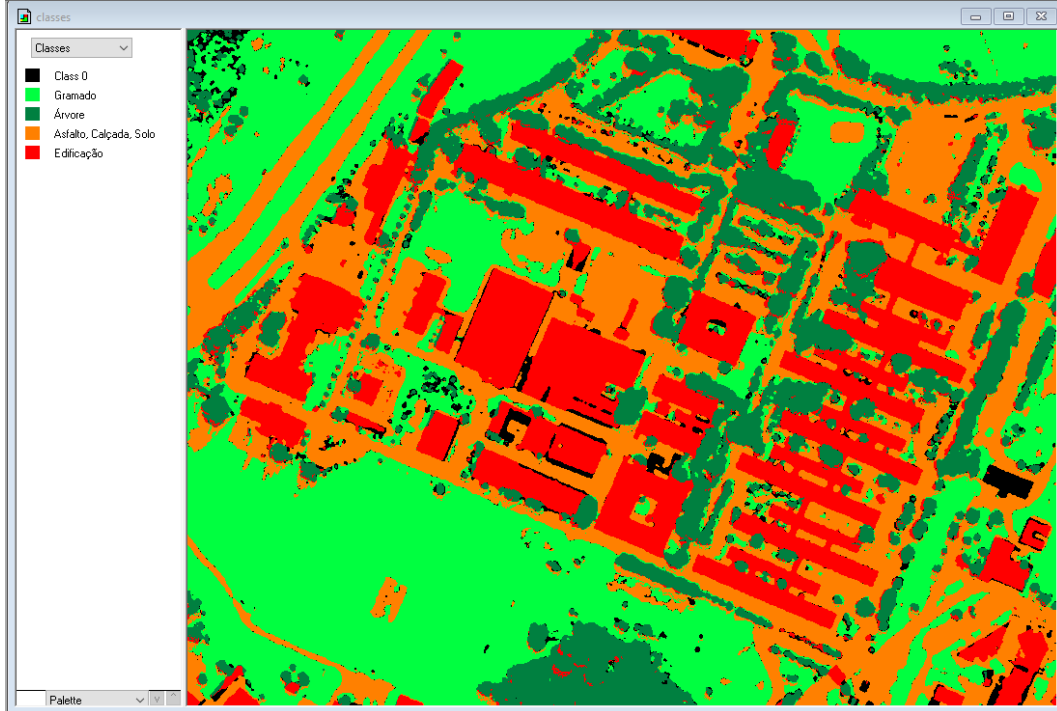
```

```

ndvi = NDVI(i,j);
if ndvi < b
    ndvi_baixo = (b-ndvi) / (b-a);
end
if ndvi > b
    ndvi_baixo = 0;
end
if ndvi <= c
    ndvi_alto = 0;
end
if ndvi > c & ndvi <= d
    ndvi_alto = (ndvi-c)/(d-c);
end
if ndvi > d
    ndvi_alto = 1;
end
altura = MDSn(i,j);
if altura <= f
    altura_baixo = (f-altura) / (f-e);
end
if altura > f
    altura_baixo = 0;
end
if altura <= g
    altura_alto = 0;
end
if altura > g & altura <= h
    altura_alto = (altura-g)/(h-g);
end
if altura >= h
    altura_alto = 1;
end
% Cálculo da conclusão de cada regra
r1 = min(altura_baixo, ndvi_alto );
r2 = min(altura_alto, ndvi_alto);
r3 = min( altura_baixo, ndvi_baixo );
r4 = min( altura_alto, ndvi_baixo);
% Conclusão final para o pixel (i,j)
Classes(i,j) = round( (r1*1 + r2*2 + r3*3 + r4*4) / (r1+r2+r3+r4) );

```

Classificação com
base em regras *crisp*



Classificação com
base em regras *fuzzy*

