

**Titre :** LP 10 Induction électromagnétique

**Présentée par :** Rémi Metzdorff

**Rapport écrit par :** Martin Bouillard

**Correcteur :** Fabrice Debbasch

**Date :** 25/04/2020

**Bibliographie de la leçon :**

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Electromagnétisme, fondements et applications	J.-P. Perez, R. Carles, and R. Fleckinger	Dunod	2009
Tout en Un Physique PC-PC*	Sanz, M.-N., et al. PC-PC*.	Dunod	2016
Electronique	J. Neveu		2019
Electromagnétisme	M. Bertin, J.-P. Faroux, J Renault	Dunod	1984

**Plan détaillé**

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Electrocinétique, Forces de Laplace, Equations de Maxwell, Potentiels

## Introduction

Qu'est ce que l'induction ?

En approchant un aimant d'une bobine, on constate l'apparition d'un courant. C'est l'induction : à partir d'un champ  $\vec{B}$  on peut créer un courant dans un conducteur.

Expérience historique de Faraday (1831) dans laquelle il observe le courant dans une bobine créée par une autre bobine alimentée par une pile. Il pensait que le courant était créé par un champ magnétique, mais c'est en allumant la bobine qu'on observe effectivement un courant : il faut une variation du champ  $\vec{B}$ .

On observe l'apparition de courant quand l'aimant se déplace dans la bobine. En revanche, il n'y a pas de courant quand  $\vec{B}$  est statique.

On va essayer de quantifier cet effet.

## 10.1 Les lois de l'induction

### 10.1.1 La loi de Faraday 2'30

Relire le début du poly de Jérémy sur les moteurs pour l'introduction de la fem.

Dans le cadre de l'ARQS, on s'intéresse à un contour fermé  $ABCD$  placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  et on donne une vitesse  $\vec{v}$  au circuit. On calcule la force de Lorentz qui s'applique aux porteurs de charge du circuit

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}). \quad (5)$$

La démonstration est faite dans [38]. On en déduit la force électromotrice qui correspond au travail de la force de Lorentz divisé par  $q$ . On utilise les potentiels scalaire et vecteur pour réécrire  $\vec{E}$ . Le terme en  $\vec{\text{grad}}V$  est nul car le contour fermé. Avec le théorème de Stokes-Ampère, on transforme l'intégrale sur  $d\vec{A}/dt...$  En intégrant sur tout le circuit, on obtient finalement

$$e = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} + \int (\vec{v} \wedge \vec{B}) d\vec{l} \quad (6)$$

Cette expression fait apparaître les deux termes de l'induction :

- Neumann, associé à une variation temporelle de  $\vec{B}$  ;
- Lorentz, associé à un déplacement du circuit dans un champ magnétique non uniforme.

Dans le cas d'un circuit indéformable, on retrouve la loi de Faraday, qui fait intervenir la dérivée totale du flux :

$$e = - \frac{D\Phi}{Dt} \quad (7)$$

Plutôt que d'établir cette formule il est sans doute préférable d'étudier les cas particuliers utiles pour la leçon :

- induction de Neumann : se contenter d'un circuit fixe et indéformable dans un champ magnétique variable. Eventuellement parler des flux coupés pour la généralisation de cette loi qui est la loi empirique. Insister sur la convention d'orientation.
- induction de Lorentz : garder le terme  $\vec{v} \wedge \vec{B}$ .

Le signe moins de la loi de Faraday est très important. Il indique que l'induction va créer un courant dont le sens s'oppose à sa cause (le champ magnétique créé par ce courant tend à s'opposer à la variation de flux qui lui donne naissance). C'est la loi de modération de Lenz.

### 10.1.2 Loi de Lenz 10'

Les effets de l'induction s'opposent à la cause qui les a produit.  
Cette loi qualitative permet de prévoir les effets de l'induction.

Chute d'un aimant dans différents tubes

- tube en plexiglas : c'est un isolant, il n'y a pas d'induction, l'aimant tombe rapidement sous l'effet de la gravité ;
- tube en cuivre : c'est un bon conducteur, le courant créé dans le tube par l'aimant qui tombe génère un champ magnétique qui ralentit l'aimant. C'est une manifestation de la loi de Lenz.

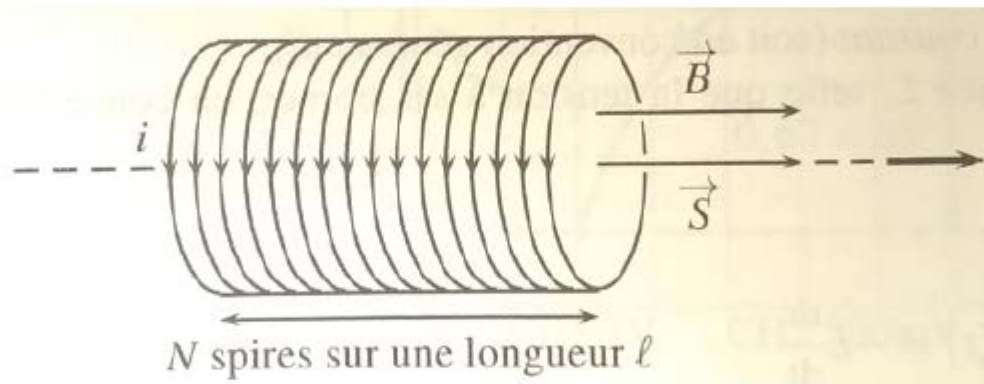
puis cuivre.

Pendant la leçon, penser à traiter qualitativement les cas étudiés avec la loi de Lenz.

Maintenant que l'on a étudié les aspects théoriques de l'induction, on va étudier chacun des deux régimes. Commençons par l'induction de Neumann (champ  $\vec{B}$  variable).

## 10.2 Induction de Neumann (B variable) 12'

### 10.2.1 Auto-induction



Importance de l'agrébrisation : l'orientation du courant définit l'orientation des surfaces. On calcule le flux propre dans le cas où l'on suppose que le champ  $\vec{B}$  créé par la bobine est celui d'un solénoïde infini. Le calcul du flux à travers une spire, puis  $N$  spires donne

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 N^2 S i}{l} \quad (8)$$

En appliquant la loi de Faraday, on trouve

$$e = -L \frac{di}{dt}, \quad (9)$$

où  $L = \mu_0 N^2 S / l$  est l'inductance de la bobine  $L$  s'exprime en Henri ( $H = m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$ ).

Ici la bobine est traitée en convention générateur car elle est assimilée dans le circuit à un générateur. En convention récepteur, on a l'habitude de travailler avec  $U_L = -e$ . (Schémas au tableau des deux circuits dans chacune des deux conventions, avec la bobine et une résistance  $R$  en série.)

L'énergie stockée dans la bobine est liée à son inductance et se trouve en exprimant la puissance électrique qui parcourt la bobine :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} L i^2 \quad (10)$$

L'énergie stockée dans la bobine se retrouve aussi en calculant l'énergie volumique magnétique  $B^2/2\mu_0$  et en multipliant par le volume de la bobine.

Vérification de la dépendance en  $N^2$  de l'inductance de plusieurs bobines en mesurant l'inductance d'après la fonction de transfert d'un circuit RL :

- mesure de l'inductance de quatre bobines de même géométrie mais avec des nombres de spires différents (125, 250, 500 et 1000 spires). Une mesure est réalisée devant le jury.
- il est nécessaire de mesurer  $R$  à chaque fois car la résistance dépend de la longueur de fil de la bobine. Cette mesure est réalisée précisément à l'aide d'un multimètre Keithley permettant de faire une mesure à quatre points.
- la mesure de  $L$  se fait en déterminant la fréquence de coupure du filtre passe bas du premier ordre  $RL$ . Pour cela on mesure le rapport entre la tension  $U_R$  et la tension du GBF, et on réalise l'acquisition pour différentes fréquences à l'aide du programme python dédié à la mesure de diagramme de Bode.
- en ajustant sur Qtiplot la courbe obtenue par le modèle analytique  $||H(\omega)|| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega/\omega_c)^2}}$ , on en déduit  $L$  (connaissant  $R$ ) car  $\omega_c = R/L$ .
- les différentes valeurs de  $L$  obtenues sont ajustées en fonction du nombre de spire par un modèle  $\mu_0 N^\alpha S / L$  et on obtient bien  $\alpha \approx 2$ .

Comparaison entre les valeurs mesurées et les valeurs déduites de la géométrie des bobines.

Regardons ce qui se passe maintenant dans le cas de l'expérience de Faraday, avec deux bobines.

### 10.2.2 Inductance mutuelle 25'

Schéma de deux bobines d'inductance  $L_1$  et  $L_2$ , parcourues par des courants  $i_1$  et  $i_2$ . L'inductance mutuelle traduit le couplage entre les deux circuits :

$$e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \quad (11)$$

- le signe de  $M$  dépend de l'orientation des deux circuits ;
- on montre que  $M_{12} = M_{21}$  : le résultat est presque immédiat en passant par le potentiel vecteur (démonstration dans [38] par exemple).
- l'énergie d'un système de deux inductances couplées par une mutuelle est donnée par

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 \quad (12)$$

L'inductance mutuelle traduit le fait qu'il est possible de transférer de l'énergie d'un circuit à l'autre.

Traiter le cas du transformateur : faire le calcul de  $i_1/i_2$  avec le théorème d'Ampère et déduire la relation en tension par conservation des puissances. Une application importante de cet effet est le transformateur, nécessaire au transport de l'énergie à haute tension pour diminuer les pertes dues au transfert (les pertes par effets Joule sont proportionnelles au carré de l'intensité. En travaillant avec des tensions très élevées ( $\sim 400\text{ kV}$ ), il est possible de transporter des puissances importantes sans avoir un courant important. On a  $P_J = Ri^2 = U^2/R$ , mais le  $U$  ici correspond à la différence de potentiel entre les deux extrémités du fil électrique, et pas aux  $400\text{ kV}$  qui est la différence de potentiel entre le câble et la terre.) Le transformateur est utilisé pour abaisser la tension en vue d'une utilisation par les particuliers.

Après l'induction de Neumann, on va s'intéresser à l'induction de Lorentz, c'est à dire à un circuit mobile.

## 10.3 Induction de Lorentz (circuit mobile) 28'30

### 10.3.1 Rail de Laplace

Deux termes :

- force électromotrice : elle traduit le couplage mécanique  $\rightarrow$  électrique ;
- force de Laplace, responsable du couplage électrique  $\rightarrow$  mécanique.

Schémas du dispositif, mécanique et électrique.

Avant la mise en équation, on peut qualitativement déterminer l'évolution du système lors d'un déplacement de la tige avec la loi de Lenz (...). Mise en équation :

- équation électrique

$$Ri = -v l B \quad (13)$$

- équation mécanique : principe fondamental de la dynamique projeté selon  $x$

$$m\dot{v} = ilB \quad (14)$$

La résolution de ce système donne

$$v = v_0 e^{-t/\tau} \quad (15)$$

où  $\tau = \frac{mR}{B^2 l^2}$ . La barre est ralenti, ce qui est en accord avec l'analyse qualitative avec la loi de Lenz. Si l'on souhaite arrêter complètement la barre, il faut rajouter un frottement mécanique.

Conversion électromécanique : Schéma des échanges ( $P_{\text{laplace}}$  et  $P_{\text{induction}}$ ) pour faire le lien entre les pertes par effet Joule et la variation d'énergie cinétique. On a  $P_{\text{laplace}} + P_{\text{induction}} = 0$

Freinage par induction utilisé pour les poids lourds ou encore les trains (présente l'avantage de ne pas nécessiter de pièce d'usure). Les courants créés dans la masse métallique sont appelés courants de Foucault. Une autre application de l'induction de Lorentz est la roue de Barlow qui peut être utilisée comme générateur de courant continu (actuellement, cette méthode sert encore pour générer les courants intenses nécessaires aux électrolyses). L'induction est aussi à la base des méthodes de production d'électricité (alternative) actuelles.

Rail de Laplace : le rail a tendance à rester collé sur le support (les faux contacts entre les rails et la tige créent des arcs électriques qui soudent la barre aux rails). On pourrait ici faire une démonstration qualitative de la roue de Barlow.

### Conclusion 39'

Au cours de cette leçon, on a vu :

- les lois de l'induction (Lenz et Lorentz) ;
- les inductions de Neumann et Lorentz.

Applications : générateurs, chauffage par induction, micro, chargeur sans fil...



### Questions posées par l'enseignant

1. Vous pouvez expliquer comment marche la roue de Barlow et comment faire le calcul à partir de ce que vous avez fait dans la leçon ?

La vitesse de la roue est  $v=r \omega$

2. Vous avez commencé la leçon avec  $e=-d\phi/dt$ , on peut le faire ici ?

3. Quand vous faites  $e=-d\phi/dt$ , vous avez pris soins de dire que le circuit était indéformable.

Pourquoi ? Est-ce que ça veut dire que l'on ne peut rien faire ?

Le calcul n'est pas valable ici, il faut utiliser une expression plus compliquée.

Vous pouvez reprendre le calcul du rail de Laplace. Ça veut dire que l'on ne peut pas traiter le rail de Laplace avec  $e=-d\phi/dt$  ?

On retrouve les mêmes résultats, mais en fait, ce n'est pas ce qu'il faut faire.

Comment est-ce que vous définissez votre  $e$  ?

On peut repartir du modèle de Drude et faire apparaître une loi d'ohm locale :  $j = \sigma E$ , et on calcul sa circulation.

Est-ce que ce  $e$  là c'est le même que celui de votre leçon. Non, c'est le champs Electrique.

4. Vous avez un champ  $e_m$ . Vous avez votre pote qui passe à une vitesse  $v$ , est ce qu'il voit les mêmes champs  $E$  et  $B$  ?

Les champs sont propres au ref, donc non. Par contre les effets sur une particules chargés sont identiques.

Est-ce que vous avez un moyen simple de passer de l'induction de labo aux transformations du champs  $E$  et  $B$ ? Est ce qu'il y a un point commun entre ce que vous avez dit et les transformations du champs galliléen ?

5. Vous avez fait un bilan énergétique, vous avez fait la puissance de la bobine. C'est un calcul électrocinétique.

Maintenant, vous nous avez dit en prérequis l'électromagnétisme. Si on connaît  $E, B, V$  et  $A$ . Je connais la densité vol d'énergie électromagnétique. Est ce que vous pouvez physiquement relier ces deux énergies ?

Si on intègre  $u_{em}$  sur le circuit de la bobine, on doit retrouver le même résultat. On peut utiliser  $j.A$  aussi.

Vous pouvez faire le calcul en deux secondes ? non mais ça marche.

Vous n'avez pas une autre expression de l'énergie ? D'où vient  $\epsilon_0$  dans  $E^2/2$  : dans un condensateur par ex, à quoi correspond à quoi  $u_{em}$  en terme mécanique ?

Avec Lorentz, c'est le travail à fournir pour amener les charges où elles sont.

6. Si la force de Lorentz ne travaille pas, d'où vient le terme en  $B^2$  dans l'énergie électromagnétique ?

Du fait, qu'elles dépendent du tps, c'est entièrement une énergie magnétique.

7. C'est quoi l'énergie du système avec les deux bobines ?

8. Comment on montre que  $M_{12}=M_{21}$  ?

On passe par les potentiels vecteurs.

9. C'est quoi un milieu ferromagnétique ?

Un milieu qui possède une susceptibilité très grande. Il y a orientation des moments dipolaire des spins.

10. C'est quoi la température de Curie ?

La température de transition ferro/para. Si  $T > T_c$  alors le matériau est paramagnétique.

11. On préfère transporter des hautes tensions. Vous pouvez l'expliquer ?

A puissance égale, on diminue  $i$  et donc diminue les pertes par effets joule. Attention, la tension que l'on regarde pour les pertes c'est les pertes d'un bout à l'autre du câble différent des 400 kV entre le câble et la terre.

12. On peut permuter les différentielles parce qu'elles agissent sur des variables indépendantes ?

### Commentaires donnés par l'enseignant

Globalement la présentation est pas mal, mais vous auriez manqué un peu de temps. Il n'y a pas de problème majeur. Vous ne devriez pas vous limiter au circuit déformable. Vous avez donc une vitesse locale dans votre circuit, mais le calcul marche quand même.

Vous devez parler de la notion de flux coupé ! En particulier si vous parlez des flux déformables. C'est ce qui se passe dans le cas de la roue de Barlow. J'éviterai de parler de la roue de Barlow. Vous évitez le coup du flux coupé, mais vous avez la question de : par où passe le courant.

Je ferai la démo en circuit déformable avec le flux coupé, et après il vous demande à quoi sert le flux coupé : là vous parlez de la roue de Barlow.

Il faut expliquer un peu mieux la notion de force électromotrice.

Si vous voulez comprendre la physique de ce problème. Le coup du circuit qui bouge, c'est de se placer dans le référentiel où le circuit ne bouge pas et ensuite le champ  $E$ , se transforme en  $E + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ . Donc c'est vraiment le champ qui met en mouvement les électrons dans le circuit.

**Partie réservée au correcteur**



### **Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)**

Plan et contenu OK. Des imprécisions sur certains points, mais facilement amendables.

### **Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates**

Fondamentale: loi de Faraday

Secondaire: flux coupe

Delicate: changement de référentiel (galiléen!) pour E et B

### **Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)**

Rails de Laplace

### **Bibliographie conseillée**

Landau tome 8