

**Titre :** Dynamique d'un moment magnétique. Application à la RMN

**Présentée par :** Pierre Eloi Nielen

**Rapport écrit par :** Gabriel Gouraud

**Correcteur :** Jules Fillette et Julien Froustey

**Date :** 29/04/2020

**Bibliographie de la leçon :**

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Cohen Tannoudji tome 1			
Magnétisme II de E. Du Tremolet			

**Plan détaillé**

Niveau choisi pour la leçon : Licence

Pré-requis : TMC Changement de référentiel rapport gyromagnétique système à 2 niveau en MQ

I] Dynamique classique

1) Champ statique, précession de Larmor (on admet le rapport gyromagnétique, on écrit l'équation différentielle et on décrit le mouvement résultant, on extrait la fréquence de Larmor)

2) Application d'un champ tournant résonance (ajout du champ tournant et changement de référentiel)

II] Traitement quantique

1) Équation de Schrödinger (on explicite l'hamiltonien et l'équation de Schrödinger)

2) Référentiel tournant (on réécrit l'équation indépendante du temps)

3) Formule de Rabi (on ne fait pas la résolution, on donne directement le résultat)

III] Résonance magnétique nucléaire

1) Principe de la RMN

2) Application à l'imagerie médicale/chimique

### Questions posées par l'enseignant

-Qu'est-ce que le rapport gyromagnétique, comment le montre-t-on ?

-D'accord pour la démonstration avec une boucle de courant, et pour un spin ça marche ? (*facteur de Landé*)

Rapport entre le moment cinétique d'une particule chargée et le moment magnétique associé.

Calcul classique pour le moment cinétique orbital d'un électron, on montre que :

$\vec{\mu} = \gamma \vec{L}$  avec  $\gamma = \frac{q}{2m}$  le rapport gyromagnétique. Plus généralement, on inclut le facteur de Landé  $g$  (égal à 2 pour l'électron), et  $L$  peut être le moment magnétique de spin.

- Ça vient d'où le moment  $= m \cdot B$  ?

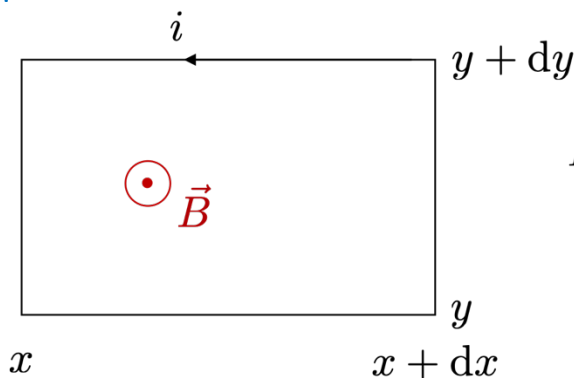
-Quel est l'équation de la force sur un dipôle magnétique ? ( $F = \text{grad}(m \cdot B)$ )

-Pourquoi le moment ne bouge pas ? ( $B$  est homogène)

Toutes ces questions reviennent sur les actions exercées sur un dipôle magnétique. Elles peuvent être introduites soit via l'énergie potentielle d'interaction (admise...)  $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$  soit en calculant les actions (résultante des forces de Laplace) sur une spire rectangulaire (cf. n'importe quel livre de Sup : Dunod, Tec&Doc...). On obtient pour le moment résultant :

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

Pour la force résultante, on peut faire le même calcul, mais il faut un champ inhomogène pour avoir une résultante non nulle. Exemple de calcul (on peut faire la même chose pour la résultante  $F_x$ ) :



$$\begin{aligned} F_y &= -iB(x, y)dx + iB(x, y+dy)dx \\ &\simeq i dx dy \frac{\partial B}{\partial y} \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (\vec{m} \cdot \vec{B}) \end{aligned}$$

Ce qui correspond à l'expression :

$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B})$$

(logique en partant de l'énergie potentielle d'interaction). Attention dans ce gradient, le moment magnétique doit être pris constant (ce que l'on voit dans la dérivation). En termes de composantes, la bonne écriture est :  $F_i = m^j \partial_i B_j$ .

#### Remarque :

On rencontre parfois l'expression  $(\vec{m} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$ , qui est équivalente à la précédente si et seulement si  $\vec{\text{rot}}\vec{B} = \vec{0}$ , autrement dit pour la magnétostatique en dehors des courants qui produisent le champ magnétique (cf. équation de Maxwell-Ampère).

-Pourquoi avoir fait le champ tournant ? *Pour expliquer la RMN*

(Question qui vient pour demander de justifier les choix réalisés au cours de la leçon. On ne peut pas dire « Bon beh là on va rajouter un champ tournant ». Il faut dire pourquoi c'est intéressant, ou si c'est juste un exemple il faut là aussi le dire !)

-Pourquoi parle-t-on de résonance ? *le moment magnétique se retourne par rapport au champ magnétique statique  $B_0$ , on voit donc une composante magnétique transverse apparaître*

Il y a résonance de la composante transverse de l'aimantation (ce qui correspond à une « résonance » de la probabilité de retournement des spins).

-A température ambiante les spins sont comment ? (*odg, les spin sont autant dans l'état aligné et antialigné*)

En ODG on voit que l'aimantation totale sera très faible, d'où l'intérêt de diminuer la température ou d'augmenter le champ  $B_0$ .

-Comment à partir des équations quantiques retrouver les équation classiques ? Pour cela on regarde l'évolution des valeurs moyennes

Il s'agit des équations de Bloch, dans lesquelles on rajoute des termes phénoménologiques de relaxation (spin-spin et spin-réseau).

-  $H = -m \cdot B$  est-ce un traitement quantique complet ? *non il faut quantifier le champ B QED*

En tout rigueur, le moment magnétique est ici quantifié mais pas le champ. Ce serait cependant complètement inutile ici, le champ magnétique est contrôlé par l'expérimentateur et un traitement classique suffit.

-Encore une fois pourquoi on s'intéresse à la possibilité d'inverser le spin ? On regarde avec une bobine transverse la décroissance exponentielle du champ transverse

-Lors de la décroissance a quoi correspond la pulsation ?

Regarder le « Free Induction Decay » signal. Une fois les moments magnétiques alignés dans la direction transverse, on laisse relaxer l'aimantation. Il s'agit d'une précession de Larmor libre (donc à la pulsation de Larmor fixée par  $B_0$  + effets de blindage), avec un élargissement spectral dû aux différentes relaxations.

-42,6 MHz pour un proton, dans quel champ ? *1 Tesla*

-Mettre la statistique de Boltzmann en prés requis ?

**Oui. Faites attention aux prérequis !** Avant de présenter la leçon, relisez-la rapidement une fois pour vérifier que vous avez bien mis en prérequis tout ce qui est nécessaire.

-Exemple de dynamique de moment magnétique autre ? *Oui dans les étoiles à neutron et les aimants/moteur*

Une leçon uniquement nommée « Dynamique d'un moment magnétique » pourrait être complètement traitée en discutant de la conversion de puissance (moteur synchrone, asynchrone)... Garder à l'esprit que des moments magnétiques qui tournent, c'est pratique dans la vie de tous les jours.

### Commentaires donnés par l'enseignant

Manque de contextualisation : il faut motiver les différentes parties traitées, justifier l'intérêt de ce qu'on étudie pour la RMN par exemple. Notamment au milieu d'un calcul, toujours rappeler le cap que l'on s'est fixé.

Il pouvait être intéressant de consacrer du temps à une partie plus générale sur les actions d'un champ magnétique sur un dipôle. On pouvait aussi choisir de se consacrer plus dans le détail aux aspects concrets de la spectroscopie/imagerie RMN.

## Partie réservée au correcteur

### Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

- L'essentiel est traité, et les calculs sont bien menés.
- On passe cependant trop peu de temps sur la RMN, et la pertinence du calcul de système quantique à deux niveaux est discutable, car longue et très calculatoire pour des résultats que l'on peut obtenir et discuter avec une approche purement classique.
- Cette seconde partie pourrait donc être avantageusement remplacée par une discussion plus générale des actions sur un moment magnétique ou bien des discussions plus poussées sur la RMN.

### Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Précession de Larmor. Champ tournant et précession autour d'un champ effectif. Retournement de l'aimantation.

Principe de la RMN (observation de l'aimantation). Spectroscopie : blindage, déplacement chimique.

On peut restreindre les aspects quantiques à dire qu'il existe 2 niveaux, et éventuellement y appliquer la statistique de Boltzmann.

### Notions secondaires :

- Discussion/démonstration des actions sur un dipôle magnétique
- Équivalent quantique de la précession de Larmor (système quantique à deux niveaux). *Mais calcul très lourd et qui apporte très peu de valeur ajoutée.*
- Principe de l'IRM (champs inhomogènes).

### Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Des simulations numériques (programmes Python) pour montrer la précession de Larmor, le retournement du spin sous l'action du champ tournant seraient particulièrement appréciées !

### Bibliographie conseillée

- Cohen-Tannoudii, *Mécanique Quantique*

Dans les ouvrages disponibles en PDF, pour la RMN :

- *Magnétisme II*, E. Trémolet (chapitre 23)
- *Chimie H-Prépa PC* (pour la spectroscopie RMN)
- Le Sech, Ngô, *Physique nucléaire* (chapitre 9)

Actions sur un dipôle magnétique :

- Jackson, *Electrodynamics*
- David J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*
- **BFR Electromagnétisme 2**