

**Titre :** Bilans macroscopiques en mécanique des fluides

**Présentée par :** Raphaël Leriche

**Rapport écrit par :** Raphaël Leriche

**Correcteur :** Marc Rabaud

**Date :** 30/03/2019

**Bibliographie de la leçon :**

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
[1] Tout-en-un, Physique PC-PC*	Marie-Noëlle SANZ, François VANDENBROUC K, Bernard SALAMITO, Dominique CHARDON	Dunod	2019

**Plan détaillé**

## Niveau choisi pour la leçon : CPGE

### Pré-requis : - Principe fondamental dynamique

- Théorème de l'énergie mécanique
- Mécanique des fluides
- Ecoulements parfaits

Introduction : Contrairement aux leçons précédentes où l'on travaillait sur des particules fluides de taille mésoscopique, ici nous allons réaliser des bilans de quantité de mouvement et d'énergie sur des **systèmes macroscopiques**. Nous verrons que cette démarche est puissante, et sa difficulté réside dans le fait de **définir proprement le système** sur lequel on travaille.

### **I) Position du problème**

- Tout au long de cette leçon, nous allons raisonner sur des systèmes macroscopiques fermés.

#### **1) Systèmes fermés**

- Illustrons ce que l'on entend par là sur l'exemple de l'**écoulement de Poiseuille cylindrique en régime permanent**.
- On dessine le schéma de la p. 435 de [1], où l'on explicite les notions de volume entrant, volume commun et volume sortant à la base des raisonnements de bilans macroscopiques effectués entre deux instants  $t$  et  $t+dt$  infiniment proches l'un de l'autre sur des systèmes fermés.
- Montrer qu'ici  $dme = dms$ .
- C'est sur ce type de systèmes que nous allons effectuer des bilans dans cette leçon.

#### **2) Exemple : bilan de masse**

- Nous considérons ici l'écoulement compressible d'un fluide parfait dans un tuyau de section constante.
- Reproduire le schéma de [1] p.436.
- Réaliser un bilan de masse entre  $t$  et  $t+dt$  et retrouver l'équation de conservation de la masse (tous les calculs de cette partie sont faits dans la partie 1)2) p.436 de [1]).
- Remarque : Cette équation est identique à l'équation locale de conservation de la masse. Or, nous n'avons pas raisonné sur une particule fluide mais sur une tranche macroscopique.

### **II) Bilans de quantité de mouvement**

- On considère le système suivant :
  - Un conduit présentant un élargissement entre deux tronçons de sections respectives  $S_1$  et  $S_2$ .
  - L'écoulement est parfait et incompressible, si bien que la vitesse est considérée uniforme sur une section :  $\mathbf{v}(x,t)=v(x,t)\mathbf{u}_x$ . Le débit volumique est conservé et noté  $Dv$  (débit massique  $Dm = \mu Dv$ ).
  - On suppose également que l'on est en régime permanent.
- On reproduit et détaille le schéma de [1] p.439.

- Le but de cette partie est de calculer la force horizontale  $-F_{ux}$  que l'on doit exercer sur le tuyau pour le maintenir immobile.
- On réalise un bilan de quantité de mouvement sur le système fermé préalablement défini sur le schéma et on note  $\mathbf{p}$  l'impulsion (tous les calculs de cette partie sont faits dans la partie 2)2) p.438-439-440 de [1]).
- On fait le bilan des forces s'exerçant sur le système :
  - Pression en amont :  $\mathbf{F}_1 = P_1 \cdot S_1 \mathbf{u}_x$
  - Pression en aval :  $\mathbf{F}_2 = -P_2 \cdot S_2 \mathbf{u}_x$
  - Action de la paroi sur le fluide :  $-\mathbf{F}_{ux}$
- On applique le principe fondamental de la dynamique au système, puis comme l'écoulement est parfait, permanent et incompressible ; on peut appliquer le théorème de Bernoulli sur la ligne de courant centrale. La donnée de ces deux équations permet d'obtenir l'expression de  $F$  en fonction des données du problème (tous les calculs de cette partie sont faits dans la partie 2)2) p.438-439-440 de [1]).
- Remarque :
  - Si le tuyau s'élargit, la force du fluide sur la paroi tend à déplacer cette dernière dans le sens opposé à celui de l'écoulement
  - Si le tuyau rétrécit, la force du fluide sur la paroi tend à déplacer cette dernière dans le sens de l'écoulement.

### III) Bilans d'énergie mécanique

- On veut ici calculer la puissance qu'il faut fournir à une pompe ayant les caractéristiques suivantes :

#### Bilan d'énergie cinétique

• Hypothèses :  
Ecoulement **parfait, incompressible** et en **régime permanent**.

• Paramètres :

$$\begin{aligned} S_1 &= 707 \text{ cm}^2 \\ S_2 &= 314 \text{ cm}^2 \\ p_1 &= 0,7 \text{ bar} \\ p_2 &= 1,7 \text{ bar} \\ h &= 1,2 \text{ m} \\ D_v &= 9,0 \cdot 10^3 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1} \end{aligned}$$

• Pompe de rendement :  
•  $\eta = 80 \%$

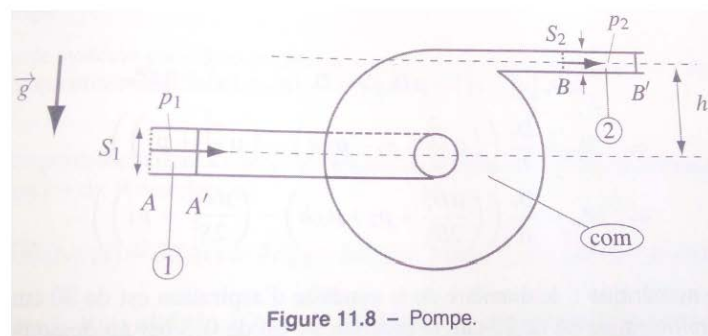


Figure 11.8 – Pompe.

Tout-en-un, Physique PC-PC\*, Dunod, 2019

- Comme l'écoulement est incompressible on a :  $dm_1 = dm_2 = \rho D_v dt$  et  $v_1 S_1 = v_2 S_2 = D_v$ .
- On fait le bilan d'énergie mécanique (cinétique + énergie potentielle de pesanteur ici) entre deux instants rapprochés  $t$  et  $t+dt$  (tous les calculs de cette partie sont faits dans la partie 3)2) p.446-447-448 de [1]).
- On calcule également les travaux des forces non conservatives :
  - Efforts de pression :  $dW_p = D_v(p_1 - p_2)dt$
  - Action de la pompe sur le fluide :  $\eta P_m dt$
- On utilise le théorème de l'énergie mécanique et on en déduit l'expression de  $P_m$  la puissance mécanique qu'il faut fournir à la pompe pour atteindre son régime de fonctionnement (tous les calculs de cette partie sont faits dans la partie 2)2) p.438-439-440 de [1]).

Conclusion : Nous avons vu dans cette leçon une méthode puissante. Ouverture : Cette méthode permet également de retrouver des résultats connus à l'aide de bilans macroscopiques (on peut penser au profil parabolique de vitesse de l'écoulement de Poiseuille par exemple). On peut aussi appliquer de tels raisonnements en thermodynamique (détente de Joule-Thomson...)

### Questions posées par l'enseignant

- Peut-on considérer d'autres systèmes que les systèmes fermés ? Systèmes ouverts ?
- Avec ces autres systèmes, peut-on faire des bilans ?
- La leçon est placée dans le cadre des écoulements parfaits, est-ce une obligation ?
- Quel est le profil de vitesse d'un écoulement de Poiseuille ?
- Pouvez-vous expliciter ce profil par un dessin ?
- Tous les types de bilans ont-ils été traités dans la leçon ?
- Expliciter les différences entre les deux exemples d'écoulement introductifs. Préciser les hypothèses derrière chacun de ces exemples
- Le deuxième exemple introductif constitue-t-il un écoulement incompressible ?
- Dans le tuyau divergent, y a-t-il une contribution de la pression sur les parois du fluide ?
- Faut-il en tenir compte ?
- Quelle implication sur l'énergie signifie l'utilisation du théorème de Bernoulli sur la ligne de courant centrale ?
- Démontre-on les équations des écoulements macroscopiques à l'aide des écoulements mésoscopiques ou bien c'est l'inverse ?

- Vous avez toujours basé vos exemples sur des écoulements unidirectionnels, pourquoi ?
- Dans le tuyau divergent, est-ce que le volume fermé a une accélération ? Faut-il en tenir compte dans le calcul ?
- Peut-on envisager l'utilisation de bilans en thermodynamique ?
- Que pourrait-on rajouter à cette leçon si l'on avait le temps ?
- Pouvez-vous expliquer avec des schémas comment on peut retrouver le profil des vitesses de l'écoulement de Poiseuille avec des bilans macroscopiques ?

### Commentaires donnés par l'enseignant

J'ai regardé le chapitre que vous m'avait envoyé du Dunod. J'avoue que je ne suis pas emballé par la présentation qu'ils donnent et que vous avez suivi.

- La notion de système « fermé » n'est pas clairement définie. J'avoue que je préfère le concept de volume de contrôle (matériel ou fixe) comme défini dans E. Guyon, J. P. Hulin, and L. Petit. Hydrodynamique physique. Chapitre 5.
- Le nom d'écoulement de Poiseuille alors que les surfaces matérielles à  $t$  et  $t+dt$  sont dessinées plates (pages 435 et 436) est trompeur. Cela dit on n'a pas besoin d'avoir un fluide parfait pour faire les raisonnements (comme montré à la fin).
- Je pense que dans l'exo du tube conique que vous avez présenté, il manque la pression extérieure pour connaître la force vraiment appliquée au tube ... La contribution essentielle du calcul  $p_1(S_1 - S_2)$  page 440 s'annule par exemple si par exemple la pression extérieure est  $p_1$  et la force effective est faible et de sens contraire.

Partie réservée au correcteur

### **Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)**

Domage qu'il y ait eu quelques soucis techniques lors de la visio (le son quand vous étiez au tableau, et l'image pour lire les calculs au tableau).

Je pense que cette leçon n'est pas très facile à rendre vivante, il était bien de montrer des applications.

Vous avez suivi de très près le plan du Dunod, voir commentaires ci-dessus, pour lequel je ne suis pas emballé.

Mais sinon l'intro était bien et il était bien d'utiliser à la fois des écoulements parfaits et des fluides visqueux.

Mettre en pré-requis toute la mécanique des fluides peut se discuter, car il est souvent utile d'avoir les équations de bilans pour démontrer les équations locales de la mécanique des fluides.

### **Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates**

- Parler de volume de contrôle matériel ou fixe plutôt plutôt que de système fermé ou ouvert.
- C'était bien d'avoir parlé de la conservation de la masse, des bilans de qdm et d'énergie.

On pourrait aussi faire une application avec le calcul des pertes de charge singulière dans un coude ou dans un élargissement brusque (plus simple que le coude).

### **Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)**

Pas évident sur cette leçon :

- Pour illustrer : instabilité oscillatoire du tuyau d'arrosage ?
- Impacte d'un jet d'eau horizontal sur le dos ou le creux d'une cuillère (force plus grande dans le cas concave)

### **Bibliographie conseillée**

E. Guyon, J. P. Hulin, and L. Petit. Hydrodynamique physique. EDP Sciences, 2012.