Titre : LP Q3 : confinement d'une particule et quantification de l'énergie

Présentée par : Gabriel Gouraud **Rapport écrit par** : PE Nielen

Correcteur : Jean Hare **Date** : 10/02/2020

Bibliographie de la leçon :			
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**	**Année**

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : équation de Schrödinger, inégalités de Heisenberg, relation de de Broglie, corde de Melde.

Introduction : problème de le constitution de la matière, modèle planétaire, instabilité de l'atome en électrodynamique classique, conduit au modèle de Bohr avec quantification des orbites, ce que l'on retrouve avec le formalisme de la mécanique quantique.

« Avec les mains »:
$\Delta x \Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2} \rightarrow E \geqslant \frac{\hbar^2}{8ma^2}$, avec a taille de l'atome. Il existe donc un fondamental.

Quantification : analogie avec la corde de Melde :
$E = \frac{\hbar k^2}{2m}$ k est quantifié donc l'énergie est quantifiée.

On raffine :

I. Puit infini

On considère un puit infini compris entre x = 0 et x= a, on cherche des solutions de l'équation de Schrödinger (ES) sous la forme :
$\psi(x,t) = \varphi(x)e^{-i\frac{Et}{\hbar}}$

1) Mise en équation et résolution
La fonction d'onde stationnaire a la forme :
$A\cos(kx) + B\sin(kx)$ avec $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$.

La continuité de φ en x=0 donne :
$k = \frac{n\pi}{a}$, n entier naturel et $A = 0$.
La condition de normalisation donne : $B = \sqrt{\frac{2}{a}}$.
La solution est donc donnée par :
$\varphi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$.

Slides : tracé des fonctions d'onde, on remarque que le nombre de zéros est égal à n+1.

2) Energie
$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = n^2\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}\right) = n^2 E_1$

3) Ordres de grandeurs
*électrons $E_1 \approx 7$ eV

*nucléons dans les noyaux $E_1 = 70$ MeV

II. Puit fini
On considère un puit fini de profondeur $V_0 > 0$, compris entre x = -a/2 et x = a/2, ce qui définit trois régions I, II et III. On résout l'ES dans ces trois régions, on aboutit à $q = k\ \tan(\frac{ka}{2})$ que l'on résout graphiquement. On remarque qu'il doit exister des ondes évanescentes (cf. effet tunnel) et que les niveaux sont abaissés par rapport au puit infini.

Questions posées par l'enseignant

Comment on obtient l'équation de Schrödinger stationnaire ?
Pourquoi $\varphi(x)$ est-elle réelle ?
Limite classique de l'énergie pour n grand ?
Montrez que pour n grand, les niveaux sont équidistants.
Comment comprendre l'oscillation d'une particule à partir des états calculés ? Représentez qualitativement un état stationnaire.
Comment se manifeste le changement de configuration du noyau ?
Pourquoi les niveaux du puit fini sont plus bas que ceux du puit infinie ? Comment évaluer la différence ?
Existe-t-il des exemples d'ondes évanescentes en physique classique ?

Commentaires donnés par l'enseignant

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Bibliographie conseillée