

Titre : LPO1 : Présentation de l'optique géométrique à l'aide du principe de Fermat

Présentée par : Eloïse Mestre

Rapport écrit par : Damien Moulin

Correcteur : Agnès Maitre

Date : 08/10/2019

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Optique et physique ondulatoire	BFR		
Optique, fondements et applications	José-Philippe Pérez		
Qu'est-ce que l'optique géométrique ?	Luc Detwiller		1990
Ondes lumineuses	René-Jean Champeau, Renaud Carpentier et Ivan Lorgère		2009

Plan détaillé

I / Principe de Fermat.

- 1/ Contexte
- 2/ Principe de Fermat moderne

II / Lois de l'optique géométrique.

- 1/ Principe du retour inverse de la lumière
- 2/ Propagation dans un milieu homogène
- 3/ Système stigmatique
- 4/ Lois de Snell Descartes

III / Propagation dans un milieu à gradient d'indice optique.

- 1/ Analogie avec la mécanique analytique
- 2/ Equation des rayons

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis : Optique géométrique et ondulatoire, mécanique analytique

Note du scribe : en Italique est noté ce qui est dit et non écrit au tableau

Introduction

En électromagnétisme, la lumière est décrite comme une onde elle même décrite par les équations de maxwell. En optique géométrique c'est un faisceau de rayons. En 1657 énonce un principe régissant la trajectoire de ces rayons : La lumière se propage d'un point à un autre de façon à minimiser son temps de trajet. Nous allons voir dans cette leçon comment ce principe a été reformulé et ce qu'il implique en optique géométrique.

I 1/ Contexte

En optique géométrique la lumière est décrite comme un faisceau de rayons lumineux
Les rayons lumineux sont eux même les courbes le long desquelles l'énergie lumineuse de propage.

Pour énoncer le principe de Fermat, on se place dans les hypothèses classiques de l'optique géométrique :

Hypothèse : le milieu est transparent et isotrope. Si le milieu est inhomogène, il faut que la distance d'évolution de n soit très grande devant λ .

Nous aurons également besoin de définir la notion de chemins optiques :

Définition : le chemin optique (avec dessin) le chemin L_{AB} : intégrale de A à B de $n(s)ds$.

En pratique c'est le temps de propagation du rayon lumineux de A à B .

I.2/ Principe de Fermat moderne

Principe de Fermat : les trajectoires effectivement suivies par la lumière sont celles dont le chemin optique est stationnaire.

Prenons un rayon allant de A à B . Le principe de Fermat signifie qu'une petite variation de la trajectoire ne fera pas varier le chemin optique au premier ordre.

C'est-à-dire $d(L_{AB}) = 0$

Ce principe nous permet de retrouver beaucoup de notions déjà abordées en optique géométrique classique.

Chrono : 12 min

II . 1/ Principe de retour inverse de la lumière

Prenons un rayon allant de A à B donne un chemin $L_{AB} = \int_A^B n ds = - \int_B^A n ds$ posons $ds' = -ds$, alors $L_{AB} = \int_B^A n ds' = L_{BA}$

Le chemin optique de A à B est donc le même que le chemin optique de B à A . Il est donc lui même stationnaire. On retrouve donc le principe de retour inverse de la lumière.

II / 2/ La propagation rectiligne dans un milieu homogène.

Comme n est constant dans ce milieu, il ne dépend pas de l'abscisse curviligne. Ce qui donne donc

$L_{AB} = n \int_A^B ds$.

C'est la longueur d'une courbe allant de A à B. la courbe minimisant cette distance est bien le chemin le plus court est le segment AB. (dessin)

D'où la trajectoire rectiligne de la lumière dans un milieu homogène.

II / 3/ Système stigmatique.

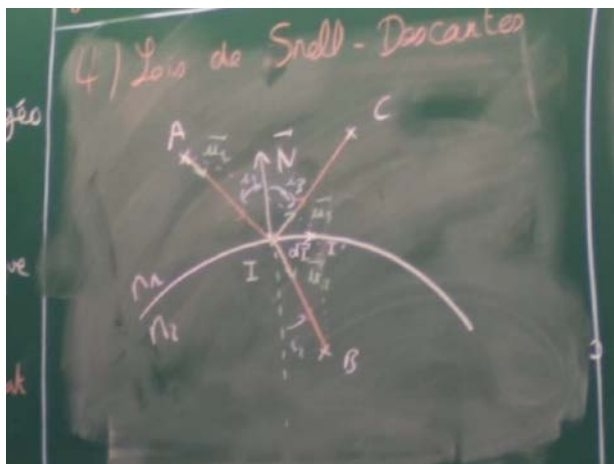
(non écrit, mais dessiné) : Un système Sigma est stigmatique si tous les rayons issus de A passant par le système passent également par B. Prenons un point I et J juste avant et juste après sigma. On prend δI et δJ les points d'un rayon infiniment proche du rayon considéré. Comme le chemin optique est stationnaire, les chemins optiques sont égaux. Comme le nouveau rayon est également stationnaire, on voit qu'on peut raisonner de proche en proche.

Donc toutes les trajectoires effectivement suivies ont le même chemin optique.

Chrono 14 min

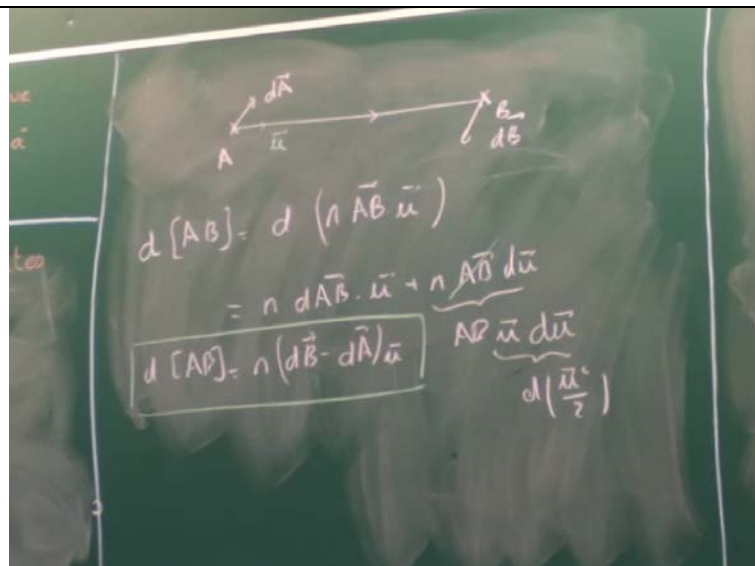
II/ 4/ Lois de Snell Descartes.

Prenons 2 milieux homogènes d'indices n_1 et n_2 , un point I et N le vecteur normal au dioptré en I. On prend un rayon qui part de A qui passe par I et qui est donc réfracté et réfléchi.

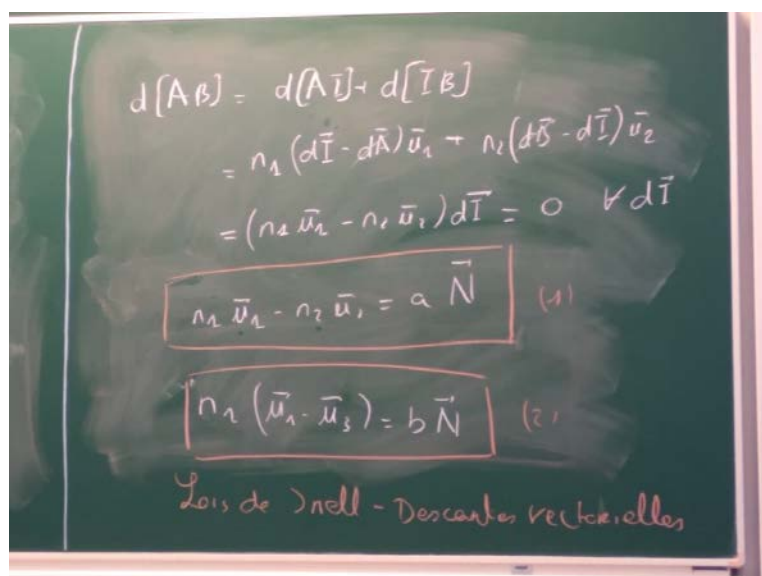


On pose i_1, i_2, i_3 , les vecteurs u_1, u_2, u_3 .

Maintenant on considère une trajectoire fictive passant par I' infiniment proche de I. On évalue la variation du chemin optique pour ce nouveau rayon. En passant par un intermédiaire mathématique.



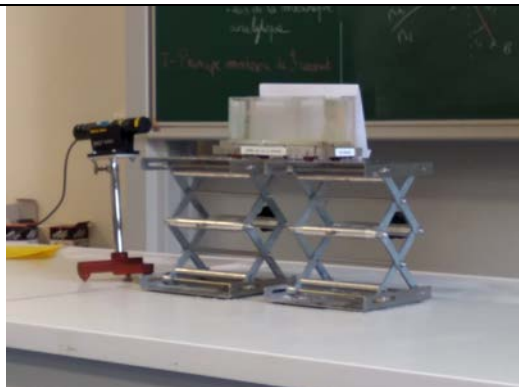
Et donc



Maintenant on va voir que le principe de Fermat nous permet même d'aller au-delà de ce qu'on pouvait faire avec seulement ces lois qu'on a re-démontré.

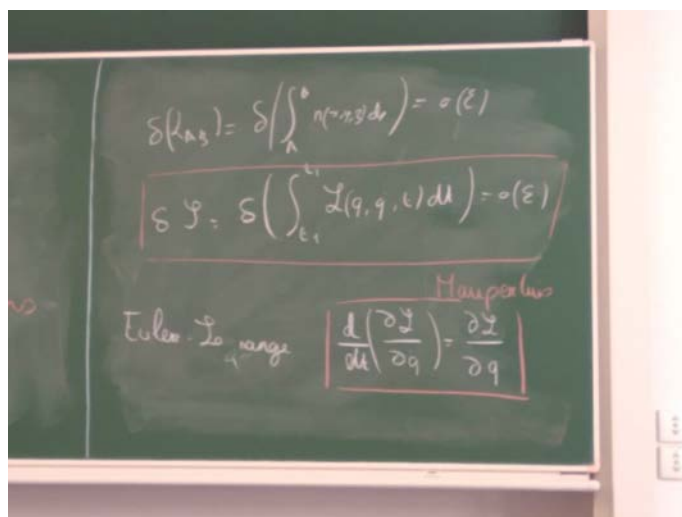
III /

Expérience : Voici une cuve remplie d'eau. Cette eau est d'autant plus salée qu'on s'approche du fond. L'indice de l'eau dépend de sa concentration en sel et augmente avec celle-ci. Ainsi on a un gradient de salinité dirigé vers le bas. On prend un laser dont le rayon arrive sur une face latérale de la cuve et on constate que le rayon se courbe vers le fond (le milieu d'indice plus élevé). Nous allons tenter d'expliquer ce phénomène à l'aide du principe de Fermat.



III. 1/ Analogie avec la mécanique analytique

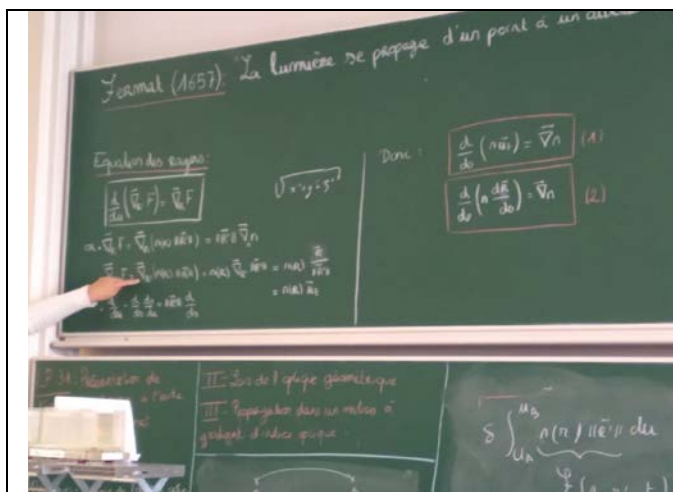
On constate que la formulation du principe de Fermat et du principe de moindre action de Maupertuis sont très similaires. Néanmoins, les variables sur lesquelles cette intégrale est calculée ne correspondent pas et on ne peut donc pas appliquer l'équation d'Euler-Lagrange qui n'est valable que pour un Lagrangien. On va donc chercher à partir du principe de Fermat un « lagrangien optique ».



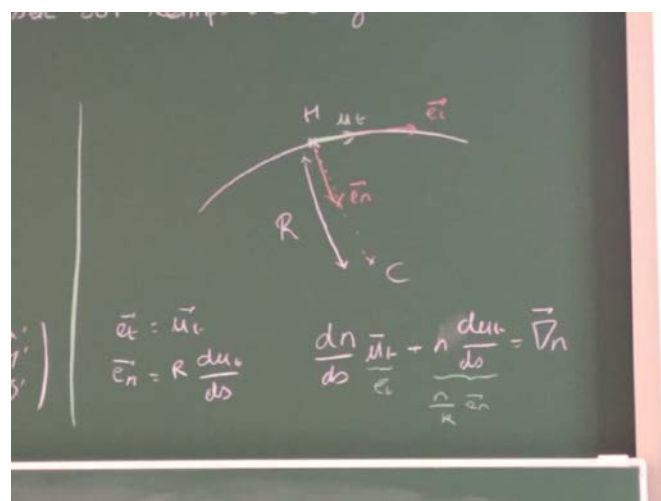
Pour cela on introduit un paramètre u correspondant à t .

2/

Alors l'équation d'Euler Lagrange appliquée au Lagrangien optique donne :



C'est ce qu'on appelle l'équation des rayons. On se place dans le repère de Fresnet pour finalement constater que :



La courbure du rayon est donc proportionnelle au gradient d'indice. Ce qui explique que le rayon est courbé vers le bas dans notre expérience.

Conclusion : On a donc montré que ce principe de Fermat permettait de devoir d'expliquer des choses difficilement

Questions posées par l'enseignant

Questions sur l'expérience et qui en découlent

- Pourquoi utiliser un laser ?
- On aurait vu quoi avec une phylora ?
- Comment collimatez-vous le faisceau d'une phylora ?
- Quelle taille aura votre faisceau ?
- Que se passera-t-il si on augmente la taille de la fente ?
- Quel est le lien entre le filament et la distance focale du condenseur ?
- Je ne comprends pas comment la taille du diaphragme fait évoluer votre image ?
- Faites un dessin avec lentille, objet.
- Rajoutez le diaphragme sur le dessin.

- Si vous avez une source ponctuelle que se passe t il ?
- Si vous avez une source élargie, que se passe t il ?
- Du coup pour cette expérience, la philora c'est pas terrible.
- Pourquoi avoir choisi l'approche lagrangienne ?
- Qu'auriez-vous dit sur les aspects ondulatoires dans le cadre du principe de Fermat ?
- Quelles propriétés pourriez-vous retrouver en utilisant le vecteur de Poynting ?
- Pourquoi ne pas avoir parlé de Malus ?
- Vous nous avez parlé de stigmatisme. En général, les instruments d'optique sont-ils stigmatiques ?
- Une lentille est-elle stigmatique ?
- Si je voulais faire un appareil photo avec beaucoup de pixels, que vais-je devoir faire sachant cela ?

Commentaires donnés par l'enseignant

Lagrange c'était compliqué. Donc a priori même si c'est un choix séduisant, vous y avez passé trop de temps pour que finalement on ne comprenne pas très bien les calculs. Pour que ça soit intéressant il faut soit y passer encore plus de temps, soit ne pas le faire. En bref faire des choses compliquées, c'est parfois un petit plus, et très souvent un gros moins, donc à éviter.

En 40 minutes, je reste très réservée sur le fait que Lagrange soit un choix pertinent

Points positifs :

- Très bonne qualité d'occupation de l'espace, de la manière de parler ...
- 1ere partie, très bien

Points négatifs

- La partie Lagrangien, c'était compliqué. On la voit très rarement bien faite.
- Ça manquait de physique.

J'ai commencé par des questions faciles puis je vous ai tendu des perches pour vous aider. Attention à bien orienter les angles lors de la démonstration des lois de Snell-Descartes.

Ca vaudrait le coup de parler plus du stigmatisme et du stigmatisme approché. Pour augmenter ma résolution, je peux donc choisir de prendre des lentilles de très grande ouverture numérique.

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Le choix a été de parler de l'approche lagrangienne. C'est un choix couteux car pour être bien fait cela prend beaucoup de temps, au dépend d'autres choses. Ici les choses ont été mathématiquement correctement traitées mais on n'est pas allé au-delà de calculs mathématiques fastidieux, déroulés vite et difficiles à suivre. En 40 minutes, à moins de consacrer une grande partie de la leçon à cette approche, cela ne me semble pas faisable.

Le reste de la leçon reprend les choses essentielles. Il aurait été bien d'aborder Malus Dupin.

Avec plus de temps, cela permet d'aborder plus de points relatifs à l'optique géométrique, de discuter plus en profondeur de la très belle expérience sur l'effet mirage présentée dans cette leçon

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

➤ Fondamentales

- Définir le rayon lumineux et le chemin optique
- Préciser les conditions de validité de l'optique Géométrique: milieu isotrope, quasi homogène et dont les variations sont longues par rapport aux grandeurs caractéristiques.
- Enoncer le principe de Fermat: stationnarité du chemin optique.

Conséquence du théorème de Fermat (les 3 premières sont fondamentales, les autres dépendent des choix pédagogiques)

- Propagation rectiligne
- Retour inverse
- Lois de la réfraction et de la réflexion
- Théorème de Malus Dupin. Il est nécessaire de donner la définition d'une surface d'onde (par les chemins optiques)
- Condition de stigmatisme.
- Equation des rayons. il est possible la de parler de l'effet mirage.

Ouvertures possibles

- On peut là après avoir introduit le stigmatisme , citer quelques exemples de stigmatisme rigoureux :miroir plan, foyer d'une ellipse, d'une parabole,... On peut ensuite évoquer la lentille (et l'approximation paraxiale). On peut aussi parler un peu d'aberrations
- On peut aller jusqu'au lien entre optique géométrique et optique ondulatoire. On peut alors introduire l'éikonale et l'équation eikonale. Avec des ondes quasiplanes , on montre le lien entre le chemin optique et la phase

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Expériences autour des lentilles et du stigmatisme

Très belle expérience réalisée autour de l'effet mirage.

Protocole :

Matériel nécessaire :

- un récipient (type becher d'un litre)
- un cristalliseur parallélépipédique
- de l'eau
- une bouilloire
- des glaçons
- une cuillère
- gros sel

Protocole :

- Dans le becher, introduire de l'eau chaude et une bonne quantité de gros sel (pour arriver quasiment à saturation). Mélanger pour dissoudre.
- Introduire de la glace jusqu'à obtenir une température proche de la température ambiante.
- Verser le contenu du becher dans le cristalliseur, puis le rincer
- Remplir le becher d'eau tiède (pas bouillante, mais plus chaude que l'eau déjà introduite dans le cristalliseur)
- Introduire l'eau dans l'eau non salée dans le cristalliseur en la versant très doucement sur la cuillère, placée juste au-dessus de la surface d'eau dans le cristalliseur (comme pour faire un cocktail à étage), de manière à ce que l'eau claire ne se mélange pas avec l'eau salée pour obtenir une transition entre les 2 « phases » la plus nette possible.
- Celle-ci est normalement visible à l'œil nu lorsque l'on place son regard à sa hauteur. Si elle ne l'est pas, ou si elle la transition s'effectue sur plus d'1,5cm, recommencer.

