

Titre : LPE8 Electrostatiques et conducteurs en équilibre

Présentée par : Xavier Dumoulin

Rapport écrit par : Xavier
Dumoulin & Rémy Bonnemort

Correcteur : Erwan Allys

Date : 11/05/2020

**Bibliographie de la
leçon :**

Titre	Auteurs	Éditeur
Tout-en-un physique PSI/PSI*	S.Cardini	Dunod

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Prérequis : Vecteur densité de courant, PFD, Equation de Maxwell, Théorème de Gauss, Electrocinétique

Intro : En électrocinétique, on a vu les propriétés macro des conducteurs (loi d'Ohm, condensateur). On va essayer ici avec un modèle microscopique de comprendre ces propriétés des conducteurs notamment dans le cas d'un champ électrostatique.

On se limite ici aux cas des conducteurs métalliques et ohmiques

I/ Description d'un conducteur en présence d'un champ permanent

1) Description du matériau conducteur

- Atomes ont leurs noyaux aux nœuds de la structure cristalline
- Ils perdent Z_e électrons de valence
- Les électrons libérés se déplacent librement dans le métal.

On a donc deux types de charges : ions positifs fixes et des électrons mobiles. La neutralité du métal impose avec n la densité volumique d'atomes.

Pour modéliser le comportement des électrons dans le métal, Drüde s'inspire de la théorie cinétique des gaz. On a donc les hypothèses suivantes :

- Un électron se déplace au cours du temps et subit une succession de collisions sur les ions du réseau. Une collision est un événement très bref considéré instantané. Entre deux collisions, l'électron n'est soumis à aucune force et se déplace donc en ligne droite.
- La vitesse d'un électron après une collision a une direction aléatoire et sa valeur ne dépend que de la température au point où s'est produit la collision (pas d'influence du mouvement avant la collision)
- On note le temps de relaxation : le temps entre deux collisions successives.

Avec ces hypothèses, dans un métal qui n'est soumis à aucun champ électrique, la vitesse des électrons dans le référentiel lié au métal a une valeur moyenne nulle. Le vecteur densité de courant électrique et par suite le courant sont donc également nuls.

TR : En électrocinétique, quand on relie le métal à une alimentation et qu'on impose une tension continue à ses bornes, on lui applique un champ électrique permanent. Que se passe-t-il au niveau micro ?

2) Conduction dans le matériau conducteur

Nouvelle hypothèse : Entre deux chocs, l'électron est soumis à la force électrique. La trajectoire reste aléatoire mais l'électron a tendance à remonter le champ électrique.

On va maintenant modéliser les chocs de l'électron avec les ions du réseau par une force de frottements : . Dans le cuivre on trouve typiquement .

On peut alors appliquer le PFD à un électron soumis à ces deux forces et on obtient l'équation différentielle vérifiée par la vitesse : . Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre. On en déduit qu'en régime permanent, la vitesse tend vers une vitesse limite : . La direction de cette

vitesse est dans le sens opposé au champ ce qui correspond bien à des électrons qui remontent le champ.

On peut alors déterminer le vecteur densité de courant :

TR : Cette relation caractérise la capacité du métal à conduire les électrons

3) Loi d'ohm locale et conductivité

On peut réécrire cette relation sous la forme avec la conductivité du métal. On obtient alors la loi d'ohm locale.

Expérimentalement on constate que la conductivité du métal diminue avec la température. On peut comprendre facilement ce phénomène avec la théorie cinétique des gaz : Quand la température augmente, le nombre de chocs augmente et donc le temps entre deux chocs (le temps de relaxation donc) diminue. Si ce temps diminue, d'après l'expression trouvée, la conductivité du métal diminue également.

On peut ensuite vérifier que le modèle qu'on a adopté ici est cohérent avec les observations expérimentales : on cherche à déterminer la tension aux bornes d'un conducteur cylindrique ainsi que le courant le traversant.

On en déduit qu'il y a une relation de proportionnalité entre courant et tension : on retrouve bien la loi d'Ohm connue en électrocinétique.

TR : Ici on a décrit un conducteur en présence d'un champ permanent. On peut rajouter une hypothèse dans ce modèle et voir ce qu'il se passe quand le conducteur est à l'équilibre électrostatique.

II/ Propriétés d'un conducteur à l'équilibre électrostatique : condensateurs

1) Hypothèse équilibre électrostatique

Nouvelle hypothèse : on considère un objet métallique à l'équilibre électrostatique. Il n'y a pas de mouvement de charges donc pas de courant. La loi d'Ohm donne . On en déduit donc

L'objet peut porter des charges mais elles sont immobiles.

L'équation de Maxwell Gauss donne alors. On en déduit que la densité volumique de charge est nulle dans le conducteur. Si l'objet conducteur porte des charges, alors elles sont en surface.

TR : Que se passe-t-il quand on amène ce matériau à interagir avec un champ ?

2) Phénomène d'influence électrique

On frotte une tige \square elle se charge positivement. On l'approche d'un conducteur métallique \square il se déplace.

<https://www.youtube.com/watch?v=KncNcRZrNgY>
<https://youtu.be/XEmOdYQ8a8M?t=62>

Le champ créé par la tige induit un déplacement des charges libres au sein du métal. Les charges se mettent en surface et on a apparition d'une face chargée positivement et l'autre négativement. Ensuite l'interaction coulomb provoque un déplacement de la boule en aluminium sur la vidéo.

C'est aussi ce qu'il se passe dans un condensateur plan. On impose le potentiel d'une armature A non nul et on fixe celui de l'armature B à la masse. Les conducteurs des plaques se chargent en surface. Les électrons de B viennent de A et passent par la terre. Les plaques sont chargées mais l'objet est globalement neutre. Il n'y a pas de déplacement de charges à l'équilibre, on est bien à l'équilibre électrostatique. On voit alors un champ électrique apparaître dans le condensateur.

TR : Que vaut ce champ ?

3) Calcul du champ électrique dans un condensateur

On calcule d'abord le champ émis par une plaque de dimensions infinies avec le théorème de Gauss. On trouve .

On applique ensuite le théorème de superposition et on en déduit que le champ est nul en dehors du condensateur et qu'entre les armatures il vaut .

Pour savoir si le modèle correspond à ce qu'on observe expérimentalement, on exprime la tension aux bornes du condensateur : avec e l'espace entre les armatures du condensateur.

En électrocinétique on avait établi que la tension et la charge du condensateur étaient reliés par la capacité avec la relation : . Par identification, on en déduit .

Expérience : Avec un condensateur dont on peut varier l'espacement entre les armatures, on mesure la capacité avec un LCR-mètre pour différents espacements. On remarque en effet que la capacité diminue quand l'espacement augmente.

TR : Que se passe-t-il si on ajoute un diélectrique ?

4) Condensateur avec diélectrique

On observe l'augmentation de la capacité (le montrer avec l'expérience en ajoutant une plaque entre les armatures).

On insère des charges dans le condensateur, il faut en faire bouger plus qu'avant pour conserver la même tension aux bornes du condensateur. Si on voit bien qu'à tension identique, si la charge augmente, la capacité augmente.

En fait on a maintenant : . La capacité augmente quand on ajoute un diélectrique.

Conclusion : On a vu dans cette leçon qu'à partir de la description d'un matériau conducteur on obtenait la loi d'Ohm locale. Cette loi dans le cas électrostatique montre que les charges libres ne se déplacent plus dans le conducteur mais se trouvent en surface. C'est notamment ce qu'il se passe dans le cas du condensateur.

On pourrait ensuite s'intéresser à des déplacements de charges provoqué par un champ cette fois magnétique et non électrique. On observe alors l'effet Hall qu'on peut utiliser pour mesurer des champs magnétiques.

Questions posées par l'enseignant

Comment savoir si un matériau est un métal ou pas ?

Critère sur le nombre d'électrons de valence (à partir du tableau périodique).

Est-ce qu'il y a une définition ?

Définition des métaux de transition

Mesure de la conductivité pour classer à l'aide d'un seuil

Utilisation de la théorie des bandes (ou notions de liaisons métalliques)

On considère un « électron moyen », c'est quoi ?

On veut modéliser le comportement moyen d'un électron en prenant en compte les différentes forces.

Origine de la force de frottement ?

Collisions avec les ions du métal

Modèle (où sont les collisions) ?

On oublie les collisions en modélisant cela par la force de frottement.

On parle plutôt de force moyenne plutôt que d'« électrons moyens ».

Deux façons de faire le modèle de Drude :

Soit on considère le mouvement thermique des électrons, avec un temps caractéristique entre chaque choc avec le réseau (ou ses défauts, plutôt), pour lequel la vitesse en sortie est aléatoire de moyenne nulle. La conductivité est alors liée à l'accélération entre chaque choc par le champ magnétique, qui donne une vitesse d'ensemble après moyenne temporelle.

Soit on décrit les chocs par une force de frottement fluide empirique. La vitesse limite obtenue doit alors correspondre à la vitesse moyenne obtenue dans le premier modèle, d'où le fait que le temps caractéristique du premier modèle apparaisse dans le coefficient de frottement.

Origine de la formule de la force de frottement (en opposé de la vitesse) ?

Due au choc, cf précédemment

C'est quoi ce tau ? Pourquoi le temps caractéristique entre deux chocs apparaît dans l'expression dans la force de frottement ?

cf précédemment

Retour sur la formulation du « régime permanent » ?

On applique un champ permanent donc on regarde le comportement permanent.

Loi d'Ohm locale : est-ce qu'il y a des hypothèses pour l'écrire ?

Dans le cas d'un métal, la conductivité est réelle.

Dans d'autres cas, la conductivité peut être complexe.

Matériau isotrope, pas de gradient de température, réponse linéaire (pas si évident que ça)...

Équilibre électrostatique : dans un tel conducteur le courant est nul. Prenons une sphère de conductrice dans le vide, comment expliquer à un étudiant qu'à l'équilibre le courant est nul ?

Comme rien ne s'oppose à la mise en mouvement des électrons, si il y a un champ électrique dans le conducteur, ce champ induit un courant, qui va déplacer les charges jusqu'à la surface et l'annulation du champ électrique dans le conducteur. Puisque tant qu'il y a un champ, il y a déplacement de charge, et donc l'équilibre n'est pas atteint.

Le conducteur est de charge totale neutre, est-ce toujours le cas dans le cas de l'équilibre électrostatique ?

On a montré que le champ électrique est nul donc la densité volumique dans le conducteur est nulle.

*Il y a apparition de charges surfaciques mais il y en a autant donc neutre.
Sauf si on l'a chargée avant.*

Partons d'un conducteur chargé positivement et un autre nul...

À priori, on n'a pas de raison d'imposer que le conducteur soit nul. Cela dépend de son histoire. Cela peut se voir notamment lors de l'influence entre un conducteur chargé positivement et l'autre neutre.

Condensateur : a-t-on besoin de supposer le plan infini pour l'écriture des symétries ?

Oui, on a besoin de cette hypothèse pour pouvoir écrire les symétries.

Est-ce que le plan qui contient la plaque reste un plan de symétrie ? Est-ce qu'il apporte une information utile ?

Oui ce plan reste un plan de symétrie mais ne contient pas le point d'étude

Cela permet d'avoir le champ pour les $z > 0$ à partir du champ pour les $z < 0$, et réciproquement. Explicite que le champ soit s'éloigne soit converge vers la plaque, ce qui est nécessaire pour écrire le théorème de Gauss.

Surface de Gauss : retour sur l'écriture du théorème de Gauss. Positivité de $E \cdot dS$?

L'intégrale est positive mais comment montrer que le terme à l'intérieur l'est également ?

Orientation des surfaces.

La résolution était assez mal posée, en supposant la charge surfacique positive. Ce n'est pas nécessaire ni très rigoureux. Il suffit d'utiliser la symétrie du plan, cf ci-dessus.

Schéma du condensateur avec plaque de diélectrique dedans. Comment est-chargé un diélectrique hors du condensateur ? Quelle est sa charge ?

La répartition est différente mais le diélectrique est globalement neutre

Comment expliquer cette disposition lorsqu'on place le diélectrique dans le condensateur ?

Par interactions électrostatiques.

Est-ce que tu supposes que les étudiants connaissent les diélectriques ?

Non

Retour sur le titre : Quel est le cadre de l'électrostatique ?

Champs indépendants du temps

A-t-on des courants dans ce cadre ?

Charges qui sont fixes donc pas de courant

Comment raccrocher cela à la loi d'Ohm ?

Sur quoi voulais-tu mettre l'accent avec l'approche microscopique ?

Pour montrer le lien avec ce qui a été vu en première année.

Seconde partie : condensateur plan. Avec plus de temps, tu aurais voulu parler d'autre chose ?

Effet Hall mais courant et force magnétique

Autres types de condensateurs possiblement

Commentaires donnés par l'enseignant

Notions de niveau L1 (plus dans les anciens programmes de CPGE) et pas des notions de niveau M1/M2.

La partie sur la loi d'Ohm ne rentre pas vraiment dans le cadre de cette leçon.

Faire attention dans le cadre des nouveaux/bizarres titres à bien comprendre, identifier le titre du sujet.

Une référence possible aurait pu être le Perez (dont l'avantage est de brosse un programme généraliste sur des champs de la physique). Le BFR Électromagnétisme 1 (Électrostatique et milieux conducteurs) est également une autre référence possible.

Remarque : on n'attend pas des notions trop avancées. Il faut se demander sur chaque partie pourquoi on le fait et comment ça colle au titre de la leçon.

Une attente particulière est fondée sur la précision du vocabulaire, la rigueur ...

Se rappeler du cadre de la leçon où on il faut se rappeler qu'on raconte quelque chose aux élèves : donc bien détailler les hypothèses pour lesquelles on obtient les formules.

Dans le cadre de cette leçon, il est possible de faire le condensateur plan mais le voir comme un conducteur en équilibre plutôt que de vouloir trouver la formule du condensateur plan. On peut ainsi remonter à la définition de la capacité comme étant la constante de proportionnalité entre la charge et la différence de potentiel.

Commentaires plus sur le titre :

Partie sur la présentation de l'électrostatique et ouvrir sur les conducteurs en équilibre
OU Supposer électrostatique connue et développer plus les conducteurs en équilibre

Conducteurs en équilibre : partie qui vient avant les condensateurs (BFR 1).

Conducteur en équilibre : charges en surfaces telles que le champ électrique et le courant soit identiquement nul en volume.

Si le champ n'est pas nul alors il y a déplacement des charges jusqu'à la surface et finalement on atteint un champ nul.

Une autre formulation : potentiel électrique nul en surface.

On peut parler du théorème de Coulomb et/ou de la pression électrostatique.

Phénomène important c'est le phénomène d'influence qui entraîne une modification de la répartition de charge. Ce phénomène est important car c'est grâce à cela qu'on charge un conducteur.

Équations de Poisson et de Laplace : théorème d'unicité et conditions aux limites.

Applications : cage de Faraday, effets de pointes.

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

La leçon est plutôt partie sur un hors-sujet, avec une mauvaise identification de ce à quoi correspond la notion de conducteur en équilibre dans le vide. L'étude de la loi d'Ohm n'a rien à faire ici, et les condensateurs, quand bien même ils représentent un cas particulier de conducteurs en équilibres, ne doivent dans cette leçon par être le sujet mais un exemple d'application.

De manière générale, lorsqu'une leçon est faite sur un sujet que l'on connaît peu, il est important de regarder rapidement le sommaire de différents livres du domaine, pour identifier clairement les notions qui semblent centrales. Il est également important pour chaque notion importante de se demander à quelle point elle correspond au sujet. Lorsque cette connexion est plutôt maigre, il est important de prendre du recul. Il ne faut également pas présenter un résultat (la capacité du condensateur plan) pour présenter un résultat, mais pour ce que cela apporte d'intéressant au sujet.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

La leçon porte sur l'électrostatique et les conducteurs en équilibre. Vis-à-vis des déroulement usuels des programmes en licence, l'étude des conducteurs en équilibre dans le vide vient après l'introduction de l'électrostatique, pour permettre de l'appliquer à des situations un peu plus réelles que des plans infinis et des sphères de charge homogène. En effet, l'étude des conducteurs en équilibre permet d'étudier des situations typiques pouvant être présentées lors de petites manipulations d'électrostatique.

Deux choix se présentent alors principalement ici :

- Il est possible de supposer que l'électrostatique n'a été que peu ou pas présentée précédemment. Une partie de la leçon sera alors sur l'introduction de l'électrostatique, qui sera ensuite appliquée aux conducteurs en équilibre. Un temps raisonnable doit alors être consacré à la deuxième partie, qui ne doit pas être oublié.
- Une deuxième façon de procéder revient à supposer que l'électrostatique a déjà été vu, et à consacrer la leçon aux conducteurs en équilibre dans le vide. Il est notamment possible d'introduire la capacité d'un conducteur seul dans le vide et les condensateurs, mais cela doit être fait dans le cadre des conducteurs seuls dans le vide, et pas simplement en soi.

Faire un plan correspond alors à avoir un parcours cohérent à travers les diverses notions possibles, voir ci-dessous.

Les notions importantes (je ne repasse pas sur les notions de base d'électrostatique qui sont déjà connues je pense), pas forcément dans un ordre qui correspondrait à une leçon, et pas forcément exhaustive :

- Mise en place de l'équilibre. Nullité du courant et du champ électrique à l'intérieur du conducteur, potentiel constant dans le conducteur. Régime transitoire vers l'équilibre si ce n'est pas le cas. Disposition des charges surfaciques de façon à annuler le champ dans le conducteur.
- Charge surfacique. Discontinuité du champ en surface, et lien avec les charges surfaciques (théorème de Coulomb). Pression électrostatique, les charges sont poussées vers l'extérieur, et ont tendance à déformer le conducteur.
- Obtention du potentiel et du champ pour un ensemble de conducteurs en équilibre. Il faut autant de contraintes que de conducteurs, qui peuvent être par exemple leur charge totale ou leur potentielle. Unicité des solutions, théorème de superposition. Exemples de résolutions avec Poisson.

- Cavité dans les conducteurs qui sont inexistante d'un point de vue électrostatique. Théorème des écrans électriques avec des surfaces à potentiel fixé. Indépendances des solutions de part et d'autres des écrans électriques. Cage de Faraday. Exemple du potentiel créé par une grille.
- Phénomènes d'influence, exemples. Charge des conducteurs par influence. Electromètre.
- Charge surfacique et courbure des surfaces. Effets de pointes. Vent électrostatique.
- Conducteur seul dans l'espace, exemple d'une boule. Résolution. Introduction de la notion de capacité.
- Extension de capacité aux condensateurs. Exemple du condensateur plan.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Pas spécialement d'expérience quantitative, à partir le condensateur d'Aepinus, mais un peu éloigné avec le sujet.

Probablement des petites expériences qualitatives, à voir dans la collection. Charge d'un baton, charge d'une boule d'aluminium par influence, attirer des petits bouts de papier par influence.

Bibliographie conseillée

Des vieux livres de CPGE, comme le BFR (programme de 1ère année), Pérez, Jackson.