

Titre : LP 24 : Phénomènes de résonance dans différents domaines de la physique

Présentée par : Quentin Berrahal

Rapport écrit par : Le Bret/Berrahal

Correcteur : Erwan Allys

Date : 04/05/20

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
TD optique de Clément Sayrin			

Plan détaillé

I – Résonance à 1 degré de liberté : le RLC forcé

1) Résonance en tension

2) Résonance en intensité

3) Universalité

II – Résonance à 2 DDL : RLC couplés

III – Résonance à une infinité de degré de liberté

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : RCL impulsionnel, Impédance complexe, fonction de transfert, Interférences, différences de marche.

Intro : On dira d'un système physique qu'il présente une résonance une fréquence ω_0 si, quand on l'excite à cette fréquence, un de ses paramètres, ou degrés de liberté, présente une réponse maximale.

I -

1)

Fonction de transfert du circuit LC pour la tension aux bornes du condensateur. Ça diverge pour $\omega = \omega_0$.

On rajoute la résistance pour obtenir le module de la fonction de transfert. Cela change la fréquence de résonance en ω_R tant que $Q > 1/\sqrt{2}$.

2)

Calcul de I à partir de $i = C \, dU_C/dt$ qui est résonant pour $\omega = \omega_0$. Largeur de la résonance = ω_0/Q .

3)

Lien avec le régime impulsionnel (réponse à un échelon de tension) où apparaissent ω_R et Q .

On observe des résonance similaire pour une masse attaché à ressort excité à une pulsation ω avec définition de ω_0 et Q .

II -

Deux circuit RLC série couplé par inductance mutuelle. Lois de mailles. On s'intéresse à U_{C1} et U_{C2} . Équation différentielles couplés. Introduction de $U_{C1}+U_{C2}$ et $U_{C1}-U_{C2}$ qui obéissent chacun à des équa diff découplées qui traduisent des résonance à des pulsations différentes.

III -

Calcul de l'intensité transmise dans le Fabry-Perot. Réflexion sur la formule $2e.v.\cos(i)/c$ entier comme pouvant être interprété comme une résonance à un fréquence donnée mais aussi à un angle donnée ou une épaisseur donnée de la cavité.

Questions posées par l'enseignant

Questions

Définition de la resonance: c'est quoi un degre de liberte?

Parametre d'un systeme mesurables independant. (Peu clair) Nombre minimal de parametres independants necessaires a la description de la dynamique.

Dans le circuit LC, il y a divergence de quoi?

De la fonction de transfert, donc une perturbation infime donne lieu à une réponse infinie.

C'est vrai ça?

Oui dans un système non dissipatif: le bruit contient forcément une harmonique résonante.

Et la phase dans tout ça?

Pour le circuit LC, pas important.

Pas sûr, car si la perturbation (bruit) est en opposition de phase avec l'excitation, on a pas divergence.

Qu'est-ce qui se passe dans le régime transitoire pour la réponse à une perturbation à la résonance?
L'amplitude des oscillations croît linéairement.

Il faut différencier une perturbation d'une excitation. Une « petite » excitation est typiquement un forçage de « petite » amplitude. Une perturbation correspond plutôt à une notion de bruit. Pour faire résonner un oscillateur harmonique, la phase joue un rôle important. Une excitation ayant une phase fixée une bonne fois pour toute, elle va faire résonner l'oscillateur harmonique en phase avec elle. Du bruit, même avec une amplitude non nulle à la fréquence de résonance d'un oscillateur, n'aura pas une phase constante avec le temps. Il n'y aura donc pas du tout un transfert d'énergie à chaque instant vers l'oscillateur, et celui-ci ne va pas voir son amplitude diverger, puisque l'excitation ne sera que rarement en phase avec l'oscillation.

Si $Q < 1/\sqrt{2}$, qu'est-ce qui se passe?

Pas d'oscillation, cas amorti (exemple des amortisseurs d'une voiture)

Tu as écrit $U_{\max} = \dots$ "On retrouve le critère $Q > 1/\sqrt{2}$ ", c'est vrai?

Non, on trouve $q > 1/2$

Aspect énergétique?

On a résonance en puissance, et le maximum de puissance Ri^2 (dissipée dans la résistance) est à la fréquence propre d'oscillation.

On considère plutôt l'énergie stockée dans l'oscillateur. Il se trouve qu'à amplitude maximale, l'énergie transférée par l'opérateur effectuant le forçage correspond sur une période à l'énergie dissipée par l'oscillateur, mais ce n'est pas le terme d'intérêt premier.

Parle d'universalité, réponse à un échelon de tension: la résonance y joue un rôle, c'est attendu?

Oui, car l'échelon excite toutes les fréquences, y compris la résonance

Facteur Q = nombre d'oscillations avant amortissement complet/temps de décroissance?

C'est une approximation pour fixer les idées. (Puisque l'exponentielle n'atteint jamais 0)

Existe-t-il une grandeur faisant apparaître le rapport période/ Q ?

Oui, le "décroissement logarithmique"

Analogie avec la mécanique, ressort sur table etc. Ça suffit pour une CPGE?

C'est "avec les mains", on fait l'hypothèse d'un seul degré de liberté, forçage harmonique...
(Système pas très bien défini)

Il faut toujours bien définir les systèmes avec lesquels on travaille, même pour un exemple rapide.

C'est quoi l'analogie électrique de x pour le ressort?
 U_c (tension aux bornes du condensateur).

$1/C$ terme de rappel élastique, comment on établit l'analogie?
Approche énergétique: énergie stockée dans le condensateur $E = \frac{1}{2} q^2 C$; *analogie avec énergie potentielle d'un ressort* $E = \frac{1}{2} kx^2$
Donc l'analogie de x est q , pas U_c !

Résonance à 2 degrés de liberté: c'est quoi le nom de M ?
Inductance mutuelle.

Question sur le plan: pourquoi choisir un système à couplage "inertiel"?
Parce que ce type de couplage a déjà été vu en CPGE.

Deux pendules couplés par ressort de torsion, c'est équivalent?
Non, couplage pas "inertiel", couplage "élastique".

Modes propres ne se "voient pas"? Comment expliquer à des étudiants ce fait?
 U_{c1} et U_{c2} (mesurables) ne sont pas indépendants, et ne sont pas les degrés de liberté indépendants du système: on doit donc découpler le problème, et trouver les modes propres (sym, anti-sym)

Lien avec les molécules de H_2 : toujours ces modes pour deux degrés de liberté?
Oui si les deux masses sont identiques, non si les masses sont différentes (pas sym et anti-sym)

C'est quoi les degrés de liberté dans le Fabry-Perot? Pour la corde de Melde?
On subdivise la corde en "petits morceaux" de cordes, dont les mouvements forment chacun un degré de liberté → nombre de modes propres infini (denombrable)

Commentaires

Si c'était à refaire, peut-être moins de temps sur le Fabry-Perot? Ou alors poser l'équation d'Airy sans refaire le calcul, et mieux expliquer le lien entre cavité résonante et modes propres.

Leçon difficile car un certain nombre de choses doivent être évoquées: pas que du RLC, pas que 1 degré de liberté, étudier l'aspect énergétique, pas que élec/meca, faire le lien avec le microscopique, régime libre/force...

Passer un peu plus de temps à discuter le contenu physique des équations.

Pour illustrer les modes propres sym et anti-sym, peut-être utiliser des oscillateurs mécaniques couplés plutôt que de refaire du RLC, notamment avec un couplage élastique qui est plus simple à étudier?

Bien choisir ses prérequis pour éviter d'avoir à recalculer par exemple la fonction de transfert du RLC ou des masses couplées en meca.

Plus parler des notions de phase, et discuter l'aspect énergétique et la distinction entre régime transitoire et permanent. En particulier, l'oscillateur harmonique (avec forçage) non amorti a une amplitude qui diverge parce que l'excitation est en phase avec les oscillations.

Pour le problème à 1d, on peut utiliser l'électron élastiquement lié, qui a plein d'applications en spectro etc.

La résonance du Sodium (dans une lampe à vapeur) est un bon exemple pour une manip qualitative illustrant les phénomènes de résonance.

Faire une définition précise de la notion de degré de liberté, bien réfléchir à l'application au Fabry-Perot.

Évoquer la notion de "cavité résonante" ou la sélection des modes propres est due aux conditions aux limites (exemple corde de Melde ou Fabry-Perot)

Pour l'analogie avec le système mécanique, faire attention à bien définir le système, les degrés de liberté, appliquer le PFD etc.

Dans les rapports du jury, ils spécifient que le "maximum d'amplitude" n'est pas suffisant pour définir une résonance (ex de résonance en vitesse), donc mieux vaut donner une définition en termes énergétiques.

Insister sur le fait que les résonances sont liées à l'existence de modes propres d'oscillation du système, très important pour la phénoménologie (ex de l'électron élastiquement lié).

Insister sur l'importance des conditions aux limites pour l'existence de modes propres des cavités résonantes (décrites en terme soit d'ondes stationnaires, soit d'ondes progressives réfléchies aux extrémités)

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

La difficulté de cette leçon tient au fait qu'elle brasse un grand nombre de notions distinctes, ainsi qu'à son caractère transverse vis-à-vis du programme de CPGE. Il est donc important de bien identifier les pré-requis pour permettre un déroulement fluide de la leçon, et de bien construire un parcours à travers les notions évoquées qui soit fluide, progressif, et cohérent.

Un travers de la leçon présentée est qu'elle se focalisait trop sur les résultats calculatoires sans prendre suffisamment du recul sur les notions transverses liées aux résonance. Le fait que pour un grand nombre de degré de libertés le point central soit autour des cavités résonantes et des modes propres résonants à également été mal identifié, ou tout du moins pas mis assez en évidence. De la même façon, une approche minimale de l'excitation progressive d'une résonance, ainsi que des notions énergétiques, auraient été les bienvenues. Pour pouvoir évoquer toutes ces notions, il est donc impératif de ne pas consacrer trop de temps dans les calculs.

De manière générale, il faut essayer d'être cohérent avec les pré-requis choisis. On n'introduira pas la cavité Fabry-Perot en 5 minutes à la fin d'une leçon sur la résonance, mais celle-ci aura a priori déjà été étudiée préalablement. De même, ce n'est pas la première leçon où les étudiants découvrent des systèmes d'ordre 1 et 2 en mécanique et électronique. Cela n'empêche pas de refaire certains calculs, mais il n'est en aucune façon nécessaire de tous les faire, comme de prétendre que les étudiants découvrent ces notions pour la première fois.

Pour finir, et lorsqu'on fait appel justement à un certain nombre de notions que les étudiants ont normalement déjà vu, il est d'autant plus important et utile d'utiliser un vocabulaire précis. Cela permettra de définir efficacement les systèmes utilisés, et évitera de laisser un certain flou dans leur définition. C'est l'occasion de se mettre au clair sur les différentes dénominations, de bien identifier par exemple ce qu'est un couplage inertiel ou élastique, etc. Il est aussi conseillé lorsqu'on va consacrer du temps à un système donné de peser le choix de système par rapport aux autres possibilités qui sont offertes, et de faire ce choix en connaissance de cause en lien avec les notions que l'on veut mettre en avant ainsi qu'avec le temps qu'on veut y consacrer.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Un certain nombre de plans sont possibles, proposant un parcours autour de notions liés à la résonance. En construisant ce plan, si possible autour d'une problématique centrale à laquelle on rattachera les différents éléments, bien peser le temps qu'on veut consacrer à chaque notion et sur quels concepts on veut s'attacher particulièrement. Il est possible de ne pas évoquer toutes les notions ci-dessous, et il est tout à fait raisonnable d'en laisser de côté, ou tout du moins d'en évoquer certains seulement rapidement ou en ouverture.

Une liste des notions un peu en vrac, pas forcément ordonnée, et sans appartenance à une catégorie unique :

- Mise en place des oscillations résonantes pour un oscillateur à un degré de liberté (harmonique et/ou harmonique amorti). Excitante d'une fréquence propre proche de laquelle une résonance a lieu en RSF. Augmentation progressive de l'amplitude, importance des notions de phase dans l'excitation. Oscillateur harmonique, saturation de

l'amplitude quand l'énergie transmise dans une période par le forçage est nulle, ou bien divergence de l'amplitude (limite du modèle). Oscillateur amorti, saturation de l'amplitude lorsque l'énergie transmise par le forçage sur une période correspond à la dissipation lors d'une période.

- Autres caractéristiques temporelles et fréquentielles d'un système résonant à un degré de liberté. Fonction de transfert et résonance en amplitude. Attention, lors d'un RSF, la phase de l'oscillation correspond à celle de l'excitation, ce qui ne veut pas dire qu'elle n'a pas d'importance (imaginer une excitation sur un système déjà résonant, dont les phases du forçage et de l'oscillation initiale sont différentes). Limitation de la modélisation sans frottement. Hauteur et finesse de la résonance pour un oscillateur amorti. Caractérisation temporelle, nombre d'oscillation correspond au facteur de qualité. Réponse impulsionnelle et transfert d'énergie proches de la fréquence propre du système.
- Système à deux degrés de liberté. En mécanique comme en électronique, couplage élastique ou inertiel, élastique généralement plus simple. Identification des modes propres d'oscillation. Résonance de chaque mode.
- Résonances dans un système complexe. En pratique il peut y avoir un grand nombre de résonances. Lorsqu'on excite un système proche d'une de ses résonances, c'est la réponse de celle-ci qui domine le système, et qui permet de modéliser celui-ci de façon simple, à partir de cette résonance seulement. Exemple de l'électron élastiquement lié, modélisation suffisante proche d'une fréquence de résonance, même si le système est beaucoup plus complexe en pratique. Application de transfert d'énergie à une fréquence propre pour des systèmes plus complexes (latte de plancher qui vibre devant une enceinte, etc.). Aussi le cas dans le cadre de cavités résonantes.
- Cavités résonantes. Systèmes avec un nombre potentiellement infini de degrés de liberté (à identifier clairement !). Conditions aux limites mènent à l'apparition de modes propres résonants. Les résonances sur ces modes sont d'autant plus piquées que les conditions aux limites sont strictes. Lien avec les notions d'amplification temporelle et d'énergie stockée dans les modes, avec max d'amplitude relié aux pertes. Identifications des modes propres en ondes stationnaires ou en ondes progressives avec réflexions et retours en phase. Exemple sur la corde de Melde (simple), sur une cavité acoustique, sur une cavité Fabry-Perot. Côté sélection de modes.
- Le lien entre les systèmes d'ordre 2 en mécanique et électrocinétique, même si il peut être utilisé et permet d'illustrer le côté universelle de l'étude faite, ne constitue cependant pas en soi un sujet central dans cette leçon.
- Il n'est pas forcément utile ni nécessaire de consacrer du temps, ou en tout cas beaucoup de temps, à la distinction entre résonance en vitesse et en position pour un système à un degré de liberté. Réfléchir sur le temps qu'on veut y consacrer, et ce que cela apporte au message de la leçon.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Résonances de systèmes mécanique ou électrique à un degré de liberté. Visualisation fréquentielle ou temporelle des résonances, régime libre, forcé, mise en place des oscillations.

Résonance de systèmes mécanique ou électrique à deux degrés de liberté. Les couplages élastiques sont plus simples à mettre en équation et à visualiser. Identification des modes propres, fréquences de résonances.

Résonance d'une lampe à vapeur de sodium.

Bibliographie conseillée

Un panel de livres de niveau CPGE est généralement suffisant.

Perez peut synthétiser utilement.

En plus :

Landau de mécanique pour les oscillateurs à un degré de liberté

Feynman, Berkeley, et autres pour des illustrations plus variées.