Titre : LP 17 - Interférences à deux ondes en optique

Présentée par : Rémi Metzdorff **Rapport écrit par** : Martin Bouillard

Correcteur : Marc Rabaud **Date** : 21/01/2019

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
HPrépa, Ondes 2e année	J.-M. Brébec, T. Desmarais, A. Favier, M. Ménétrier, B. Noël, R. Noël, C. Orsini, and J.-M. Vanhaecke.	Hachette	2004
Acoustique des instruments de musique.	A. Chaigne and J. Kergomard.	Belin edition	2008
M.-N. Sanz, F. Vandenbrouck, B. Salamito, and D. Chardon.	*Tout en Un Physique PC-PC**.	Dunod	2016
Course of theoretical physics	L. Landau and E. Lifschitz		
P. Morse and U. Ingard.	*Theroretical acoustics*.		1986

Plan détaillé

Introduction

I Description des ondes acoustiques

1.1 Approximation acoustique

1.2 Equation de propagation

1.3 Retour sur les hypothèses

II Aspect énergétique

2.1 Conservation de l'énergie

2.2 Intensité acoustique

2.3 Impédance acoustique

III Quelques exemples

Conclusion

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Prérequis : Mécanique des fluides, thermodynamique, ondes électromagnétiques.

Introduction

Montrer l'extrait de la vidéo [?]. Dans cette vidéo, on a vu de nombreux exemples qui montrent le caractère vibratoire des ondes acoustiques et leur lien avec le son, la musique. L'objectif de cette leçon va être de décrire les ondes acoustiques, principalement dans les fluides et de voir comment leur manipulation peut conduire à la fabrication d'instruments, mais aussi à la compréhension du comportement de nombreux objets.

1 Description d'une onde acoustique

Les ondes acoustiques sont des ondes mécaniques. Elles correspondent à la propagation d'une déformation dans un milieu matériel. Insister sur la nécessité d'un milieu matériel, qui peut être fluide ou solide. Ici on va principalement s'intéresser aux ondes acoustiques dans l'air.

1.1 Approximation acoustique

Les ondes acoustiques résultent d'un couplage entre des variations de pression et le déplacement des particules de fluide. On va donc s'intéresser à ces deux grandeurs principalement. Cependant, le fluide est compressible et il va aussi y avoir des variations de volume donc de masse volumique. D'autres grandeurs (température, etc.) sont également amenées à varier ce qui va conduire à effectuer certaine hypothèse, que l'on pourra vérifier ensuite.

Dans un premier temps, on s'intéresse à un fluide au repos :
- de vitesse moyenne nulle ;
- de pression moyenne P_0 ;
- de masse volumique moyenne μ_0.

L'onde sonore correspond à une faible perturbation du fluide par rapport à cet état de repos :
- $\vec{v}(M,t) = \vec{v_1}(M,t)$, petite devant un vitesse caractéristique que l'on déterminera ;
- $P(M,t) = P_0 + p_1(M,t)$, où $p_1(M,t) \ll P_0$;
- $\mu(M,t) = \mu_0 + \mu_1(M,t)$ où $\mu_1(M,t) \ll \mu_0$;

et sera traité comme tel. On négligera ainsi tous les termes d'ordre deux dans les équations. C'est l'approximation acoustique.

Dans le cadre de cette leçon, on considère l'écoulement comme parfait en négligeant la viscosité du fluide. Ceci conduit à une déformation élastique rapide du fluide, c'est à dire réversible, ce qui nous permettra de formuler une hypothèse thermodynamique.

> **Transition :**
> On vient de définir le cadre de l'étude des ondes acoustiques dans un fluide. On peut maintenant déterminer l'équation qui régit l'évolution de ces ondes en exploitant les outils de la mécanique des fluides et de la thermodynamique.

1.2 Équation de propagation

On peut tout d'abord utiliser l'équation de la conservation locale de la masse :

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \mathrm{div}(\mu \vec{v}) = 0,$$

qui conduit après linéarisation à

$$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} + \mu_0 \mathrm{div}\vec{v_1} = 0.$$

Cette équation fait apparaitre un premier lien entre μ_1 et $\vec{v_1}$ alors qu'on préfèrerai un lien entre p_1 et $\vec{v_1}$.

On peut faire ce lien à travers un coefficient thermodynamique. La transformation associée au passage de l'onde est rapide donc on la supposera adiabatique et réversible, c'est à dire isentropique. Dans ce cas on utilise le coefficient de compressibilité isentropique χ_S

$$\chi_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial V}\right)_S.$$

Un développement de Taylor donne ainsi la relation $\mu_1 = \chi_S \mu_0 p_1$. En l'injectant dans l'équation de conservation de la masse, on obtient après linéarisation

$$\chi_S \frac{\partial p_1}{\partial t} + \text{div}\vec{v_1} = 0. \tag{1}$$

L'écoulement étant parfait, on utilise l'équation d'Euler en négligeant la gravité :

$$\mu\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v}\,\vec{\text{grad}}\right)\vec{v}\right) = -\vec{\text{grad}}P.$$

L'hypothèse v_1 petite conduit à négliger le terme non linéaire de l'équation d'Euler

$$\left|\left|\left(\vec{v}\,\vec{\text{grad}}\right)\vec{v}\right|\right| \ll \left|\left|\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right|\right|$$

ce qui est vrai si $||v_1|| \ll c$, où $c = \lambda\nu$ est la vitesse de l'onde acoustique. Cette condition peut être vérifiée à posteriori. Avec ces hypothèses, on aboutit à l'équation linéarisée

$$\mu_0 \frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} = -\vec{\text{grad}}p_1. \tag{2}$$

En dérivant l'équation de conservation de la masse 1 par rapport au temps et en prenant la divergence de l'équation d'Euler 2, on obtient l'équation de d'Alembert pour la surpression p_1

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2}\Delta p_1 = 0, \tag{3}$$

où $c = 1/\sqrt{\chi_S \mu_0}$ est la vitesse de l'onde acoustique. De même, en dérivant Euler par rapport au temps et en prenant le gradient de la conservation de la masse, on obtient l'équation de d'Alembert pour la vitesse $\vec{v_1}$

$$\frac{\partial^2 \vec{v_1}}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2}\Delta \vec{v_1} = 0. \tag{4}$$

Remarque :
Pour l'équation de d'Alembert sur la vitesse, il faut de plus supposer l'écoulement irrotationnel, ce qui est raisonnable dans l'hypothèse d'un écoulement parfait et en appliquant le théorème de Kelvin.

Transition :
Pour établir ces équations de propagation, on a fait plusieurs hypothèses qu'il faut vérifier.

1.3 Retour sur les hypothèses

Slide :
Quelques ordres de grandeur. L'intensité sera définie proprement ensuite. Même pour des sons très intenses, les hypothèses de perturbations faibles sont vérifiées, donc l'approximation acoustique est valide.

La deuxième hypothèse réalisée est celle d'une transformation adiabatique réversible. Pour une évolution isentropique du fluide, on utilise la loi de Laplace PV^γ = cte, où $\gamma = c_p/c_v$ est le rapport des capacité calorifique à pression et volume constant. On trouve ainsi $\chi_S = 1/\gamma P_0$ et donc

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\mu_0}}.$$

Si le fluide peut-être considéré comme un gaz parfait, on obtient finalement en utilisant l'équation d'état des gaz parfaits

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}. \tag{5}$$

On peut vérifier expérimentalement cette relation en mesurant la vitesse du son dans l'air.

Expérience :
Mesure de la vitesse du son dans l'air avec une onde ultra-sonore. On pourrait remonter à cette vitesse en mesurant le temps de vol d'une impulsion brève entre un émetteur et un récepteur ultra-sonore mais cette mesure est sujette à une incertitude importante car on ne connait pas exactement leur géométrie. Je préfère ici mesurer la longueur d'onde en déplaçant de plusieurs longueur d'onde le récepteur devant l'émetteur sur un banc optique.

L'air n'est pas un milieu dispersif pour les ondes acoustiques.

Remarque :
Pour une transformation isotherme, on utilise le coefficient de compressibilité isotherme χ_T et on trouve

$$c = \sqrt{\frac{RT_0}{M}},$$

ce qui n'est pas en accord avec les observations expérimentales.

Transition :
Les résultats que l'on a obtenu jusqu'à maintenant semblent expliquer convenablement les observations expérimentales. Montrer la vidéo [?]. Cette vidéo met en évidence que les ondes sonores transportent de l'énergie.

2 Aspects énergétiques

Dans cette partie, on fait directement le parallèle avec les résultats obtenus pour les ondes électromagnétiques.

2.1 Conservation de l'énergie

La puissance P transférée par l'onde acoustique à travers une surface orientée $\vec{S}$ correspond à la puissance des forces de pression soit

$$P = (P_0 + p_1)\vec{S} \cdot \vec{v_1}.$$

Comme P_0 est constante, elle donnera avec $\vec{v_1}$ un terme de moyenne temporelle nulle qu'il n'est pas nécessaire de considérer. On peut ainsi définir le vecteur de Poynting sonore $\vec{\Pi}$

$$\vec{\Pi} = p_1\vec{v_1}, \tag{6}$$

qui correspond aux transferts d'énergie dû à la surpression donc aux ondes acoustiques.

Par ailleurs on souhaite exprimer la densité d'énergie du milieu liée au passage de l'onde acoustique. Comme il s'agit d'une onde de vitesse et de pression, on retrouve deux contributions :

— cinétique e_c liée à la vitesse $\vec{v_1}$
$$e_c = \frac{1}{2}\mu_0 v_1^2;$$

— potentielle e_p lié à la compression du fluide et analogue à l'énergie potentielle d'un ressort comprimé
$$e_p = \frac{1}{2}\chi_S p_1^2.$$

La densité volumique d'énergie associée à l'onde acoustique e est donc

$$e = \frac{1}{2}\mu_0 v_1^2 + \frac{1}{2}\chi_S p_1^2. \tag{7}$$

Le cadre de la description des ondes acoustiques nous a conduit à négliger les phénomènes dissipatifs. Au niveau local, une variation d'énergie ne peut être due qu'à son transport par l'intermédiaire des forces de pression, si bien qu'on peut retrouver l'équation locale de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{\Pi} = 0. \tag{8}$$

Dans ce modèle, une onde plane n'est pas atténuée et l'atténuation d'une onde sphérique n'est due qu'à un facteur géométrique de dilution dans l'espace.

Remarque :
Pour une onde plane progressive harmonique, $e_c = e_p$.

Transition :
Les flux de puissance dûs aux ondes acoustiques sont généralement très faibles, si bien qu'il est souvent utile d'utiliser l'intensité acoustique.

2.2 Intensité d'une onde acoustique

L'intensité sonore I est définie comme la moyenne temporelle de la puissance reçue par unité de surface, soit en utilisant le vecteur de Poynting

$$I = \left\langle \overrightarrow{\Pi} \cdot \overrightarrow{n} \right\rangle.$$

Pour plus de commodité, il est d'usage de l'exprimer en décibel (dB)

$$I_{\mathrm{dB}} = 10 \log \frac{I}{I_0}, \tag{9}$$

avec $I_0 = 10^{-12}\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2}$ qui correspond au seuil d'audibilité.

Slide :
Audition humaine. On entend bien les sons entre 20 Hz et 20 kHz. L'oreille est très sensible à une grande diversité d'intensité sonores ce qui justifie l'utilisation d'une échelle logarithmique.

Ici c'est propre à l'Homme mais certains animaux sont capables de produire et percevoir des infra-sons (éléphant, girafe) et ultra-sons (cétacés).

Transition :
Terminons le parallèle avec l'électromagnétisme en s'intéressant à la notion d'impédance acoustique, qui exprime un lien simple entre la vitesse du fluide et la surpression.

2.3 Impédance acoustique

Ici on s'intéresse à un type de solutions particulières de l'équation de d'Alembert : les ondes planes progressives harmoniques de la forme

$$p_1 = P_0 \cos\left(\omega t - \overrightarrow{k}.\overrightarrow{r} + \varphi\right),$$

analogues aux OPPH électromagnétiques, où $\overrightarrow{k} = 2\pi/\lambda$ est dans la direction de propagation de l'onde. Comme les équations qui décrivent le phénomène sont linéaires, on peut utiliser la notation complexe

$$\underline{p_1} = \underline{P_0} e^{i\left(\omega t - \overrightarrow{k}.\overrightarrow{r}\right)}. \tag{10}$$

En utilisant l'équation d'Euler 2, on trouve

$$\mu_0 i\omega \underline{\overrightarrow{v_1}} = i\overrightarrow{k}\,\underline{p_1},$$

d'où

$$\underline{\overrightarrow{v_1}} = \frac{1}{\mu_0 c} \underline{p_1} \overrightarrow{n}. \tag{11}$$

Ce lien entre la vitesse et la surpression peut être exprimé comme en électromagnétisme à l'aide de l'impédance acoustique du milieu Z définie comme

$$Z = \frac{p_1}{v_1}, \tag{12}$$

exprimé en $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-2}$. Dans le cas d'une onde plane progressive harmonique, ce rapport vaut

$$Z = \mu_0 c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\chi_S}}. \tag{13}$$

Plus la masse volumique du fluide est grande et plus la compressibilité du fluide est faible, plus l'impédance est grande, d'où

$$Z_{\mathrm{solide}} > Z_{\mathrm{liquide}} \gg Z_{\mathrm{gaz}}.$$

Remarque :
L'impédance électromagnétique est définie comme

$$Z = \frac{E}{H} = \frac{\mu}{\epsilon}.$$

De la même façon qu'en électromagnétisme, la propagation d'une onde acoustique à travers un dioptre donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise.

Slide :
Réflexion et transmission sur un dioptre. On voit qu'un changement brutal et important d'impédance ($Z \to 0$ ou $Z \to \infty$) conduit à une réflexion totale de l'onde acoustique incidente. On peut parler du gel pour l'échographie, de l'écho contre un mur, etc.

Transition :
Des réflexions multiples peuvent conduire à l'établissement d'ondes stationnaires. Leur maitrise permet de fabriquer des cavités résonantes en vue de réaliser des instruments de musique par exemple.

3 Production d'ondes acoustiques

3.1 Tuyau sonore

Schéma du tuyau. On s'intéresse à une onde acoustique se propageant dans le tuyau. Les extrémités du tuyau imposent des conditions aux limites :

- une extrémité ouverte impose que la pression doit être P_0, mais ne donne pas de restriction sur la vitesse ;
- à l'inverse, une extrémité fermée impose une vitesse nulle (impénétrabilité) mais rien sur la pression.

Les extrémités du tuyau correspondent donc à des sauts d'impédance

$$Z_{\text{fermé}} = \infty \quad , \quad Z_{\text{ouvert}} = 0, \tag{14}$$

qui vont donner lieux à des réflexions totales. Dans le tuyaux, on a donc une superposition d'ondes contra-propageantes qui donne naissance à une onde stationnaire de la forme

$$p_1 = P_0 \cos(\omega t) \left[A \cos(kx) + B \sin(kx)\right]. \tag{15}$$

Pour un tuyau ouvert aux deux extrémités, on trouve par exemple $A = 0$ et

$$k_n = n\frac{\pi}{L}. \tag{16}$$

Slide :
Mode d'un tuyau sonore.

3.2 Plaque vibrante

Conclusion

Slide :
Photo d'un train. On veut que l'onde dans la catenaire aille plus vite que le train, les oscillations vont créer des faux contacts. Par exemple pour le dernier record de vitesse d'un TGV, ils ont du retendre les cables.

il y a aussi le confort es passager avec la transmission des vibrations.

Questions posées par l'enseignant

Q1 Vous avez négligé le terme en v.gradv dans l'équation d'Euler, pouvez vous le justifier et discuter de sa limite ?

On fait le rapport de v.grad v sur dv/dt. Tant que v<<c, c'est valable.

Q2 Dans votre expérience, on voit que l'amplitude diminue quand on éloigne le capteur pourquoi ?

On a une onde sphérique, donc l'amplitude diminue.

Remarque : je pense qu'on peut faire cette mesure.

Q3 Quelle est votre incertitude dominante dans cette expérience, qu'est ce qu'il faudrait améliorer pour gagner une décimale.

On pourrait mesurer encore plus de longueur d'onde ou changer de fréquence.

Q4 Est ce qu'il y a d'autre paramètre ?
La température, mais on la mesure. Il y a la masse molaire, ici on suppose que l'on a que du dioxygène et du diazote. Ça marche si l'air est sec, mais quand c'est humide alors non.

Q5 Dans la présentation des micro piliers, est ce que vous pouvez expliquer comment exciter le micro pilier ?

Ce sont des micro pilier. Ici, on a juste modélisé le pilier et la membrane. Pour l'excitation, on peut le faire avec un champ em et une petite antenne.

On peut aussi le faire vibrer avec une piezo en contact avec la structure, ou utiliser la pression de radiation et de la lumière.

Q6 Pour la caténaire, comment pouvez-vous expliquer que ce sont des ondes sonores ?

Ce sont des ondes de flexion et mais pas acoustique.

Q7 Est ce qu'il existe une polarisation de ses ondes ?

Non, car la déformation est dans l'axe de la propagation.

Q8 Est ce qu'il y a des distinctions particulières avec les ondes em ?

On a des coefficients de réflexion et de transmissions

Q9 Peut-on faire des lentilles acoustiques ?

On peut les faire en utilisant la diffraction des ondes acoustiques.

On peut aussi faire de la focalisation, c'est utiliser en médecine pour focaliser des ultrasons sur des cailloux. Cependant les longueurs d'ondes sont grandes donc les objets aussi, ce n'est pas très pratiques.

Q10 Pour les gaz, on trouve que la vitesse du son est presque égale à la vitesse quadratique moyenne, est ce que vous pouvez l'expliquer ?

L'onde se transmet par contact des particules. Donc ça parait logique.

Q11 Est ce que dans un liquide la vitesse quadratique est plus grande ? Non. Pourtant, la vitesse du son est plus grande.

Dans le cas des sphères dures la longueur à parcourir est la distance entre les particules. Donc dans les fluides, elles sont plus proches, donc ça va plus vite.

Q12 On a des bulles d'air dans l'expresso après l'avoir fait. Est-ce que l'on peut étudier l'influence de la vitesse du son dans le café ?

Ça change la compressibilité et la masse volumique.

Prenons un modèle à une dimension. Il faut sommer les temps de propagation des bulles et de l'eau. S'il y a beaucoup de bulle, c'est la célérité de l'air qui va dominer, sinon c'est celle du fluide.

Q13 Dans les solides, on peut propager des ondes acoustiques, on a plus de type d'onde, vous pouvez commenter ?

Il y a les ondes de compressions et les ondes de cisaillements. Il faut considérer l'interaction d'une couche de fluide avec sa voisine, et donc de la viscosité. Est-ce que l'on peut transmettre ce type d'onde dans un fluide visqueux ? Ça s'amortie très vite (sur l'échelle de la longueur d'onde) donc on ne transmet pas.

Q14 Peut-on expliquer que le vent est un effet important sur la propagation du son ?

On a négligé le terme en v_0 dans notre équation. Un vent raisonnable, on va à 10m s, donc c'est négligeable, mais pourtant il porte très bien le son. (Expliquer par Stokes)

On a un écoulement de couche limite (v croit avec z) et donc les ondes sonores sont ramenées vers le sol si le vent va vers nous. Si c'est l'inverse les ondes sont emmenées vers le haut. Ce n'est plus vrai en altitude.

Q15 Peut-on regarder l'expression de l'impédance de l'air quand on diminue la pression ? et la célérité ?

Ça célérité, non car elle ne dépend que de la température.
Pour l'impédance, Z, μ_0 diminue, donc l'impédance devient nulle. Cf l'expérience classique du réveil qui fait du bruit dans une enceinte dans laquelle on baisse la pression.

Q16 Est ce que l'on localise mieux les sons aigus ou graves ?

Q17 Est ce que vous avez envisagé de faire d'autre expériences ?

On peut faire avec des impulsions sonores. Mais celle-ci est plus précise.

On peut aussi faire l'effet Doppler. Mais ça prend du temps de l'introduire pendant la leçon.

Il y a aussi l'expérience de la dispersion dans un tuyau en plastique. Mais ça fait parler de dispersion que l'on n'aborde pas ici.

Q18 Vous avez parlé de la vitesse du son dans l'hélium, elle est beaucoup plus élevée. Comment est-ce que l'on peut expliquer les difficultés des personnes à communiquer dans l'hélium ?

L'hélium augmente la vitesse du son car la masse molaire diminue. Lambda est fixer par la cavité de la bouche, la célérité augmente, donc la fréquence augmente.

Comment fait-il pour se parler ?
Les oreilles c'est la même chose donc ça marche. En revanche, avec des micros, ça ne marche pas...

Q19 Dans les ondes acoustiques, les ondes sont en phases. Dans le tube, elles sont en quadrature, pourquoi ?

Ici, on n'a pas une onde plane, mais une onde stationnaire.

Commentaires donnés par l'enseignant

La leçon est bien construite, tu es à l'aise. Sur l'expérience, c'est un peu frustrant d'avoir un seul point. On peut essayer de faire d'autres fréquences ? Pb : le piezo ne marche pas à d'autres fréquences.

Tu connais les résultats, très bien, mais tu sautes un peu trop de démonstration parfois. L'équation de d'Alembert, la vitesse du son dans un GP. Pour l'énergie...

Quelle est la différence entre le tube de Kundt et le tube de Rubens ? Ici on met en évidence les ventres de pression. Et on a des flammes.

Le théorème de Kelvin n'est pas au programme.

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

- Très bonne leçon, agréable, de la rigueur. De bonnes illustrations/vidéo

Quelques détails améliorables :

- Prérequis : être plus précis que « principaux résultats de la mécanique des fluides ».
- Éviter de trop recourir au « on peut montrer que » alors qu'il suffit parfois d'une ligne de calcul au tableau pour finir le calcul.
- Tube de Rubens (avec un « s », Heinrich Rubens 1905).
- Micro-pilier, bien expliquer le forçage et le mode excité.

Bonne gestion du temps.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

- L'Effet Doppler est un grand classique, que vous auriez peut-être pu caser quand même.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

- Expérience : Vous n'avez qu'un point, justifier le (une seule fréquence possible pour le quartz). Par exemple parler de l'atténuation de l'onde avec la distance (géométrique sans doute mais vérifiable). Vous avez un peu fait le minimum syndical. Profiter plus de l'expérience, par exemple montrer en mettant la main devant le récepteur que vous absorbez une partie de l'onde.

Bibliographie conseillée

A. Chaigne. Ondes acoustiques. Editions Ecole Polytechnique, 2011.

Plus simple que

A. Chaigne and J. Kergomard. Acoustique des instruments de musique. Belin, 2008.