Titre : Couplage des oscillateurs

Présentée par : Bernard Chelli **Rapport écrit par** : Bernard Chelli

Correcteur : Jules Fillette, Julien Froustey **Date** : 08/04/2020

Bibliographie de la leçon :			
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**	**Année**
Perez de mécanique (chapitre 25)			
Dunod PCSI 2014 j'intègre tout en un			
https://www.youtube.com/watch?v=f1U4SAgy60c (video sur batiments)			
http://ressources.unisciel.fr/sillages/physique/ondes_mecaniques/res/osc-couples.pdf (cours avec exemples simples)			

Plan détaillé

Niveau : L2/CPGE (au choix)

Prérequis : Induction, Oscillateur Harmonique (étude des résonances), Circuit RLC

Intro : Nous avons étudié jusqu'ici différents systèmes qui sont modélisées par l'oscillateur harmonique. Notamment nous avons mis en évidence l'importance des fréquences propres du système dans les résonances. Nous allons aujourd'hui étudier comment on peut modifier les fréquences de résonance d'un système sans modifier la valeur de ses composants initiaux via le couplage d'oscillateurs.

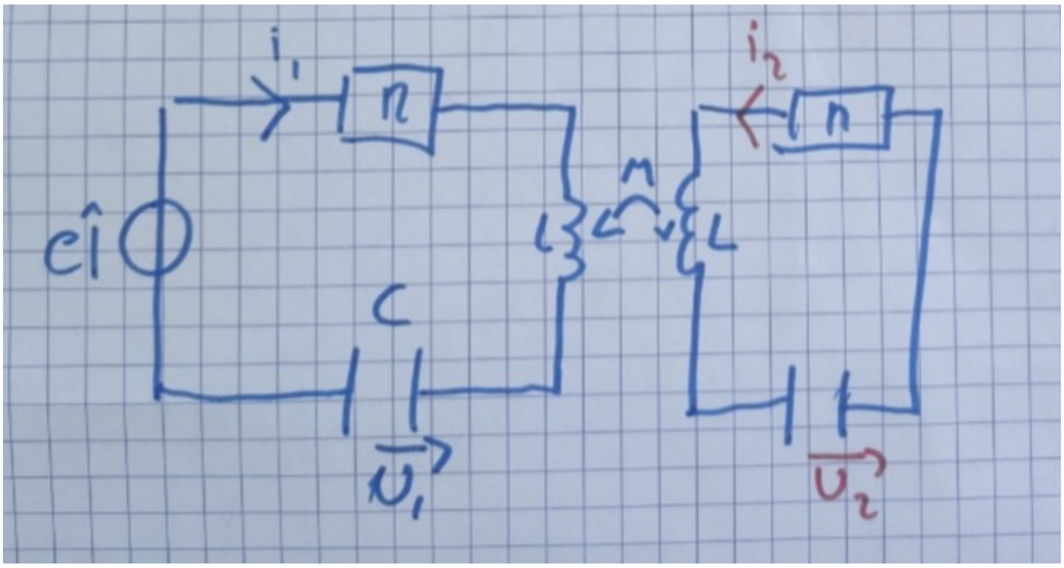
Rq : après réflexion traiter entièrement le II puis introduire le I semble plus logique. Le III peut être mis en ouverture surtout qu'on n'aura pas le temps de le traiter en 30 min.

I] Un premier exemple de couplage, le couplage inductif

On commence par définir ce qui est un couplage : Lien entre 2 systèmes permettant agir l'un sur l'autre.

A) Étude du système

Faire un schéma de 2 oscillateurs couplés avec inductance mutuelle, faire attention aux conventions prises, notamment la convention générateur pour la tension du condensateur du deuxième circuit.



Ce schéma est celle du transformateur, cette fois on ne s'intéresse pas à ses propriétés qui permettent de modifier la valeur de la tension reçue mais plutôt à son caractère d'oscillateur.

Re-inroduire le coefficient d'inductance mutuelle ([1] p. 1079). La bobine du premier circuit est parcourue par un courant et émet un champ magnétique sur la bobine du deuxième circuit. Un courant est alors induit à l'intérieur de cette dernière bobine ce qui crée un autre champ magnétique ressenti par la bobine du premier circuit.

Les flux magnétiques envoyés réciproquement par le premier circuit et le deuxième circuit l'un à travers l'autre sont données par les formules :

$$\varphi_{1-2} = Mi_1 \qquad \varphi_{2-1} = Mi_2$$

M est **le coefficient d'inductance mutuelle** (en Henry) entre les deux circuits. (rq, Lmax = racine(L1*L2))

Avant de commencer à écrire les équations sur les lois des mailles préciser que le lien entre le courant dans le deuxième circuit et le deuxième condensateur a un signe – du aux conventions du schéma. Les composants des circuits, L, C et R sont identiques.

Écrire les équations suivantes :

$$\begin{cases} e = Ri_1 + L\dfrac{di_1}{dt} + U_1 + M\dfrac{di_2}{dt} & i_1 = C\dfrac{dU_1}{dt} \\ 0 = Ri_2 + L\dfrac{di_2}{dt} - U_2 + M\dfrac{di_1}{dt} & \text{or } i_2 = -C\dfrac{dU_2}{dt} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e = U_1 + RC\dfrac{dU_1}{dt} + C(L-M)\dfrac{d^2U_2}{dt^2} \\ 0 = +U_2 + RC\dfrac{dU_2}{dt} + C(L-M)\dfrac{d^2U_1}{dt^2} \end{cases}$$

Ces équations sont **couplées**. On voie que U2 agit dans l'équation du premier circuit et vice-versa. On veut se ramener à des équations qu'on sait résoudre, pour cela il faut découples les équations. Pour ce faire on introduit deux nouvelles variables S et D.

S = U1+U2

D = U1-U2

Nous allons ensuite combiner nos 2 équations couplés pour faire apparaitre ces nouvelles variables. On somme et on fait la différence de nos équations. On trouve alors :

$$\begin{cases} e = S + RC\dfrac{dS}{dt} + C(L-M)\dfrac{d^2S}{dt^2} \\ e = D + RC\dfrac{dA}{dt} + C(L+M)\dfrac{d^2A}{dt^2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{e}{C(L-M)} = S\overbrace{\left(\dfrac{1}{C(L-M)}\right)}^{\omega_{0_1}^2} + \dfrac{R}{L-M}\dfrac{dS}{dt} + \dfrac{d^2S}{dt^2} \\ \dfrac{e}{C(L+M)} = D\underbrace{\left(\dfrac{1}{C(L+M)}\right)}_{\omega_{0_2}^2} + \dfrac{R}{L+M}\dfrac{dD}{dt} + \dfrac{d^2D}{dt^2} \end{cases}$$

On reconnait 2 équations du premier ordre qu'on sait résoudre et on voit apparaitre 2 pulsations propres. Ces pulsations propres sont les pulsations du système, C.A.D le circuit dans son ensemble.

On peut constater plusieurs choses :

- le système possède 2 pulsation propres différentes toutes les deux des pulsations propres de chaque circuit isolé (1/racine(LC)). Cette différence est du au couplage. En effet sans couplage M = 0 et on retrouve les pulsations propres du circuit non couplé.

- La forme des solutions de U1 et U2 est une combinaison linéaire des expressions de S et D. En effet U1 = S+D/2. Nous étudierons les solutions dans le cas d'un autre exemple de couplage plus tard dans la leçon.

(rq. On pourrait faire ici des expériences et rentrer dans le détail des solutions si on avait accès à des manips)

Transition : Le couplage entre les circuits fait qu'ils vont communiquer entre eux, qu'en est-il de l'énergie dans le système ?

B) Etude énergétique

On multiplie nos équations initiales par i1 et i2 respectivement. On aboutit alors à :

$$\begin{cases} i_1 e = R i_1^2 + L\left(i_1 \dfrac{di_1}{dt}\right) + M i_1 \dfrac{di_2}{dt} + C\left(\dfrac{dU_1}{dt}\cdot U_1\right) \\ 0 = R i_2^2 + C\left(\dfrac{dU_2}{dt}\cdot U_2\right) + L\left(i_2 \dfrac{di_2}{dt}\right) + M\left(i_2 \dfrac{di_1}{dt}\right) \end{cases}$$

Somme $\Rightarrow$ $$0 = \underbrace{R i_2^2 + R i_1^2}_{\text{dissipation par effet Joule}} + \frac{d}{dt}\Big(\underbrace{\tfrac{1}{2} L i_2^2 + \tfrac{1}{2} L i_1^2 + \tfrac{1}{2} C U_2^2 + \tfrac{1}{2} C U_1^2}_{\text{énergie emmagasiné par condensateurs et bobines}} + \underbrace{M i_1 i_2}_{\text{énergie du au couplage!}}\Big)$$

Plusieurs choses à dire :

- Une nouvelle énergie du au couplage apparait.

- L'énergie dans les composants varie au cours du temps. En effet le couplage fait que l'énergie dans un des circuits sera transféré à l'autre circuit et vice-versa. Le couplage permet l'échange d'énergie entre les deux systèmes. Comme on a vu avec le transformateur il y a un échange de puissance entre les circuits, sauf que si on les fait osciller l'énergie oscillera aussi entre les circuits.

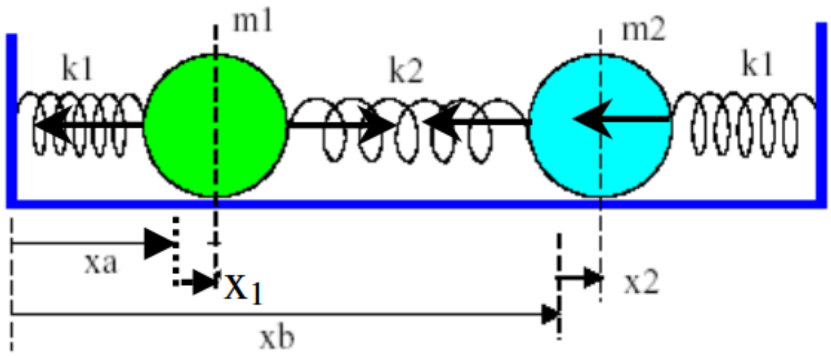
Le couplage que nous venons d'étudier est un couplage par induction. On pourrait aussi coupler des circuits en utilisant une capacité. On parle alors de couplage capacitif.

Transition : Nous pouvons aussi coupler des systèmes mécaniques. Il faut alors permettre que l'un puisse agir sur l'autre. Un exemple classique de ceci est de relier deux masses par un ressort.

II] Couplage élastique

A) Couplage entre deux masses par un ressort

Nous allons étudier le problème dans un ref. galiléen. On considère le système suivant :



Cette foi-ci le couplage est assuré par un ressort. On appelle ce type de couplage un couplage élastique.

Pour simplifier le problème on considère que m1 = m2. Les masses se déplacent sans frottement le long de l'axe ox positif de la gauche vers la droite. Les positions d'équilibre respectives sont xa et xb. Nous étudions les déplacement des deux masses autour des positions d'équilibre. On a donc les équations du mouvement :

$$m_1\ddot{x}_1 = -k_1 x_1 + k_2(-x_1 + x_2) \qquad et \qquad m_2\ddot{x}_2 = -k_1 x_2 - k_2(-x_1 + x_2)$$

Nous pouvons les découpler avec la même astuce que pour les deux circuits couplés par inductance en introduisant S et D.

Alors on arrive aux équations :

$$\ddot{S} + \frac{k_1}{m} S = 0 \qquad \ddot{D} + \frac{k_1 + 2k_2}{m} D = 0$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_1 + 2k_2}{m}}$$

$$S = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$D = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \frac{1}{2} A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \\ x_2 = \frac{1}{2} A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) - \frac{1}{2} A_2 \cos(\omega_1 t + \varphi_2) \end{cases}$$

On parle de mode propre du système l'état dans lequel les composantes du système oscillent aux mêmes pulsations propres. Dans cet exemple les masses oscilleraient à w1 ou w2.

Montrer simulation : http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/meca/couplage.html

(x1 est toujours = 2, les ressorts aux bouts sont k1 et k3. Pour voir des battements il faut mettre k2 = 0.1 et x2 = 0. Mode symétrique x2 = 2, antisymétrique x2 = -1). Ne pas montrer les courbes tout de suite pour les battements.

Discussion :

- Une des fréquences propres du système est celle d'un des oscillateurs isolé. C'est normal car si on oscille en phase le ressort du milieu n'est ni comprimé ni étiré. C'est comme si les oscillateurs étaient isolés ! Ce cas correspond à des conditions initiales ou A2 = 0 et phi1 = 0 (on décale les oscillateurs de la même longueur en pratique). *Rq. Avec 3 masses couplées ceci n'est plus vrai !*

- L'autre mode propre correspond à A1 = 0 et phi2 = 0. On constate alors que x1 et x2 sont en opposition de phase ce que l'on retrouve bien dans la simulation.

- Une étude énergétique monterait que on a aussi un therme énérgetique supplementaire du au couplage (CF perez)

B) Couplage faible et battements

(cette partie n'a pas été présentée mais compte tenu de la correction, elle est essentielle).

On peut s'interesser à ce qui ce passe dans un couplage faible (à definir). Le montrer avec la simulation (x2 = 0 et k2 = 0.1, montrer les graphiques).

On observe une modulation en amplitude du signal. Pourquoi ? k2 faible par rapport à k1. Donc couplage faible

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_1 + 2k_2}{m}} = \omega_1\left(1 + 2\frac{k_2}{k_1}\right)^{1/2} \approx \omega_1\left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right)$$

$$x_1 = \frac{a}{2}(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t) \qquad et \qquad x_2 = \frac{a}{2}(\cos\omega_1 t - \cos\omega_2 t)$$

Avec :

$$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2} \qquad et \qquad \cos p - \cos q = -2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2}$$

Il vient :

$$x_1 = a\cos(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2})\,t\cos(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2})\,t \qquad et \qquad x_2 = a\sin(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2})\,t\sin(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2})\,t$$

Soit, avec $\omega_2 - \omega_1 \approx \frac{k_2}{k_1}\omega_1$ *et* $\omega_2 \approx \omega_1$:

$$x_1 = a\cos(\frac{1}{2}\frac{k_2}{k_1}\omega_1)\,t\cos\omega_1\,t \qquad et \qquad x_2 = a\sin(\frac{1}{2}\frac{k_2}{k_1}\omega_1)\,t\sin\omega_1\,t$$

La modulation en amplitude resulte de la superposition de deux « signaux » de fréquence proches. On appelle ceci battements.

Dans ce cas c'est pas deux signaux mais les deux modes propres du système qui ont des fréquences proches.

On constate que quand l'amplitude d'une des masses est maximale, l'amplitude de l'autre es minimale (montrer sur courbes). On a un transfert d'énergie d'une masse à l'autre de manière périodique.

C) Types de couplage

Outre le couplage élastique on peut aussi coupler des systèmes mécaniques par un couplage dit inertiel. Montrer exemple pendules :

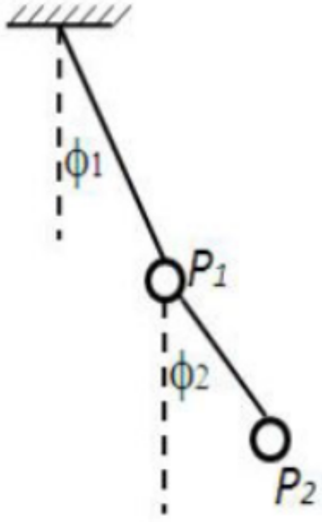


Figure 2-b

Ce type de couplage est décrit par les mêmes équations différentielles que le couplage inductif de circuits électriques étudié précédemment.

- De même le couplage capacitif mentionné précédemment est décrit par une équation de la même forme que pour le couplage élastique en mécanique.

- Il existe une troisième forme de couplage qui utilise des phénomènes dissipatifs pour coupler deux systèmes. Ce serait le cas par exemple en utilisant une résistance pour coupler deux circuits ou un amortisseur (frottements fluides/solides) pour deux systèmes mécaniques.

Le grand intérêt du couplage est que ça permet de modifier les fréquences propres du système. Ceci est utilisé dans la construction pour éviter que des bâtiments rentrent en résonance à des fréquences qu'on retrouve dans la vie courante (lors d'un tremblement de terre, vent, personnes qui bougent les jambes dans un stade). On couple souvent un bâtiment avec un énorme pendule pour modifier les fréquences de résonance (rq, plus le couplage est fort (grande constante de couplage) plus les fréquences sont modifiées).

III] Modélisation d'un solide, N oscillateurs couplées

Si on couple un grand nombre de masses par des ressorts on peut modéliser les atomes d'un solide. Si on couple N atomes on aura N modes propres dans le système (montrer simulation du couplage de N atomes http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/meca/chaine.html ceci montre aussi que on n'a pas toujours la pulsation propre du système isolé).

Montrer sur slide la position du problème.

Montrer comment établir l'équation pour un oscillateur (Perez p. 476.). On veut des modes propres donc on utilise des exponentielles complexes avec astuce : introduction de n*d pour la partie « spatiale » de la fonction d'onde complexe.

On peut parler de la resolution rapidement ou du passage au continnu pour trouver la célérité de l'onde que l'on peut associer à la distance entre atomes et à la raideur du ressort.

Cette partie peut servir aussi de conclusion élargie.

Questions posées par l'enseignant

1) D'Alembert est-elle la seule équation d'onde?

Non. En effet, l'équation de d'Alembert décrit la propagation sans dispersion ni amortissement (le « niveau zéro » des ondes). Cependant on connaît énormément d'autres équations décrivant la propagation d'ondes, mais avec une plus grande richesse phénoménologique : Klein-Gordon, télégraphistes, …

2) Qu'est-ce que M ? Comment est-elle définie ?

Le coefficient d'inductance mutuelle quantifie le flux magnétique à travers l'un des circuits, induit par le courant circulant dans le deuxième circuit.

3) Comment définir M en équation ?

$$\varphi_{1-2} = Mi_1 \qquad \varphi_{2-1} = Mi_2$$

4) Où apparaît L ?

L relie le flux magnétique crée par un des circuits à l'intensité traversant ce circuit. Inductance propre.

5) Qu'est-ce que la loi de Faraday ?

$e = -\frac{d\varphi}{dt}$; où phi est le flux magnétique parcourant un circuit.

6) De quoi dépend M ?

De la géométrie des circuits et de leur distance, de leur orientation. (Notamment du nombre de spires dans les bobines.)

<u>Petit rappel d'induction :</u> prenons deux circuits (C_1) et (C_2) parcourus par une intensité i_1 et i_2. Ces courants créent des champs magnétiques dont on peut calculer le flux à travers l'un ou l'autre des circuits.

- L'inductance propre L correspond au flux propre :
$$\varphi_{1\to1} = L_1 i_1 \quad ; \quad \varphi_{2\to2} = L_2 i_2$$
- L'inductance mutuelle M correspond au flux du champ créé par un circuit sur l'autre :
$$\varphi_{2\to1} = Mi_2 \quad ; \quad \varphi_{1\to2} = Mi_1$$

De plus, des considérations énergétiques sur l'énergie magnétique totale permettent de montrer qu'on a forcément $M^2 \leq L_1L_2$ (cf. livre de sup).

7) Quantifier couplage forte entre deux circuits ?

Faible = M petit devant L ou k12 petit devant k (pour des ressorts couplés).

Cette notion de couplage fort ou faible est importante, ne serait-ce que pour montrer que dans une certaine limite ($M^2 \ll L_1L_2$ ou $K_{12} \ll k$), les oscillateurs sont découplés et on retrouve les résultats habituels.

8) Prendre somme et différence des équations permet toujours de découpler les équations ?

Cette méthode ne fonctionne que pour un système *symétrique* (typiquement, il faut que les deux RLC aient les mêmes R, L et C). Sinon, la résolution est plus compliquée et passe forcément par une écriture matricielle du système et la diagonalisation de la matrice.

Évidemment, il faut traiter un cas symétrique simple en leçon, ne serait-ce que parce que c'est ce qui est utile en CPGE et permet de discuter facilement beaucoup de phénomènes physiques.

9) Aspect mathématique particulier des solutions de chaque mode ?

Vecteurs propres, modes propres. Une fois le système d'équations mis sous forme matricielle, la recherche des valeurs propres donne les fréquences d'oscillations propres du système.

10) Comment définit-on un mode propre ?

Un mode propre correspond à un mode d'oscillation (libre) pour lequel tous les oscillateurs couplés oscillent à la même fréquence (appelée… fréquence propre !). Pour le mettre en évidence, il faut choisir des conditions initiales tel que le système soit dans l'état propre associé à la fréquence propre recherchée.

11) Quel est l'intérêt d'avoir écrit S et D ?

Découpler les équations. Il faut bien appuyer là-dessus, la première fois qu'on le voit ce n'est pas évident qu'il faut faire ça !

12) Comment remonter à i1 et i2 et qu'obtient-on ?

Combinaison linéaire des modes propres. Important là encore : le mouvement libre général d'un oscillateur correspond à une combinaison linéaire d'oscillations aux différentes fréquences propres du système.

13) Comment visualiser un mode en particulier ?

Conditions initiales, correspond à un état décrit par un seul des modes propres.

Cette discussion est particulièrement importante pour le couplage de deux masses par un ressort : on voit très bien le mode *symétrique* et le mode *antisymétrique*, mis en évidence par le bon choix de conditions initiales, qui ne vont correspondre qu'à un seul mode propre.

14) Comment définir de manière générale le « couplage » ?

Echange d'**énergie** entre deux systèmes. Un oscillateur est un système physique échangeant périodiquement de l'énergie sous différentes formes. Les oscillateurs sont couplés lorsqu'une partie de cette énergie est échangée entre différents oscillateurs.

15) Qu'observe-t-on si le régime sinusoïdal forcé est off-résonant?

Par définition on force le système à osciller à la fréquence de forçage. L'amplitude des oscillations est faible pour des fréquences différentes des modes propres. Il y aura *résonance* lorsqu'on excite le système à une de ses fréquences propres, mais quoi qu'il en soit en régime sinusoïdal forcé tout le monde oscille à la pulsation d'excitation.

16) La grande distinction est-elle électronique/mécanique ?

Non, plutôt inertiel et élastique.

17) Quelles différences et quels points communs entre couplage inertiels et élastiques ?

Apparition de modes propres dans les deux cas. Les fréquences propres seront différentes selon le couplage (ex. mode propre du système isolé pour couplage élastique de deux oscillateurs contrairement au couplage inductif=inertiel).

Les grandes notions sont les mêmes : autant de modes propres que d'oscillateurs couplés, écartement des fréquences propres avec le couplage… Physiquement, l'échange d'énergie se fait sous une forme différente (via l'inertie ou via l'allongement pour un ressort).

Pour le couplage élastique de *deux* oscillateurs, un des modes d'oscillation a la même fréquence propre que pour un oscillateur seul (puisque le ressort central peut alors être remplacé par une tige rigide sans changement). Attention, ce résultat ne se généralise pas à n'importe quel nombre d'oscillateurs couplés élastiquement, et à n'importe quelle configuration !

18) Autres types de couplages possibles ?

Couplage par frottements (dissipatifs). : résistance en élec ou verrin en méca.

Une bonne discussion peut être d'écrire les équations pour les oscillateurs séparés : on voit bien qu'on peut coupler en position, vitesse ou accélération.

19) Analogue électrique du couplage élastique ?

Capacitif.

20) Battements. Hypothèse pour que le profil ressemble à ça ? Interprétation en termes énergétiques ?

Battements=couplage faible, transmission d'énergie entre les deux systèmes.

Il faut que le couplage soit faible pour avoir deux fréquences propres très proches. Les battements sont observés en écartant un seul oscillateur de sa position d'équilibre. L'énergie est alors principalement stockée dans cet oscillateur, puis quasi-intégralement transmise à l'autre, puis on revient au premier, etc.

21) Résultat en termes de capacité thermique pour n oscillateurs dans un solide ?

Loi de Dulong et Petit.

22) Peut-on voir les modes propres en électrocinétique ? Comment les voir?

On branche un oscillo sur les différentes résistances des circuits couplées pour avoir accès à leur tension. Il faut regarder plusieurs résistances au cas où on tombe dans une situation où la tension de cette résistance est nulle (certains modes propres pour plus de 2 oscillateurs peuvent avoir cette caractéristique).

En plus de cette remarque sur le fait que pour certains modes propres, l'amplitude de certains oscillateurs est nulle, il y a deux manières de déterminer les fréquences propres :

- En recherchant les différentes résonances (donc en excitant le système à différentes fréquences)
- En observant le régime non forcé (on envoie un créneau de tension par exemple), et en réalisant une transformée de Fourier du signal pour séparer toutes les fréquences propres (rappel : le mouvement général est une C.L. des oscillations propres).

23) Autres exemples de couplage dans d'autres systèmes et d'autres domaines de la physique ?

On peut éventuellement citer le couplage entre spins voisins en RMN (qui conduit, encore et toujours, à une séparation de fréquences).

Vu dans le poly de TP : les résonateurs de Helmholtz.

Le couplage est aussi évidemment utilisé (mais pas dans une optique d'oscillations) dans les transformateurs.

Commentaires donnés par l'enseignant

Sur ce type de leçon, qui peut facilement devenir calculatoire, il faut essayer au maximum de discuter la physique, les applications, distiller les exemples, et faire preuve de beaucoup de rigueur lors des calculs. Hélas, ces points ont manqué pendant la leçon.
Le plan couvre bien les points à aborder (on peut cependant critiquer le choix de faire une distinction, in fine superficielle, entre mécanique et électrocinétique), mais ne parvient pas assez à faire ressortir la généralité et les messages importants.

En temps normal, il serait quasi-inenvisageable de traiter cette leçon sans une illustration expérimentale, aussi l'exploitation d'une simulation numérique aurait ici été extrêmement appréciée !

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Cf. Commentaires plus haut.
Une leçon doit aller au-delà d'une suite de calculs (qui doivent dans tous les cas être menés de façon la plus rigoureuse possible, ce qui manquait parfois), il faut faire parler les résultats, discuter la physique du couplage et dégager des résultats généraux. Notamment, graphes et simulations numériques auraient dû être plus présents.

Il faut faire un choix entre le couplage de N oscillateurs (pour arriver à l'approximation des milieux continus et l'équation de d'Alembert) ou le régime forcé. Les deux choix sont justifiés, même si le régime forcé pour un oscillateur unique (mis en prérequis) permet de comprendre à peu de frais que les nouvelles fréquences propres obtenues conduiront à des résonances, et un traitement détaillé peut apporter trop de calculs par rapport à l'intérêt des résultats. Quoi qu'il en soit, il faut au moins évoquer/être au point sur l'aspect « résonance » des oscillateurs couplés !

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Notions fondamentales :

- Physique générale du couplage : transfert d'énergie, écartement des N fréquences propres avec le couplage.
- Recherche des *modes propres* (pour un cas symétrique, via somme et différence des équations).
- Battements
- Couplage inertiel (inductif, par inductance mutuelle)
- Couplage élastique (pendules couplés par ressort de torsion, ou masses couplées par des ressorts – ce deuxième exemple a l'avantage de conduire à la propagation des ondes dans un solide –). Modes symétrique et antisymétrique (très visuels !).

Notions secondaires :

- Régime forcé pour un des couplages précédents
- Discussion des modes pour N=3,4… oscillateurs (via une simulation)
- Couplage de N oscillateurs, approximation des milieux continus

Bonus :

- Pour la culture, une application très intéressante est l'utilisation d'un couplage pour diminuer le risque sismique lors de la construction. Cf. sur internet *l'amortisseur harmonique* et l'*absorbeur de vibration* (« tuned mass damper »).
- Enfin, un problème historique qui a intrigué nombre de physiciens pendant plusieurs siècles est celui de la « sympathie des horloges » observé par Huygens. La solution implique un couplage non-linéaire.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Deux simulations intéressantes :
https://www.falstad.com/coupled/
http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/mnmecanique.html

Pour des expériences en temps normal : pendules couplés par torsion, ou LC couplés (cf. poly de TP).
Pour N oscillateurs, cf. les circuits LC couplés (Notice 40).

Bibliographie conseillée
Ouvrages habituels de prépa.
H-Prépa *Ondes*, Chapitre 1.
Mécanique, Pérez.

Un BUP à avoir lu pour éviter certaines bêtises :
http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=8635