

Titre : Unités, dimensions et lois de la physique

Présentée par : Gabriel Gouraud

Rapport écrit par :

Correcteur : Marc Rabaud

Date : 27/04/2020

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année

Plan détaillé

I. Unités

II. Analyse dimensionnelle

III. La conservation de l'énergie

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : aucun

I. Unités

On veut pouvoir comparer par exemple des durées, pour cela il faut se donner un étalon. On peut penser par exemple à la rotation de la Terre sur elle-même qui donne le jour. Cependant il vaut mieux que l'étalon choisit soit adapté aux phénomènes mesurés ; ainsi le jour peut sembler un peu long, on peut alors se baser sur les oscillations isochrones d'un pendule pour définir un étalon de temps, ou bien les oscillations d'un quartz, la période de raies atomiques...

À partir des unités de base, on forme des unités dérivées.

Exemple : vitesse L/T , surface L^2

On regroupe les unités au sein de systèmes d'unités (ex : cgs, MKSA)

Comment passer d'un système à un autre ?

Soit ℓ la longueur physique d'un objet, appelons $\tilde{\ell}_{cgs}$ sa longueur mesurée dans le système cgs.

On a :

$$\tilde{\ell}_{cgs} = \frac{\ell}{1cm}$$

Dans le système MKSA :

$$\tilde{\ell}_{MKSA} = \frac{\ell}{1m} = \frac{1cm}{1m} \ell$$

Ainsi mesure 80 en cgs revient à mesurer 0.8 en MKSA

Besoin d'un système qui fasse référence : le Système International

Depuis 2019, plusieurs constantes fondamentales (c , h , N_A) sont fixées, cela permet, en plus de la définition de la seconde, de définir le mètre à partir de c , le kilogramme à partir de h , etc...

Ainsi la valeur des constantes fondamentales n'est plus tributaire de mesures.

II. Analyse dimensionnelle

1) Intérêts et inconvénients

On considère une corde de guitare, tendue à une tension T , de masse linéique μ et de longueur ℓ . On se demande à quelle fréquence vibre la corde.

On va raisonner par analyse dimensionnelle. On commence par supposer que :

$$f = T^\alpha \mu^\gamma \ell^\beta.$$

Cette équation devant être homogène, on doit avoir :

$$T^{-1} = (M \cdot L \cdot T^{-2})^\alpha (M \cdot L^{-1})^\gamma L^\beta,$$

donc $-1 = -2\alpha$, $\alpha + \gamma = 0$ et $\alpha - \gamma + \beta = 0$, d'où on déduit que :

$$\alpha = 1/2$$

$$\beta = -1/2$$

$$\gamma = -1$$

Et donc :

$$f = \frac{1}{\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Par un calcul rigoureux, on aurait trouvé :

$$f = \frac{1}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

On voit donc que l'analyse dimensionnelle ne nous a pas conduit à un résultat exact, mais proche du résultat rigoureux, et en déployant très peu d'efforts. Cela permet d'obtenir un ordre de grandeur avant de se lancer dans des calculs longs.

2) Théorème Π (ou de Vaschy-Buckingham)

Toute loi physique peut être formulée en terme de relation adimensionnées dépendant des paramètres $(p_1, \dots, p_n) \rightarrow (\pi_1, \dots, \pi_k)$ dimensionnés. Cela donne une relation :

$$f(\{\pi_k\}) = 0$$

Dans l'exemple de la corde : $\pi_1 = \frac{1}{\ell f} \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \text{cste}$, $f(\pi_1) = 0$

Exemple célèbre : calcul de l'énergie de la bombe atomique par Geoffrey Taylor.

L'armée américaine avait révélé un film d'une explosion nucléaire en donnant l'échelle. Taylor suppose alors que les paramètres en jeu sont le rayon R de la « bulle » de l'explosion le temps t , l'énergie E de l'explosion et μ la masse volumique de l'air. Il suppose la relation :

$$R = t^\alpha E^\beta \mu^\gamma$$

D'où :

$$L = T^\alpha (M \cdot L^2 \cdot T^{-2})^\beta (M \cdot L^{-3})^\gamma$$

$$\alpha = 2/5$$

$$\beta = 1/5$$

$$\gamma = -1/5$$

$$\Rightarrow R = \pi_1 t^{2/5} E^{1/5} \mu^{-1/5}, \text{ avec } \pi_1 \approx 1$$

Le film de l'armée américaine permet de mesurer $R(t)$ et d'en déduire $E = 17$ kilotonnes de TNT.

Il faut retenir que l'analyse dimensionnelle permet d'obtenir à peu de frais des ODG valides.

III. Conservation de l'énergie

L'énergie totale d'un système isolé est une grandeur conservée.

Tracé de E_p , E_c et $E_m = E_c + E_p$ pour un pendule simple ; les énergies potentielle et cinétique varient périodiquement, mais leur somme est constante à tout instant.

Il existe d'autres formes d'énergie ; par exemple pour une balle, il faudrait tenir compte de l'énergie stockée par la balle lorsqu'elle se déforme.

Il y a d'autres lois de conservation.

En réalité dans l'exemple du pendule, les frottements induisent une dissipation de l'énergie mécanique sous forme d'énergie thermique.

Questions posées par l'enseignant

- Quelle est l'unité dont la définition a le plus changé en 2019 ?
-> le kg
 - Combien de constantes fondamentales ont-elles été fixées ?
- Y a-t-il un nombre fini de constantes fondamentales ?
- Que se passerait-il si les constantes fondamentales changeaient au cours du temps ?
- Quels sont les risques, difficultés, inconvénients de l'analyse dimensionnelle ?
- Exercice : établir la période du pendule par analyse dimensionnelle ?
-> cela permet déjà de se rendre compte que la masse n'intervient pas
On obtient quoi si l'on tient compte de la masse volumique de l'air ?
- Quel était le lien entre les deux premières parties et la troisième ?
- Exemples de nombres sans dimension en mécanique des fluides ?
- Pourquoi les mesures de temps sont-elles les plus précises ?
- Que dire des unités pour les angles ?
- Que dire des choix d'unités naturelles par rapport à l'analyse dimensionnelle ?

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Une bonne leçon, mais ne pas considérer les parties comme indépendantes. Essayer de plus les lier. Insister sur la notion d'homogénéité.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Insister plus sur l'homogénéité nécessaire des équations de la physique, ce qui est la base de l'analyse dimensionnelle et qui permet d'exprimer des nombres sans dimensions important dans le problème. Prendre par exemple l'exemple des nombres sans dimension en mécanique des fluides (Reynolds, Froude, Bond, etc...).

Pour garder un peu de cohérence avec la dernière partie (sur la conservation de l'énergie), faire plutôt l'analyse dimensionnelle sur le pendule pesant.

Insister sur les dangers de l'analyse dimensionnelle. Ce n'est pas la réponse à tout, car il faut faire la bonne physique dans le choix des variables !

Il vous restait un peu de temps. Toujours préparer un petit en-cas pour bien occuper le temps restant, ou a minima résumer en détail ce que l'on a vu pendant la leçon.

Si vous racontez une histoire, une analogie, (votre histoire des 10 boîtes) bien faire une synthèse claire à la fin pour que votre message ne soit pas allusif et mal compris.

Nouveau système SI : On est passé d'une constante fixée, c , à 5 avec en plus N_A , k_B , e , et h , avec par conséquent des changements de définition pour la mole, le kelvin, l'ampère et le kg.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Mesure de la période du pendule pesant ? Voir la belle vidéo de Walter Lewin <https://youtu.be/sJG-rXBmCc>

Bibliographie conseillée

Quelques articles dans le BUP ces dernières années ou dans Reflets de la physique par exemple : <https://www.refletsdelaphysique.fr/articles/refdp/pdf/2019/02/refdp201962p11.pdf>

2 livres :

- J.-P. Uzan et R. Lehoucq, Les constantes fondamentales, Belin, 2005.
- Les constantes universelles, Gilles Cohen-Tannoudji, Paru en janvier 1998