Titre : Notion de viscosité d'un fluide, écoulement visqueux

Présentée par : Loïs Dufour **Rapport écrit par** : Nathan Vaudry

Correcteur : Marc Rabaud **Date** : 20/12/19

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Hydrodynamique physique	Guyon, Hulin, Petit	EDP Sciences	2012
Dunod PSI			
Cours d'océanographie physique de H. Lacombe			

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : - analyse vectorielle
- calcul différentiel
- mécanique non galiléenne
- phénomène de diffusion

I Ecoulement cylindrique : interprétation de l'expérience
II Equation de Navier-Stokes
III Application : transport d'Ekmann

Introduction sur l'expérience du fluide en rotation avec des solides traceurs en surface du fluide. Force ralentissant le fluide : phénomène de viscosité. Homogénéisation du champ de vitesses.

I Schéma de l'expérience. Particule de fluide entre r et r+dr. Angle limite dθ Vecteur vitesse orthoradial.
$\mathbf{p}=m\mathbf{v}=\rho Hrdrd\theta v_\theta(r,t)\mathbf{e}_\theta$
Dérivation par rapport au temps. Qu'en est-il des forces ? Vitesse dépend de r donc pour des rayons plus grands la vitesse est plus grande (v dépend de r). Force de norme $F_1=-\eta S dv(r)/dr$ (qui freine le mouvement) et $F_2= \eta S dv(r+dr)/dr$ (Loi phénoménologique, η est la viscosité dynamique)
PFD appliqué à la particule donne $\eta S(dv_\theta(r+dr)/dr-dv_\theta(r)/dr)= \rho r dr d\theta dv_\theta/dt$ soit après simplification par $Hdrd\theta=S$
$dv_\theta/dt=(\eta/\rho)d^2v_\theta/dr^2$. Equation de diffusion. Coefficient $\eta/\rho=\nu$ (viscosité cinématique, toujours en m²/s). Ordre de grandeur dans le cas de l'expérience (2.10^{-5} m²/s)
Comparaison avec la théorie (10^{-6} m²/s à 25°C)

Généralisation de l'équation à tout type d'écoulement.

II 1) Equation de Navier-Stokes
$d\mathbf{v}/dt= (\eta/\rho)\Delta\mathbf{v}-(\mathbf{v}.\mathbf{grad})\mathbf{v}/\rho-(\mathbf{grad}P)/\rho+\rho\mathbf{g}$. Eventuellement autres termes non galiléens.
(d/dt= d rond ici)
Obtention de l'équation de Navier-Stokes en réarrangeant. Apparition de la dérivée particulaire de la quantité de mouvement ($\rho D\mathbf{v}/Dt$)
Ce qui peut être interprété comme le principe fondamental de la dynamique appliqué à une particule de fluide.
L'étude du régime de l'écoulement doit tenir compte de la prédominance du transport par diffusion ($(\eta/\rho)\Delta\mathbf{v}$) par rapport à celui par convection($(\mathbf{v}.\mathbf{grad})\mathbf{v}/\rho$) peut être caractérisée par nombre de Reynolds.
2) Nombre de Reynolds
Adimensionnement de l'équation de Navier-Stokes. Apparition des grandeurs caractéristiques des différents types de transport évoqués précédemment. Rapport des 2 définit le nombre de Reynolds $Re=UL/\nu$. Caractérisation de l'écoulement. Faible : transport diffusif, écoulement laminaire. Fort : transport convectif, écoulement turbulent.
Vidéo de l'expérience de Reynolds en tube caractérisant l'évolution de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds.

Transmission de la quantité de mouvement dans les océans : phénomène de transport d'Ekmann.

III Schéma de la côte chilienne. Température de surface et champ de vitesse. Masse d'eau froide entraîne un flux d'écoulement vers l'ouest. Non divergence de l'écoulement : remontée des eaux froides profondes.
Construction du repère adapté (axe (Ox) vers l'est). Invariance dans le plan (Oxy), fluide incompressible, régime stationnaire, écoulement horizontal. Force tangentielle $\mathbf{T}=T\mathbf{e}_y$
On se place dans le référentiel terrestre non galiléen.
Ecriture de l'équation de Navier-Stokes dans l'eau en ajoutant la force (volumique) de Coriolis ($-2\rho\mathbf{\Omega}$^$\mathbf{v}$). La symétrie du problème impose un système d'équations. Soit $f=2\Omega\sin\lambda<0$ car hémisphère sud (λ est la latitude). Le système d'équations se réécrit alors $d^2u/dz^2+fv/\nu=0$ et $d^2v/dz^2-fu/\nu=0$.
Découplage par introduction de la vitesse complexe $\underline{Z}=u+iv$.
Paramètre $a=(-f/\nu)^{0.5}$qui existe car f<0. On a $\underline{Z}(z)=\underline{A}e^{r1z}+\underline{B}e^{r2z}$. Deuxième terme nul car non divergence au fond de l'océan (r_1=aexp(-iπ/4) et r_2=-aexp(-iπ/4))
N'oublions pas la force tangentielle. Viscosité apparaît pour v (par hypothèse sur la force tangentielle) et pas pour u.
On obtient finalement $\underline{Z}(z)=\underline{u_0}\exp(az(1-i)2^{-0,5}+3i\pi/4)$.
Retour en notation réelle donne le champ de vitesses associé.
$u(z)=u_0e^{az}\cos(2^{-0,5}az+3\pi/4)$. $v(z)= u_0e^{az}\sin(-2^{-0,5}az+3\pi/4)$
Finalement orientation du courant de surface décalé de 45° en surface.
Obtention d'une spirale d'Ekmann.

Transports diffusif et convectif. Diffusif plus facile à résoudre comme l'on a vu dans cette leçon.

Questions posées par l'enseignant

-Estimation de la viscosité cinématique. Refaire le calcul avec un cylindre d'1 mètre de diamètre, et déterminer le temps d'arrêt, avec la viscosité connue ? Est-ce raisonnable (transport convectif éventuel) ? Origine du transport convectif (couche limite d'Ekmann au fond du cylindre) ?
-Apparition du terme convectif, pourquoi apparaît-il de cette manière ?
-Caractérisation d'un écoulement laminaire ou turbulent (écoulement chaotique pour la turbulence) ? Equation de Navier-Stokes contient-elle des comportements chaotiques (oui dans le terme (**v**.**grad**)**v**) ?
-Quelles hypothèses a-t-on faites pour obtenir l'équation de Navier-Stokes (théorie de la réponse linéaire dans le cas d'un fluide newtonien pour la force de viscosité) ?
-Couche d'Ekmann, facteur a apparaît. Valeur numérique ?
-Concrètement, comment mesurer la viscosité d'un fluide ?
-Pour un fluide non newtonien, comment peut-on déterminer sa viscosité (Couette cylindrique permet de déterminer force et vitesse) ?
-Que vaut dans ce cas le gradient de vitesse (il est constant après calculs) ?
-Quelles conditions aux limites sont présentes dans le fluide en écoulement de Couette ?

-Est-ce que la viscosité est toujours positive (divergence de la vitesse, ou alors création d'énergie par viscosité si négatif. Ce qui est impossible) ?

Commentaires donnés par l'enseignant

Expérience en réalité dominée par transport convectif.
Transport d'Ekmann : viscosité obtenue différente de celle que l'on connaît classiquement.
Pour le viscosimètre, il faut tenir compte de plein de paramètres pour déterminer la viscosité du fluide non newtonien.

Caractère expérimental intéressant car dissipation d'énergie vue. Mais autres termes plutôt parachutés. En réalité application du PFD donne toujours les bons termes.
Attention à l'adimensionnement de l'équation de Navier-Stokes !
Expérience de Reynolds valable même pour des nombres de Reynolds très élevés (absence de bruit).
Ecoulements parallèles : transition dépend du bruit mais bien visible.
Ekmann : un peu limite en CPGE. En plus raccordements et prise en compte de la couche limite.
(**v**.**grad**)**v** est vital en hydrodynamique (il est souvent maltraité) !

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Choix original ce qui est plutôt bien. L'expérience illustrative du début est bienvenue. On peut en imaginer d'autre : e.g. une bille qui sédimente dans un fluide visqueux, illustre l'accélération rapidement nulle et donc qu'il existe une force s'opposant au mouvement, à la fin tout le fluide est au repos, montre que l'énergie potentielle initiale de la bille a été dissipée).
L'établissement « avec les mains » de Navier-Stokes était intéressant, surtout pour montrer que c'est le Laplacien de la vitesse qui est le terme important lié à la viscosité.

La spirale d'Ekman qui fait à la fois appel à la notion de couche limite et de fluide en rotation me semble un peu trop délicate pour cette leçon, en plus les calculs prennent beaucoup de temps. A minima en passer une partie sur transparent pour avoir le temps de réexpliquer la physique à la fin.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Il me semble important de parler de la mesure de la viscosité/viscosimètre, de donner des ordres de grandeur. De parler de force visqueuse sur une surface.

De discuter de l'origine microscopique (transfert diffusif de quantité de mouvement).

La notion de réversibilité de l'écoulement à faible Reynolds est intéressante à discuter (bien réfléchir aux arguments) => Difficulté du mélange à petit Reynolds/haut Reynolds.

Résoudre un cas simple d'écoulement (Couette plan ou Poiseuille plan) et en profiter pour parler plus des conditions aux limites et des transitoires. Ou alors le démarrage d'une plaque plane, il y a beaucoup de physique à discuter (on a explicitement une équation de diffusion).

Éventuellement parler de couche limite sur une plaque plane (de façon phénoménologique).

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

- La mesure du temps de vidange d'un récipient par un long tube, en fonction de la longueur du tube (loi de Poiseuille) ou de son diamètre. C'est la viscosité qui limite le débit.
- Vitesse de chute d'une bille en fonction de la température du liquide visqueux.

Bibliographie conseillée

Alan J Walton. *Three phases of matter*. Oxford University Press, 1983. Pour la description microscopique de la viscosité (gaz versus liquide)

E.M. Purcell. Life at low Reynolds numbers. *Am. J. Phys.*, 45 :3–11, 1977. Pour la réversibilité.