

**Titre :** Mouvements classique et relativiste d'une particule chargée

**Présentée par :** Rémy BONNEMORT

**Correcteurs :** Julien FROUSTEY, Jules FILLETTE

**Date :** 23/03/2020

Bibliographie de la leçon :			
Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Tout en un Physique PCSI (Chapitre 18)	B.SALAMITO	Dunod	2016
Relativité : fondements et applications (Chapitre 6)	J-P.PEREZ	Dunod	2005
Cours de Mathieu RIGAULT (Mécanique SUP Chapitre 7)			

Niveau choisi pour la leçon : L3

Prérequis :

Mécanique : Principe fondamental de la dynamique et aspects énergétiques

Relativité : Dynamique relativiste et formules utiles (énergie, quantité de mouvement, ...)

Plan proposé :

- 1) Forces subies par une particule chargée
  1. Expressions
  2. Ordre de grandeur et conséquences
- 2) Approche classique
  1. Mouvement d'une particule dans un champ électrique constant et uniforme
    - A) Etude de la trajectoire
    - B) Accélération d'une particule
  2. Mouvement d'une particule dans un champ magnétique constant et uniforme
  3. Application aux cyclotrons
- 3) Approche relativiste
  1. Préambule calculatoire
  2. Mouvement d'une particule dans un champ électrique constant et uniforme
  3. Mouvement d'une particule dans un champ magnétique constant et uniforme

### Questions posées par l'enseignant

*En italique, les réponses attendues et qui n'ont pas été données pendant le passage.*

#### **Pourquoi avoir placé ta leçon au niveau L3 ?**

Toute la première partie, niveau prépa  
Mais aspect relativiste pas en prépa.

#### **Quels points de la relativité sont vus en prépa ?**

*Des points de relativité, dans le cadre de l'étude du mouvement de particules chargées, sont vus sous forme d'approche documentaire (comme cela est mentionné dans les programmes de première année de CPGE)*

1<sup>ère</sup> partie

#### **Toute charge peut-elle créer un champ magnétique ?**

Il faut qu'elle soit accélérée. Non, en fait elle doit juste être en mouvement (courant).  
*Un champ magnétique est créé par des courants, i.e. charges en mouvement.*

#### **Quand a émergé la théorie de la relativité ?**

Einstein début XX<sup>e</sup> (1905)

**Preuve ?** Expérimentalement, vérification de l'expression de force de Lorentz. Tracé au tableau du graphe  $v/c$  en fonction de  $t$  (*expérience de Bertozzi*)

#### **Tu as déterminé les ordres des rapports $f_{elec}/poids$ et $f_{mag}/poids$ . Que peut-on dire du rapport force électrique magnétique ?**

$f_{mag}/f_{elec} = vB/E$  donc négligeable pour des particules non relativistes

**Pourquoi ce rapport vaut  $v/c$  ?** Calcul à partir de  $\text{rot } \vec{E} = \dots$ , passage en complexe, etc.

**Est-ce que ça suppose qqch pour les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  ?** Ici ils sont statiques, surtout, ce n'est vrai que pour des ondes planes.

#### **Vérifions que $f_{mag}/f_{elec}$ est petit. Ordre pour $\vec{E}, \vec{B}, v$ ?**

Pour un accélérateur de particules :  $v = 10^7 \text{ m/s}$   $B = 1 \text{ T}$   $E = 10^3 \text{ V/m}$  donc non,  $f_{mag}/f_{elec} = 10^4$ , pas du tout petit. La force magnétique prédomine.

Pour dévier une particule, il est donc plus efficace d'utiliser un champ magnétique qu'un champ électrique.

**Important :** le fait de négliger la force magnétique par rapport à la force électrique n'est valable typiquement que pour des ondes planes (pour lesquelles on a bien  $\|\vec{B}\| \sim \|\vec{E}\|/c$ ). Dans les cas d'intérêt pour cette leçon, on regardait des champs statiques qui ne sont pas du tout reliés par de telles relations !

2<sup>ème</sup> partie :

#### **Connaît-on ce mouvement (dans le champ électrique constant et uniforme) ?**

Analogie à la chute libre d'une masse, qui a une trajectoire parabolique.

**Plus généralement ?** C'est un mouvement à accélération constante.

**Cette expression des potentiels ( $V(x) = -Ex + \text{cste}$ ) est-elle générale ?** Conditions aux limites :  $E$  nul à l'infini. **Vraiment ?** Non. En fait cette expression est générale :  $V(x) = -Ex + C$  pour un champ uniforme sinon  $E = -\text{grad } V$ .

**Y a-t-il une analogie entre gravitation et électrostatique ?** Oui,  $m$  est analogue à  $q$ , on peut notamment définir un théorème de Gauss gravitationnel.

**Dans l'expression de quelles forces ?** force de Coulomb et d'interaction gravitationnelle.  
**Limite à cette analogie ?** L'une des forces est toujours attractive et pas l'autre *et absence d'existence de champ gravitomagnétique.*

Suite de la 2<sup>ème</sup> partie : Champ magnétique

**Que se passerait-il si la vitesse avait une composante non nulle selon l'axe z ?** La trajectoire aurait une forme d'hélice, donc toujours circulaire dans le plan Oxy. *Cela ne présente aucune difficulté supplémentaire de faire directement le cas hélicoïdal.*

Ici, ce n'est pas du tout ce qu'on cherche dans un cyclotron, on veut une trajectoire plane.

**Alors, quel pourrait être l'intérêt de ce genre de trajectoire (avec une composante non nulle de la vitesse parallèle au champ) ?** Focaliser un jet de particules. **Explique-nous.** Rayon  $R = mv/qB$ , schéma d'une trajectoire hélicoïdale. Ainsi, si le champ n'est plus uniforme, le rayon va diminuer (à condition de bien orienter le champ magnétique) et on focalise peu à peu la particule.  
**v ne change pas quand B augmente ?** Non, car la force magnétique ne travaille pas.

**Pourquoi peut-on identifier x avec partie réelle et y partie imaginaire ?** Ici, nous avons affaire à un système d'équations linéaires, à coefficients réels. Ainsi, l'identification ne pose aucun problème, car tout est réel.

**Comment obtenir l'équation de la trajectoire ? Y a-t-il un meilleur repère que le repère cartésien, étant donné qu'on a une trajectoire circulaire ?** Le repère de Frenet.

**Quelle étape pour montrer cercle à partir des expressions x(t) et y(t) ?**  $x^2 + y^2 = \text{cste}$

**Toujours ?** Non, on doit prendre en compte le centre, de coordonnées (a ; b) :  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ .

**Odg pour des accélérateurs linéaires ?** Ceux-ci font une distance de qq kilomètres. Exemple ?  
L'énergie obtenue est de l'ordre du Mev.

3<sup>ème</sup> partie

**y résulte-t-il d'un changement de référentiel ? Le référentiel de la particule est-il galiléen ?**

Dans l'expression de  $\gamma$ , v est la vitesse de la particule dans le référentiel du laboratoire. Donc non, il n'y a pas de changement de référentiel,  $\gamma$  est juste une notation compacte pour  $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ .

**E énergie totale, est-ce que tu nuances ?** Non, E ne prend pas en compte les énergies potentielles, donc E n'est l'énergie totale que pour les particules isolées.

**L'impulsion est-elle vraiment  $\gamma m v$  lorsqu'une particule est soumise à un champ magnétique ?**

**A quoi est-ce dû, que vaut vraiment l'impulsion ?**

Non. Il y a un ajout dû au potentiel vecteur  $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} + q\mathbf{A}$  (définition stricte issue de la mécanique lagrangienne). Pour  $\gamma m \mathbf{v}$ , on utilisera plutôt le terme de quantité de mouvement.

Dérive du potentiel vecteur issu de  $\text{div } \mathbf{B} = 0$  tel que  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$

**Qu'est-ce que tu entends comme quadrivecteur ?** Impulsion, de composantes  $(\gamma mc, \gamma m \mathbf{v})$

Cependant pour les champs électrique et magnétique, je ne connais pas de représentation sous forme de quadrivecteurs, il s'agit du tenseur électromagnétique.

**À quoi correspond ce tenseur ?** À une matrice antisymétrique 4x4 qui contient les contributions des champs E et B.

**Pourquoi y a-t-il eu émergence de la relativité ?** Relativité découle de la théorie d'Einstein, pour résoudre notamment le problème : la vitesse de la lumière dépend du référentiel (problème si transformation galiléenne : expérience de Michelson et Morley).

**Comment faire de la relativité avec des forces pas comme celle de Lorentz par exemple, qui ne sont pas intrinsèquement relativistes, as-tu une solution ?** *À priori, il faut plutôt utiliser une représentation lagrangienne de la mécanique dans ce cas.*

**Si la vitesse selon  $y$  (dans le III. 2.) est non nulle, la trajectoire est-elle toujours une branche d'hyperbole ?** *Non, c'est une chaînette (expression avec un cosinus hyperbolique). (cf Perez de relativité ou Mécanique 1 BFR)*

**Pourquoi la pulsation cyclotron change-t-elle sous la considération des aspects relativistes ?**

Suite de calculs : équivalent du pfd en relat

$$dp/dt = qv^{\wedge}B$$

$$p = \gamma m v$$

$dv/dt = qB/\gamma m (v^{\wedge}B/B)$  car la force magnétique ne travaille pas donc  $dy/dt = 0$  (par conservation de l'énergie cinétique)

**Le théorème de l'énergie cinétique est-il toujours vrai ?** L'énergie de masse est constante dans le temps. **Quelle est l'expression de l'énergie cinétique relativiste ?**  $E_c = (\gamma - 1) mc^2$

**Quelle est son équation d'évolution ?** (non répondu) *Celle-ci est donnée par l'écriture de la composante 0 du PFD relativiste.*

**L'expression de l'énergie cinétique coïncide-t-elle avec la méca classique ?** Oui, si on fait un développement limité on retrouve  $mv^2/2$ .

**Quel est le phénomène supplémentaire qui peut survenir quand une particule est accélérée ?**

Une particule accélérée rayonne et dissipe donc de l'énergie, cf. formule de Larmor.

Rayonnement de Bremsstrahlung (rayonnement continu de freinage) dans le cas d'une collision.

**A quoi ça sert tout ça ?** Les cyclotrons permettent l'étude de la matière à haute énergie. **Que veut-on faire de ces particules accélérées ?** *Collisions entre particules ou rayonnement.*

Une autre utilisation est le spectromètre de masse, qui fonctionne sur le même principe qu'un cyclotron et qui permet de séparer différents ions d'un échantillon.

### Commentaires donnés par l'enseignant

Ne pas dire L3 mais licence (permet de ne pas se restreindre au programme de CPGE sans présager d'un niveau trop élevé)

Référence : Mécanique 1 BFR, chapitre 17 : mouvement relativiste de particules chargées

La relativité n'est pas à proprement parler au programme de CPGE, cependant elle est étudiée sous forme d'analyse documentaire. ~~NE PAS HESITER A~~ LIRE LE PROGRAMME DE CPGE AVANT DE FAIRE SA LECON.

Discuter des expériences liées à l'apport de la relativité : expérience de Bertozzi, vérification expérimentale de  $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$ .

On peut avoir une approche plutôt documentaire en plaçant cette leçon au niveau CPGE. Il est possible d'ajouter en prérequis la chute libre, ce qui permet de réduire le temps passé sur le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique constant et uniforme.

### Partie réservée au correcteur

#### Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

- Le plan choisi couvre globalement les points intéressants. Il est cependant un peu déséquilibré (seulement 10 min de relativité).
- Le niveau mériterait d'être soit franchement CPGE (ce qui nécessite une certaine approche des éléments relativistes, dans un esprit de justification expérimentale des relations  $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$  et  $E_c = (\gamma - 1)mc^2$ ), ou bien Licence de manière plus générale. Il serait assez surprenant, au niveau L3 pur et dur, de découvrir la force de Lorentz ou de calculer une trajectoire parabolique !

Le titre de la leçon appelle à une comparaison des comportements classique et relativiste, une discussion des champs d'application de chaque théorie, de la nécessité ou non d'un traitement relativiste...

#### Programmes officiels

PCSI, MPSI, PTSI (2013)

Notions et contenus	Capacités exigibles
<b>3. Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires</b>	
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique.	Évaluer les ordres de grandeur des forces électrique ou magnétique et les comparer à ceux des forces gravitationnelles.
Puissance de la force de Lorentz.	Savoir qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme.	Mettre en équation le mouvement et le caractériser comme un mouvement à vecteur-accélération constant.  Effectuer un bilan énergétique pour calculer la vitesse d'une particule chargée accélérée par une différence de potentiel.  Citer une application
Mouvement circulaire d'une particule chargée dans un champ magnétostatique uniforme dans le cas où le vecteur-vitesse initial est perpendiculaire au champ magnétique.	Déterminer le rayon de la trajectoire sans calcul en admettant que celle-ci est circulaire.  <b>Approche documentaire</b> : analyser des documents scientifiques montrant les limites relativistes en s'appuyant sur les expressions fournies $E_c = (\gamma - 1)mc^2$ et $p = \gamma mv$ .  Citer une application

#### Programme de l'agrégation 2020

<b>3. Relativité restreinte</b> - Notion d'événement ; transformation spéciale de Lorentz ; éléments de cinématique et de dynamique relativistes ; chocs ; effet Compton. - Lois de transformation des sources et du champ électromagnétique. - Notions sur le formalisme quadridimensionnel.
--

On peut donc suivre globalement le plan proposé en passant plus de temps sur le III, ce qui est faisable en mettant le mouvement de chute libre en prérequis pour se concentrer uniquement sur les aspects énergétiques lors de l'accélération par  $\vec{E}$  constant et uniforme.

Autre possibilité de plan, distillant au fur et à mesure les discussions relativistes, et s'appuyant plus sur une discussion « énergie cinétique » puis « quantité de mouvement ». **Ce n'est qu'une proposition rapide**, avec sans doute bien trop de contenu, mais elle montre comment on pouvait insérer des expériences pour justifier/valider les expressions relativistes. Il manque sans doute une description d'outils modernes type cyclotron, **avec des ODG**.

**Intro :** interaction électromagnétique = une des quatre forces fondamentales de la nature ; théorie de la relativité (restreinte) en 1905 : vérifications expérimentales ?

**Biblio :**

- Pour les mouvements classiques, tous les bouquins de prépa sont bien : Dunod [1] [2], Tec&Doc [3], Supermanuel de Physique [10]...
- Pour la dynamique relativiste, une super référence est le BFR *Mécanique 1* [4]
- On peut aussi citer les *Pérez d'Electromagnétisme et de Relativité*, complets notamment pour les expériences.
- Un bon poly à lire, pas que pour la dynamique : celui de Jean-Michel Raimond [5]
- Pour la relativité, de bons livres sont aussi *Hladik* [6] ou *Semay* [7]
- Pour aller plus loin, des classiques : [8] [9]

Deux possibilités : **1)** supposer en prérequis la dynamique relativiste, auquel cas on rappelle la forme du TEC et du PFD et on se place dans la peau des expérimentateurs qui ont cherché à « vérifier » ces expressions. **2)** On ne suppose que la dynamique newtonienne, et cette leçon permet « d'intuiter », de construire les quantités de mouvement et énergie cinétique relativistes.

**I- Force de Lorentz**

Présentation, ODG (comparaison force électrique/magnétique, force gravitationnelle).

Propriétés énergétiques :

- Avec un champ électrique, on peut modifier la norme de la vitesse
- Avec un champ magnétique, on ne peut modifier que la direction de la vitesse

**II- Mouvement dans un champ électrique uniforme**

Message (issu de l'analyse du I) : on va pouvoir accélérer des particules.  $\vec{E}$  uniforme = différence de potentiel contrôlée.

**1) Accélération classique par une ddp**

Conservation de l'énergie, on doit obtenir (dans la configuration de l'expérience de Bertozzi) :

$$\left(\frac{v}{c}\right)_{\text{cl}}^2 = 2 \frac{eU}{mc^2}$$

**Expérience de Bertozzi [3]**

- ➔ les résultats expérimentaux contredisent clairement la prédiction classique
- ➔ Remarque : cette expérience n'est pas vraiment « historique » mais plus pédagogique, l'objectif était de vérifier l'expression de  $E_c$  avec une expérience aussi directe que possible

**2) Traitement relativiste ; vitesse limite**

Expression relativiste de l'énergie cinétique  $E_c = (\gamma - 1)mc^2$ , d'où :

$$\left(\frac{v}{c}\right)_{\text{rel}}^2 = 1 - \left[ \frac{1}{1 + \frac{eU}{mc^2}} \right]^2$$

### 3) \* Mouvement général dans $\vec{E}$ uniforme

Inutile en classique si chute libre en prérequis. Et dans tous les cas, sans doute pas le temps, mais voyez ça comme un complément. La trajectoire est soit rectiligne, soit une parabole. En classique, **mouvement à accélération constante**.

En relativiste, chaînette (cf. [8] §20, ou bien Pérez). Pour un mouvement où  $\vec{E} = E\vec{e}_x$ ,  $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_y$ , on a :

$$x(t) = \frac{\varepsilon_0}{qE} \cosh \frac{qEy}{p_0 c} \simeq \frac{qE}{2mv_0^2} y^2 + \text{cste}$$

On retrouve la trajectoire parabolique aux faibles vitesses.

### III- Mouvement dans un champ magnétique uniforme

Rappeler qu'il n'y a pas de variation de la norme de la vitesse.

#### 1) Mouvement hélicoïdal classique

Résolution conseillée : en complexes, ça va plus vite. On peut aussi utiliser la base de Frenet.

Rayon de la trajectoire :

$$R = \frac{p_{\perp}}{qB}$$

#### Expérience de Bucherer [3]

#### 2) Quantité de mouvement relativiste et mouvement dans $\vec{B}$ uniforme

On trouve/vérifie que  $p = \gamma mv$ . Bonne référence : **Source spécifiée non valide**.

Pulsation du mouvement :

$$\omega = \omega_c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

où  $\omega_c = qB/m$ . Dépendance en  $v \rightarrow$  « synchro-cyclotron ».

## Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

- Toutes celles du programme de prépa : force de Lorentz, ODG, mouvements classiques simples.
- PFD relativiste (en prérequis), différence avec le mouvement classique.
- Interprétations qualitatives : effet du facteur  $\gamma$  dans la quantité de mouvement, orientation de la force magnétique (règle du tire-bouchon)... **Il faut mettre de la physique, de la couleur, notamment avec des interprétations qualitatives et des présentations d'expérience.**
- Applications et importance historique : expérience de Thomson ; spectromètre de masse ; cyclotron...
- Il faut au moins un calcul détaillé : on peut échapper à la parabole en champ  $E$  en mettant la chute libre en prérequis, mais montrer la trajectoire circulaire dans un champ  $B$  est intéressant (notamment pour les techniques de résolution).



### Rappels utiles de dynamique relativiste

Le PFD newtonien classique,  $\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{f}$ , est adapté aux transformations de *Galilée* qui laissent invariants les deux termes de l'équation. Néanmoins, sous une transformation de *Lorentz*, ça ne va plus du tout !

La solution : utiliser des **quadrivecteurs** dont les composantes, par définition, ont les bonnes lois de transformation. Si  $a^\mu$  est un quadrivecteur (j'utilise la notation qui identifie le quadrivecteur à ses composantes, on pourrait aussi le noter  $\tilde{a}$  par exemple), de composantes  $(a^0, \vec{a})$ , on a pour une transformation de Lorentz d'axe (Ox) :

$$\begin{cases} a'^0 = \gamma(a^0 - \beta a_x) \\ a'_x = \gamma(a_x - \beta a^0) \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{cases}$$

Si on écrit une équation avec des quadrivecteurs partout, elle gardera la même forme dans tous les référentiels galiléens : on parle de **covariance**, et c'est précisément ça que l'on recherche.

Le quadrivecteur le plus connu est le quadrivecteur position  $x^\mu = (ct, \vec{x})$ .

**PFD relativiste :**

$$m \frac{du^\mu}{d\tau} = F^\mu = \left( \frac{\gamma}{c} \vec{f} \cdot \vec{v}, \gamma \vec{f} \right),$$

avec  $u^\mu = dx^\mu/d\tau = (\gamma c, \gamma \vec{v})$ . On rappelle la contrainte sur la 4-force, qui se voit directement :  $u_\mu F^\mu = 0$ . **Important** : le  $\gamma$  qui apparaît là vient du fait que  $\boxed{dt = \gamma d\tau}$ , en effet par définition du temps propre et par invariance de l'intervalle :

$$-c^2 d\tau^2 = -c^2 dt^2 + d\vec{x}^2 = -c^2 dt^2 \left( 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{d\vec{x}}{dt} \right)^2 \right) = -c^2 dt^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

Lorsqu'on écrit les équations du mouvement dans le référentiel du laboratoire, ce qui nous intéresse sont les quantités cinématiques *calculées dans ce référentiel*, donc la vitesse  $\vec{v}$ , l'accélération  $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ , etc. C'est pour ça que les  $\gamma$  en préfacteur de tout le monde vont partir !

La composante 0 donne le **TEC relativiste** :

$$\frac{d(\gamma mc^2)}{dt} = \frac{d[(\gamma - 1)mc^2]}{dt} = \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \vec{f} \cdot \vec{v}$$

Tandis que la **composante spatiale** s'écrit (PFD proprement dit) :

$$\frac{d(\gamma m \vec{v})}{dt} = \vec{f} \xrightarrow[\frac{v}{c} \ll 1]{} \frac{d(m \vec{v})}{dt} = \vec{f}$$

**\* Expression quadridimensionnelle de la force de Lorentz ( [5] p 126) [complètement facultatif] :**

$$f_\mu = q F_{\mu\nu} u^\nu$$

Où l'on a introduit le tenseur champ électromagnétique  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ , construit à partir du quadrivecteur potentiel  $A^\mu = (V/c, \vec{A})$ . Cf. des cours de relativité pour plus de détails, *la seule chose à retenir* : ce tenseur se transforme bien lors de changements de référentiels, les champs E et B sont à peu de choses près ses composantes, donc on obtient direct les lois de transformation des champs !

### Quelques prolongements

À propos du rayonnement de particules chargées accélérées, cf. [5] p 223.

Formule de Larmor :

$$\mathcal{P} = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{2}{3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{a^2}{c^3} = m\tau a^2$$

Avec le temps caractéristique  $\tau$ . Critère rapide : cette perte d'énergie par rayonnement sera négligeable si  $E_0 \sim m(aT)^2 \gg \mathcal{P}T$  donc si :

$$T \gg \tau \simeq 6.32 \times 10^{-24} \text{ s}$$

Raisonnement énergétique moyenné conduisant à une expression de la force de réaction de rayonnement :

$$\vec{F}_{\text{rad}} = m\tau \dot{\vec{a}}$$

Problèmes : auto-accélération, équation du 3<sup>e</sup> ordre, pré-accélération...

**Un autre prolongement possible, le mouvement dans un champ non uniforme (à avoir éventuellement en tête pour les questions) :**

Une bonne référence est le BUP n°99 « Étude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique non uniforme », Thierry Pré ([http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID\\_fiche=19243](http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=19243)).

Cela doit aussi être traité dans le Pérez, ou le Jackson.

Néanmoins, il me semble plus judicieux de se contenter de mouvement « simples » qui se prêtent bien à une comparaison classique/relativiste dans le cadre de cette leçon.

**Dernière piste pour les curieux : le piégeage de particules chargées.**

Une chose à savoir : on ne peut pas piéger une particule avec uniquement un champ électrostatique (théorème d'Earnshaw). En effet, pour par exemple une charge  $q > 0$ , il faudrait un minimum d'énergie potentielle dans les trois directions de l'espace :

$$\frac{d^2 E_p}{dx^2} > 0 ; \frac{d^2 E_p}{dy^2} > 0 ; \frac{d^2 E_p}{dz^2} > 0$$

Or  $E_p = qV$  et l'équation de Laplace s'écrit  $\Delta V = 0$  : si le potentiel peut confiner dans deux directions, il correspondra forcément à un maximum dans la troisième direction.

La solution : utiliser des champs oscillants (piège de Paul), ou bien rajouter un champ magnétique qui va courber les trajectoires dans la direction où le champ électrique ne confine pas (**piège de Penning**). Une référence : le problème de l'Agrégation... 1988 ! (Il y a sans doute bien d'autres références plus récentes !).

### Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Bien compliqué de mettre une expérience.

Informatique : on peut éventuellement utiliser un programme Python pour tracer des trajectoires avec différentes conditions initiales, des charges de différents signes, etc.

## **Bibliographie conseillée**

- [1] B. Salamito, Physique tout-en-un PCSI, 5e édition, Dunod, 2016.
- [2] M.-N. Sanz, Physique Tout-en-un MPSI-PCSI-PTSI, 3e édition, Dunod, 2008.
- [3] D. Augier et C. More, Physique tout-en-un MPSI-PTSI, Lavoisier (Tec&Doc), 2013.
- [4] Bertin, Faroux et Renault, Mécanique 1, Dunod, 1985.
- [5] J.-M. Raimond, «Relativité et Electromagnétisme,» [En ligne]. Available:  
<http://www.lkb.upmc.fr/cqed/wp-content/uploads/sites/14/2018/11/raimond.pdf>.
- [6] J. Hladik et M. Chrysos, Introduction à la relativité restreinte, Dunod, 2007.
- [7] C. Semay et B. Silvestre-Brac, Relativité restreinte, bases et applications (3e édition), Dunod, 2016.
- [8] Landau et Lifshitz, The Classical Theory of Fields (4th edition), Pergamon, 1975.
- [9] Jackson, Classical Electrodynamics (2nd edition), Wiley and sons, 1975.
- [10] J. Majou & S. Komilikis, Supermanuel de physique, Bréal, 2013