Titre : Filtrage en électronique

Présentée par : Eloïse Mestre

Rapport écrit par : Eloïse Mestre

Correcteur : Erwan Allys

Date : 09/04/2020

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Physique tout-en-un PCSI	S.Cardini, D.Jurine, M-N Sanz	Dunod	2016
Physique tout-en-un PCSI	Michel, Raoux, Tondelier, Van Brackem	deBoeck	2017

Plan détaillé

Fillrage en electronique

Niveau : CPGE

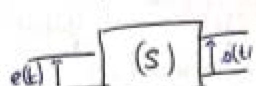
Prérequis : Circuit RL/RC et RLC en régime sinusoïdale. comportement asymptotique des dipoles usuels ; représentation complexe ; décomposi° en série de Fourier, résonnance

I- Principe du filtrage
II- Action de quelques filtre sur un signal sinusoïdal
III- Réponse d'un filtre à un signal periodique quelconque

Intro : improvisation...

I- 1) fonc° de transfert et posi° du problème

filtrage : modifica° du contenu spectral d'un signal d'entrée e(t) par un système (S) = filtre



Ce qui nous interesse : la modifica° de la sortie s(t) p/r à l'entrée ⇒ caractéristiq du filtre ⇒ fonc° de transfert du filtre

$$\boxed{H(t) = \frac{s(t)}{e(t)}}$$

$$\boxed{H(t) = \frac{s(t)}{e(t)}}$$

Si $e(t)$ est sinusoïdal $s(t)$ l'est aussi et $H(t)$ devient complexe : $\boxed{H(t) = \frac{s_m e^{j\omega t}}{e_m e^{j\omega t}} = \underline{H}(\omega)}$

on peut réécrire $\underline{H}(\omega) = G(\omega) e^{j\varphi}$ ← déphasage du filtre $\varphi = \arg(\underline{H}(\omega))$

gain du filtre : $G = |\underline{H}(\omega)|$

Le gain dépend de la pulsation et donc de la fréquence du signal. On peut déf $\boxed{G_{dB} = 20\log(G(\omega))}$ qui sera pratique

On a vu ds un chap précédent que un signal périodique quelconque peut être décomposé en une somme de signaux sinusoïdaux ayant des pulsations différentes.

Le filtre va donc agir plus ou moins selon les pulsa° et aura un effet différent pour chaque gamme de pulsation.

Le filtre devra respecter un cahier des charges pour effectuer correctemt le filtrage souhaité

2) Types de filtrage et gabari

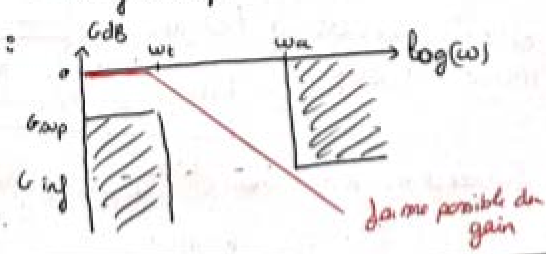
Le filtrage permet d'éliminer un signal gênant superposé au signal utile. Pour savoir quel type de filtre il faut choisir, on a besoin d'établir un gabari.

a) filtre passe-bas

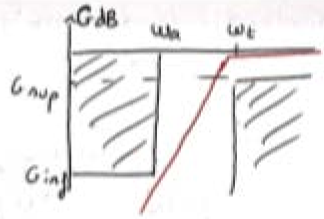
→ éliminer les composantes hautes fréquences du signal

- pr $0 < \omega < \omega_t$: le signal doit être peu altéré ⇒ $G > G_{sup}$
- pr $\omega > \omega_a$: le signal doit être suffisamment atténué ⇒ $G < G_{inf} < G_{sup}$

D'où le gabari :



b) filtre passe-haut
↳ éliminer le bruit BF.



c) filtre passe-bande
→ sélectionner une composante de fréquence particulière

maintenant que l'on connait le cahier des charges, nous allons voir quelque exemples de filtre électronique.

II- 1) Considération
Pr mieux visualiser l'effet d'un filtre → diagramme de Bode

$$\begin{cases} \bullet\ G_{dB} = 20\log(G(\omega)) = f(\log(\omega)) \\ \bullet\ \varphi = f(\log(\omega)) \end{cases}$$

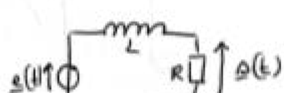
De plus on cherche un critère indiquant si le signal es atténué ou non (arbitraire) ⟹ pulsa° de coupure : ω_c

telle que $|\underline{H}(\omega)| = \dfrac{|\underline{H}|_{max}}{\sqrt{2}}$ ⇕ $G_{dB} = G_{dB\,max} - 3\,dB$

bande passante = zone de gain fort ⟺ $G(\omega) \geq \dfrac{G_{max}}{\sqrt{2}}$

2) filtre d'ordre 1 : RL
Selon la configura° des circuit : → passe-bas
→ passe-haut

Nous passe-bas :



expérience : démonstra° passe-bas
Démo : $\underline{s}(t) = \dfrac{R}{R + jL\omega}\, \underline{e}(t)$ pont diviseur de tension

$$\Rightarrow H(\omega) = \frac{R}{R + jL\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \ ; \ \omega_0 = \frac{R}{L}$$

Etude du gain :
$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \qquad G_{dB} = 20\log(G) = -10\log\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)$$

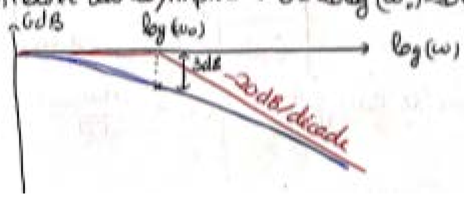
• pulsation de coupure : $G(\omega=\omega_c) = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 = 1$
$\Rightarrow \boxed{\omega_0 = \omega_c}$

• comportement asymptotique :

→ HF : $G_{dB} \xrightarrow[\omega \to +\infty]{} -10\log\left(\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) = 20\log(\omega_0) - 20\log(\omega)$ asymptote

→ BF : $G_{dB} \xrightarrow[\omega \to 0]{} -10\log(1) = 0$ asymptote

intersec° des asymptote : $0 = 20\log(\omega_0) - 20\log(\omega) \Rightarrow \omega = \omega_0$

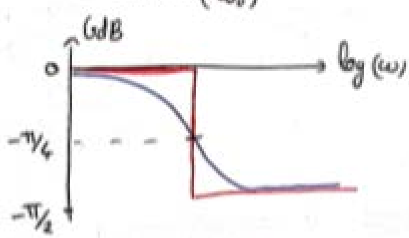


Étude du déphasage : $\varphi = \arg(H(\omega)) = \arg(1) - \arg\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)$
$= -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$

→ HF : $\varphi \xrightarrow[\omega \to +\infty]{} -\pi/2$

→ BF : $\varphi \xrightarrow[\omega \to 0]{} 0$

$\varphi(\omega_c = \omega_0) = -\pi/4$



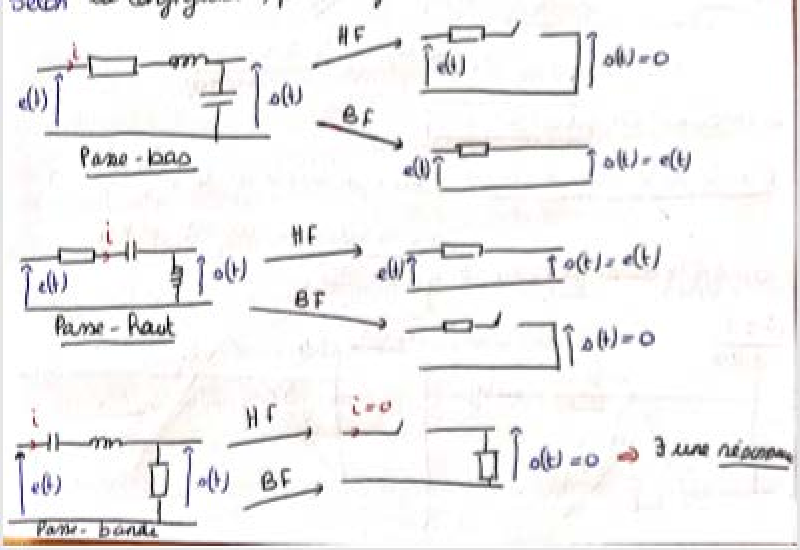
⤳ Slide : diagramme de Bode pr passe-haut

Pr un filtrage plus efficace : filtre d'ordre supérieur ⊂ filtre d'ordre 2.

3) filtre d'ordre 2 : RLC

a) Étude rapide

Selon les configura°, pas m̂ filtre



b) Etude détaillée du passe-bande

$$\underline{H}(\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega - \omega^2 LC}$$

$$= \frac{j\,x/Q}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2} \quad \text{où} \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \\ x = \frac{\omega}{\omega_0} \end{cases}$$

• Gain : $G = \dfrac{x/Q}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{1}{x} - x\right)^2}}$

$G_{dB} = -10 \log\left(1 + Q^2\left(\frac{1}{x} - x\right)^2\right)$

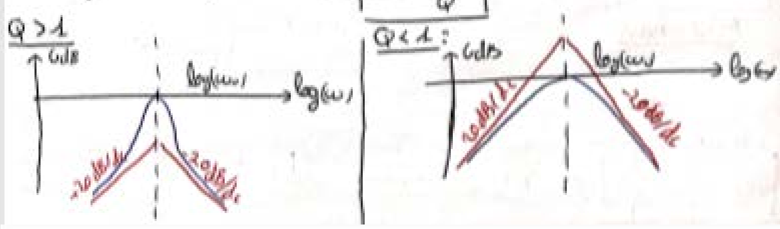
→ BF : $G_{dB} \xrightarrow[\omega \to 0]{} -10\log\left(\frac{Q^2}{x^2}\right) = -20\log\left(\frac{Q\omega_0}{\omega}\right)$
$= -20\log(Q\omega_0) + \underbrace{20\log(\omega)}_{asympt}$

→ HF : $G_{dB} \xrightarrow[\omega \to +\infty]{} -20\log\left(\frac{Q\omega}{\omega_0}\right)$
$= -20\log\left(\frac{Q}{\omega_0}\right) - \underbrace{20\log(\omega)}_{asympt}$

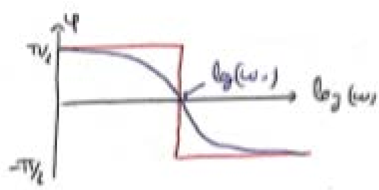
→ intersec° en $\boxed{\omega_0 = \omega = \omega_c}$

Etude de la résonnance : G_{max} pR $\omega \neq 0$ si $Q^2\left(\frac{1}{x} - x\right)^2 = 0$
pour $x = 1$ donc $\omega = \omega_0$ et $\forall Q$

on déf la bande passante τ $\boxed{\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}}$



• déphasage :
$\varphi \xrightarrow[\omega \to \infty]{} -\pi/2$
$\varphi \xrightarrow[\omega \to 0]{} \pi/2$



Slide : diagrammes de Bode pR passe-bas et passe-haut

III-

Slide : Signal carré et superposi° de Σ signal sinusoïdaux

On voit que : • BF : forme global du signal
• HF : détails et discontinuité du signal

Un filtre transforme un signal d'entrée $e(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} E_n \cos\left(2\pi \frac{nt}{T} + \varphi_{e_n}\right)$
en un signal de sortie $s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} S_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T} + \varphi_{s_n}\right)$; $\varphi_{s_n} = \varphi_{e_n} + \varphi(n\omega)$

$S_0 = H(0)E_0$; $S_n = G\left(\frac{2\pi n}{T}\right)E_n = G(n\omega)E_n$

Selon où se situe la composante continue, le fondamental et les harmoniques du signal d'entrée par rapport à la bande passante du filtre, certaines composantes du signal périodique seront atténuées modifiant la forme général du signal en entrée.

Ainsi un filtre pourra avoir un comportement :

- intégrateur : $s(t) \propto \frac{e(t)}{j\omega} \Rightarrow H(\omega) \propto \frac{1}{j\omega} \Rightarrow$ créneau $\rightarrow$ triangle
  cas d'un passe-bas lorsque $\omega \gg \omega_c$
- dérivat° : $H(\omega) \propto j\omega \Rightarrow$ triangle $\rightarrow$ créneau
  cas d'un passe-haut lorsque $\omega \ll \omega_c$
- moyenneur : $s = \langle s \rangle \Rightarrow$ on ne garde que le fonda $\Rightarrow$ créneau $\rightarrow$ —
  cas d'un passe-bas tq $\omega \gg \omega_c$

Ccl : → applica° : radio
modes de l'oscilloscope

Remarque : La partie III n'a pas était présenté entièrement à l'orale, seule la possibilité de faire des filtres intégréteurs et dérivateur pour obtenir des signaux triangulaires à partir de crénaux (et vice-versa) a été présenté.

Questions posées par l'enseignant

Question 1
A un moment quand tu as défini la fonction de transfert tu as écrit H(w) = s(t)/e(t). Est-ce légitime ?
Non. Il faut éviter de mélanger les grandeurs physiques et leur transformées de Fourier.

Question 2
Quand on est en 1er année de prépa, on apprend la dépendance spectrale et la dépendance temporelle via la transformée de Fourrier. Est-ce malin de mettre une égalité entre les 2 ?
Cf question précédente.

Question 3
GdB est définit avec 20 log pourquoi pas 10 log ?
Le décibel c'est 10 fois le log de la puissance. Ici on travaille avec le rapport des amplitudes. En prenant 20 fois leur log, cela revient à prendre 10 fois le log de leur carré. Et les amplitudes au carré sont bien reliées à la puissance.

Question 4
Tu as commencé par définir les passe-bas. Tu as écrit 0 < w < wt et 0>G>Gsup. Ou est ce qu'il y a un inférieur ou égal et où est ce qu'il y a un inférieur strict au niveau des fréquences ?
La fréquence nulle doit être comprise dans les fréquences passantes d'un filtre passe-bas.

Question 5
Tu as tracé un gabarit. Est-ce que ça suffit à spécifier entièrement le filtre ?
Le gabarit ne donne que des contraintes sur l'amplitude. Les déphasage induit par le filtre est donc laissé libre.

Question 5 bis
Le gabarit donne des contraintes sur le gain. Quelles contraintes y a t il sur la phase ?
Ici il n'y en a pas. Cependant dans la pratique, si on utilise des filtres usuels d'ordre 1 et 2 de CPGE, fixer l'amplitude donne des contraintes très fortes sur la phase.

Question 5 ter

Si on utilise des filtres d'ordre assez peu élevé, est ce que mettre des contraintes sur le gain ca met des contraintes sur la phase ?
Cf question précédente.

Question 5 quater

Est-ce qu'avec des filtres d'ordre 1 - 2, est ce que la phase est contrainte ?
Cf questions précédentes.

Question 6

Tu as parlé de passe-bas, passe bande, passe haut. Y a t-il d'autres types de filtres ?
Oui. Par exemple coupe-bande, ou toute-bande (qui joue sur la phase).

Question 6 bis

As-tu entendu parlé de filtre égaliser ? Égaliseur*
Dans les ampli d'installations acoustiques. On peut « égaliser » les différentes fréquences, pour modifier finement le spectre en amplitude d'un signal.

Question 7

Tu as parlé des filtres dans leur généralité, mais pas de leur ordre. C'est quoi l'ordre d'un filtre ?
Pour un système stable, un filtre peut s'écrire comme une fraction de polynômes en (j¥omega) où le dénominateur a un ordre plus élevé que celui du numérateur. L'ordre d'un filtre est l'ordre du polynôme apparaissant au dénominateur dans cette écriture. L'ordre d'un filtre peut également être défini comme l'ordre de dérivation le plus élevé apparaissant dans l'équation différentielle régissant le système qui fait office de filtre.

Question 7 bis

En général entre les ordres liés à l'entrée et la sortie, lequel est le plus grand ?
Cf question précédente.

Question 7 ter

C'est quoi l'ordre du filtre vis à vis de l'équation différentielle qui caractérise le système ?
Cf questions précédentes.

Question 8

Tu as défini la fréquence de coupure par GdB > GdB - 3dB Que se passe-t-il s'il y a plusieurs bandes ?
Cette définition qui correspond à des cas particuliers de filtre linéaires d'ordre 1 et 2 doit être étendue lorsqu'on caractérise des filtres plus complexes.

Question 9

Tu as pris un circuit RLC série et tu as regardé le condensateur. Tu as considéré son comportement asymptotique puis tu en as déduit que c'était un passe bas. As tu fait une hypothèse pour dire ça ?
Que c'était un filtre d'ordre 2. Egalement que le filtre n'était pas résonant.

Question 10

Tu as parlé d'un filtre passe bande avec la résonance en intensité. Tu as parlé de résonance. C'est important d'avoir une résonance ?
En pratique, une résonance peut modifier le comportement d'un filtre. Un filtre initialement passe-bas qui a résonance très piquée près de sa fréquence de coupure va plutôt jouer le rôle d'un filtre passe-bande.

Question 10 bis

Faut un facteur de qualité grand ou petit pour avoir une résonance ?
Grand

Question 10 ter

Pour un filtre passe bas ou passe haut, quel est l'intérêt d'avoir une résonance ? Y en a t il une ?
Cf questions précédentes.

Question 10 quater

Si tu as une résonance très piquée, tu appellerais ça toujours un passe bas ?
Cf questions précédentes.

Question 11

Tu as tracé le gain de ton passe bande en écrivant : G = 1/ srqrt(1 + Q^2 *(1/x -x)^2)). Est-elle symétrique

dans le diagramme de Bode ? Pourquoi ça se voyait dans la formule ?
Oui elle l'est. On retrouve cette symétrie dans la fonction de transfert sous la transformation x → 1/x. Cela a une symétrie dans le diagramme de Bode car celui-ci est tracé en échelle logarithmique, qui vérifie log(1/x) = - log(x)

Question 12

Ici on a parlé de filtrage linéaire. Finalement si tu devais expliquer à quoi ça sert le filtrage, qu'est ce que tu présenterais comme application à un élève ?
Un large panel d'application répond à cette réponse. Enlever du bruit, enlever une oscillation non-souhaitée, récupérer une composante d'intérêt, etc.

Question 13

Si on prend un signal assez bruité, ça sert à quoi un filtre ?
À enlever le bruit !

Commentaires donnés par l'enseignant

Pendant la leçon : Leçon claire, plan cohérent, attention, cette lecon comme toutes les autres elle est difficile. En pratique ça peut être plus difficile de faire une leçon sur un truc de L1, L2 que sur du M1. Je vous déconseille de réfléchir en termes de leçon facile et difficile.
Ce qui était bien ici, c'était la clarté, les calculs bien menés, tu ne regardais pas tes notes, tu présentais bien, on voyait où tu allais. Globalement, ce à quoi il faut faire attention ici c'est le contenu et là où on veut aller pour pouvoir insister sur le contenu, et l'objectif de la leçon.
Le fait de faire un ordre 1 et un ordre 2, c'était probablement un peu trop. C'était peut-être un point faible de la leçon de ne rester que sur les diagrammes de Bode et pas assez sur les applications.
Finalement ; on voit toujours ce qui se passe sur un sinus et pas vraiment ce qui se passe sur les fonctions réelles et c'est aussi ce qu'on a fait ici.
Le filtrage linéaire, l'objectif est surtout de dire qu'on a des fonctions qu'on peut décomposer sur fourrier, voir ce qui est utile dans le spectre puis on pourra agir sur le spectre en amplitude pour agir sur un signal donné. On aurait pu insister sur comment on enlève le bruit ou sur comment on enlève la composante continue par exemple.
L'égaliseur par exemple c'est un truc qui sert à augmenter les basses, diminuer les aigues dans une chaine hifi ça aurait été intéressant d'en parler. On aurait pu parler des amortisseurs également …

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Le plan évoquait la plupart des notions importantes. Cependant, un temps trop important a été consacré au calcul de fonctions de transfert. Il aurait été mieux de mieux concentrer la leçon sur la notion de filtrage comme modification du spectre en amplitude d'une fonction, avec plus d'exemples et applications. C'est le centre de la leçon, beaucoup plus que le calcul de fonctions de transfert.

Attention à être rigoureux sur les notations utilisées. Typiquement, ne pas mélanger des fonctions dans le domaine spectral et temporel.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Décomposition spectrale d'un signal physique, et son traitement par du filtrage linéaire. Exemple du fait de vouloir garder des fréquences contenant un signal informatif, exclure une fréquence parasite (oscillations mécaniques indésirables, 50 Hz, etc.), d'enlever du bruit à certaines fréquences, enlever une composante continue, etc. Comment cela peut être effectuer avec les filtres usuels étudiés en CPGE. Exemple sur une fonction comportant des harmoniques, comme un signal créneau, et effet de différent filtres usuels en fonction de la position de la première harmonique du signal par rapport à la fréquence caractéristique du filtre. Identifier ce qui est contenu dans les basses/hautes fréquences, garder/exclure une plage de fréquence donnée, etc.

Ne pas passer trop de temps à calculer des fonctions de transfert, même si faire ou rappeler au moins un calcul associé semble nécessaire. Être précis sur les définitions utilisées. Bien réfléchir aux pré-requis pour centrer la leçon sur les notions de filtrage, et pas de calcul de fonctions de transfert. Dans ce cadre, il est important de filtrer des signaux physiques, qui seront ici a priori périodiques, et pas uniquement des fonctions sinusoïdales.

Toute notion de traitement de phase sort plus ou moins du programme de CPGE. Il n'empêche qu'en pratique le spectre de phase joue un rôle important dans la description des structures cohérentes dans un signal. Il est important de garder cela à l'esprit.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Avec un filtre passe-bas ou passe-haut, typiquement réalisé par un circuit RC dont on prend la tension aux bornes de la capacité ou de la résistance, respectivement, filtrer une fonction périodique comme un créneau. Faire varier soit la fondamentale du créneau, soit la fréquence caractéristique du filtre.

Un circuit passe-bande peut également être réalisé, mais plus lourd et plus restrictif. Il me semble que des filtres d'ordre 2 tout fait existe dans la collection, cela peut être une solution plutôt que de réaliser un RLC soi-même. Montrer du filtrage sur un filtre d'ordre 1 reste cependant pour moi la manip la plus simple et la pus importante à montrer.

Bibliographie conseillée

On pourra se contenter de livres de prépa. Il est encouragé de multiplier les références pour étoffer le discours.