

Titre : LP 03 – Notion de viscosité d'un fluide. Ecoulements visqueux.

Présentée par : Rémi Metzdorff

Rapport écrit par : Martin Bouillard

Correcteur : Erwan Allys

Date : 25/04/2020

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Physique Spé. PC*, PC.	Olivier, S., Gié, H., and Sarmant, J.-P.	Tec&doc edition	2000
Tout en Un Physique	Sanz, M.-N., et al. PC-PC*.	Dunod	2016
Course of theoretical physics, Fluid mechanics	Landau, L. and Lifschitz, E.		1971
Notes de cours sur les fluides, volume 5	Rabaud, M.		2019
Hydrodynamique physique.	Guyon, E., Hulin, J.-P., and Petit, L.	EDP Science	2001
BUP 814 Expériences de mécanique des fluides - Mécanique des fluides et expérimentation	http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/une_fiche.php?ID_fiche=7701		1999

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Cinématique des fluides (description Eulerienne), hydrostatique, équation de diffusion.

Introduction

Évaluation qualitative de la viscosité de quelques fluides. Faire couler plusieurs liquides et constater des différences majeures de comportement. Mentionner la différence entre les gaz et les liquides.

Existence de contraintes tangentielles dans un fluide.

3.1 Description de la viscosité d'un fluide

3.1.1 Actions de contact dans un fluide

Dire un mot sur la pression : force normale.

Video. Bien décrire le setup et dire que le régime permanent est atteint lors de la mesure. On mesure la force nécessaire pour faire bouger les plaques, c'est une force surfacique.

Établir l'expression intégrale de la force tangentielle : [OGS00] p418. La force dépend de la nature du fluide : introduire η .

Établir l'expression de la force de viscosité mésoscopique :

- unité de η
- exemples de valeurs [OGS00] p423
- commentaires de [OGS00] p419 pour introduire le caractère diffusif de la viscosité.

Ici on modélise bien l'interaction avec une paroi, mais dans un fluide il vaut mieux utiliser l'équivalent volumique des forces de viscosité

3.1.2 Force volumique de viscosité

Faire le bilan sur une particule mésoscopique de fluide [OGS00] p420. Bien faire le schéma et préciser les hypothèses sur l'écoulement. L'expression est valable pour un écoulement incompressible, ce qui est le cas ici.

Se rappeler de la démonstration pour montrer qu'un écoulement incompressible ($\frac{D\rho}{Dt} = 0$) est équivalent à $\text{div} \vec{v}$ avec la conservation locale de la masse et la définition de la dérivée particulaire.

Il existe une viscosité de volume ou viscosité volumique qui intervient dans le cas des écoulements compressibles.

Quelle est l'origine de la viscosité ? Comme souvent, l'explication se trouve dans la description de phénomènes microscopiques.

3.1.3 Interprétation microscopique qualitative de la viscosité

Dans le cas d'un gaz. Faire un schéma d'un écoulement laminaire avec les différentes couches de fluide et expliquer la variation de quantité de mouvement d'une particule de fluide par le passage d'un atome dans la particule de fluide voisine par l'agitation thermique.

Dire que c'est bien un phénomène diffusif au même titre que la température, où le coefficient qui caractérise l'évolution du système est ν . Justifier sa forme par analyse dimensionnelle.

La modélisation quantitative [OGS00] p424 et [GHP01] p95-99 permet de relier la viscosité à la vitesse quadratique d'un gaz. C'est la modélisation d'Enskog. Il est alors normal que la viscosité soit fonction croissante de la température, contrairement aux liquides dans lesquels les interactions entre particules sont fortes. Voir la page [Wikipedia](#) pour quelques détails.

Comment décrire l'écoulement d'un fluide visqueux ?

3.2 Écoulements visqueux

3.2.1 Équation de Navier-Stokes

Suivre [SVSCI6] p305. Faire un bilan des forces et appliquer le PFD pour trouver l'équation de Navier-Stokes.

L'équation de Navier Stokes n'est valable que pour un écoulement incompressible et pour un fluide newtonien compte tenu de la forme supposée pour la force volumique de viscosité.

Suivre [OGS00] p422 pour la discussion des termes convectif et diffusif. Faire apparaître explicitement l'équation de diffusion sur la quantité de mouvement.

Viscosité de quelques fluides.

Introduire le nombre de Reynolds [OGS00] p423.

Interprétation du nombre de Reynolds en terme de temps caractéristiques de diffusion et convection dans [GHP01] p101.

La résolution de l'équation de Navier-Stokes nécessite des conditions aux limites.

3.2.2 Conditions aux limites

Suivre [Rab19] p25, les explications sont un peu plus poussées que dans [SVSC16].

On néglige ici les effets liés à la tension de surface, mais garder en tête qu'ils apparaissent dès que la surface est courbée (loi de Laplace).

Conditions aux limites. Présenter correctement le tableau directement pour gagner du temps si nécessaire.

Voyons un cas particulier : l'écoulement de Poiseuille.

3.2.3 Écoulement de Poiseuille

[SVSC16] p351 ou mieux : [OGS00] p435. Retrouver le profil parabolique de vitesse et le montrer en [vidéo](#).

Loi de Poiseuille et expérience de Reynolds. Faire la distinction entre écoulement laminaire et turbulent. [Une belle vidéo](#) pour montrer un écoulement à très faible Reynolds.

Écoulement de Poiseuille. Juste une idée, elle est pénible à installer mais bon.

La viscosité est associée à des processus de dissipation. Voyons le cas d'un écoulement autour d'une bille.

3.3 Écoulement autour d'une sphère

3.3.1 Viscosimètre à chute de bille

Faire l'expérience qualitative pour introduire le fait que l'écoulement de fluide visqueux est à l'origine d'une trainée. Supposer « comme d'habitude » une force de frottement linéaire en la vitesse et calculer la vitesse limite. Présenter le principe de l'expérience et faire le calcul de la vitesse limite puis faire la manip.

Chute d'une bille dans le glycérol. L'expression de la vitesse limite trouvée dépend fortement des conditions aux limites. Elle n'est valable exactement que pour un fluide infini ce qui n'est pas le cas ici. Elle constitue une bonne approximation si le diamètre du contenant est cent fois plus grand que celui de la bille. Voir le poly de TP et le BUP pour plus d'informations là dessus.

Avoir en tête d'autres [méthodes](#) pour déterminer la viscosité d'un fluide :

- viscosimètre à écoulement libre ;
- [rhéomètre](#).

En fait l'expression de la trainée est plus complexe et dépend du nombre de Reynolds.

3.3.2 Trainée

Objectif : déterminer la force subie par une sphère dans un écoulement de fluide. Suivre [SVSC16] p315 pour introduire la force de trainée en fonction du nombre de Reynolds.

Coefficient de trainée autour d'une sphère.

Établir la loi de Stokes et mentionner le cas à haut Reynolds.

Conclusion

On s'est restreint à l'étude d'écoulement laminaire puisque les écoulements turbulents sont extrêmement difficile à décrire. Les effets de la viscosité se cantonnent parfois sur des faibles épaisseurs en dehors desquelles il est possible de décrire l'écoulement comme un écoulement parfait : couche limite.

On a étudié seulement les fluides newtonniens mais il existe aussi des fluides rhéofluidifiants et rhéoépaississants.

Questions posées par l'enseignant

1. T'as parlé du régime de Stokes pour les frottements. Comment est-ce que t'appelles les autres types de frottements ? On les appelle les frottements inertiels.

2. Tu sais pourquoi ? Parce que c'est relié à v^2 et donc à l'énergie cinétique. Plus précisément, cette force correspond à la mise en mouvement du fluide devant l'objet, plutôt qu'à l'apparition d'un écoulement laminaire autour de celui-ci.

3. Pour la loi de Newton, t'as fait un schéma d'une particule de fluide sur laquelle tu appliques le PFD. Quelle force s'exerce sur quelle particule ici ? Est-ce qu'il y a des hypothèses pour écrire cette formule ? C'est la loi de Newton. Il faut que le fluide soit newtonien, c'est à dire que son coefficient de viscosité soit indépendant de la contrainte qu'on applique sur le fluide et de son histoire passée.

4. **Tu sais comment est-ce que l'on définit η ?** Il est défini par cette équation. On peut tout mesurer et on définit η par rapport à ça.

5. **Comment expliques-tu le fait que ça homogénéise le champ de vitesse, c'est caractéristique de la diffusion ?** On peut faire une analogie avec la thermodynamique, si on met deux corps de température différente en contact, on observe une homogénéisation la température.

6. **Est-ce que ça suffit pour dire que c'est diffusif ?** Je ne pense pas, mais c'est pour donner une compréhension. En fait pour avoir une équation de diffusion, il faut une dérivée seconde par rapport à la position et une dérivée première par rapport au temps (c'est elle qui donne l'irréversibilité de la diffusion)

7. **Tu as une idée d'une force qui homogénéise mais qui n'est pas diffusive ?** La convection quand on a des températures différentes.

8. **T'as donné une interprétation microscopique de la diffusion. Tu as dit que si l'on considère une molécule du fluide, elle avait deux vitesses : la vitesse de la particule mésoscopique de fluide U et la vitesse quadratique moyenne de la molécule.** Ici il faut prendre une particule microscopique, pas mésoscopique, sinon les mouvements individuels sont négligeables (pour le méso et macro).

La retranscription n'est pas très bonne ici. Le problème venait d'utiliser la notion de particule de fluide pour décrire une particule microscopique, ce qui était maladroite vis-à-vis du terme particule de fluide utilisé pour les volumes mésoscopiques. Par ailleurs, il faut faire attention en parlant de deux vitesses. La particule de fluide macroscopique a une vitesse d'ensemble, et les particules microscopiques ont une composante de vitesse thermique. On peut considérer leur vitesse comme une somme des deux, mais il faut garder en tête que la vitesse thermique peut être plusieurs ordres de grandeur au dessus de la vitesse d'ensemble.

9. **Avec ce modèle, tu as une expression de la viscosité. Ce modèle il marche bien pour les liquides ? Non**
Qu'est ce qu'on oublie ? Les interactions entre les particules.

10. **Tu as écrit Navier-Stokes, il y a des hypothèses ?**

Le fluide doit être incompressible et newtonien (pour l'expression de la viscosité).

11. **Si on n'avait pas de viscosité, est ce qu'on aurait des écoulements turbulents ?**

J'aurai tendance à dire que non.

On peut montrer que dans un écoulement turbulent il faut de la viscosité pour expliquer la nucléation des turbulences, même dans les écoulements qu'on suppose parfait.

12. **Si on étudie un fluide parfait. Est-ce que la viscosité joue un rôle ?**

Oui, sur une couche limite dans laquelle il faut résoudre Navier-Stokes. Dans le reste on peut négliger la viscosité.

13. **Pourquoi est-ce que tu as fait l'écoulement de Poiseuille ?** Ça permet de mesurer la viscosité. On peut illustrer un viscosimètre et parler des conditions aux limites.

14. **Il est comment l'écoulement dans ce genre de manip' ? Le nombre de Reynolds peut atteindre**

2000. L'écoulement laminaire ça marche ? Non. Pourquoi est-ce que tu as fait l'hypothèse alors ?

Parce que c'est simple. On détermine le coef de Reynolds après et si ça ne marche pas il faut changer l'expression des frottements.

Réponse peu satisfaisante. Normalement Reynolds peut être déterminé avant de résoudre analytiquement. C'est particulièrement important dans cette leçon, justement. Typiquement, on évalue Reynolds, ça nous dit quel terme domine, et on résout en ne gardant que celui-ci. En fait cet exemple est assez problématique, et doit être identifié comme tel.

15. **En fait à 2000, on a quand même un écoulement laminaire, donc est ce que c'est vraiment important le Re ? Il vaut quoi $(\nu \cdot \text{grad}) \sim \nu$ dans ton équation ?**

En fait le terme en $(\nu \cdot \text{grad}) \nu = 0$, donc le nombre de Re est toujours nulle. Sauf quand Re devient très grand on peut avoir des perturbations verticales qui déstabilise l'écoulement laminaire.

C'est un cas très particulier ici, où un des termes apparaissant dans Reynolds est explicitement nul, avec une stabilité linéaire de la solution. C'est donc pour ça que l'analyse de Reynolds en ordre de grandeur ne marche pas.

16. **Écoulement de poiseuille, comment est-ce que tu dissipe l'énergie ?**

En chaleur dans le fluide et la paroi. **Pourquoi tu ne le prends pas en compte dans tes équations ?**

Bah d'une certaine façon il est lié à la viscosité.

Du coup cette dissipation elle a lieu où ?

Partout où il y a un gradient de vitesse.

En quoi la baisse de pression nous renseigne sur le caractère dissipatif ?

On a perdu de l'énergie, donc la pression diminue.

17. **Il y a des hypothèses pour la loi de Stokes ?** On a un faible nombre de Re. Il faut un objet sphérique.

18. **Dans ton expérience, qu'est-ce que tu vas mesurer ?**

On mesure le temps de chute de la bille entre deux marques.

Comment est-ce que tu mesures ?

Au chronomètre ou par acquisition d'une vidéo.

Comment est-ce que tu vérifies que la vitesse est constante ?

Soit on regarde avec l'acquisition, soit on fait partir la bille de plus haut dans le fluide et on doit retrouver le même temps de chute.

19. **Quelle taille de bille tu vas choisir ?**

La plus petite. Plus la bille est petite, plus on arrive à un régime stationnaire rapidement (où les deux forces sont égales). En fait, le poids diminue en R^3 alors que les frottements en R^2 . Ça dépend aussi de comment on la lâche. On veut aussi négliger les effets de bord.

20. **La loi de Stokes est toujours valide ?**

Il faut être suffisamment loin de l'interface, on ne veut pas d'effet de bord. Du coup on lance la bille au centre.

21. **Comment est-ce que tu évalues la précision de ta mesure du temps au chrono ?**

En mesurant plusieurs fois et ensuite on fait une propagation des erreurs. **Tu peux le faire là ?** On mesure d/t . on néglige l'incertitude en d . et on dérive...

Commentaires donnés par l'enseignant

Rémi : Pour le calcul sur l'écoulement de Poiseuille, c'est long, et je ne sais pas trop comment faire plus vite.

Retour Erwan : Question, t'as plutôt bien répondu. Sur les particules de fluides (particules mésoscopique et microscopique), j'ai été pénible, mais le jury attend de la précision. Il t'aurait embêté pour te montrer que l'appellation est malheureuse et pour vérifier que tu as bien compris.

On peut montrer que dans un écoulement turbulent il faut de la viscosité pour expliquer la nucléation des turbulences, même dans les écoulements qu'on suppose parfait.

Inertiel, ça vient du côté énergie cinétique que l'on récupère. En effet, on peut faire des modèles simples en ordre de grandeur où ce terme de frottement revient à prendre avec soi les particules de fluide que l'on croise sur son passage.

Petits détails techniques : encadre les résultats importants, marque explicitement les noms propres genre (Reynolds). Attention à donner les hypothèses au début et pas au fur et à mesure. Ex : pour la bille bien dire que Stokes marche parce qu'il faut être sphérique quand même... Sinon ce n'est pas clair pour les étudiants.

Quand tu introduis la loi de Newton, il faut prendre le temps de bien expliquer les particules, qui exerce une force sur qui. On place les champs de vitesses. Qui varie selon un axe... Dans un cas simplifier, alors on peut écrire la force comme ça : ...

Sur la leçon : elle n'est pas évidente. Ce n'est pas parce qu'elle est dans le tout-en-un que c'est facile. Le programme est très borné, et derrière il y a des choses très subtiles qu'il faut connaître un minimum. Le rapport du jury dit : il y a plus riche que poiseuille. Attention à bien différencier les écoulement tourbillonnaires et turbulent... (tourbillonnaire de rotationnel des vitesses non-nul, turbulent à haut Reynolds)

Je pense que tu donnes trop de temps à Poiseuille. Je pense qu'on peut parler de la couche limite à la place, certes c'est pour avoir un fluide parfait, mais il y a une notion de viscosité qui est centrale dans ce phénomène. Ce n'est pas évident que ce soit obligatoire, mais on peut en parler.

Une façon de rendre la leçon intéressante c'est de poser une question et de s'y rapprocher souvent. Je pense qu'il y a 2 grandes façons d'aborder cette question :

- Ce que tu as fait : on met Euler (ou pas) : regardez on a Euler, mais on n'a pas parlé de la viscosité. La question que l'on va se poser c'est comment est-ce que se manifeste le caractère visqueux d'un fluide. On le présente de façon microscopique et après on introduit la loi de Newton. Tu t'es perdu quand tu as essayé de raccrocher Poiseuille à la diffusion. Si on montre juste un viscosimètre, 10 min ça ne vaut pas le coup. Il faut mettre une saveur sur le côté diffusion, il faudrait un exemple ou voit mieux la diffusion, genre couette plan (mais c'est technique). Du coup ta force de Stokes elle sort de nulle part. Il faut dire : on a vu comment caractériser les effets dynamiques dans un fluide. On va voir les effets que vont avoir les fluides sur un objet...
- Il y a une autre façon de faire que l'on peut trouver dans les vieux tout-en-un. Finalement depuis 18 mois on vous dit qu'on a des frottements en v ou en v^2 . On va voir que c'est lié aux effets visqueux qui apparaissent dans le fluide et qu'ils sont en compétition avec d'autres phénomènes. Et on reste plus sur la courbe du nombre de Re . On voit qu'on a deux régimes. On va les identifier. C'est moins sympa je trouve, mais c'est une approche plus top down.

J'aime bien ton choix.

On peut aussi faire la manip' avec la colonne d'encre, mais elle est un peu plus dur à faire. Elle marche bien et elle est jolie. On illustre bien le côté diffusion, mais ce n'est pas quantitatif. En quantitatif, il y a poiseuille, mais qui a les problèmes soulevés dans les questions.

Ensuite, sur ce que l'on met dedans. Il y a beaucoup de choses. Il faut introduire Reynolds et parler des différents régimes.

On peut parler des frottements avec la loi de Stokes. On peut parler plus de diffusion, pourquoi on en a... dans les tec et doc dans les exos, on peut discuter de la diffusion avec les mains. On peut parler de la couche limite, on peut ouvrir sur les écoulements parfaits sans trop en parler. On peut parler de la couche limite et on introduit un Re local.

On peut faire un choix et passer plus de temps sur certaines notions, il n'y a pas de pb.

Tes choix étaient cohérents, si on accélère sur poiseuille.

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Le plan général est à peu près cohérent, avec une introduction progressive des concepts, et la présentation est propre et plutôt claire. Attention cependant à bien identifier le rôle des différents exemples ou applications, de les positionner correctement vis-à-vis de la leçon, et de leur consacrer un temps adapté. Typiquement, la présentation de l'écoulement de Poiseuille juste après avoir introduit le nombre de Reynolds, sans parler du Reynolds de cet écoulement, et en y consacrant 10 minutes, c'est assez maladroit.

Bien prendre le temps d'explicitier les hypothèses faites avant de présenter des résultats, et préciser clairement, notamment à l'aide de schémas clairs, la modélisation qu'on utilise. Être soigneux et rigoureux sur le vocabulaire utilisé.

Essayer tout au long de la leçon de positionner la discussion, notamment les exemples et applications, en lien avec une problématique soulevée dès le début de la leçon, en montrant comment tous les éléments de la leçon s'y rattache et répondent à celle-ci. Attention à ne pas perdre de vue l'objectif de la leçon en développant des éléments inutilement calculatoires.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Une des difficultés de cette leçon est qu'il y a un certain nombre de notions importantes à identifier. Il n'est pas forcément nécessaire de toutes les aborder, mais être conscient de celles-ci lorsqu'on construit son plan. Ces notions sont :

- les forces de viscosité dans un fluide
- leur introduction dans les équations de la dynamique → Navier-Stokes
- l'introduction du nombre de Reynolds pour analyser celle-ci
- l'évolution des écoulements en fonction du nombre de Reynolds
- l'analyse du nombre de Reynolds en tant que compétition entre transport convectifs et diffusifs de la quantité de mouvement
- la phénoménologie diffusive liée à la viscosité, microscopique et macroscopique.
- la notion de couche limite et le lien vers les écoulements parfait
- les différents régimes de frottement fluides et la loi de Stokes

Pour construire un plan, il est nécessaire d'identifier une approche physique, par exemple une grande question sur laquelle on se focalise, et d'identifier un déroulement abordant dans un ordre cohérent la plupart de ces notions. Plusieurs choix sont possibles, cf les commentaires sur la leçon retranscrits plus haut. Comme beaucoup de notions sont potentiellement évoquées, il est important de bien les lier à un fil directeur, que ce soit la compréhension des effets de viscosités ou le lien avec le nombre de Reynolds, par exemple.

Attention aux différents modèles utilisés pour illustrer ces notions, qui ont chacun un certain nombre d'hypothèses parfois assez spécifiques. De même, pour énoncer les différentes lois et équations, un certain nombre d'hypothèses sont nécessaires, qu'il est important de préciser (par exemple fluide Newtonien et incompressible pour écrire Navier-Stokes). Être conscient de ces subtilités permet de garder en tête qu'on effectue une approche simplifiée d'une physique qui

peut être très complexe (la physique de la turbulence hydrodynamique est encore un sujet de recherche très actif).

Attention à l'écoulement de Poiseuille, qui a pour particularité que le nombre de Reynolds n'a pas forcément de sens car une solution analytique stable linéairement annule le terme en $(v \cdot \text{grad})v$ (cf le poly de TP sur cette manip). Cela n'empêche pas de parler de cet écoulement, mais il est nécessaire de prendre en compte cette subtilité, et de l'avoir en tête lorsqu'on le positionne dans le plan (pas idéal pour illustrer l'intérêt du nombre de Reynolds, par exemple...).

Attention à la différence entre un écoulement tourbillonnaire, qui a simplement un rotationnel des vitesses non-nul, et un écoulement turbulent, qui est une notion de définition plus subtile, et qui correspond notamment aux écoulements de grand Reynolds.

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Il est possible de faire de façon qualitative l'écoulement de Couette plan avec une colonne d'encre. Pour les expériences quantitatives, il y a l'expérience de Poiseuille et celle de la chute d'une bille dans de la glycérine, cf les poly de TP associés.

Bibliographie conseillée

Les références proposées sont assez complètes. Essayer de prendre quelques livres complémentaires de classe préparatoire, qui se complètent déjà bien, et compléter si nécessaire par des ouvrages spécialisés.