**Titre** : Propagation guidée des ondes LP 15

**Présentée par** : Timothée

**Rapport écrit par** : Quentin Berrahal, Theo Le Bret

**Correcteur** :

**Date** : 13/09/2019

**Bibliographie de la leçon :**

| **Titre** | **Auteurs** | **Éditeur** | **Année** |
|---|---|---|---|
| Cours de Physique, Vol. 2 | Feynman, Leighton, Sands | Dunod | 1999 |
| Propagation guidée des ondes acoustiques dans l'air<br>https://www.udppc.asso.fr/Bupdocarticle/pdf/id/33114 | R Moreau | BUP | 1992 |
| Propagation des Ondes<br>**http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf** | E. Thibierge | Poly du cours de l'ENS Lyon (internet) | 2015 |

## Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Électromagnétisme (relations de passage, milieux conducteurs, équations de Maxwell, équation de d 'Alembert et propagation libre des ondes), acoustique.

Introduction : (Durée *: environ 4 min*)
Définition d'une onde :
« Une onde est définie comme un champ scalaire ou vectoriel dont les dérivées spatiales et temporelles sont couplées par une équation aux dérivées partielles. »1.
On appelle celle-ci l'équation de propagation.
Une onde est caractérisée par une célérité et une impédance, par exemple , pour les ondes EM.
Lors de la propagation d'une onde libre dans l'espace, son amplitude décroît rapidement, ce qui est peu pratique pour la transmission EM d'informations sur de longues distances et motive donc l'étude de dispositifs de guidage permettant de minimiser ces pertes. Ceci est un enjeu majeur pour les télécommunications (ex fibre optique).
Notons aussi que les ondes guidées peuvent également être mécaniques (ex ondes sonores).

### I – Définitions préliminaires

Def : « Le guidage résulte de l'utilisation d'interfaces entre deux milieux (i.e l'existence de conditions aux limites). Ces conditions contribuent au confinement de l'onde dans une région restreinte de l'espace avec propagation dans une direction donnée ».

**Transition :** On étudiera au cours de cette leçon deux dispositifs de guidage : d'abord, la propagation guidée d'une onde EM entre deux plans conducteurs infinis (étude théorique), puis la propagation guidée d'ondes acoustiques dans  un tube cylindrique (tube sonore ultrason : étude expérimentale).

**II – Caractérisation d'un dispositif de guidage (8')**

Schéma de deux plans conducteurs parallèles infinis entre lesquels se propage une onde EM. On définit la gaine (plans conducteurs) et du cœur (vide entre les plans) par analogie avec une fibre optique.

Hypothèses :

a) **la gaine est un conducteur parfait**, ce qui implique **E=0**, et donc pas de pénétration du champ électrique dans la gaine

b) **le coeur est un milieu non-dispersif** (ici, le vide)

b) l'onde se dirige selon x. Par symétrie du dispositif, il n'y a donc **pas de dépendance des E et B en y**. (Principe de Curie)

Méthode :

On applique d 'abord les conditions sur les champs :

D'après ces équations, le champ n'a pas « conscience » qu'il y a des limites.

Il faut donc ajouter ces conditions aux limites en utilisant les relations de passage à l'interface vide/conducteur :

Écrivons maintenant la formule pour le **rot(E).**

Dans cette relation, on ne couple que certaines composantes des champs E et B entre elles. Le champ E transverse avec le champ B longitudinal et inversement.

Il y a donc deux types de modes : Les **TE (transverse électrique)** avec (Ey, Bx,Bz) et les **TM (transverse magnétique)** avec (By, Ex, Ez). Toute solution à l'équation de propagation est donc une superposition de modes TM et TE.

2) Solutions pour les modes TE (20'20'')

On propose une solution pour les modes TE de la forme :

En substituant cette expression dans l'équation de d'Alembert pour le champ E, on obtient, après quelques lignes :

Où l’on a défini

On a donc une équation différentielle sur E0, l’amplitude de **E**, qui possède trois familles de solutions selon le signe de k. Toutefois, on ne vérifie les conditions aux limites que pour k > 0, impliquant une solution générale :

En appliquant les conditions aux limites, on trouve alors A = 0 et K = n*pi / a, avec n un entier naturel. On a donc, pour le champs E (et un calcule similaire est aussi applicable pour obtenir B) :

C’est la solution générale  pour un champs transverse électrique (TE) se propageant entre deux plans conducteurs infinis. On notera que cette équation n’est **pas plane**, car l’amplitude dépend de z, et elle diffère donc de la solution de propagation libre.

A partir de cette solution, on obtient la **relation de dispersion :**

On note que cette relation implique que tous les modes ne peuvent pas se propager. En effet, si l’on écrit :

on remarque que, parce que beta^2 ne peut être négatif, on a une fréquence dite « **fréquence de coupure** »,  qui est la fréquence de pulsation en-dessous de laquelle il n’y a pas de propagation possible de l’onde dans le dispositif de guidage. Ainsi, on a donc de plus en plus de modes qui se propagent quand on augmente la pulsation (comme omega augmente, il existe de plus en plus de valeurs de n pour lesquelles beta² reste positif).

On a donc plusieurs régimes de propagation guidée :

, pas de propagation

, propagation *monomode*

, propagation *multimode*

Enfin, on note que l’existence de ces différents modes change la vitesse de groupe. En effet,

La vitesse de groupe dépend donc de la pulsation et du mode, ce qui implique que la propagation se fait comme dans un milieu dispersif (malgré le fait que le cœur est non-dispersif : ce sont les conditions aux limites qui imposent la dispersion).

**Transition :** Les concepts développés pour le cas EM sont généraux et peuvent maintenant être appliqués (avec quelques caveats) au cas pratique d'ondes acoustiques se propageant dans un tube en plastique qui sert de guide d'onde.

**III – Guide d'onde réel : le tuyau sonore 34'20''**

Tout d 'abord, notons les différences qui existent entre ce dispositif et le précédent :

a) ici, les ondes sont des ondes de pression longitudinales (*cf questions*).

b) La symétrie est ici cylindrique et non planaire, donc la solution pour la propagation d 'onde utilise des fonctions de Bessel au lieu de la simple relation pour l'amplitude : $Xi_0$ * sin(n*pi/a). Parce qu'il faut deux entiers pour caractériser ces solutions, la vitesse de groupe est :

Avec mu_mn un coefficient obtenu a partir de fonctions de Bessel, et qui caractérise chaque mode (la symétrie cylindrique implique que chaque mode est ici défini par deux entiers au lieu d'un □ *voir BUP pour plus d'info*)

c) On se place dans l'approximation acoustique (cf prérequis) et la célérité correspondante est donc cs, la vitesse du son dans l'air

Quelques remarques sur le fonctionnement des piézoélectriques : Tension □ Déplacement □ Pression. Dans un sens pour l'émetteur et dans l'autre pour le récepteur. On observe le signal engendré par le GBF qui est un *pulse (en fait, un paquet d'ondes d'environ dix sinusoïdes de 40kHz)*. On voit que les modes ne se propagent pas à la même vitesse, et on mesure aussi un retard entre les signaux émis et les signaux reçus de 435 ms (ce « temps de montée » du signal devra être pris en compte dans les calculs de vg). (40'). On distingue deux modes sur l'écran de l'oscillo. *Le signal reçu par l'oscillo devrait plus ou moins ressembler a ça (extrait du BUP ondes guidées, dans notre cas on avait que deux modes visibles, pas trois) :*

On en déduit la vitesse de propagation de chaque mode en utilisant :

, tau temps de montée

**Temps dépassé, on conclut :**

Entre une propagation libre et guidée, les conditions aux limites contraignent fortement les modes accessibles. Cette équation de vitesse de groupe est bien vérifiée dans cette expérience.

## Questions posées par l'enseignant

La plus importante : **Sur la formule de la vitesse de groupe, pourquoi la mesurons-nous ?** C'est la vitesse à laquelle les paquets d'ondes se déplacent. **Vous pouvez être plus précis ?** Pour un paquet d'onde court, on se retrouve dans l'espace de Fourier avec une distribution piquée autour de k0, de largeur deltak petite devant k.

On  a la TF :

On fait un développement limité de oméga autour du nombre d'onde k:

On insère dans la TF pour obtenir Xi_e, l'amplitude de l'enveloppe:

vg est donc bien la vitesse de l'enveloppe, liée à la variation d'amplitude (et donc d'énergie) alors que vphi , la vitesse de phase, n'existe que dans l'exponentielle complexe et ne transporte pas d'information (elle peut donc être supérieure à c).

**Ce qui est physique c'est la vitesse de groupe, A quoi vous pensez si je dis causalité, vitesse de groupe, vitesse de phase ? Est ce que c'est gênant ?** Non car vg est la vitesse de propagation de l'énergie qui véhicule l'information. **Quelle vitesse manque ?** Je ne sais pas. **Vous avez dit que le milieu est non dispersif mais on a de la dispersion quand même ? D'où ça vient ? Comment convainquez vous quelqu'un ?** Si on ajoute des interfaces, on n'est plus linéaire en omega. **Reformulons. Vous êtes dans un milieu non dispersif. Je décompose en onde plane chromatique (Fourier). Est ce magique ?** On peut décomposer notre onde dispersive en 2 ondes planes. Une selon **ex** et **ez** et une selon **ex** et **-ez.**

**D'où vient donc la dispersion ? Quelles sont les conditions aux limites de le vrai tube ? -Hydro : Est ce que la vitesse du fluide est toujours nulle sur les parois ? En terme de pression ça fait ?** La vitesse du fluide est tangente aux parois du tube et doit s'annuler (par frottement ?) aux parois.

**Vous avez écrit rot(E)=… Pouvez vous me recalculer les 3 composantes du rotationnel ? E=0 dans un conducteur parfait, pourquoi ?** Sigma est infini, donc l'épaisseur de peau de la gaine est nulle… **Fibre optique et guide d'onde… La fibre optique n'est pas un guide d'onde ?**

**Pouvez vous redonner la déf d'une onde ? (une onde n'est pas juste une equa diff aux dérivées partielles d'espace et de temps , il faut aussi qu'il y ait propagation, cf note de bas de page au début du compte-rendu)**

**Commentaires donnés par l’enseignant**

Un tout petit peu trop lent. Trop professeur qui veut faire professeur clair pour les élèves. Trop du côté de la simulation de cours. Il y a des milieux anormalement dispersif ou la vitesse de groupe est supérieure à c. Dans une cas général, vg n’est pas la vitesse de transfert de l’information. Signal velocity ou frontal velocity contient l’information (ref Sommerfeld et Brillouin).  Beta n’est pas un vecteur d’onde, ce qui explique la dispersion. Ce sont les k+ et k- propageant qui en sont. Les programmes ne présentent pas le guide d’onde et la fibre optique de manière unifiée.

**Partie réservée au correcteur**

**Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)**

Très bonne présentation d'une leçon ingrate parce que souvent embêtante! Tout au plus faudrait-il projeter une attitude un tout petit peu moins scolaire, mais ce n'est qu'un détail. Surtout ne pas perdre la propreté, la pédagogie et le soin!

**Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates**

Guide d'one EM, ondes TE et TM. Notion delicate: vitesse de groupe et vitesse d'un signal (voir par exemple Brillouin et Sommerfeld).

**Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)**

Propagation acoustique guide, cable coaxial.

**Bibliographie conseillée**