Titre : Ondes stationnaires en physique classique et quantique

Présentée par : Matthis **Rapport écrit par** : Matthis

Correcteur : Léa Lachaud **Date** : 08/05/20

Bibliographie de la leçon :			
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**	**Année**
Phyisique Tout-en-un PCSI	Salamito	Dunod	2013
Physique Tout-en-un PSI	Cardini	Dunod	2014
Physique Quantique et physique statistique	Loïc Henriet Anne Henriet Scavennec	ellipses	2016

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Pré-requis : Equation de d'Alembert (établie sur une corde), OPP / Equation de Schrödinger, fonction d'onde

Intro :
En physique classique, nous avons étudié différents types d'onde (corde, etc...), on a vu qu'en physique quantique, l'état d'une particule était décrit par une fonction d'onde qui obéissait à l'équation de Schrödinger. Ce qui va nous intéresser désormais, c'est la notion de conditions aux limites que l'on retrouve dans ces deux domaines de la physique.
Que l'on étudie une corde attachée à ses deux extrémités ou une particule confinée dans un puits de potentiel, le principe est le même : on fixe des conditions aux limites. Ces conditions aux limites vont imposer aux ondes d'exister sous une certaine forme.

Voyons cela ...

I-/ Construction des ondes stationnaires

On connaît jusqu'ici une famille de solution de l'équation de d'Alembert : Les ondes progressives.

On va ici sommer deux OPPH se propageant dans le sens contraire suivant l'axe (Ox). (cf Dunod PCSI). Ces deux ondes ont même pulsation w et même amplitude A.

On aboutit à une onde s(x,t) qui s'exprime comme le produit de deux fonctions, l'une dépendant du temps et l'autre de l'espace (ici x). L'espace et le temps étant indépendant.
Il s'agit d'une onde totalement différentes des deux ondes initiales, il n'y a plus le terme propagatif en x+/-ct.
L'onde ne se propage pas, elle vibre sur place.

On définit alors proprement **une onde stationnaire comme étant une onde dont les dépendances spatiales et temporelles sont découplées.**

Simulation : https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/ondes_stationnaires/stationnaires.php?typanim=Flash

On note bien que l'onde ne se propage pas, elle vibre sur place, ceci permet de définir deux points particulliers:

-Les noeuds : on démontre qu'ils sont espacés de $\lambda/2$
-Les ventres : De même on démontre qu'ils sont espacés de $\lambda/2$

Transition : *Simulation* https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/ondes_stationnaires/stationnaires.php?typanim=Flash
Quand est-ce que l'on rencontre deux ondes se propageant dans le sens contraire ? Par exemple quand il y a une réflexion. Cette réflexion est induite par une condition aux limites. Etudions une telle situation en physique classique.

II-/ Etude d'une corde fixée à ses deux extrémités

Corde de longueur L attachée à ses deux extrémités

1) Etude du régime libre :

En utilisant l'équation de d'Alembert, et la méthode de séparation des variables : y(x,t)=f(x)*g(t)

On aboutit à une équation temporelle et spatiale. (Afin de gagner du temps traiter un seul cas en détails)

On aboutit à $y(x,t)=Y_0.\cos(kx+\kappa\varphi).\cos(\omega t+\Phi)$

2) Modes propres :

Conditions aux limites : y(0,t)=y(L,t)=0

En utilisant la condition aux limites en x=0, on détermine φ.
L'autre condition impose au nombre d'onde k de ne prendre que certaines valeurs. k =n.Π/L

On définit donc les modes propres: les longueurs d'onde / nombres d'onde / fréquences que l'onde peut prendre sont limités. (Ensemble discret)

Représentation schématique des deux premiers modes

Calculons désormais l'énergie de chacun de ces modes :

3) Analyse énergétique

$yn(x,t)=Y_{0,n}.\sin(k_n x)\cos(w_n.t+\Phi)$

On fait un calcul énergétique en utilisant la densité linéique d'énergie d'une corde vibrante :

Energie linéique$=1/2.\mu(dy/dt)^2 + 1/2.T_0.(dy/dx)^2$

On calcule les deux dérivées et finalement on aboutit en intégrant l'énergie linéique entre 0 et L, à l'énegie du mode n :

$En = Y_{0,n}{}^2.T_0.n^2.\pi^2/4L$

Commentaires : L'énergie ne dépend pas du temps, on voit qu'à une amplitude fixée, elle ne peut prendre que certaines valeurs (suivant les modes de vibration).
Ceci nous fait échos à la mécanique quantique où les énergie d'une particule confinée dans un puits de

potentiel est quantifiée.

III-/Etats stationnaires en mécanique quantique

1) Etats stationnaires

Il s'agit des états décrits par une fonction d'onde solution de l'équation de Schrödinger indépendante du temp.

En posant $\Psi(x,t)=\varphi(x).g(t)$ que l'on réinjecte dans l'équation de Schrödinger, obtient à nouveau (comme dans le cas de la corde de Melde) deux équations (temporelle et spatiale)

-> La résolution de l'équation spatiale nous donne accès à l'équation que l'on appelle équation de Schrödinger indépendante du temps
-> La résolution de l'équation temporelle nous permet de conclure que la densité de probabilité $|\Psi(x,t)|^2=|\varphi(x)|^2$. Indépendance temporelle => C'est pour cela que l'on parle d'états stationnaires.

2) Puits de potentiel infini

VOyons désormais ce qui nous intéresse, le confinement d'une particule dans un puits de potentiel. Il s'agit par exemple d'un électron dans un atome d'hydrogène.
On restreint l'électron à une région de l'espace => Conditions aux limites (// Corde de Melde)

Résoudre l'équation de Schrödinger indépendante du temps que l'on a obtenu plutôt. Ceci nous permet de voir que tout comme pour la corde de Melde les valeurs du nombre d'onde k sont quantifiés : $k_n=n/a$ où a est la largeur du puits. On voit un parallèle entre mode propre en physique classique et états stationnaires en mécanique quantique:

On peut d'ailleurs représenter les fonctions d'onde pour n=1 et 2.

Finalement le calcul de l'énergie nous permet de conclure que l'énergie est quantifiée selon ces valeurs de k.

Conclusion:

On conclue sur les similitudes que l'on a mises en lumière.

Ouverture: D'autres points communs entre les ondes en physique classique et physique quantique, notamment les interférences.

Questions posées par l'enseignant

Question 1 : Dans ton premier paragraphe sur les ondes stationnaires, est ce qu'à partir de la forme mathématique que tu as trouvée tu pourrais donner une définition « propre » de ce qu'est une onde stationnaire ?
2 possibilités de réponse (l'une inclut les ondes évanescentes dans les ondes stationnaires ou non):
-> Variables temps et espace découplées, ça n'exclut pas les ondes évanescentes
ou
-> Variables temps et espace découplées + s'écrit comme la superposition de deux ondes progressives sinusoïdales

Question 2 : Que dire d'une onde évanescente du coup ?
Dépend de la réponse que l'on a donnée à la question 1.
Il n'y a pas de consensus sur la définition de l'onde évanescente :
-> Dès qu'il y a atténuation, donc propagation possible (ex : propagation avec atténuation dans l'épaisseur de peau d'un conducteur, partie réelle de k non nulle)
Ou
-> k doit être imaginaire pur (ex : atténuation sans propagation dans un plasma en dessous de la pulsation de coupure)

Evanescent signifie atténuation.
Question 2 bis : Est ce donc une onde stationnaire ?

Idem ...

Question 3 : Tu as dit que « par simplicité » on n'allait s'intéresser qu'aux ondes harmoniques. Qu'est ce qui te permet de dire que c'est suffisant ?

1) Théorie de Fourier => toute onde peut s'écrire comme une CL de sinusoïdes
2) Linéarité de l'équation de d'Alembert => toute CL de solutions est solution

Question 4 : Tu nous as montré une simulation d'une onde stationnaire comme la somme d'une onde incidente et sa réflexion. Que dire de la réflexion, manifestement ?

Réflexion totale, puisqu'on voit que l'amplitude est conservée.

Question 4 bis : Quelle grandeur caractéristique des milieux permet de caractériser s'il est facile de transmettre de l'énergie à travers une interface ? Que dire de ces grandeurs ici ?

L'impédance. Le coefficient de réflexion en amplitude s'en déduit : $r = (Z1-Z2)/(Z1+Z2)$. Dans la simulation, $Z2 = 0$ car $r = 1$.

Question 5 : Si la réflexion n'est pas parfaite, l'amplitude de l'onde réfléchie est différente de celle de l'onde incidente. A ce moment là, à quoi ressemble l'amplitude de l'onde résultante ?
à une onde partiellement stationnaire : on a des minima d'amplitude à la place des noeuds mais sans que l'amplitude ne soit nulle. De même l'amplitude des ventres est diminuée par rapport au cas r=1.

Question 6 : Qu'est-ce que le rapport d'onde stationnaire ?

Nombre adimensionnel égal au rapport entre l'amplitude max au niveau des ventres et l'amplitude min au niveau des nœuds : ROS = Emax/Emin. Il vaut 1 pour une onde parfaitement progressive, et il est infini pour une onde parfaitement stationnaire. Il s'exprime aussi en fonction du coef de réflexion en amplitude : ROS = (1+r)/(1-r)

Question 7 : Pourrais-tu rappeler les hypothèses permettant d'aboutir à l'équation de d'Alembert pour la corde de Melde ?

-> Corde filiforme homogène (masse linéique µ constante)
-> Corde inextensible (longueur L constante, on peut négliger les mouvements horizontaux)
-> Corde sans raideur
-> Pesanteur négligée (corde horizontale au repos)
-> Hypothèse des petits angles

Question 8 : Que veut dire « corde sans raideur » précisément ?

Cad infiniment souple, qui n'oppose aucune résistance aux mouvements transversaux (contrairement à une baguette rigide par exemple). Cela permet d'écrire que les tensions sont égales de part et d'autre d'un élément de corde : Tgauche = Tdroite. Dans le cadre de l'approximation des petits angles, on en déduit que le module de la tension est constant le long de la corde

Question 9 : Tu arrives à l'expression des modes propres pour la corde de Melde. Quelles sont les grandeurs qui varient d'un mode à l'autre ? La célérité ? La fréquence ? La longueur d'onde ?

La célérité ne varie pas. Seules la fréquence, le nombre d'onde et la longueur d'onde dépendent de n, ils varient d'un mode à l'autre.

Question 10 : Comment observer un mode propre en pratique ?

On fait l'expérience de la corde de Melde où l'on excite la corde à son extrémité à l'aide d'un vibreur, à une fréquence correspondant au mode propre que l'on veut voir.
+ éventuelle utilisation du stroboscope pour visualiser l'immobilisation de la corde à la fréquence de résonance. Attention cependant : utiliser le stroboscope pour mesurer la fréquence de résonance vous sera lourdement reproché, puisque le fréquence-mètre présent dans le GBF permet de le faire avec une bien meilleure précision.

Question 10 bis : Pourquoi faut-il un amplificateur ?

Le vibreur fonctionne à courant intense (~ 1A), son impédance Z=U/I étant faible (qqes ohms) devant celle du GBF (50 ohms), il est nécessaire de réaliser une adaptation d'impédance.

Question 10 ter : A quoi vois-tu que le GBF a une « grande » impédance en TP ?

Tensions de l'ordre de quelques volts, et courant faible ~ 100 mA. Attention cependant : l'impédance de sortie du GBF est certes grande devant celle du vibreur, mais plutôt faible dans l'absolu. Typiquement, elle est complètement négligeable devant l'impédance d'entrée d'un oscilloscope ou d'un voltmètre (10 Mohms).

Question 11 : Que se passe-t-il si tu multiplies par 4 la masse qui tend la corde ?

La tension est quatre fois plus grande, la célérité est donc deux fois plus grande. L'entier n s'adapte en conséquence afin de toujours vérifier la relation f = n*c/2L. Si on visualisait initialement le mode 4, on verra apparaître le mode 2.

Question 12 : Tu nous as expliqué qu'imposer des conditions aux limites à la corde de Melde limite son oscillation à certains modes. Mais qu'est-ce qui détermine la répartition de l'énergie dans ces différents modes lors d'une excitation ?

Les conditions initiales : la manière dont on excite la corde initialement (pincée, frappée, à quel endroit, avec quelle amplitude, etc…)

Question 13 : Tu nous as parlé de la corde de guitare. Sais-tu à quelle répartition d'énergie cela correspond ?

- Pour une corde de guitare (corde pincée, idem pour la harpe) : décroissance des harmoniques en $1/n^3$. Son « pur ».
- Pour le clavecin (corde frappée proche du bord) : décroissance en $1/n^2$
- Pour une corde de piano (corde frappée au milieu) : décroissance en 1/n. Sn « riche »

Question 14 : Tu as dit que l'énergie ne se propageait pas sur la corde. Mais alors où est-elle ? Pourrais-tu décrire précisément où se concentre l'énergie cinétique, l'énergie potentielle?
Energie cinétique au niveau des ventres, et énergie potentielle au niveau des noeuds.

Question 15 : Pourrais-tu comparer cela à une onde progressive ?
Pour une onde progressive, les deux formes d'énergie sont concentrées au niveau des « nœuds », elles se propagent avec l'onde.

Question 16 : Tu nous as parlé de mode propre, mais pas du tout de modes résonants. Quelle différence ?

- Mode propre : régime libre
- Mode résonnant : régime forcé. On excite la corde et son amplitude devient très grande (divergence d'un point de vue mathématique) pour certaines fréquences d'excitation, correspondant à celles des modes propres.

  Rq : en présence de dissipation, la résonance n'a pas toujours lieu à la fréquence propre selon le type de signal observé. Pour la résonance en amplitude d'un circuit RLC par exemple, la tension uC est maximale à $w0*\mathrm{sqrt}(1-1/4Q^2)$ et non à w0. De même pour la résonance en amplitude d'un système masse-ressort. La résonance en intensité/vitesse, elle, a toujours lieu à w0. Il faut par ailleurs que Q>1 pour observer une résonance (faible dissipation).

Question 17 : Pourquoi l'amplitude des ventres de la corde de Melde ne croît pas à l'infini lors d'une résonance ?
Hypothèse des petits angles plus vérifiée => apparition de termes non-linéaires dans d'Alembert => saturation de l'amplitude

Question 18 : Ton exemple de la corde de Melde ne traite que de « confinement » longitudinal : les conditions aux limites sont appliquées dans le sens de la propagation. Exemple de confinement transversal ?
Modes guidés dans une fibre optique. L'onde est progressive le long de la fibre, mais son profil transversal ne peut présenter que certains modes à cause des conditions aux limites imposées par la gaine. (fibre monomode/multimode)

Question 18bis : Ton exemple de la corde de Melde constitue un exemple de propagation 1D. D'autres exemples d'onde stationnaire en dimension supérieure ?
2D : Seiche à la surface d'un lac, vibration de la peau d'un tambour
3D : Four à micro-ondes, son de l'orgue dans le volume d'une église

Question 18ter : La corde de Melde est un exemple assez scolaire d'onde stationnaire en mécanique. Tu as des exemples d'ondes stationnaires dans d'autres domaines, « dans la nature » ?
-> en mécanique des fluides : ondes de montagne (ondes orographiques), onde de seiche dans les bassins/ports, ressaut hydraulique
-> en électromagnétisme : micro-onde
-> en électricité : antennes (=longueur quart d'onde). Exemple particulièrement approprié pour traiter du ROS
-> en optique : cavité Fabry-Pérot, réseaux optiques

Question 18 ++ : Et en quantique ? Quel(s) cas concret(s) le puits de potentiel permet-t-il d'illustrer ?

- électron confiné au voisinage d'un noyau atomique
- quantum dot (« atome artificiel ») = électron piégé dans une nanostructure de semi-conducteur. Remplace les SC usuels (dopés aux terres rares) dans les transistors, les LED, les panneaux voltaïques... Pollue moins, fabrication moins coûteuse. Les quantum dots servent également de qubits en simulation quantique.
- les cyanines : colorants alimentaires, électrons pi délocalisés par mésomérie sur une chaîne carbonée. Chaîne longue => colore en rouge, chaîne courte =W colore en bleu. (voir question 21 pour l'explication)

Question 19 : Le modèle stationnaire est-il réaliste dans le cas de l'atome ? A quelle(s) condition(s) le potentiel ressenti par l'électron est-il indépendant du temps ?

-> Atome isolé, pas d'interaction avec un champ extérieur/d'autres particules
-> 1 seul électron de valence, qui voit une charge nucléaire effective formée du noyau et des électrons de cœur. Pour l'atome d'hydrogène, le potentiel ressenti par l'électron provient uniquement du noyau donc est strictement indépendant du temps, l'hypothèse stationnaire est valide. Pour les atomes hydrogénoïdes en revanche, l'hypothèse ne tient que si l'électron reste loin du noyau, car s'il pénètre le cœur électronique la charge effective et donc le potentiel se mettent à varier. L'approximation stationnaire pour les hydrogénoïdes est donc d'autant plus vraie que les nombres quantiques n et l de l'électron sont grands.

Question 19bis : Tu as parlé d'effet tunnel, des exemples/applications ?

-> Microscope à effet tunnel (résolution de l'ordre de la dizaine de pm ou 0,1 ångström)
-> La radioactivité alpha (ex : le polonium se désintègre en plomb suivant l'équation $^{212}Po = {}^{208}Pb + {}^{4}He$, ce qui n'est pas permis classiquement compte-tenu de la profondeur du puits de potentiel dans lequel est piégé l'atome d'hélium).

Question 19ter : L'effet tunnel est-il bien un phénomène purement quantique ?

Oui, au sens où il permet à une particule de matière d'avoir une probabilité de présence non nulle en dehors du puits de potentiel, ce qui est strictement impossible en mécanique classique (une particule massive d'énergie inférieure au potentiel de libération ne peut pas sortir du puits). En revanche, le fait que l'effet tunnel s'applique également aux particules non massives comme les photons le rend observable en mécanique classique : on peut par exemple l'observer avec une onde centimétrique en réalisant une réflexion totale sur une interface paraffine/air et en approchant un second bloc de paraffine, on détecte alors une onde transmise. En fait, il s'agit d'un effet ondulatoire : toute onde peut traverser un milieu sous forme évanescente et reparaître en sortie sous forme progressive, pourvu que l'épaisseur du milieu soit suffisamment faible. Il devient « purement quantique » dès lors qu'il s'applique aux particules, et pour cause, en mécanique quantique toute particule peut être assimilée à une onde (dualité onde-corpuscule). **En résumé, on retiendra que l'effet tunnel au sens large est ondulatoire donc classique, mais que l'effet tunnel pour les particules de matière ne se comprend que quantiquement grâce à la dualité onde-corpuscule.**

Question 20 : Tu as utilisé la continuité de la fonction d'onde. Est ce la seule fonction continue ? Qu'en est il de sa dérivée ? Et pour un puits fini ?

La dérivée n'est pas continue dans le cas d'un puits infini mais l'est pour un puits fini.

Question 20 bis : Comment peut-on montrer en utilisant l'équation de Schrödinger que la dérivée doit être continue si V est fini ?

Il suffit d'intégrer l'équation aux valeurs propres de part et d'autre de la marche de potentiel (cf ci-dessous). Il s'agit d'un théorème de continuité sous l'intégrale : si une fonction continue est dominée sur un intervalle, alors sa primitive est continue sur cet intervalle. Dans notre cas, puisque le potentiel est dominé (pour un puits fini), alors psi' est continue à l'interface. Pour montrer la discontinuité de psi' dans le cas d'un puits infini, il suffit d'appliquer la contraposée.

On considère un potentiel présentant une discontinuité finie, comme une marche de potentiel en x_0. On peut alors intégrer l'équation aux valeurs propres :

$$\psi'(x_0+\delta x) - \psi'(x_0-\delta) = \frac{2m}{\hbar^2}\int_{x_0-\delta x}^{x_0+\delta x}(V(x)-E)\psi(x)dx \qquad (4)$$

La discontinuité de V étant finie et ψ bornée, lorsque δx tend vers 0, l'intégrale tend vers 0 On a donc continuité de ψ' en x_0 et donc continuité de ψ.

Dans le cas où on considère une discontinuité infinie on aura simplement continuité de ψ et plus de ψ'.

Question 21 : Quel effet le confinement a-t-il sur une particule d'un point de vue énergétique ?
Confiner la particule sur une distance L fixe une borne inférieure à son énergie fondamentale à cause de l'inégalité de Heisenberg : dp*dx > h donc $E=p^2/2m > h^2/2mL^2$. Plus la particule est confinée, plus l'énergie du fondamental est importante. (sachant que E=hv ça explique les longueurs d'onde d'absorption des cyanines, cf question 18++)

Question 22 : Oberve-t-on cela pour la corde de Melde ?
Oui ! L'énergie d'un mode est en 1/L donc plus on diminue la longueur de la corde, plus l'énergie augmente.

Questions orientées Histoire de la mécanique quantique:

1888 : formule de Rydberg pour le spectre de l'hydrogène ($E = Ry/n^2$)
1900 : Planck démontre la nécessité de quantifier l'énergie pour expliquer le spectre du corps noir, sans pour autant y voir une raison physique.
1905 : Einstein introduit la notion de photon et fonde la théorie quantique
1913 : Bohr reprend les travaux de Rydberg et explique le spectre de l'hydrogène grâce à la théorie quantique

Commentaires donnés par l'enseignant

-> Bonne expression orale

-> On aimerait plus d'exemples/applications qui mettent en jeu des ondes stationnaires. Des vidéos de seiche aquatique, un calcul de ROS sur une antenne ou un petit code Python pour simuler les orbitales atomiques de l'H. Donner des exemples d'ondes stationnaires « dans la nature » autres que la corde de Melde (très scolaire) et la particule confinée (abstrait, désincarné). Voir quelques exemples dans les questions.

-> Aspect énergétique avec calcul local sur la corde de Melde : TB. Visualiser les lieux de concentration/déplacement de l'énergie sur la corde serait encore mieux.

-> La leçon est déséquilibrée, il faut mieux gérer ton temps : tu dois gagner du temps sur les calculs de la partie classique pour ne pas sacrifier la partie quantique.

-> Les titres sont un peu décevants, I) corde de Melde II) particule confinée : trop descriptif, découle directement du titre de la leçon. En lisant votre plan, le jury doit comprendre le(s) message(s) que vous souhaitez faire passer. Il aurait été intéressant (ambitieux mais intéressant) de faire un plan qui ne sépare pas classique de quantique, mais qui les confronte tout au long de la leçon. Le choix d'un tel plan se comprend toutefois vu le temps de préparation limité mais dans ce cas faire au moins un tableau bilan à la fin pour résumer les parallèles entre les deux.

-> Parler des applications musicales peut être intéressant (permet de traiter d'OS en méca solide et fluide) mais c'est un domaine largement connu donc attention aux questions pointues sur le son et sa description spectrale, la hauteur, le timbre, la richesse, et les questions plus techniques : le résonateur d'un instrument, la table d'harmonie, le chevalet, l'âme…

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Discours clair, expression fluide et tableau soigné, c'est bien. Cependant c'est une leçon un peu trop scolaire qui gagnerait à contenir davantage de sens physique en poussant plus loin l'analogie classique/quantique, et en se basant sur des exemples concrets. Tu as perdu du temps sur des calculs classiques (assez répétitifs) au détriment de la partie quantique, c'est dommage.

Le traditionnel calcul de la solution forcée sur la corde est maîtrisé, mais il faut aller plus loin et caractériser cette solution, ne pas se contenter de la très classique/idéale superposition d'OPP de mêmes amplitudes. Qu'est-ce qui rend l'onde « plus » ou « moins » stationnaire ? Comment le quantifier ? Parler de conditions aux limites, d'impédance, de rapport d'ondes stationnaire. Tu as abordé l'aspect énergétique : c'est très bien, va plus loin en interprétant physiquement chaque terme, en le localisant physiquement sur la corde et en expliquant pourquoi l'énergie d'une OS ne se propage pas.

En quantique, le calcul du puits infini est bien mené mais là encore il faut le relier à la réalité : le puits carré n'existe pas, en physique atomique on modélise l'interaction noyau-électron par un potentiel harmonique ou de type Yukawa, si bien que la probabilité de présence n'est pas sinusoïdale mais gaussienne (ou + compliquée pour Yukawa, voir harmoniques sphériques de l'hydrogène).

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

- **Notions fondamentales à aborder :**
  - Les conditions aux limites imposent la quantification
  - le nombre de modes correspond au nombre de degrés de liberté du système
  - la répartition de l'énergie dans les différents modes dépend des conditions initiales
  - la nature des conditions aux limites impose la forme des solutions
  - une onde stationnaire est la superposition d'une onde incidente et de ses réflexions (cf Fabry-Pérot)
  - dualité onde-corpuscule
  - particule dans un puits

- **Notions secondaires pouvant être abordées :**
  - Résonance
  - Impédance
  - Rapport/taux d'onde stationnaire
  - conditions aux limites transversales, guide d'onde
  - on peut traiter d'autres formes de conditions aux limites que les CL « carrées » présentées ici. Par exemple on peut s'appuyer sur le système masse-ressort en classique et sur l'électron élastiquement lié en quantique. Ce sont deux exemples à 1 degré de liberté avec confinement dans un potentiel harmonique.

- **Notions plus délicates à avoir en tête pour les questions :**
  - ondes évanescentes, caractère stationnaire ou non (voir plus haut)
  - effet tunnel (voir plus haut)
  - attention au nombre de degrés de liberté du système, formellement la corde de Melde et la particule confinée dans un puits 1D ne sont pas identiques : la particule présente un unique

ddl (de même qu'un système masse-ressort, dont l'analogue quantique formel est l'électron élastiquement lié dans un potentiel harmonique), la corde de Melde en possède une infinité (de même qu'une chaîne continue d'associations masse-ressort). En classique le nombre de ddl fixe le nombre de modes propres accessibles au système, alors qu'en quantique il fixe le nombre de descripteurs quantiques nécessaire à définir l'énergie. Ainsi, la corde de Melde possède une infinité de modes propres alors que la particule présente un unique nombre quantique *n*. De même, le système masse-ressort présente un unique mode propre, et l'oscillateur harmonique quantique 3D présente 3 nombres quantiques (n_x, n_y et n_z correspondants aux 3 ddl de trasnlation). Pour un mode propre donné de la corde de Melde, l'énergie peut varier continûment si on augmente l'amplitude du vibreur, alors que pour la particule confinée, l'énergie est discrète, elle ne peut varier qu'avec *n*. En conclusion il faut avoir en tête que les différents états propres associés à la particule confinée ne sont pas des « modes » au même sens que ceux la corde de Melde, car on ne peut pas passer d'un état propre à l'autre sans fournir davantage d'énergie au système ; ils sont simplement la manifestation du fait que le spectre des énergies accessibles à la particule est quantifié, contrairement à la corde de Melde dont l'énergie peut prendre n'importe quelle valeur (y compris 0, cf remarque suivante).

- malgré le parallèle décrit dans cette leçon, il existe une différence fondamentale entre l'oscillateur classique et son équivalent quantique : l'oscillateur quantique présente une énergie minimale. Il est « interdit » à une particule quantique dans un potentiel d'avoir une énergie nulle à cause de la relation de Heisenberg $\Delta x \Delta p > h$: confiner une particule, cad localiser sa probabilité de présence à un endroit, c'est imposer une certaine dispersion à son impulsion, et donc une borne inférieure à son énergie cinétique. Cela se comprend classiquement en analyse de Fourier : le seul moyen d'obtenir une fonction piquée de l'espace est de superposer plusieurs fonctions oscillantes de fréquences spatiales *p* différentes. Plus la dispersion dans l'espace des *p* est grande, plus la fonction est localisée dans l'espace des *x*.

<u>Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)</u>

- Corde de Melde : qualitativement en visualisant différents modes, en quadruplant la masse, etc . Ou bien quantitativement en vérifiant la relation f = n*c/2L avec tracé de f en fonction de n. Remonter à la célérité c et comparer à la valeur théorique.
- Mesure du ROS d'une onde centimétrique au banc hyperfréquence. Illustrer l'adaptation d'impédance en mesurant le ROS pour un réflecteur parfait, un cornet et une sortie libre.
- Tube de Kundt. Idem corde de Melde : remonter à la célérité du son en traçant f = n*c/2L.

<u>Bibliographie conseillée</u>

- Garing, les 1001 questions de la physique – *un must have pour toutes les leçons*
- Basdevant & Dalibard, Mécanique quantique – *dualité onde-corpuscule et OH quantique*
- Cohen-Tannoudji, Mécanique quantique – *si vous n'aimez pas trop le premier*
- Pérez, Mécanique : fondements et applications – *pour n'importe quel calcul de méca ; souvent avec fautes mais au moins il y a tout*
- Votre bouquin de prépa de sup préféré - *ils parlent tous des ondes stationnaires anyway*
- Brebec, Ondes 2eme année – *pour l'impédance et le ROS des antennes*
- Taillet, Dictionnaire de physique – *un must have dès que votre leçon inclut des définitions scolaires (ondes stationnaires, mode propre, résonance)*