

Titre : Exemples d'écoulements de fluides

Présentée par : Matthis CHAPON

Rapport écrit par : Matthis CHAPON

Correcteur : Ludivine ORUBA

Date : 03/06/20

Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Physique Tout-en Un PC/PC*		Dunod	
Physique Tout-en Un PSI/PSI*		Dunod	

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon CPGE

Pré-requis : Description d'un écoulement (Nombre de Reynolds), Actions mécaniques au sein d'un écoulement (Navier-Stokes)

Intro : On a pour l'instant étudié comment décrire un écoulement, quelles étaient les forces qui s'exerçaient sur un fluide.

On va maintenant utiliser tous ces outils pour décrire différents écoulements.

Comme on l'a vu différentes actions s'exercent sur les fluides, nous verrons dans cette leçon des écoulements dont les origines sont diverses. Exemple du sang qui s'écoule grâce à une différence de pression + écoulement autour d'une cuillère que je trempe dans du miel.

I-/ Ecoulement dans une conduite ayant pour origine les forces de viscosité

1) Position du problème et hypothèses

Il s'agit de l'écoulement de Couette plan, physicien du XIX siècle qui a donné son nom à cet écoulement.

Description de l'écoulement avec un schéma

Formulation des hypothèses. Insister sur le fait que l'hypothèse d'écoulement unidirectionnel est très restrictive.

2) Etude du profil des vitesses

En utilisant les hypothèses + équation de Navier-Stokes, on détermine le profil des vitesses.

Insister à nouveau sur le fait que le terme d'accélération convective est nul parce qu'on a considéré que l'écoulement était unidirectionnel !

(On a besoin des conditions aux limites)

On obtient : $v(y) = U \cdot y/h$ u_x

Plusieurs remarques à faire :

-v ne dépend pas de la viscosité et pourtant c'est la viscosité qui est responsable de la mise en mouvement du fluide.

-On connaît l'expression du profil des vitesses. On peut alors calculer la force que le fluide exerce sur la plaque immobile :

$$F_{\text{fluide} \rightarrow \text{plaque immobile}} = \eta \cdot dv/dy(y=0) \cdot S \cdot u_x$$

Ainsi, en connaissant la force qu'un opérateur doit exercer pour empêcher la plaque de se mouvoir (opposée de cette force) + le profil des vitesses qu'un opérateur, on peut déterminer la viscosité dynamique du fluide : c'est le principe du viscosimètre !

Transition : On va voir maintenant un écoulement dont l'origine est une différence de pression.

I-/ Ecoulement dans une conduite ayant pour origine une différence de pression

1) Position du problème et hypothèses

Il s'agit de l'écoulement de Poiseuille, démontré en 1840 par un médecin physicien du nom de Poiseuille.

Description de l'écoulement avec un schéma

Formulation des hypothèses. Insister à nouveau sur le fait que l'hypothèse d'écoulement unidirectionnel est très restrictive.

2) Etude du profil des vitesses

- En utilisant les hypothèses + équation de Navier-Stokes, on détermine le profil des vitesses.

Insister à nouveau sur le fait que le terme d'accélération convective est nul parce qu'on a considéré que l'écoulement était unidirectionnel !

(On a besoin des conditions aux limites)

On obtient l'expression de la vitesse.

Remarque : L'écoulement a lieu dans le sens u_x si $p_e > p_s$

Faire un schéma : Montrer qu'il s'agit d'un profil parabolique (ceci vient de la viscosité du fluide,

en effet on voit bien sur le profil que la vitesse est nulle au niveau des parois)

- Calcul du débit volumique et obtention de la loi de Poiseuille.

Loi de Poiseuille illustrée expérimentalement sur une conduite horizontale sur laquelle des conduites verticales permettent de mesurer la pression. On voit bien que la pression décroît de manière affine en fonction de la longueur.

- Grâce à l'expression du débit volumique, on peut calculer la vitesse moyenne sur une section de la conduite. Ainsi on peut accéder au nombre de Reynolds.

Ceci nous permet de dire que le/s modèle/s que l'on a présenté est/sont valable/s uniquement pour des nombres de Reynolds pas trop élevé. Le cas contraire, l'écoulement perd son caractère unidirectionnel (hypothèse que nous avons formulée et qui nous a permis de dire que l'accélération convective est nulle). Ceci provient du fait que les phénomènes convectifs ne sont plus négligeables et ainsi que l'accélération convective n'est pas nulle et non plus négligeable et donc que notre modèle perd sa validité.

Transition : Nombre de Reynolds utile pour discuter de la validité d'un modèle mais nous allons voir dans un autre type d'écoulement que cela peut être un outil très puissant pour l'étude d'écoulement en laboratoire

III- Ecoulement d'un fluide

On étudie l'écoulement d'un fluide autour d'une sphère !

Deux forces s'exercent sur cette sphère, la force de traînée et la force de portance. Nous allons étudier la force de traînée F .

Les grandeurs physiques qui décrivent le système sont F , U , μ , D , η .

Grâce au théorème de Pi, on trouve deux nombres adimensionnés, le nombre de Reynolds et un autre $F/(\mu \cdot D^2 U^2)$, l'un étant fonction de l'autre.

On peut alors exprimer la force de traînée $F = 1/2 \cdot C_x(\text{Re}) \cdot \mu \cdot \pi \cdot D^2 \cdot U^2 / 4$ où C_x est le coefficient de traînée fonction du nombre de Reynolds.

L'idée est alors de déterminer la force de traînée exercée sur un ballon se propageant dans l'air.

Ceci n'est pas très pratique à réaliser en laboratoire, on préfère étudier l'écoulement d'une bille dans de l'eau. Grâce au nombre de Reynolds on trouve un écoulement similaire à celui que l'on souhaite étudier.

On calcule ensuite la force de traînée.

Conclusion :

On a mis en lumière différents écoulements, ayant différentes origines et différentes propriétés.

Questions posées par l'enseignant

1) Donner les hypothèses pour lesquels l'équation de Navier-Stokes est utilisée dans la leçon est valable ?

Rep : fluide Newtonien, écoulement incompressible, équilibre thermodynamique local afin que la pression soit définie.

2) Définition fluide Newtonien.

Rep : Un fluide est dit newtonien lorsque sa viscosité est indépendante de la contrainte mécanique qu'on lui applique.

3) OdG viscosité dynamique ? Unité ?

Rép : Poiseuille. 10^{-5} Pa.s pour l'air. 10^{-3} pour l'eau. 1 pour le Glycérol

4) Que signifie incompressible ? Quelle est la condition sur la vitesse dans ce cas ?

Rep : Une particule garde au cours de son mouvement une masse volumique constante, ceci signifie que la dérivée particulaire est nulle, alors on a $\text{div}(\mathbf{v})=0$ en utilisant l'équation de conservation de la masse.

5) Dans quelles conditions on a un écoulement incompressible ? Quelle est la différence entre un fluide et un écoulement incompressible ?

Rep : fluide incompressible implique écoulement incompressible. Fluide incompressible = Coefficient de compressibilité nul. Ecoulement incompressible, on en a parlé avant.

6) Condition liée à la vitesse du son ? Nombre sans dimension qui caractérise ?

Rep vitesse de l'écoulement petite devant celle du son. Le nombre de Mach caractérise cela.

7) $(\mathbf{v} \cdot \text{grad})\mathbf{v}$ pourquoi ce terme est rigoureusement nul ?

Rep car l'écoulement est unidirectionnel !

8) quelle condition est nécessaire pour négliger $(\mathbf{v} \cdot \text{grad})\mathbf{v}$ dans le cas d'un écoulement non unidirectionnel ? Regardez les termes de forces dans l'équation, par ex $\eta \Delta \mathbf{v}$

Rep : Il faut que le nombre de Reynolds ne soit pas trop élevé.

9) physiquement que signifie le nombre de Reynolds ?

Rep : au numérateur = terme convectif $(\mathbf{v} \cdot \text{grad})\mathbf{v}$, dénominateur = terme diffusif $\eta \Delta \mathbf{v}$, faut avoir un faible nombre de Re.

10) Comment s'appelle l'équation où on part de Navier-Stokes et où on néglige le terme en $D\mathbf{v}/Dt$ Equation de Stokes.

11) Réexpliquez, avec schéma, la force du fluide sur la plaque.

Le fluide exercée par le fluide sur la plaque inférieure est :

$$F_{\text{fluide} \rightarrow \text{plaque immobile}} = \eta \cdot dv/dy(y=0) \cdot S \cdot \mathbf{u}_x$$

12) rappeler les conditions de contacts entre un fluide et un solide (les conditions aux limites, conditions sur la vitesse) ?

Rep : Impénétrabilité du fluide dans le solide, donc vitesse normale est nulle et v tangentielle est continue (si le fluide est visqueux)

13) Point en commun entre manip du I et du II

Rep : écoulement unidirectionnel

14) Idée de manip où on a un écoulement non unidirectionnel ?

Rep : écoulement de couette cylindrique

15) dans le II tu as parlé de la circulation sanguine dans le corps, OdG de v , de Δp ?

Exemple: le débit de sang à travers l'artère d'un chien (rayon 4 mm) est de 1 cm³/s. On peut en déduire que la vitesse moyenne du sang est de 2 cm/s, la vitesse maximum de 4 cm/s et la perte de charge le long de l'artère sur une distance de 10 cm de 2,1 Pa

16) Rappeler l'expression du débit volumique ? Quel nom on donne on terme $(P_e - P_s)/L$?

Analogie avec un autre domaine de la physique ?

Rep : perte de charge, analogie avec électrocinétique

17) Faire un lien entre la résistance électrique pour un fil et la résistance hydraulique qu'on trouve dans l'écoulement de Poiseuille ? R d'un fil dépend comment du rayon r du fil ?

Rep : $R(\text{fil}) = 1/r^2$, et $R(\text{hydro}) = 1/r^4$

18) Comment expliquer pourquoi la dépendance est différente ?

Rep : On n'a pas les mêmes conditions aux limites. Poiseuille on dit que le fluide accroche au paroi, alors que dans les fils électriques on n'a pas les mêmes conditions aux limites.

19) Slide conduite de Poiseuille : comment ça marche les tubes verticaux ? Comment on connaît la pression ? Lien entre la pression B_a , B_b ... et la pression plus loin dans l'écoulement ?

Rep : On détermine la pression en B_a , B_b ... avec la loi hydrostatique, et coté ouvert la pression est égale à la pression atmosphérique. Car la pression est indépendante de r rayon de la conduite !

20) Quel rôle joue le diamètre des tubes verticaux ? Pourquoi il ne faut pas que ce soit trop petit et trop grand ?

Rep trop petit on a de la capillarité, trop grand on n'a plus une section mais plusieurs section or la pression dépend de l'abscisse à laquelle on se place.

21) C'est quoi la longueur L^* que vous avez défini ? Pourquoi on a Re au numérateur ?

Rep : c'est une loi empirique $L^* = L \cdot Re / 15$, longueur correspondant à l'établissement du profil parabolique. Re au numérateur car pour un grand nombre de Re on a effet convectif qui domine et on perd la condition d'unidirectionnalité (l'écoulement étant turbulent)

22 Avec quel fluide on fait les manipulations avec la conduite en labo ?

Rep : de la glycérine

23 Définir les régimes laminaires et turbulents ? Pourquoi vouloir introduire les concepts de laminaire et turbulent ? Que voulez vous apporter avec le III ?

Rep $Re < 2000$ pour laminaire, $Re > 2000$ pour turbulent

24 Comment tu as établi l'expression de la force avec les paramètres du problème ? Comment tu

introduits le coefficient de trainée $C_x(\text{Re})$?

Rep : avec le théorème de Pi on peut déterminer 2 nb sans dimension : le nombre de Reynolds et $F/\mu D^2 U^2$ (cf. compte rendu plus haut)

25) Tu aurais fait quoi comme manip ?

Rep écoulement de poiseuille cylindrique.

26) Si tu avais plus de temps tu aurais fait quoi en plus ?

Rep : Ecoulement parfait !

Commentaires :

Les prérequis sont bons. On n'a pas le temps de traiter NS.

On peut parler d'écoulement parfait

Idée de plans : écoulement de poiseuille, puis écoulement autour d'un obstacle OU écoulement de poiseuille puis écoulement parfait. En tout cas les deux premières parties (écoulement de Poiseuille + écoulement de Couette sont un peu similaires et l'une des deux pourrait être supprimée)

Parler d'une application : écoulement autour d'une aile d'avion, écoulement dans tube de venturi, tube de Pitot.

Faire des applications numériques pour les exemples (ici pour le sang dans les veines)

Avoir conscience que l'on peut avoir $(v.\text{grad})v$ négligeable devant le terme de viscosité,

Utiliser les programmes Pythons sur l'écoulement de Poiseuille et sur l'écoulement Couette plan

Et montrer des vidéos <http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/physique-animee-poiseuille.xml>

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Bonne leçon dans l'ensemble, présentée avec clarté (mis à part à la fin, par manque de temps).

Points positifs :

- présentation claire et rigoureuse
- illustration avec des exemples de la vie courante
- utilisation de schémas "Powerpoint"
- le choix des pré-requis (fondamentaux de Méca-Flu, e.g. Navier-Stokes, Reynolds) était bon

Points pouvant être améliorés :

- la gestion du temps : la partie III, abordée au bout d'environ 25min a été bâclée : il vaut mieux en faire moins, mais mieux.
- le choix d'écoulements présentés en I et II est peut-être un peu dommage car répétitif (deux écoulements unidirectionnels, tels que $v \cdot \text{grad}(v) = 0$) --> voir suggestions ci-dessous. Dans le temps imparti, le III était en trop.
- il manquait quelques applications numériques pour illustrer les exemples de la vie courante évoqués
- l'utilisation d'un code python, ou une vidéo de manip, aurait été la bienvenue.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

En 30 minutes, on ne peut évidemment pas évoquer tous les types d'écoulements.

Il faut sélectionner des exemples (2 voire 3 si le temps le permet) judicieusement, et les développer avec rigueur : ils seront un prétexte pour illustrer des notions de mécanique des fluides. Il ne faut pas chercher à parler de toutes les notions de mécanique des fluides (impossible en 30min), mais en sélectionner quelques-unes (parmi celles listées ci-dessous) et les utiliser pour construire le fil conducteur de la leçon.

Notions fondamentales :

Notion de fluide incompressible versus écoulement incompressible.

Notion de fluide parfait versus écoulement parfait.

Notion écoulement laminaire/turbulent.

Deux grandes familles : écoulements visqueux, versus écoulements parfaits.

Comment le nombre de Reynolds permet de quantifier les effets inertiels par rapport aux effets visqueux.

Notion de couche limite (notion délicate).

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Bibliographie conseillée

Le Guyon-Hulin-Petit et le Tritton