Titre : Dynamique relativiste

Présentée par : Nathan Vaudry **Rapport écrit par** : Loïs Dufour

Correcteur : L. Le Guillou **Date** : 03/12/2019

Bibliographie de la leçon :			
Titre	**Auteurs**	**Éditeur**	**Année**
Abrégé de relativité restreinte	L. Le Guillou		
Introduction à la relativité	D Langlois	Vuibert	2011

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : L3

Pré-requis : - Force de Lorentz et cyclotron
- Cinématique Relativiste
- Energie du photon

I) De nouveaux outils

1905 : Einstein introduit la cinématique relativiste.

I.1) Quadrivecteurs

$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A^t \\ A^x \\ A^y \\ A^z \end{pmatrix}$ Transformation de Lorentz : $\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ L donné sur slide

Pseudo-norme : $\|\tilde{A}\|^2 = (A^t)^2 - (A^x)^2 - (A^y)^2 - (A^z)^2$

Pseudo-produit scalaire : $\tilde{A}.\tilde{B} = A^t B^t - A^x B^x - A^y B^y - A^z B^z$

I.2) Vitesse

$\tilde{v} = \frac{d\tilde{r}}{d\tau}$ $dt = \frac{d\tau}{\gamma}$ $\tilde{v} = \begin{pmatrix} \gamma c \\ \gamma \vec{v} \end{pmatrix}$

$\|\tilde{v}\|^2 = c^2$

I.3) Energie-impulsion

$\tilde{p} = m\tilde{v} = \begin{pmatrix} m\gamma c \\ m\gamma \vec{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m\gamma c \\ \vec{p} \end{pmatrix}$

$m\gamma c^2 = mc^2 \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-1/2} \sim mc^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) \approx E_0 + E_c$ $E_0 = mc^2$

Application sur Ostralo.net :

$^{235}U + n \rightarrow {}^{94}Sr + {}^{140}Xe + 2n$

$\tilde{p} = \begin{pmatrix} E/c \\ \vec{p} \end{pmatrix}$ $\|\tilde{p}\|^2 = m^2c^2 = \left(\frac{E}{c}\right)^2 - \vec{p}^{\,2}$ $\Rightarrow E^2 = \vec{p}^{\,2} c^2 + m^2 c^4$

II) Cas du photon

II.1) Caractéristiques

$v = c \qquad E = h\nu$

$m = \frac{E_c}{c^2}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = 0$

$E = p.c \Rightarrow p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

II.2) Effet Compton

(schéma sur slide)

Pour le photon, avant et après la collision :

$\tilde{q} = \begin{pmatrix} h\nu/c \\ h\nu/c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \tilde{q}' = \begin{pmatrix} h\nu/c \\ \cos\theta . h\nu/c \\ \sin\theta . h\nu/c \\ 0 \end{pmatrix}$

Pour l'électron, avant et après la collision :

$\tilde{p} = \begin{pmatrix} mc \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \tilde{p}' = \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ 0 \end{pmatrix}$

Conservation de la quantité de mouvement :

$\tilde{P} + \tilde{Q} = \tilde{P'} + \tilde{Q}'$

$|\tilde{p} - \tilde{p}'|^2 = |\tilde{q} - \tilde{q}'|^2$

$|\vec{p}|^2 - 2\vec{p}.\vec{p}' + |\vec{p}'|^2 = |\vec{q}|^2 - 2\vec{q}.\vec{q}' + |\vec{q}'|^2$

$\Rightarrow -\frac{2h^2\nu\nu'}{c^2}(1-\cos\theta) = 2m^2c^2 - 2mE = -2m(E - mc^2)$

$h\nu + mc^2 = h\nu' + E \Rightarrow E - mc^2 = h(\nu - \nu')$

$\Rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta) = \lambda + \frac{2h}{mc}sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$

$\lambda' = 4{,}85.10^{-12}\ m$

III) Une nouvelle dynamique

III.1) Quadriforce

$\tilde{F} \triangleq \frac{d\tilde{p}}{d\tau} = \gamma\frac{d\tilde{p}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{\gamma}{c}\frac{dE}{dt} \\ \gamma\frac{d\vec{p}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\gamma}{c}\frac{dF}{dt} \\ \gamma\vec{f} \end{pmatrix}$

III.2) Force de Lorentz

$\vec{f}_L = q\vec{v}\wedge\vec{B}$

$\vec{f}_L.\vec{v} = 0 \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\gamma}{dt} = 0$

$\frac{\partial(\gamma m\vec{v})}{\partial t} = q\vec{v}\wedge\vec{B}$

$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = \frac{q\vec{v}\wedge\vec{B}}{m\gamma} = -\frac{q\vec{B}}{m\gamma}\wedge\vec{v} = \vec{\omega}_{sync}\wedge\vec{v}$

Rayon synchrotron :

$R_{sc} = \frac{v}{|\omega_{sc}|} = \frac{m\gamma_u}{|q|B_0} \qquad B_0 = \frac{m\gamma_u}{|q|R_{sc}}$

Dans le LHC :

$R_{sc} = 27\,000\ m$
$E = 7.10^{12}\ V.m^{-1}$
$B_0 = 8,3\ T$

Questions posées par l'enseignant
Pourquoi τ est-il un invariant de Lorentz ? Quel type de fission se produit dans les réacteurs nucléaires ? Quels en sont les produits ? Quelles sont les lois de conservation en relativité ? Comment Compton fait-il son expérience, en pratique ? Pourquoi l'effet Compton ne peut s'expliquer qu'avec la relativité ? Pourquoi est-on revenu à une description corpusculaire de la lumière ? Décrire la trajectoire d'une particule dans un champ magnétique constant et uniforme. Tracer la courbe d'évolution de la vitesse d'une particule accélérée perpétuellement et de façon constante.

Commentaires donnés par l'enseignant
L'effet Compton peut être traité de façon plus efficace, en restant dans le formalisme des quadrivecteurs le plus longtemps possible. Voir correction des exercices. *(Remarque LLG : J'ai fait pas mal d'autres commentaires à l'oral, voir plus bas dans cette fiche)*

Partie réservée au correcteur

Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Bon plan de leçon. Les principales notions de la théorie sont maîtrisées et exposées. Attention toutefois à ne pas faire l'impasse sur les lois de conservation, en particulier pour le quadrivecteur Energie-Impulsion total. C'est un concept central en dynamique relativiste.

L'effet Compton est une bonne illustration. C'est aussi historiquement la première mise en évidence de la pertinence de la dynamique relativiste, et de l'aspect corpusculaire du photon. Comme indiqué plus haut, on peut accélérer le calcul en restant dans le formalisme quadrivectoriel le plus longtemps possible, et en isolant le quadrivecteur énergie-impulsion de l'électron après diffusion (dont on se moque quand on veut établir la relation entre Delta lambda et l'angle de diffusion du photon).

Introduire les quadrivecteurs est pertinent ; attention toutefois aux conventions et aux notations : même s'il n'y a pas consensus sur les notations, éviter d'utiliser la même notation que pour les vecteurs ordinaire pour limiter les risques de confusion.

Le choix de traiter le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique est possible ; cependant, il me semble que traiter le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme permet de mettre davantage en évidence les différences entre dynamique classique et dynamique relativiste. C'est un choix à faire, car vous n'avez probablement pas le temps de traiter les deux.

Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

La conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement (et donc du quadrivecteur énergie-impulsion) doit être présentée explicitement et discutée, car c'est un concept central de la théorie. Attention à avoir les idées claires sur les notions de choc élastique/inélastique.

Illustrer avec une réaction nucléaire (ici, fission induite de l'uranium-235) est une bonne idée : attention toutefois à bien décrire le phénomène (l'énergie dégagée Q ~= 200 MeV ne part pas sous la forme d'un monstrueux photon gamma ! Calculer la fréquence nu = Q/h dans ce cas n'est pas pertinent, et peut même franchement énerver le jury car cela donne l'impression d'une mauvaise compréhension des phénomènes nucléaires).

Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)

Il est difficile de réaliser une expérience intéressante de dynamique relativiste sur une paillasse. Utiliser l'exemple des collisions aux grands accélérateurs actuels (LHC, futur ILC…) est pertinent.

Bibliographie conseillée

- D. Langlois, « *Introduction à la relativité* », Vuibert (2011)

  L'ouvrage de David Langlois est une très bonne introduction aux concepts de la théorie de la relativité, utilisant les notations modernes et qui couvre l'ensemble des notions de relativité utiles pour l'agrégation.

- Y. Simon, « *Relativité restreinte* », Armand Colin (1971)

  C'est un ouvrage un peu ancien, mais la présentation et l'analyse détaillée des expériences historiques (sous forme d'exercices avec une correction très détaillée) est très bien faite.