

**Titre** : Bilans thermiques. Application au modèle de la Terre.

**Présentée par** : Loïs Dufour

**Rapport écrit par** : Loïs Dufour

**Correcteur** : Alexis Brès

**Date** : 14/05/2020

Bibliographie de la leçon :			
Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Geodynamics	Turcotte Schubert	Cambridge	

Plan détaillé
---------------

## Niveau choisi pour la leçon : PCU

Pré-requis : Analyse vectorielle, Notions d'énergie et de capacité thermiques.

Terre : machine thermique. Evacuation de la chaleur depuis le sous-sol. Peut être ressentie dans le sol. D'où vient-elle et comment se transmet-elle en surface ?

I Dynamique de l'énergie thermique

### 1- Sources d'énergie thermique

Compositions des différentes couches de la Terre.

-Désintégration radioactive : Eléments radioactifs générant beaucoup d'énergie se dirigeant vers la surface. Cas du potassium et de l'uranium. Puissance thermique massique de  $10^{-11}$  W/kg

-Chaleur latente (énergie consommée ou libérée lors d'un changement d'état). Exemple : formation d'un cumulonimbus.

-Chaleur initiale de la Terre (20% de l'énergie initiale tout de même !), liée à l'énergie potentielle de gravitation lors de l'accrétion.

Comment la chaleur se transporte ?

### 2-Flux thermiques

3 types de flux.

-Conduction (pas de transport de matière). Loi phénoménologique de Fourier. Différents termes de cette loi et dimensions associées.

-Convection forcée/advection (avec transport de matière). Flux surfacique de chaleur en fonction de la température et de la vitesse du fluide.

-Rayonnement. Ce qui permet à la lumière du Soleil d'atteindre la Terre (Constante solaire  $1361 \text{ W.m}^{-2}$ )

Comment les relier ?

### 3-Loi de conservation

$d^3V$  et  $d^2S$  volume et surface élémentaires. Calcul de l'énergie thermique de 2 manières : avec le flux thermique et avec l'énergie interne (pas de travail extérieur). Prise en compte d'un terme de perte (noté  $\sigma_p$ ). Puis écriture du fait que dans notre étude  $u=cT$  avec  $u$  l'énergie interne massique,  $c$  la capacité thermique massique du matériau et  $T$  la température du matériau. L'on obtient l'équation de conservation de la chaleur.

Différents modèles pour l'évolution de la température à l'intérieur de la Terre.

## II Modèle diffusif du manteau

### 1-Equation de diffusion

On reprend l'équation de conservation de la chaleur et l'on y injecte la loi de Fourier. Obtention d'une équation de diffusion avec  $\sigma_p$ .

Application : détermination d'un géotherme  $T=f(z)$

### 2-Position du problème

Objectif : détermination de  $T(r)$  dans la Terre. Symétrie sphérique et paramètres homogènes dans toute la Terre ( $\sigma_p, \rho, c, k$  (conductivité thermique)) et état stationnaire.

### 3-Résolution

Equation de diffusion en état stationnaire. Ce qui donne  $-k\Delta T(r)=\sigma_p$ . Ecriture du laplacien en coordonnées sphériques. Conditions aux limites : non divergence de la température au centre de la Terre et existence d'une température de surface. L'on obtient  $T(r)=T_0+\sigma_p(a^2-r^2)/6k$

### 4-Validation

$dT/dr=-24 \text{ K/km}$  (calculé). Mais en théorie non homogénéité des paramètres. Et obtention de gradients plus faibles ( $-4 \text{ K/km}$ ). Et au centre de la Terre  $7000 \text{ K}$  qui est mesuré. Avec le modèle de départ  $76\,000 \text{ K}$  !

La diffusion est donc peu efficace pour dissiper de la chaleur et ne permet pas d'expliquer les hétérogénéités du flux thermique en surface (très important au niveau des dorsales). Autre modèle.

### III Modèle convectif du manteau

#### 1-Présentation du modèle

Convection naturelle = advection liée à une différence de densités. Poussée d'Archimède : matériel plus dense remonte et moins dense redescend. Paramètre adimensionné : nombre de Rayleigh.

#### 2-Nombre de Rayleigh

$Ra = (\text{temps caractéristique de diffusion}) / (\text{temps caractéristique de convection})$ . Comparaison des 2 termes. Si  $Ra > 1700$  l'on a convection (empiriquement). Ici  $Ra = \beta g h^3 \Delta T / \eta k = 2 \cdot 10^9$  pour le manteau. Donc la convection est beaucoup plus efficace que le manteau. Mais le manteau est solide mais déformable sur de grandes échelles de temps donc on peut le considérer comme un fluide.

L'on peut dès lors considérer que la convection l'emporte sur la diffusion.

### Questions posées par l'enseignant

- 1) Toujours évident qu'il existe une source radioactive d'énergie thermique ? Quelle importance cela avait ? Quel type d'unité pour la radioactivité ? Que vaut 1 Bq ?
- 2) Définition de la chaleur latente ?
- 3) Croit-on vraiment au terme "source d'énergie" ?
- 4) Sphère de matière et contraction. Qu'en est-il de l'énergie ?
- 5) Effet des marées sur la dynamique de la Terre ?
- 6) Différence entre advection et convection ? En physique ?
- 7) Adecte-t-on autre chose que de la chaleur ?
- 8) Que représente le terme  $j_{\text{conv}}$  ?
- 7) Adecte-t-on autre chose que de la chaleur ?
- 8) Que représente le terme  $j_{\text{conv}}$  ?
- Peut-on faire un parallèle avec celui défini en électromagnétisme ?
- Si description continue ?
- 9) Constante solaire constante dans quelle mesure ?

Quelles lois gouvernent le rayonnement thermique ?

10) Pourquoi peut-on considérer les différents grandeurs caractéristiques comme homogènes dans le modèle diffusif ?

11) Comment bien mesurer le gradient thermique dans le manteau ? Que vaut  $\sigma_p$ , est-ce la valeur calculée au début de la leçon ?

12) Qu'est-ce qui nous dit que c'est la conduction qui est le défaut du modèle ? Quelles conditions aux limites utilisées ?

13) Plus quelque chose est chaud plus il prend du volume. Est-ce tout le temps vrai ?

14) Nombre de Rayleigh.  $\eta$ =viscosité dynamique ? Et  $k$ ?

15) Comment définir la viscosité dynamique ? D'où provient le  $\eta \Delta v$  dans Navier-Stokes ? Pour quel type de fluide ?

Commentaires donnés par l'enseignant

Pas évident que la conduction soit limitant dans le modèle. L'homogénéité peut l'être également mais l'on peut utiliser des conditions de raccordement entre les différentes couches du manteau. En clair la structure de la Terre est assez difficile à modéliser physiquement.

Mécanique des fluides fonctionne bien avec des fluides newtoniens. Mais pas forcément valable pour des glaciers, du magma voire du manteau qui sont plus difficiles à modéliser.

- Possibilité de parler de thermodynamique avant de parler du modèle de la Terre. Eventuellement parler du cheminement de Lord Kelvin (mais aucune explication du refroidissement de la Terre).

- Un peu laxiste avec la thermodynamique. Parler de système et bien parler de premier principe de la thermodynamique.

- !!!! ATTENTION AU TERME « CHALEUR » !!!! Privilégier le terme « transfert thermique ».

- Convection forcée : écoulement et ainsi advection.

- Rayonnement : mentionner qu'il y a des lois associées (Planck et Stefan-Boltzmann)

- Etre au point sur la loi de Fourier.

- Expression du Rayleigh différente car 2 temps caractéristiques de diffusion.

- Limites pour un nombre adimensionné dépendent des conditions expérimentales d'études (1700 pour Ra valable pour un fluide complètement visqueux).

De manière générale, prendre des précautions sur les modèles utilisés.

### **Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)**

Le plan choisi fait un bon équilibre entre les deux aspects de la leçon. Attention à être très rigoureux sur les aspects thermodynamiques dans les différents modèles abordés.

Il n'y a aucune honte à reconnaître que modéliser le système Terre par un/deux phénomènes physique, c'est très simplistes. Entre la conduction, la convection, les effets d'inhomogénéités, les marées, la dynamo (couplage mécanique/magnétique), la radioactivité, la rotation, .... il est normal qu'on ne puisse pas tout expliquer. On peut (on doit) choisir un modèle simple, et bien expliquer en quoi il n'est pas réaliste à 100 %. À cet égard, expliquer partiellement la démarche de Kelvin, et comment la découverte des éléments radioactifs l'a remise en question, peut être intéressant.

En résumé : faire une première partie expliquant la notion de bilan thermique (soit du local, donc équation de la chaleur, et petite application, ou global, avec par exemple le bilan d'une maison, de l'atmosphère, ...) en étant très propre sur les définitions, les systèmes, les principes appliqués. Puis une partie confrontant certaines hypothèses liées au modèle de la Terre, questionnant évidemment la question du bilan thermique.

### **Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates**

Modes de transfert thermique.

Bilan local, bilan global.

Température d'équilibre, gradient géothermique.

Instabilité de RB : passage d'un équilibre conductif à un équilibre convectif (au delà d'une valeur critique du nombre de Rayleigh).

### **Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)**

Éventuellement le barreau de cuivre (Fourier), ou la petite manip des agrégatifs de chimie qui montre le principe de la convection (voir

[https://agreg.phys.ens.fr/Intranet/Wiki/index.php/Physique\\_pour\\_les\\_chimistes\\_-\\_Ph%C3%A9nom%C3%A8nes\\_de\\_transport\\_et\\_machines\\_thermiques](https://agreg.phys.ens.fr/Intranet/Wiki/index.php/Physique_pour_les_chimistes_-_Ph%C3%A9nom%C3%A8nes_de_transport_et_machines_thermiques)).

Pour les plus motivé.e.s, la convection dans un récipient qui chauffe peut être mise en évidence par striescopie (filtrage de Fourier permettant de voir les variations d'indice dues à la convection).

### **Bibliographie conseillée**

Pour les aspects thermodynamiques, privilégier la littérature de prépa actuelle (pour coller au programme), et anciennes (Gié, Thermodynamique par exemple) pour d'avantage de recul.

Jeter un coup d'oeil dans les DGLR Thermodynamique et Phy Stat, il y a des compléments toujours utiles.

Pour la modélisation de la Terre, soit exercices types sur le modèle de Kelvin dans le Sanz tout-en-un (chapitre sur bilans thermiques), soit aller dans de la littérature plus spécialisée (comme celle de Loïs).