

**Titre :** EFFET TUNNEL

**Présentée par :** Raphael LERICHE

**Rapport écrit par :** Bernard CHELLI

**Correcteur :** Jean HARE

**Date :** 10/02/2020

Bibliographie de la leçon :			
Titre	Auteurs	Éditeur	Année
[1] Dunod tout en un PC-PC* 2014	Fosset		
[2] <a href="http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=3903">http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=3903</a>	BUP 734		
[3] <a href="https://www.youtube.com/watch?v=wQEqksTcARE">https://www.youtube.com/watch?v=wQEqksTcARE</a>	BUO 699		
Jean HARE. Abrégé de mécanique quantique à l'usage de la préparation à l'agrégation de physique. 2018	Jean Hare		2018
Mécanique quantique ,Tome 1	Cohen-Tannoudj, Diu, Lalosé	Herrman ou EDP Sciences	

**Note :** je n'ai pas de *Tout en un PC-PC\** sous la main, donc je ne peux tester ni valider les innombrables références à [1]. Et ce qui en sort directement, comme paraît-il le graphe de la page 4 est notablement FAUX.

Plan détaillée
<p><b>Niveau choisi pour la leçon :</b> CPGE</p> <p><b>Pré-requis :</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Équation de Schrödinger stationnaire</li><li>• Densité d'état</li><li>• Courant de densité de probabilité (voir cours Jean Hare chapitre 2 section 2.1 et 2.3)</li><li>• Radioactivité</li></ul> <p><b>Plan:</b></p> <p>I – Barrière de potentiel et effet tunnel</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) Position du problème</li><li>2) Raccordement et Probabilité de transmission</li></ol> <p>II – Une application technologique, le microscope à effet tunnel</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) Microscope à effet tunnel</li><li>2) La spectroscopie à effet tunnel</li></ol> <p>III – Radioactivité <math>\alpha</math></p>

## Introduction :

Comme il a été vu dans les cours de EM, (ex. effet de peau dans un conducteur), les champs E et B peuvent pénétrer sur une certaine distance dans la matière (réflexion totale). Étant donné la dualité onde-corpuscule, on peut se demander si les particules de matière (comme l'électron) peuvent aussi présenter un caractère similaire à l'onde évanescente, et quelles conséquences un tel phénomène peut-il avoir<sup>1</sup>.

Commençons par considérer un profil d'énergie potentielle pour un électron qui aurait la forme d'une barrière de potentielle de largeur « a » et hauteur  $V_0$  (la dessiner de 0 à a).

Soit un électron provenant de la gauche et allant vers la droite avec une énergie cinétique  $0 < E < V_0$

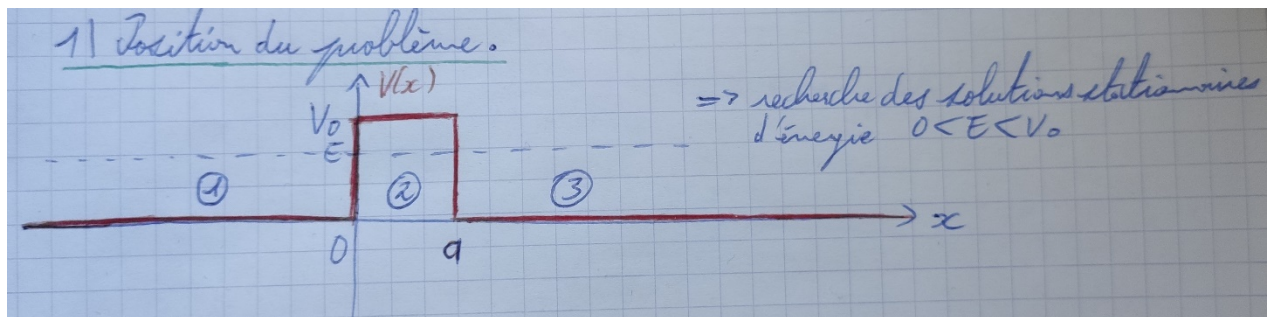
Ici on voit que l'électron classique ne peut pas exister dans la zone  $[0, a]$ . Du fait de la conservation de l'énergie mécanique, son existence impliquerait une énergie cinétique  $< 0$  ce qui est impossible.

Classiquement l'électron est donc réfléchi. Or que ce passe dans une approche quantique ?

## I) Barrière de potentiel et effet tunnel (2:40)

### 1) Position du problème

Posons l'équation de Schrödinger appliquée à la particule M de masse  $m$  arrivant de la gauche dans chaque région de l'espace (1, 2 et 3)<sup>2</sup>



On obtient trois équations différentielles. Poser  $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$  et  $K = \frac{\sqrt{2m(V_0-E)}}{\hbar}$  pour simplifier l'écriture des résultats.

On donne les solutions pour les trois régions :

=> La fonction d'onde admet pour solution :

$$\begin{cases} \psi_1(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx} \\ \psi_2(x) = C \operatorname{ch}(Kx) + D \operatorname{sh}(Kx) \\ \psi_3(x) = E e^{ikx} + F e^{-ikx} \end{cases}$$

1 Ce qui est écrit ici est correct en ce sens que la pénétration « en surface » par le biais d'une évanescence dans le cas de l'effet de peau « peut conduire à s'interroger ». Mais toutefois, l'analogie ne marche pas, puisque le véritable analogue électromagnétique est la réflexion totale interne pour effet de pénétration dans la zone « classiquement interdite » et la réflexion totale interne « frustrée » pour la transmission Tunnel .

2 Suivre le calcul du [1] p. 1200- 1201. Il faut l'adapter légèrement.

Comme la particule vient de la gauche, on peut prendre  $F = 0$ .

On normalise tout par l'onde incidente et on pose  $r = \frac{B}{A}$  et  $t = \frac{E}{A}$

Ces deux coefficients sont des coefficients de réflexion et transmission « **en amplitude** »

\* On suppose une onde incidente provenant de la gauche

$$\begin{aligned}\psi_1(x) &= e^{ikx} + r e^{-ikx} \\ \psi_2(x) &= C \operatorname{ch}(Kx) + D \operatorname{sh}(Kx) \\ \psi_3(x) &= t e^{ikx}\end{aligned}$$

## 2) Raccordement et Probabilité de transmission (8:30)

On doit imposer les conditions de raccordement de  $\psi_1$  et  $\psi_2$  et leurs dérivées en  $x = 0$  et de même que pour  $\psi_2$  et  $\psi_3$  en  $x = a$ .

Le raccordement est un peu fastidieux et calculatoire, donc ne pas le faire. Par contre l'avoir en tête : **[1] p. 1202**. Le résultat diffère dans [1] du fait d'avoir choisi une barrière centrée sur 0, mais les calculs sont les mêmes.

**Calcul des coefficients de transmission et de réflexion**

On trouve :

$$\begin{cases} 1 + r = t e^{ika} \left[ \operatorname{ch}(Ka) - \frac{ik}{K} \operatorname{sh}(Ka) \right] \\ \frac{ik}{K} (1 - r) = -t e^{ika} \left[ \operatorname{sh}(Ka) - \frac{ik}{K} \operatorname{ch}(Ka) \right] \end{cases}$$

Après calcul :

$$\begin{cases} t = \frac{2e^{-ika} kK}{2kK \operatorname{ch}(Ka) - i(k^2 - K^2) \operatorname{sh}(Ka) - i(k^2 + K^2) \operatorname{sh}(Ka)} \\ r = \frac{-i(k^2 + K^2) \operatorname{sh}(Ka)}{2kK \operatorname{ch}(Ka) - i(k^2 - K^2) \operatorname{sh}(Ka)} \end{cases}$$

$$\underbrace{|t|^2}_T + \underbrace{|r|^2}_R = 1$$

$$T = \frac{4k^2 K^2}{4k^2 K^2 + (k^2 + K^2)^2 \operatorname{sh}^2(Ka)}$$

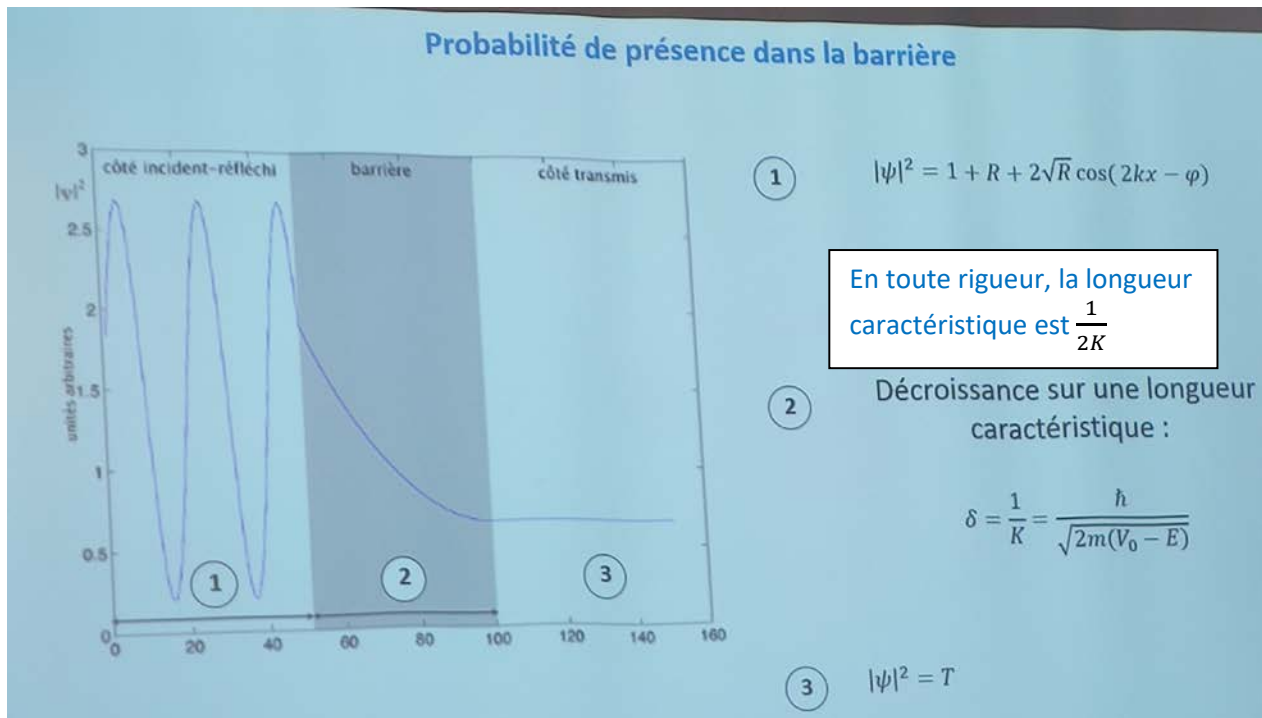
$T \equiv$  probabilité de transmission

Ce qui nous intéresse est le module au carré des coefficients  $r$  et  $t$ , qui traduisent une probabilité de réflexion et transmission respectivement.

La relation  $|t|^2 + |r|^2 = 1$  est ici **vraie** mais **n'est pas** générale, contrairement à  $R + T = 1$  (s'il n'y a pas de pertes). Les coefficients  $R, T$  sont des coefficients de réflexion et transmission **en courant** ; on a presque toujours de  $R = |r|^2$ , mais l'en va pas de même pour  $T$ .

Lire le bas de [1] p. 1203 pour quelques commentaires physiques.

Le raccordement des fonctions aux différents points est montré sur slide :



Ce graphe est faux pour plusieurs raisons :

- La plus évidente est la discontinuité de la tangente en  $x = 50$  ( $\psi$  et  $\psi'$  continus imposent que  $\frac{d|\psi|^2}{dx} = \psi'\psi + \psi\psi'$  le soit aussi)
- La tangente horizontale en  $x = 100$ , et les (minimes) oscillation du delà
- L'importance de  $|\psi|^2$  au delà de la barrière ( $T \sim 25\%$ ) devrait rendre le contraste dans la zone 1 bien plus faible

Dans 1 : on a des interférences avec l'onde réfléchie

Dans 2 : on a une densité de probabilité de présence non nulle qui diminue avec la hauteur de la barrière. On introduit alors une longueur caractéristique de décroissance. Donc plus la barrière est épaisse et haute, plus faible sera la probabilité de présence de la particule à la sortie de la barrière.

Dans 3 : la probabilité de présence est uniforme et égale à  $T$  (ce n'est pas vraiment homogène : même si elle est non normalisable, la dimension de la fonction d'onde est toujours  $L^{-1/2}$ )

Une discussion est faite dans [1] p. 1204.

Lorsque  $Ka \gg 1$  on est dans le cas d'une barrière épaisse (fait aussi dans [1] p. 1204). Alors l'expression de  $T$  se simplifie car alors  $\sinh(Ka) \approx \frac{e^{Ka}}{2}$ . (« régime de barrière épaisse »)

$$\text{Alors } T \frac{16k^2 K^2 e^{-2Ka}}{(k^2 + K^2)^2} \sim \frac{16E(V_0 - E) e^{-\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - E)}}}{(V_0)^2}$$

Expression fondamentale pour la suite

Montrer slide avec courant de probabilité qui est admis et préciser que  $J_3$  est proportionnel à  $T$ .

(Rq. BC au niveau CPGE je préfère me limiter à l'expression du vecteur densité de courant de probabilité de [1] p. 1160 qui donne le résultat de manière immédiate.)

## Courant de probabilité de présence

Courant de probabilité :

$$J(x, t) = \frac{\hbar}{2im} \left[ \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right]$$

Après calcul :

$$J_3(x, t) = \frac{k\hbar}{m} T$$

⇒ **Le courant tunnel  $I$  est proportionnel à  $T$**

Si on s'intéresse à un ensemble d'électrons qui arrivent de la gauche dans la zone 1, il est clair qu'on pourra voir l'apparition d'un autre courant dans la zone 3 (et non 2) qui résulte des électrons qui ont traversé la barrière de potentiel par effet tunnel. Alors le courant électrique sera proportionnel à  $T$ . Ceci est exploité dans le microscope à effet tunnel

## II) Une application technologique, le microscope à effet tunnel (13:33)

### 1) Microscope à effet tunnel (voir [3])

#### Principe du microscope à effet tunnel (STM)

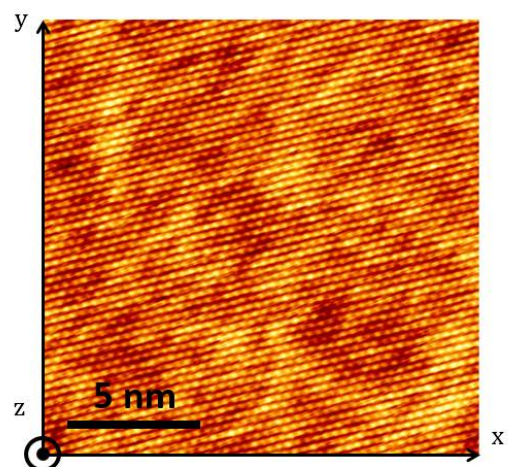
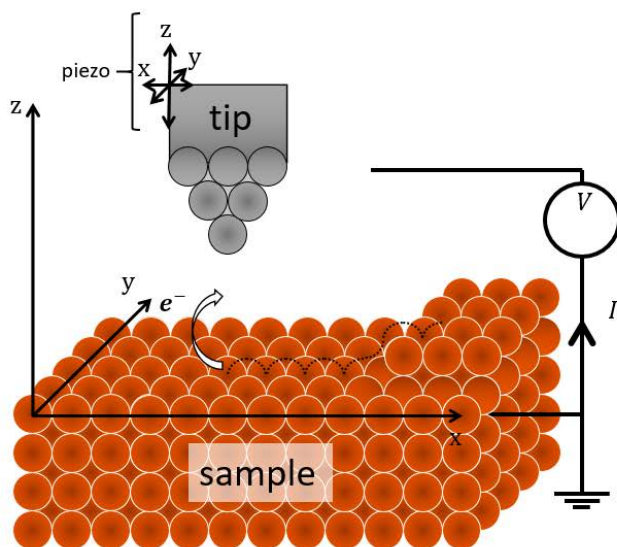


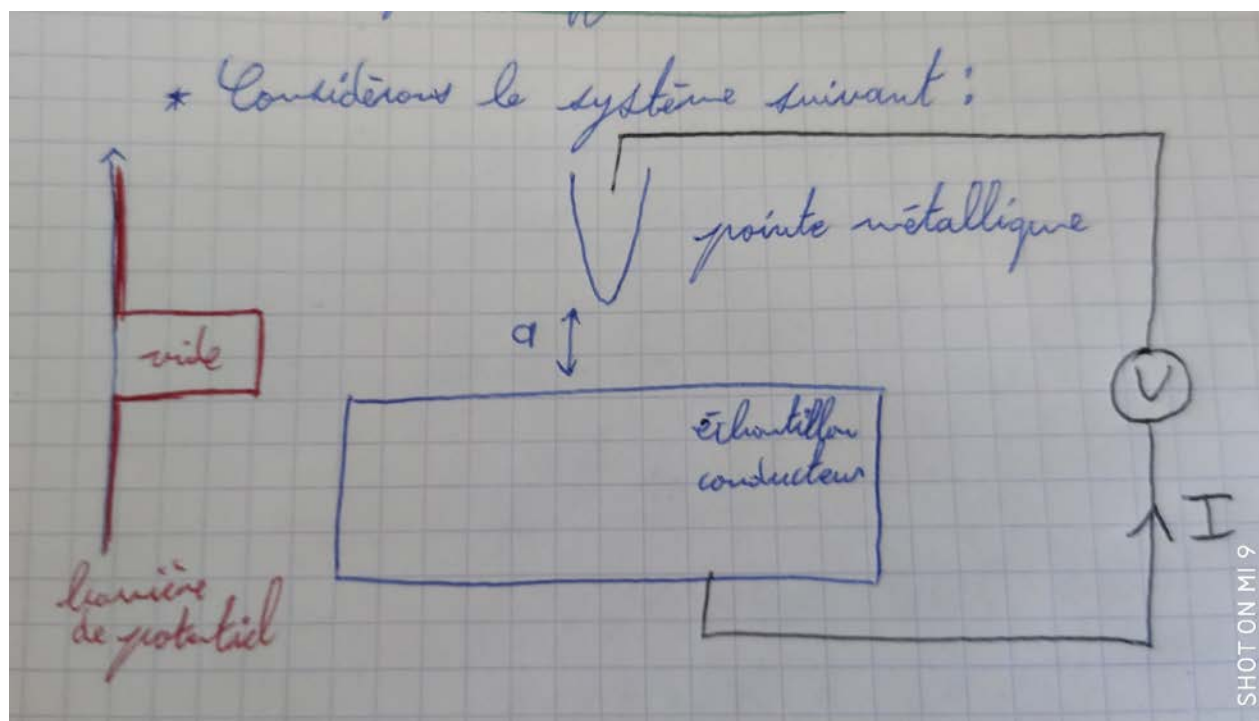
Image topographique des matériaux avec une **résolution atomique**

- **Prix Nobel 1986 G. Binnig et H. Rohrer**

Suivre l'introduction p. 1269 de [3] et présenter sur slide.



Faire schéma suivant pour expliquer le fonctionnement :



Préciser que :

- l'échantillon et la pointe sont des conducteurs ;
- On applique une différence de potentiel, alors et seulement alors, l'air entre la pointe et l'échantillon se comporte comme une barrière de potentiel ;
- L'échantillon est un solide, donc un assemblage d'atomes ;
- On mesure un courant tunnel  $I \propto I_0 e^{-B \cdot d \sqrt{\phi}}$ , où  $\phi$  est la hauteur relative de la barrière de potentiel qui dépend du potentiel appliqué et des matériaux conducteurs.  $I_0$  dépend du potentiel appliqué aussi. (voir [3] p. 1269-1270, aussi [1] p. 1207-1208)

Discuter le courant  $I$  avec la formule du courant de probabilité, on peut l'approximer par un courant proportionnel à  $e^{\frac{-2a}{\hbar} \sqrt{2m(V_0-E)}}$ .

En toute rigueur, la barrière de potentiel a un fond incliné en raison de la ddp entre les deux conducteurs.

Expliquer le fonctionnement du microscope (soit on se place à hauteur constante et on regarde le courant tunnel qui varie, soit on se place à courant constant avec une boucle d'asservissement et on regarde la hauteur de la pointe). La pointe est contrôlée par des piezo.

Présenter des ordres de grandeur :

- pour  $E \sim 0$ , avec la masse électronique  $m \sim 10^{-30}$  kg et  $V_0 \sim 4$  eV (travail de sortie typique des métaux cf. [3] p. 1271) :
- Si on passe de  $a = 5 \text{ \AA}$  à  $6 \text{ \AA}$ , le coefficient de transmission  $T$  diminue d'un facteur 10, donc c'est très précis en : a résolution ~~transverse~~ longitudinale (ou verticale) est de l'ordre de  $10^{-11} \text{ m}$

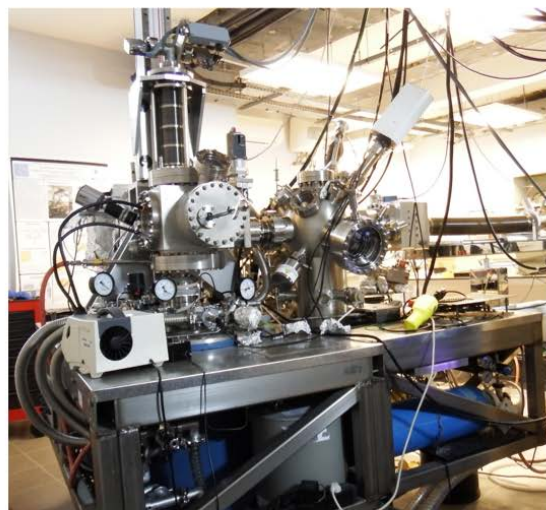
Quel est le sens de  $E \sim 0$  ? Les électrons concernés ne sont-ils pas au niveau de Fermi ?

Parler de la résolution latérale avec un schéma (c.f. [3] p. 1275). Donc importance de la pointe ! (résolution latérale de l'ordre de  $1\text{\AA}$  avec une bonne pointe qui se termine par un seul atome.

Parler des conditions de la pointe sur slide et sur les vibrations (lire début de la p. 1274 de [3]).

### Condition d'imagerie par effet tunnel

- Pointe très fine, terminée par un seul atome, pour garantir résolution atomique
- Pouvoir contrôler les déplacements de la pointe à la fraction d' Angström (grâce à piézoélectriques)
- Eliminer les vibrations qui perturbent la mesure



Microscope M3, équipe SNEQ, INSP, Paris

### 2) Mode spectroscopique (22:36)

Optionnel car complexe. On peut lire [3] p. 1278-1281 pour le présenter avec les 5 slides placés ici à la fin. (en séance, le première transparent a été présenté)

## III) Radioactivité $\alpha$ (26 :00)

Faire un rappel sur la radioactivité  $\alpha$  [3] p. 1211-1212.

Prendre la réaction  ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$  (désintégration du Radium dans du Radon +He particule alpha).

Montrer slide (chiffres se trouvent dans [1]):

### Désintégration $\alpha$

Noyau	Demi-vie $\tau_{1/2}(\text{s})$	E (MeV)
${}^{212}_{84}\text{Po}$	$3,0. 10^{-7}$	9,0
${}^{215}_{85}\text{At}$	$1,0. 10^{-4}$	8,1
${}^{222}_{88}\text{Ra}$	$3,3. 10^5$	5,6
${}^{226}_{88}\text{Ra}$	$5,4. 10^{10}$	4,9
${}^{236}_{92}\text{U}$	$7,2. 10^{14}$	4,4
${}^{232}_{90}\text{Th}$	$4,4. 10^{17}$	4,0

$$E \nearrow \Rightarrow \tau_{1/2} \searrow$$

Expliquer que, expérimentalement, il semble que si E augmente  $T_{1/2}$  diminue. On se propose de modéliser ce résultat avec l'effet tunnel.

**Attention, il y a ici un clash de notations, on ne peut appeler  $R$  le rayon, ni  $T$  le temps de (deemi-)vie, car ils sont déjà pris.**

On introduit le **modèle de Gamow, Gurney et Condon** ([3] p. 1213-1215, les calculs sont faits dans [2] p. 738-740).

### Hypothèses :

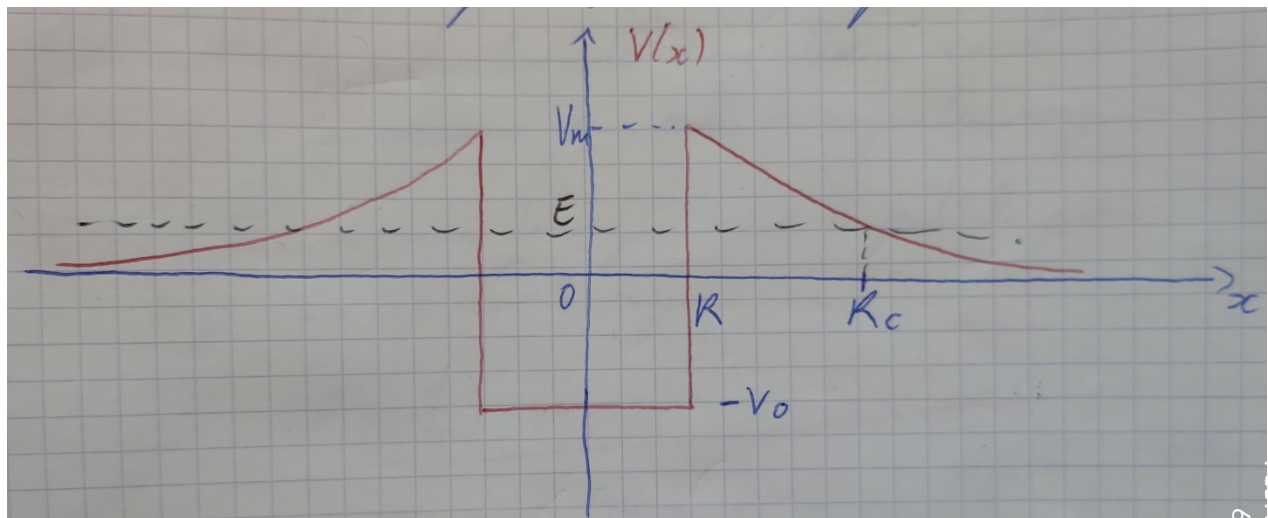
- On suppose que la particule  $\alpha$  de masse  $m$  existe à l'intérieur du noyau et oscille à l'intérieur
- On suppose qu'elle est soumise à un potentiel résultant de l'interaction forte de courte portée supposée nulle à partir d'une distance  $R_0 \sim 10^{-14} \text{ m}$  ;
- On suppose que la particule  $\alpha$  est aussi soumise à la répulsion électrostatique du nouveau noyau à  $Z - 2$  protons,  $V_{\text{coulomb}}(r) = \frac{2e(Z-2)e}{4\pi\epsilon_0 r}$  ;
- On suppose à l'intérieur du noyau de rayon  $R$ , le potentiel qui domine est l'interaction forte ;
- On suppose  $R_0 \gg R$

Justification ? et à ça sert ? voir remarque sur de  $R_0$  à la page suivante.

- On suppose un puit de potentiel sphérique. (non, en fait, c'est plutôt un modèle à 1 dimension : sinon il faudrait tenir compte du moment cinétique orbital, etc...)

On note que, pour le cas du radium, l'énergie  $E$  de la particule  $\alpha$  est de 4,9 MeV et que la répulsion coulombienne  $V$  en  $R$ , est  $V(R) \sim 40 \text{ MeV}$  (cf. [1] p. 1213). On peut donc approximer le problème comme un puit de potentiel

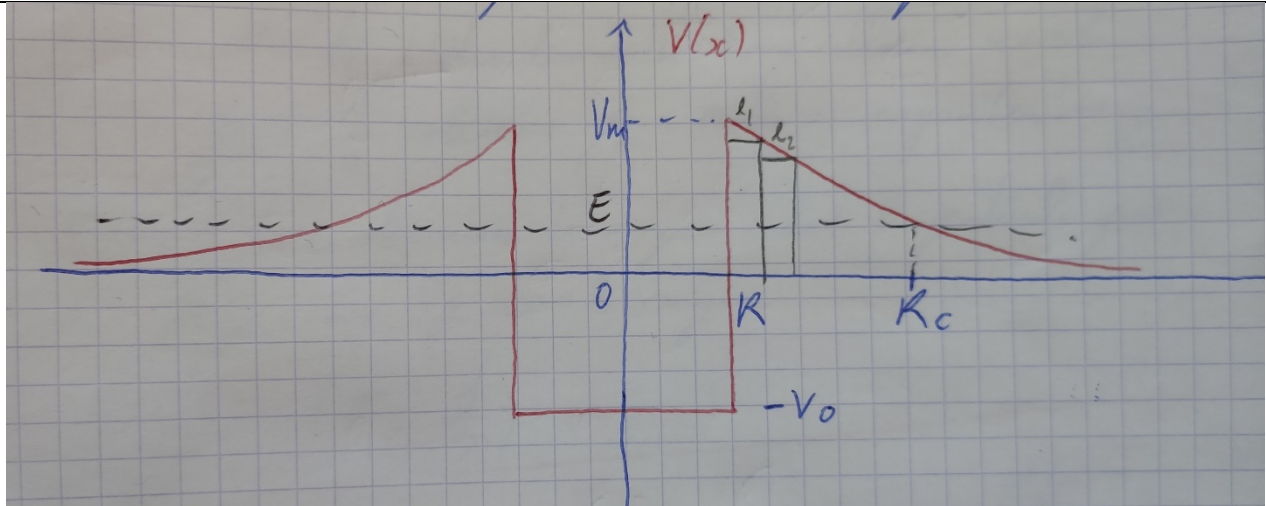
(pas clair, tout est un puits de potentiel depuis le début. Accessoirement la profondeur du puits de l'ordre de quelques dizaines de GeV) de la forme



Pour faire le calcul il faut découper le potentiel en barrières rectangulaires. Alors on constate que la probabilité de transmission à travers 2 barrières de hauteur différente est:

**Il faut impérativement introduire cette modélisation pour  $V(r)$  variable quelconque dans la partie générale, car placé ici ça rend le truc incompréhensible. En outre il faut argumenter soigneusement le fait que l'on peut se placer dans le régime de barrière épaisse pour chacune des petites tranches infinitésimales.**





$$T(l_1 + l_2) \propto T(l_1) \times T(l_2) \propto e^{\frac{-2}{\hbar} * l_1 * \sqrt{2 * m \left( \frac{2e(Z-2)e}{4\pi\epsilon_0 l_1} - E \right)}} \times e^{\frac{-2}{\hbar} * l_2 * \sqrt{2 * m \left( \frac{2e(Z-2)e}{4\pi\epsilon_0 l_2} - E \right)}}$$

$$T(l_1 + l_2) \propto \exp \left( \frac{-2}{\hbar} * \sum_l l_i * \sqrt{2 * m \left( \frac{2e(Z-2)e}{4\pi\epsilon_0 l_i} - E \right)} \right)$$

Si on passe au continu :

$$T(x) \propto \exp \left( \frac{-2}{\hbar} \int_R^{R_0} dx \sqrt{2 * m \left( \frac{2e(Z-2)e}{4\pi\epsilon_0 l_2} - E \right)} \right)$$

Le calcul de cette intégrale est long et complexe avec plusieurs changements de variables (voir [2] p. 739-740 et le cours de Jean Hare p. 88).

Il y a confusion entre  $R_0$  qui figure à tort dans l'intégrale donnée ici et le  $R_c$  du dessin, où  $R_0$  ne figure pas, et on ne peut plus rien comprendre.

En faisant le calcul on trouve :

$$\ln(T) = \frac{4R}{\hbar} \sqrt{U * m * Z} - \frac{\pi * R * U}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}} \quad \text{avec } U = \frac{2e(Z-2)e}{4\pi\epsilon_0}$$

Or  $T$  est la probabilité de sortir de l'atome à chaque collision avec la barrière. En moyenne il faut  $1/T$  collisions pour que la particule  $\alpha$  soit éjectée de l'atome.

Alors si  $t_0$  est la ~~durée de traversée~~ période caractéristique du mouvement lié de la particule  $\alpha$  dans le noyau, la particule passe un temps  $t = t_0/T$  dans le noyau.

On déduit :

$$t_{\frac{1}{2}} = t \ln(2) \propto e^{\frac{-4R}{\hbar} \sqrt{U * m * Z} + \frac{\pi * R * U}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}}}$$

Si  $E$  augmente  $t_{\frac{1}{2}}$  diminue. Cette loi est globalement vérifiée sur 26 ordres de grandeur !

(c.f. FIG. 4 p. 86 du cours de Jean Hare tiré du cours de Berkley)

**Conclusion** sur d'autres applications possibles, par exemple le double puit de potentiel pour modéliser des liaisons chimiques ou autres utilités du microscope à effet tunnel si on se sent capable de répondre aux questions.

## Annexe 1 : calcul du raccordement

2) Raccordement.

Égalité des fonctions d'onde et dérivée par rapport à  $x$  en  $x=0$  et  $x=a$ 

$$\Rightarrow \begin{cases} \Psi_1(0) = \Psi_2(0) \\ \frac{\partial \Psi_1(0)}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_2(0)}{\partial x} \\ \Psi_2(a) = \Psi_3(a) \\ \frac{\partial \Psi_2(a)}{\partial x} = \frac{\partial \Psi_3(a)}{\partial x} \end{cases}$$

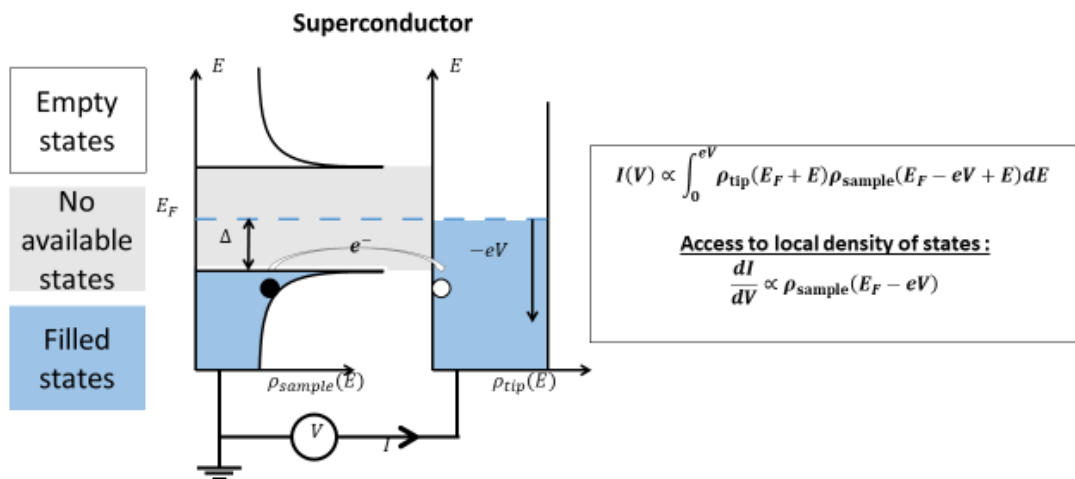
$$\Rightarrow \begin{cases} 1+r = C & \textcircled{I} \\ i\hbar - i\hbar r = KD & \textcircled{II} \\ C \operatorname{ch}(Ka) + D \operatorname{sh}(Ka) = t e^{i\hbar a} & \textcircled{III} \\ (K \operatorname{sh}(Ka) + D K \operatorname{ch}(Ka) = i\hbar t e^{i\hbar a} & \textcircled{IV} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C = 1+r \\ D = \frac{i\hbar}{K} (1-r) \\ \textcircled{III} \times K \times \operatorname{sh}(Ka) - \textcircled{IV} \times \operatorname{ch}(Ka): \\ -DK = t e^{i\hbar a} [K \operatorname{sh}(Ka) - i\hbar \operatorname{ch}(Ka)] \\ \textcircled{III} \times K \times \operatorname{ch}(Ka) - \textcircled{IV} \times \operatorname{sh}(Ka): \\ CK = t e^{i\hbar a} [K \operatorname{ch}(Ka) - i\hbar \operatorname{sh}(Ka)] \end{cases}$$

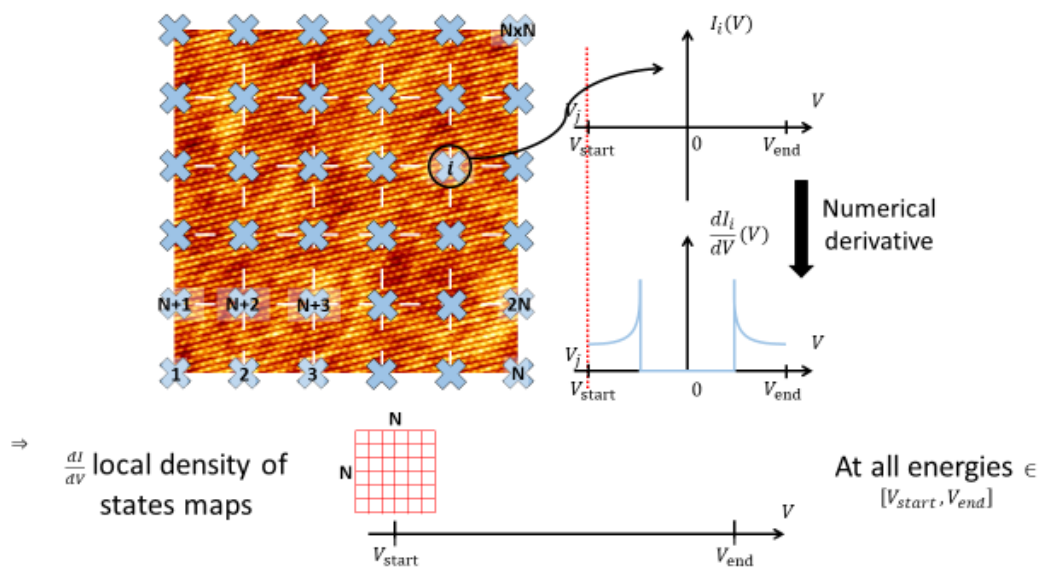
$$\Rightarrow \begin{cases} C = 1+r \\ D = \frac{i\hbar}{K} (1-r) \\ C = t e^{i\hbar a} \left[ \operatorname{ch}(Ka) - \frac{i\hbar}{K} \operatorname{sh}(Ka) \right] \\ D = -t e^{i\hbar a} \left[ \operatorname{sh}(Ka) - \frac{i\hbar}{K} \operatorname{ch}(Ka) \right] \end{cases}$$

## Annexe 2 : Microscope a effet tunnel : mode spectroscopique

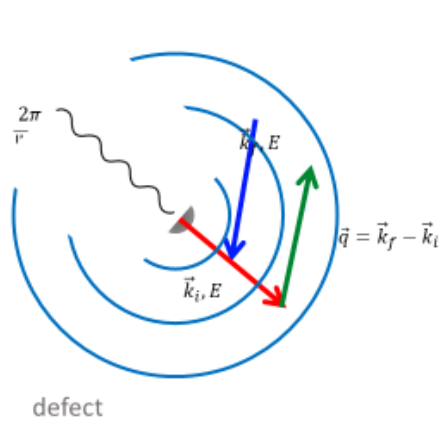
### Principe de la spectroscopie à effet tunnel (STS)



### Spectroscopie de grille



## Quasiparticle interferences



$$\begin{aligned}\psi_i &= e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} \\ \psi_f &= e^{i\vec{k}_f \cdot \vec{r}} \\ \psi_{interference} &= \psi_i + \psi_f\end{aligned}$$

In STM only access to **local density of states** :

$$\|\psi_{interference}\|^2 = 2(1 + 2\cos(\underbrace{(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}}_{\vec{q}}))$$

Fourier transform STM :

$$FFT(\|\psi_{interference}\|^2) \sim \delta(\vec{q}) + \delta(-\vec{q})$$

## Quasiparticle interferences

Example :  
Hexagonal Brillouin zone with a given energy  
contour at  $E_1$  :

$$E = E_1$$



Fourier transform of the LDOS map at energy  $E_1$

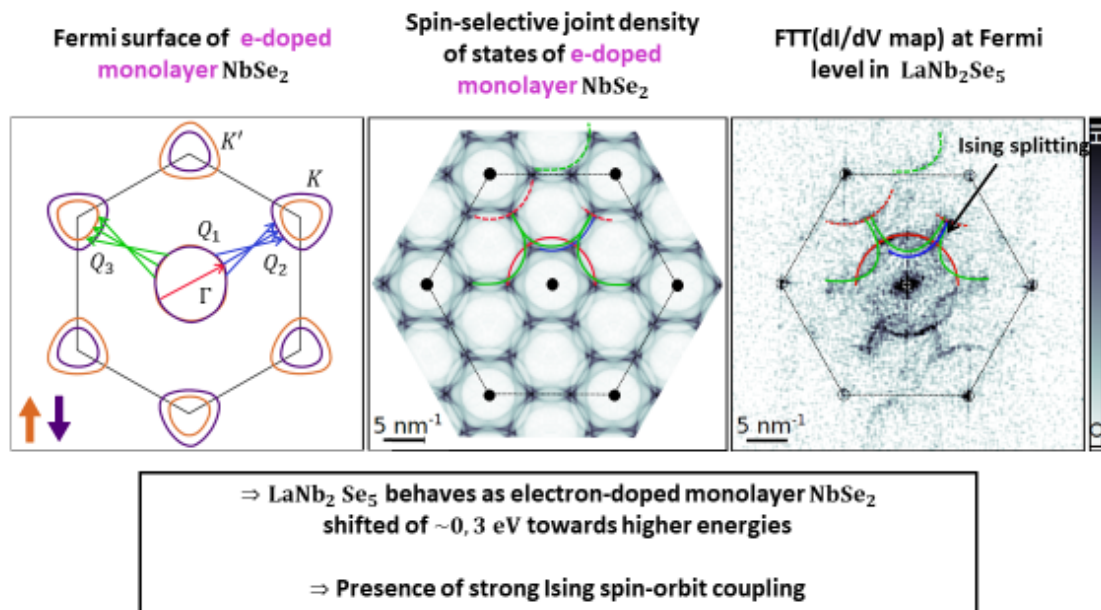


**How to obtain local density of states maps ?**

➤ Collection of scattering wave vectors linking many isoenergy states.

The Fourier transform of the LDOS map is linked to the autoconvolution of the energy contour:  
⇒ Joint DOS

### Interpretation of the QPIs results





## Questions posées par l'enseignant

Vous avez parlé d'ondes stationnaires, c'est approprié ?

Non, car il n'y a pas de nœuds

Que caractérise une onde stationnaire ?

Pas de dépendance temporelle, il faut des nœuds et des ventres.

on peut parler d'onde quasi stationnaire, car les minima sont très petits quand  $T$  est faible, et on peut introduire si besoin le taux d'ondes stationnaires (TOS)

Le diagramme (du raccordement du puits de potentiel) est-il conforme à ce que vous présentez ?

Non il devrait y avoir continuité de la dérivée.

Dans la limite de la zone 2-3 comment pouvez-vous arriver entre la zone 2 et la zone 3 avec une tangente horizontale ? On sait que sur l'interface 2-3, les deux ondes, évanescente et évanescente-réfléchie ont la même amplitude, à un déphasage près (celui qui permet d'avoir un courant dans la barrière). C'est sans doute ce qui permet d'avoir, dans la densité de probabilité cette tangente horizontale.

Comment obtenez-vous dans la zone 3 que le courant est constant ?

Par calcul est du fait qu'on a une seule onde propagative

Il y a une condition sur le métal de la pointe pour le microscope à effet tunnel ?

Oui, il faut qu'elle soit métallique ex. en platine coupé et qu'elle ne soit pas chimiquement active.

Pourquoi vous utilisez la masse de l'électron dans l'onde évanescente ?

Ça dépend du matériau mais ça peut arriver qu'on ait le droit de le faire.

En effet dans un métal, au niveau de Fermi, qui est milieu de bande, la masse effective est très proche de la masse physique, contrairement à ce qui se passe dans un semi-conducteur, en haut de la bande de valence ou en bas de la bande de conduction.

Est-ce que  $|r|^2 + |t|^2 = 1$  est toujours valable ? que représentent  $r$  et  $t$  ?

$r$  et  $t$  sont les coefficients **en amplitude**, mais ce qui compte se sont les coefficients de réflexion et transmission **en courant**  $R$  et  $T$ , qui vérifient  $R + T = 1$ . Mais si le potentiel est dissymétrique on n'a pas  $T = |t|^2$ , car il faut tenir compte du rapport des  $k$ . Dans le modèle considéré, le potentiel de part et d'autre de la barrière est le même, donc  $k_1 = k_3$ , et en définitive, ici,  $T = |t|^2$ .

Vous avez parlé d'une onde évanescente en électromagnétisme (effet de peau), c'est pareil ou il y a une différence importante entre les 2 ?

On a une perte d'énergie. Dans l'effet de peau, on a un vecteur de Poynting normal à l'interface et l'énergie transportée par l'onde évanescente est dissipée par le métal. En MQ on n'a pas d'effets dissipatifs. S'il n'y a pas de seconde interface, il n'y a pas d'onde évanescente réfléchie donc il n'y a pas de courant. Le vrai analogue EM c'est la réflexion totale interne entre deux diélectriques, et l'effet tunnel est le cas où elle est frustrée par la présence d'une seconde interface (voir poly de JH). C'est connu depuis Fresnel, mais un retournement épistémologique, on l'appelle souvent « effet tunnel optique »

La loi de la radioactivité alpha marche bien ?

Oui, sur plus de 26 ordres de grandeur.

### Commentaires donnés par l'enseignant

Les commentaires généraux sont en bleu (ou rouge) dans le compte rendu  
Et aussi dans les réponses bleues aux questions

### Partie réservée au correcteur

#### Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)

Le plan choisi est assez classique mais sans doute trop ambitieux en 40 min.

Le choix de ne faire entièrement aucun des calculs assez technique de cette leçon peut se justifier dans l'ambition vertueuse de traiter de façon assez détaillée deux applications. Mais tous les candidats ne feront pas nécessairement ce choix

Pour quelqu'un qui n'aurait pas déjà réfléchi longuement à la question, il est sans doute plus prudent de traiter explicitement l'un des calculs de départ, éventuellement sur transparent mais en expliquant bien le raisonnement et en ne traitant qu'un seul exemple. Dans cette approche, il vaut mieux conserver le microscope à effet tunnel aussi détaillé que l'on en est capable.

On peut toujours parler de Gamow dans la minute culturelle en se contentant de dire que la loi de Geiger et Nuttall s'explique bien par l'effet tunnel de la particule  $\alpha$  à travers la barrière coulombienne répulsive.

#### Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates

Deux points importants et délicats sont d'expliquer correctement :

- Comment on a un courant dans la barrière alors qu'une onde évanescente pure ne transporte pas de courant.
- Comment la limite de barrière épaisse permet de généraliser le résultat aux potentiels variables à condition que  $\kappa(x) = \sqrt{2m(V(x) - E)}/\hbar$  soit grand et ne varie pas trop vite (plus précisément  $\frac{d\kappa}{dx} \ll \kappa^2$ .)

Et ne pas tomber dans le piège de l'effet de peau

Tous ces points sont dans le poly.

#### Expériences possibles (leçon pas au programme de l'agrégation docteur)

Hormis la réflexion totale interne frustrée avec le banc micro-onde et les prismes de paraffine, je ne vois pas.

#### Bibliographie conseillée

Le sujet est traité *in extenso* dans tous les livres de MQ, et le poly insiste sur les points essentiels et délicats.

Et je ne le dirai jamais assez que les parties quantiques du « Tout-en-un » contiennent des bêtises.