

**Titre :** Mouvements dans un champ de force centrale

**Présentée par :** Xavier Dumoulin

**Rapport écrit par :** Xavier Dumoulin et Remy Bonnemort

**Correcteur :** Jules Fillette & Julien Froustey

**Date :** 07/04/2020

### Bibliographie de la leçon :

Titre	Auteurs	Éditeur	Année
Physique Tout-en-un PCSI	B.Salamito et al	Dunod	2013

### Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : CPGE

Prérequis : Mécanique du point, Loi de Newton, Théorèmes généraux de la mécanique (PFD, TEM, TMC).

Intro : Présentation du système solaire avec le lien :

<https://solarsystem.nasa.gov/solar-system/our-solar-system/overview/>

Gravitation de 8 planètes et autres astres (astéroïdes, planètes naines, comètes etc...) qui gravitent autour d'une étoile : le soleil.

Astres sont soumis à l'action d'une force centrale : la force gravitationnelle.

But de cette leçon : expliquer mouvement d'un corps soumis à une force centrale.

### I/ Généralités sur les forces centrales

Attention à ce genre de titre... Vos titres doivent dire quelque chose de ce qu'on va apprendre dans la partie qui s'annonce, et lorsque celle-ci s'intitule « Généralités » cela donne un peu l'impression que vous avez des choses à dire mais sans grande cohérence et que vous nous vendez un package « généralités »... C'est souvent signe que votre plan manque un peu de structure ! Essayer de vous astreindre à écrire des titres parlants, qui annoncent clairement les résultats que vous allez démontrer. De manière générale, réserver l'aspect « généralités » au plus à une sous partie si vous ne voyez pas comment faire autrement (c'est parfois effectivement le cas) mais souvent on peut retitrer « Définitions et premiers exemples » par exemple ☺

**Qui plus est, dans le cas présent, la partie est fort mal nommée puisqu'une moitié est consacrée au cas de la gravitation qui est un exemple très particulier de force centrale, donc absolument pas général !**

#### **1) Définitions et exemples**

Def° : Une force centrale de centre O est une force dont la droite d'action passe constamment par O.  $\mathbf{F}$  colinéaire à  $\mathbf{OM}$ .

On décrit les forces centrales les plus courantes : force gravitationnelle et interaction de Coulomb. Expression des forces et des énergies potentielles. Démonstration que la force gravitationnelle est conservative.

On remarque que les expressions de ces forces sont similaires. Les modules sont proportionnels à

$1/r^2$ . On peut donc écrire  $\mathbf{F} = -K/r \mathbf{er}$ .

TR : Quels sont les effets de ces forces sur le mouvement ?

## 2) Observations de mouvement : lois de Kepler

Cette partie est un peu délicate : mettre en place une situation déclenchante qui fait constater des propriétés du mouvement en mode « c'est ce qu'on va chercher à expliquer », pourquoi pas mais dans ce cas il ne faut pas trop en dire et surtout il faut faire attention à un écueil important : il ne faudrait pas laisser sous-entendre que toutes les forces centrales vont engendrer des mouvements aussi particuliers !

Lois énoncées au XVII<sup>ème</sup> siècle par Kepler après l'étude des trajectoires des planètes.

1. Loi des orbites : Les planètes du système solaire décrivent des trajectoires elliptiques dont le soleil occupe l'un des foyers.
2. Loi des aires : Les aires balayées par le segment [OM] pendant des intervalles de temps égaux sont égales
3. Loi des périodes : Le carré de la période de la révolution d'une planète autour du soleil est proportionnel au cube du demi-grand axe  $a$  de sa trajectoire elliptique :  $\frac{T^2}{a^3} = \text{Cste}$

Vérification rapide de la première loi (les trajectoires sont quasi-circulaire donc elliptiques) et troisième loi (on calcule  $a^2/T^3$  pour les différentes planètes du système solaire).

Si on veut vraiment vérifier cette loi, on joli tracé ajusté sur Qtiplot sera peut-être plus parlant que le tableau de données brutes. Probablement qu'on y verra aussi plus explicitement apparaître les écarts à la loi de Kepler qu'il sera intéressant de discuter en questions.

TR : Ici on a fait une constatation très qualitative, comment décrire le mouvement à partir des lois de la dynamique ?

## II/ Conséquences sur le mouvement

### 1) Conservation du moment cinétique et loi des Aires

Avec TMC en O on montre que le mouvement est plan. En se plaçant dans une base polaire avec le moment cinétique suivant (Oz) on détermine l'expression de la constante des aires :  $C = r^2 d\theta/dt$

En se plaçant dans le triangle OM(t)M(t+dt) on détermine la vitesse aréolaire en calculant l'aire du triangle :  $dA = 1/2 * C * dt$ . On en déduit que la vitesse aréolaire est constante et donc que la loi des aires est vérifiée.

TR : On a vu que les forces newtoniennes sont conservatives donc on a aussi conservation de l'énergie mécanique

### 2) Conservation de l'énergie mécanique

TEM donne  $E_m = \text{cste} = 1/2 m v^2 + E_p(r)$ . En coordonnées polaires et avec la constante des aires, on peut réécrire cela :  $E_m = 1/2 m (dr/dt)^2 + 1/2 m C^2/r^2 + E_p(r) = 1/2 m (dr/dt)^2 + E_{\text{eff}}(r)$ . Tout se passe comme si on n'avait qu'un seul degré de liberté  $r$ . En fonction de la valeur de l'énergie mécanique on a différentes trajectoires possibles

Bien insister à ce stade sur l'intérêt de définir une énergie potentielle effective !

Slide tracé de  $E_{\text{eff}}=f(r)$ . On a 4 possibilités :

1. Si  $E_m < E_{\min}$  alors le mouvement est impossible
2. Si  $E_m = E_{\min}$  alors le mouvement est réalisé à  $r = r_0$  fixé et la trajectoire est circulaire
3. Si  $0 > E_m > E_{\min}$  alors la trajectoire est elliptique car  $r$  peut varier sur une plage donnée de valeurs. On parle de système dans un état lié. Il reste dans le puits de potentiel créé par l'astre. La trajectoire n'est pas nécessairement fermée dans le cas d'une force centrale conservative, elle l'est pour une force newtonienne.
4. Si  $E_m \geq 0$ , l'ensemble des distances  $r$  accessibles est un intervalle de taille infinie. Le système est dans un état de diffusion. Il n'est pas retenu dans le puits de potentiel créé par l'astre.

TR : On est resté dans un cas assez général. Appliquons ces propriétés dans un cas particulier.

J'enfonce le clou car c'est un reproche qu'on peut faire à cette leçon, n'avoir pas assez structuré ce qui était vrai dans le cas général d'une force simplement centrale, puis ce qui venait s'ajouter avec l'hypothèse newtonienne et/ou conservative. On n'était en fait pas vraiment dans « un cas assez général » ici !

### III/ Application : Etude d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre.

#### 1) Position du problème : vitesse et 3<sup>e</sup> loi de Kepler

On applique le PFD et on le projette sur  $\mathbf{er}$ . On montre que la vitesse est constante et vaut  $v=(GM_T/r)^{(1/2)}$ .

On peut alors démontrer la troisième loi de Kepler dans le cas d'une orbite circulaire. En effet, la période de révolution de M autour de O est le temps nécessaire à M pour parcourir une trajectoire de circonférence  $2\pi r$  à la vitesse constante  $v$ . On a donc  $T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

On peut admettre la validité de cette expression dans le cas d'une trajectoire elliptique à condition de remplacer  $r$  par la valeur du demi-grand axe  $a$ .

On remarque que cette expression de constante ne dépend pas de la masse de l'astre en question. Ainsi, tous les astres qui gravitent autour d'un autre, respectent cette loi et ont la même constante.

#### 1) Application au satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est un satellite artificiel qui reste constamment au-dessus d'un même point à la surface de la Terre.

Différentes propriétés de cette orbite :

- 1- Vitesse angulaire constante (Cf PFD sur  $\vec{e}_\theta$ ). C'est également la même que celle de la Terre.  $\Omega = \frac{2\pi}{T_{\text{sidéral}}}$
- 2- L'orbite est circulaire. Le mouvement étant à force centrale, il suit la loi des aires et la constante des aires vaut :  $C = r^2 \dot{\theta}$ . La vitesse angulaire étant constante, on en déduit que  $r$  est constant également. Le mouvement est donc circulaire uniforme.
- 3- Déterminer la durée de rotation d'un satellite sur cette orbite. Un jour sidéral est un peu plus cours que 24h car il faut également tenir compte de la rotation de la Terre sur son

orbite. On a donc en réalité  $T_{\text{sidéral}} = 23h\ 56min\ 4s$ .

- 4- Rayon de l'orbite géostationnaire : Connaissant la période de révolution et le produit  $GM_T = 3,9860 \times 10^{14} m^3 s^{-2}$ , on peut déterminer  $r$ . En effet, d'après la troisième loi de Kepler on a :  $r = \left( \frac{T^2 GM_T}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 42\ 164\ km$ . La hauteur de cette orbite est donc  $h = r - R_T = 35\ 786\ km$ .

CCL : Ouverture sur les lois de conservation en dynamique et sur les chocs élastiques.

### Questions posées par l'enseignant

- **Retour sur la définition de force centrale. Y a-t-il des conditions sur le point, le référentiel ?**

Point fixe dans le référentiel

- **Cas de la force gravitationnelle ?**

Il faut se placer dans le référentiel barycentrique

- **Quel est *a priori* le système de coordonnées adapté à la description du problème ?**

En toute généralité si vous décrivez le mouvement d'un point matériel M autour d'un point fixe O le système de coordonnées le plus pratiques est le système de coordonnées sphériques centrées en O. Vous ne pouvez travailler en coordonnées polaires (pas de  $z$  !) que parce que vous avez démontré que le mouvement est plan (lequel d'ailleurs, donne le plan utile à la définition de  $r$  et  $\theta$ ). On insiste sur ce point parce que c'est une première étape vers l'intégrabilité du problème : l'hypothèse de force centrale permet de réduire un mouvement compliqué à 3 dimensions à un mouvement plan décrit par 2 degrés de liberté (que l'on ne tardera pas à réduire à un unique !!!).

- **De quoi dépend le plan ? Quel est-ce plan ? Dans le cas de charges ponctuelles, quel est le plan ?**

Au niveau prépa il est important de bien montrer aux élèves que « le plan » du mouvement dépend en fait des conditions initiales du problème : c'est effectivement LE plan contenant le point O, centre de force, et le vecteur vitesse initiale ! Ainsi, ce plan n'est pas le même pour tous les points matériels évoluant dans le champ de force centrale étudié.

D'ailleurs, il serait légitime de se poser la question suivante : pourquoi les orbites des planètes sont, elles, toutes à peu près dans le même plan (plan de l'écliptique) ? ... (cf. la notion de disque d'accrétion pour les plus curieux)

- **Soleil au « centre » de l'ellipse ?**

Non le soleil est l'un des foyers de l'ellipse

- **Pour le tableau, on s'attend exactement au même rapport  $T^2/a^3$  ?**

Astronome mesure distance entre Terre et planète

- **Connaissant «  $a$  » avec une précision infinie, s'attend-t-on au même rapport ?**

A priori oui

- **Est-ce que la loi de Kepler est vraie ?**

Non car un astre n'est pas soumis à une unique force, il subit aussi l'attraction de tous les autres corps céleste à proximité.

- **En considérant qu'on a supprimé toutes les autres planètes ? Est-ce vrai pour Jupiter ?**

Toutes ces questions pour aboutir à la réponse suivante : Non ! La loi de Képler n'est pas rigoureusement juste ! Elle l'est fatalement à une très bonne approximation près puisqu'elle relève « simplement » de l'observation mais si vous effectuez le calcul du problème à deux corps vous constaterez que la masse qui apparaît dans le rapport  $T^2/a^3$  n'est pas la masse du soleil mais la somme de celle des deux corps (Soleil + Terre par exemple). La loi de Kepler est une approximation de cette loi considérant que la masse du soleil domine largement les masses des planètes qui gravitent autour de lui, ce qui est de moins en moins vrai dès lors qu'on considère des planètes de plus en plus lourdes comme Jupiter.

On a, par ailleurs, des corrections venant du fait que l'on ne considère pas rigoureusement un problème à deux corps mais à  $N$  corps ; et l'influence gravitationnelle des autres planètes va modifier légèrement le mouvement (précession des ellipses, etc.).

- **Dans toute la leçon, tu as étudié des particules ponctuelles. Le soleil n'est pas un point, est-ce un problème ?**

Répartition de masse parfaitement uniforme et à symétrie sphérique.

- **En quoi cela permet de se ramener à une distribution ponctuelle ?**

Application du théorème de Gauss : dès lors que le point étudié est en dehors du corps générant le champ, sous réserve que la symétrie sphérique soit bien vérifiée, le champ est rigoureusement le même que celui créé par un point de même masse.

- **Peut-on avoir un OdG de l'unité astronomique ? Est-ce une valeur fixée ou qui se mesure ?**

L'unité astronomique vaut en gros 150 millions de km. Historiquement, il s'agit de la moyenne entre le minimum et le maximum de la distance Terre-Soleil sur une année (i.e. le demi grand axe de l'ellipse) c'était donc une grandeur mesurée affublée d'une incertitude. Depuis 2012, l'Union Astronomique Internationale a décidé de fixer la valeur de l'unité astronomique à 149 597 870 700 m de sorte que la distance Terre-Soleil n'est plus exactement égale à 1 u.a. mais se voit à son tour affublée d'une incertitude.

- **Référentiel géocentrique est-il réellement galiléen ?**

Non pas vraiment...

- **Meilleur référentiel galiléen : de Copernic, est-il vraiment galiléen ?**

Non toujours pas

Cette question est évidemment beaucoup plus complexe que ça et demanderait un long discours... Je vous renvoie au cours de mécanique et à la correction de la leçon « caractère non galiléen du référentiel terrestre ».

- **Vitesse aréolaire constante dans le cas des trajectoires fermées uniquement ?**

Non, c'est valable dans le cas général.

- **Comment définir le point « O » utilisé pour la démonstration ?**

« O » est le centre de l'ellipse ? L'un des foyers de l'ellipse ?

- **Formulation propre ? Dans une trajectoire générale ?**

**Le point « O » est le centre de force !!!**

- **Comment interpréter le graphique d'énergie potentielle en fonction du rayon ?\***

Puits de potentiel (peut-être à mettre en prérequis)

**Origine du fait qu'on soit borné au-dessus du minimum de l'énergie potentielle ?**

La différence entre l'énergie potentielle (effective ou non) est un terme d'énergie cinétique positif de sorte que l'énergie potentielle est nécessairement inférieure à l'énergie mécanique ! Une fois que vous avez placé la valeur initiale d'énergie mécanique sur le graphe, et étant donné qu'elle se conserve, vous ne pouvez pas accéder à une région où l'énergie potentielle est plus grande que cette valeur d'Em puisque ça impliquerait d'avoir  $E_c < 0$  !

ATTENTION à ce genre de question : certes c'est un raisonnement que vous avez l'habitude de faire mais ne perdez jamais de vue l'origine fondamentale de ce que vous faites. Ce genre de flou dans les réponses à des questions, disons-le, aussi simples sera assez mal perçu par le jury (ça implique d'avoir les idées suffisamment claires à l'origine pour qu'elles le restent après 4h de préparation et 1h de passage...)

- **\*Reprise de la question de Julien : dans le cas où le mouvement radial est borné, à quoi ressemble le mouvement général ? Donne une ellipse entre  $r_1$  et  $r_2$  ? Comment le déterminer ?**

À partir de la constante des aires.

**Qu'est ce qui est spécifique au cas de l'interaction gravitationnelle et qu'est ce qui ne l'est pas ?**

**Trajectoire elliptique ?**

**Prenons une force en  $1/r^9$  ? Peut-on refaire la même analyse énergétique ? Oui mais les trajectoires ne sont plus des ellipses**

**Mouvement encore plan ?** Oui car toujours une force centrale

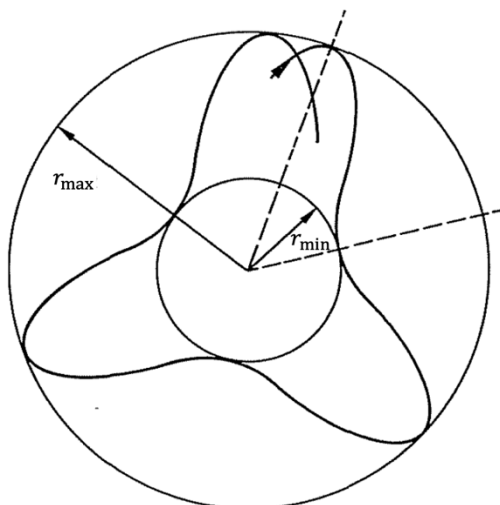
**Est-ce nécessairement une ellipse dans le cas plan ?** Non ce n'est pas vrai. Ceci est vrai soit pour le potentiel harmonique soit sur le potentiel newtonien.

Le résultat sous-jacent est connu sous le nom de théorème de Bertrand (1873). Il énonce que, parmi tous les potentiels centraux, les seuls pour lesquels les états liés conduisent nécessairement à des trajectoires fermées sont les potentiels harmonique ( $r^2$ ) et newtonien ( $1/r$ ).

Pour le potentiel harmonique, le mouvement est une ellipse dont le centre de force occupe le centre. Pour le potentiel newtonien, le mouvement est une ellipse dont le centre de force occupe l'un des

foyers.

Pour d'autres potentiels, on peut avoir des trajectoires fermées (un minimum local du potentiel conduit par exemple à une trajectoire circulaire), mais des conditions initiales quelconques conduiront à un mouvement non périodique. L'allure d'un état lié (mouvement radial borné entre  $r_{\min}$  et  $r_{\max}$ ) générale est représentée ci-dessous :



- Peux-tu dessiner l'énergie potentielle ? Comment interpréter la différence entre l'énergie potentielle effective et l'énergie potentielle ?

Uniquement due au terme en  $1/r^2$

- Est-ce que  $r$  peut diminuer à l'infini ? S'il n'y avait ce terme ?

La particule pourrait se rapprocher indéfiniment de  $r = 0$ , ce qui n'est pas le cas ici ! Lorsque la particule se rapproche du centre de force son énergie potentielle diminue, mais par conservation du moment cinétique elle doit accélérer sa rotation de sorte que son énergie cinétique augmente en flèche et la conservation mécanique la contraint à ne pas se rapprocher plus du centre (à moins que l'énergie potentielle décroisse plus vite que l'augmentation de l'énergie cinétique).

- Ressort : force centrale, juste pour un ressort unidimensionnel ? Si c'est un mouvement unidimensionnel, est-ce intéressant de parler de force centrale ?

Non, le concept de force centrale n'a d'un intérêt que parce qu'il permet de ramener à un 1D un mouvement initialement 3D...

- Peut-on faire la même étude dans le cas 3D ?

À priori oui

- Peux-tu tracer le profil d'énergie potentielle effective dans cas ?

Energie potentielle parabolique

- Quelle sera la trajectoire ?

C'est une ellipse

- Trois grands types de forces : forces centrales, forces centrales conservatives et forces centrales newtoniennes. As-tu des exemples de forces centrales non conservatives ?

Tension dans un fil

- Tension évolue en un truc plus  $\cos(\theta)$ , est-ce que ça a une tête de conservative ? Potentiel en  $\theta$ , est-ce que ça donne une force sur  $u_r$  ?

Non ça ne peut pas.

Ces questions cherchaient à préciser à quelle condition une force centrale sera conservative (avec le contre-exemple de la tension du fil pour un pendule simple). La force centrale (qui par définition est suivant  $u_r$ ), ne doit dépendre que de  $r$ , ce qui se prouve par un raisonnement par l'absurde. Prenons l'exemple de la tension du fil, pour le pendule simple, qui dépend de  $\theta$  (ce que l'on montre grâce au PFD projeté suivant  $u_r$ ). Si elle dérivait d'un potentiel, celui-ci devrait donc dépendre de  $\theta$ . En prenant son gradient, on aurait donc une composante de la force suivant  $u_\theta$ , ce qui contredit le fait qu'il s'agisse d'une force centrale, CQFD.

- Est-ce que tu sais comment démontrer les trajectoires elliptiques ?

Changement de variables  $u = 1/r$  (formules de Binet) - Autres méthodes : conservation de l'énergie mécanique ou du vecteur de Runge-Lenz, cf. livre de sup ancien programme.

- **Vitesses importantes pour l'étude des satellites ?**

Vitesses cosmiques : vitesse de libération

- **De quoi dépend-t-elle ?**

Du champ de gravitation de la Terre (G), masse de la Terre et son rayon de la Terre

- **Peut-on faire une vitesse avec ces variables ?**

Oui

Les deux vitesses importantes sont la vitesse d'orbite basse (première vitesse cosmique, vitesse théorique qu'aurait un satellite en orbite à une distance du centre O égale au rayon de l'astre) et la vitesse de libération (deuxième vitesse cosmique, vitesse qu'il faut communiquer un satellite posé à la surface de l'astre pour lui permettre d'avoir une trajectoire libre [sans prendre en compte bien sûr les frottements de l'air etc...]). Ces deux vitesses ont du sens parce qu'elles ne dépendent que des caractéristiques de l'astre et en aucun cas de la masse du satellite ! Ainsi si vous voulez discuter de l'attraction à la surface d'un astre vous devriez avoir à discuter de sa masse et de son rayon, mais vous pouvez directement étudier les vitesses cosmiques.

*(Remarque : comme pour la 3<sup>e</sup> loi de Kepler, on fait l'approximation  $m_{\text{Terre}} \gg m_{\text{satellite}}$ , sinon il faut faire le problème à deux corps rigoureux, etc.)*



### Commentaires donnés par l'enseignant

- Beaucoup de choses bien et des choses surprenantes
- Plan (trop ?) ressemblant à l'ancienne leçon gravitation
- Ellipse : spécifique au potentiel newtonien
- Question : on a essayé de te pousser à comprendre où sont les hypothèses (force centrale, force centrale conservative, force centrale newtonienne)
- Ne pas nécessairement se limiter trop vite au potentiel newtonien
- Barrière de potentiel en  $r$  tend vers 0 : conservation de la constante de aires car le système acquiert une énergie cinétique trop importante et il est donc impossible d'acquérir de l'énergie potentielle et qui fait qu'on s'éloigne à nouveau. Barrière « centrifuge »
- Si choix de rester dans le programme de Sup, il faut donner de la couleur à la leçon (en ajoutant des animations, programmes python, en faisant des ouvertures vers des choses plus subtiles, ...)

**Partie réservée au correcteur**

### **Avis général sur la leçon (plan, contenu, etc.)**

La leçon était bien présentée, Xavier a eu le temps de faire une répétition en préparation et ça s'est senti : bonne aisance à l'oral, discours rigoureux dans l'ensemble, présentation pédagogique des points les plus délicats...

On peut discuter le choix du plan, au sens propre ! Le choix de faire une sous-partie sur la gravitation dans le I est un choix qui peut se défendre et se critiquer, c'est à chacun de faire son choix mais dans tous les cas il faut être en mesure de le motiver en séance de question (ce qui était plus ou moins le cas). La dernière partie sur les satellites est un peu plus tirée par les cheveux, surtout si elle se fait au détriment d'une discussion sur les forces centrales, leur richesse et leurs propriétés.

Enfin, il y a eu beaucoup d'hésitation en question, ce à quoi il faut remédier. À de trop nombreuses reprises nous avons eu à détailler nos questions en longueur pour arriver à la discussion initialement souhaitée. La majeure partie du temps une réponse claire et nette aurait dû intervenir dès la première question posée pour qui aurait eu les idées un peu plus au clair. Pour une partie (infime) des questions, je vous l'accorde, on n'était pas toujours très explicites ;-)

### **Notions fondamentales à aborder, secondaires, délicates**

Comme précisé plus haut il y a trois stades d'hypothèses qu'il faut bien compartimenter pour que les choses soient claires (dans votre esprit et dans votre exposé)

- L'hypothèse de force centrale en elle-même, qui permet de démontrer que le mouvement est plan, la loi des aires, ...
- L'hypothèse de force centrale conservative qui ouvre le champ d'étude du diagramme d'énergie (trajectoires liées ou libres, mais pas nécessairement fermées)
- L'hypothèse de force centrale Newtonienne, qui est centrale et conservative, et qui permet de faire un certain nombre de choses en plus, notamment parler de coniques, de trajectoires fermées, et surtout qui est *in fine* LE cas qui nous intéresse puisque celui de la gravitation et de l'électrostatique.

Etant donné cette zoologie, on peut regretter que dans cette leçon la force de gravitation ait été autant mise en avant. D'autant que, si on se rattache au programme de Sup (PCSI), l'étude des ordres de grandeur en jeu dans l'expérience de Rutherford est explicitement au programme. Cela fournit un exemple de force centrale newtonienne *répulsive*, ce qui enrichit la présentation.

Les notions fondamentales ne laissent place à aucun mystère : conservation du moment cinétique, mouvement plan et loi des aires, discussion énergétique, résolution d'un cas particulier.

Les notions secondaires sont le vecteur de Runge-Lenz, la démonstration et l'étude des coniques (on peut comme l'a fait Xavier se restreindre à la trajectoire circulaire, mais il faut au moins mentionner le cas général), la discussion du problème à deux corps.

Enfin les notions les plus délicates sont le théorème de Bertrand (seules les forces harmoniques et newtonienne donnent des trajectoires liées à coup sûr à des fermées), la discussion précise des degrés de liberté et des quantités conservées.

### **Expériences possibles (en particulier pour l'agrégation docteur)**

[Les docteurs ne sont pas concernés par cette leçon]

Il semble quoi qu'il en soit très compliqué de réaliser une expérience, mais des simulations numériques ont toute leur place (allure de la trajectoire en fonction de l'énergie par exemple).

### **Bibliographie conseillée**

Dans la série des manuels de sup, prenez votre favori : Dunod de PCSI, Tec&Doc, Supermanuel de

physique, éventuellement dans l'ancien programme (Dunod, HPrépa) qui traitait un petit plus de choses.

Dans la mesure du possible, fonction du stress et du temps disponible, essayer d'ouvrir pendant la préparation plus d'ouvrages que le strict nécessaire de sup, cela vous donnera des idées pour colorer votre leçon et surtout vous donnera immédiatement un bagage un peu plus solide pour affronter la séance de questions !

- Pérez de mécanique,
- Toute la Mécanique (Bocquet, Faroux, Renault),
- BFR Mécanique 1,
- Landau,

En mécanique, un livre très intéressant mais plus tourné sur les exercices est « La mécanique classique appliquée à la physique contemporaine » aux éditions Ellipses.