

Modelação de Sistemas Físicos

6ª aula Prática

Sumário:

Realização e resolução de problemas sobre:

- Movimento a 2 D e 3D

Bibliografia:

Problemas cap 4

1. Uma bola de futebol é chutada com velocidade de 100 km/h, a fazer um ângulo de 10° com o campo (horizontal).

d) Desenvolva um programa que obtenha a lei do movimento e a lei da velocidade em função do tempo, usando o método de Euler. Tem confiança que o seu programa está correto?

e) Considere agora a resistência do ar. A força de resistência do ar ao movimento da bola é:

$$\begin{cases} F_x^{(res)} = -m D |\vec{v}| v_x \\ F_y^{(res)} = -m D |\vec{v}| v_y \end{cases}$$

em que $D = g/v_T^2$, e a velocidade terminal é $v_T = 100$ km/h. Atualize o seu programa de modo a considerar a força de resistência do ar. Faça o gráfico da altura em função da distância percorrida na horizontal.

f) Nas condições da alínea e), determine qual a altura máxima atingida pela bola e em que instante? Tem confiança no seu resultado?

g) Nas condições da alínea e), qual o alcance (distância entre a posição onde foi chutada e o ponto onde alcançou no campo) da trajetória da bola e quanto tempo demorou? Tem confiança no seu resultado?

Projétil sem resistência do ar (Resultados pelo método analítico – resultados exatos-)

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \begin{cases} v_x(t) = v_{0x} \\ v_y(t) = v_{0y} - gt \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x} t \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

- A condição de altura máxima é (quando $y(t)$ é máximo)

$$\frac{dy(t)}{dt} = 0 \quad \Leftrightarrow v_y = 0$$

$$\Rightarrow t_m = \frac{v_{0y}}{g} \quad \text{e} \quad y_m = y_0 + \frac{1}{2} \frac{v_{0y}^2}{g}$$

- A condição de alcance é quando a bola bater no solo $y = 0$

$$y_0 = 0 \quad \Rightarrow t_{\text{solo}} = \frac{2 v_{0y}}{g}$$

e (duas soluções) $\Rightarrow x_0 = 0 \quad \Rightarrow x_{\text{solo}} = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g}$

Solução: $t_m, y_m, t_{\text{solo}}, x_{\text{solo}} = 0.492 \text{ s} \quad 1.187 \text{ m} \quad 0.984 \text{ s} \quad 26.929 \text{ m}$

Problemas cap 4

1. Uma bola de futebol é chutada com velocidade de 100 km/h, a fazer um ângulo de 10° com o campo (horizontal).
d) Desenvolva um programa que obtenha a lei do movimento e a lei da velocidade em função do tempo, usando o método de Euler. Tem confiança que o seu programa está correto?

Solução:

d) Se os resultados forem iguais (com precisão de centésimas) pelo método de Euler e pelo método analítico, terei confiança. Vamos fazer este teste para o caso em que não existe resistência do ar.

- A altura máxima é o maior valor do **array y**
- Alcance: **o valor de x** correspondente ao valor de y mais perto de zero

δt (s)	Altura máxima (m)	Alcance (m)
0.1	1.431	30.09
0.01	1.211	27.08
0.001	1.189	26.95
0.0001	1.187	26.932
0.00001	1.187	26.929

- A altura máxima é 1.187 m e o alcance é 26.93 m, o que reproduz os valores determinados pelo método exato.
- Os **valores convergem quando δt diminui**

Tenho confiança!

Problemas cap 4

1. Uma bola de futebol é chutada com velocidade de 100 km/h, a fazer um ângulo de 10° com o campo (horizontal).

e) Considere agora a resistência do ar. A força de resistência do ar ao movimento da bola é:

$$\begin{cases} F_x^{(res)} = -m D |\vec{v}| v_x \\ F_y^{(res)} = -m D |\vec{v}| v_y \end{cases}$$

em que $D = g/v_T^2$, e a velocidade terminal é $v_T = 100$ km/h. Atualize o seu programa de modo a considerar a força de resistência do ar. Faça o gráfico da altura em função da distância percorrida na horizontal.

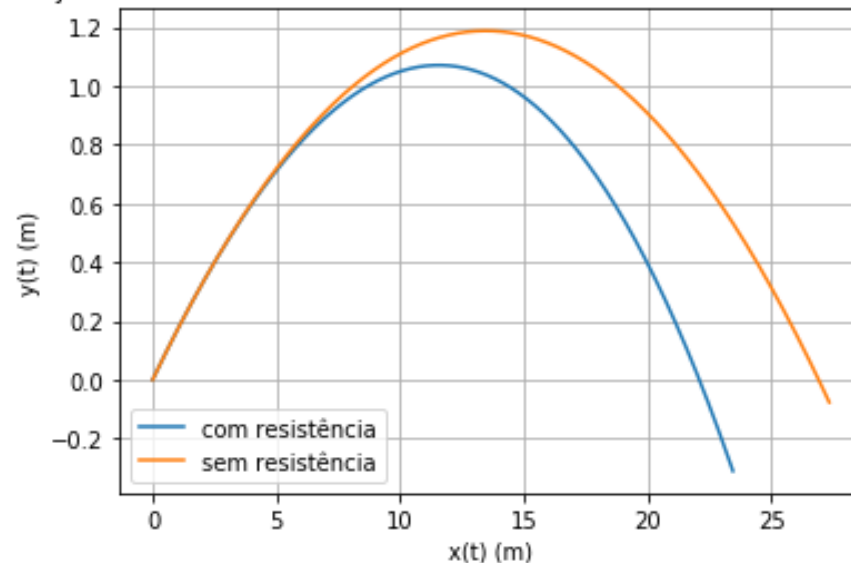
f) Nas condições da alínea e), determine qual a altura máxima atingida pela bola e em que instante? Tem confiança no seu resultado?

g) Nas condições da alínea e), qual o alcance (distância entre a posição onde foi chutada e o ponto onde alcançou no campo) da trajetória da bola e quanto tempo demorou? Tem confiança no seu resultado?

Solução:

d)

Trajetória de uma bola sem e com resistência do ar $v_0=100$ km/h, 10°



Problemas cap 4

1. Uma bola de futebol é chutada com velocidade de 100 km/h, a fazer um ângulo de 10° com o campo (horizontal).

e) Considere agora a resistência do ar. A força de resistência do ar ao movimento da bola é:

$$\begin{cases} F_x^{(res)} = -m D |\vec{v}| v_x \\ F_y^{(res)} = -m D |\vec{v}| v_y \end{cases}$$

em que $D = g/v_T^2$, e a velocidade terminal é $v_T = 100$ km/h. Atualize o seu programa de modo a considerar a força de resistência do ar. Faça o gráfico da altura em função da distância percorrida na horizontal.

f) Nas condições da alínea e), determine qual a altura máxima atingida pela bola e em que instante? Tem confiança no seu resultado?

g) Nas condições da alínea e), qual o alcance (distância entre a posição onde foi chutada e o ponto onde alcançou no campo) da trajetória da bola e quanto tempo demorou? Tem confiança no seu resultado?

Solução:

f) g)

δt (s)	Altura máxima (m)	Alcance (m)
0.1	1.305	23.719
0.01	1.092	22.260
0.001	1.072	22.1348
0.0001	1.070	22.10
0.00001	1.070	22.10

A altura máxima é 1.070 m e o alcance é 22.10 m. As quantidades a determinar convergem com a diminuição do passo temporal, e anteriormente os resultados no caso sem resistência do ar coincidem com os valores exatos.

Problemas cap 4 Bola de futebol com rotação (terminar)

Problema:

Determinar se é golo ou não, a bola ser chutada do canto com rotação. Implementar o movimento da bola com rotação, usando o método de Euler. Modificar um programa anterior que seja semelhante e adicionar a parte do método de Euler correspondente à dimensão extra z

Dados:

$$\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 23.8m)$$

$$\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}) = (25, 5, -50) \text{ m/s}$$

$$\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = (0, 400 \text{ rad/s}, 0)$$

$$t_0 = 0 \text{ s}$$

Massa da bola = 0.45 kg

Raio da bola: $r = 11 \text{ cm}$

Área transversal da bola: $A = \pi r^2$

$$\rho_{ar} = 1.225 \text{ kg/m}^3$$

$$\vec{F}_{Magnus} = \frac{1}{2} A \rho_{ar} r \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\vec{\omega} \times \vec{v} = (\omega_y v_z, 0, -\omega_y v_x)$$