

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MEXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE
IZTAPALAPA

INTEGRANTES:

CUANENEMI CUANALO MARIO ALBERTO	181080030
FERMIN CRUZ ERIK	181080007
GUTIERREZ ARELLANO RAFAEL	181080022
PEREZ ARMAS FAUSTO ISAAC	181080037

ISC-6AM

LENGUAJES Y AUTOMATAS I
M.C. ABIEL TOMÁS PARRA HERNÁNDEZ

SEP 2020 / FEB 2021

ACTIVIDAD SEMANA 14

RESUMEN TEMA 6.1

Cuananemi Cuanalo Mario Alberto

Un autómata a pila es esencialmente un autómata finito con una estructura de datos de pila. no son independientes del contexto, como veremos en la Sección 7.2. Un ejemplo de lenguaje no independiente del contexto es $\{0^n 1^n 2^n \mid n \geq 1\}$, el conjunto de cadenas formadas por grupos iguales de ceros, unos y doses. Informalmente, podemos interpretar el autómata a pila como el dispositivo mostrado en la Figura 6.1. Un “control de estados finito” lee las entradas, un símbolo cada vez. El autómata a pila puede observar el símbolo colocado en la parte superior de la pila y llevar a cabo su transición basándose en el estado actual, el símbolo de entrada y el símbolo que hay en la parte superior de la pila. Alternativamente, puede hacer una transición “espontánea”, utilizando ϵ como entrada en lugar de un símbolo de entrada. En una transición, el autómata a pila:

1. Consume de la entrada el símbolo que usar en la transición. Si como entrada se utiliza ϵ , entonces no se consume ningún símbolo de entrada.
2. Pasa a un nuevo estado, que puede o no ser el mismo que el estado anterior.
3. Reemplaza el símbolo de la parte superior de la pila por cualquier cadena. La cadena puede ser ϵ , lo que corresponde a una extracción de la pila. Podría ser el mismo símbolo que estaba anteriormente en la cima de la pila; es decir, no se realiza ningún cambio en la pila. También podría reemplazar el símbolo de la cima de la pila por otro símbolo, lo que cambiaría la cima de la pila pero no añade ni extraer ningún símbolo. Por último, el símbolo de la cima de la pila podría ser reemplazado por dos o más símbolos, lo que (posiblemente) tendría el efecto de cambiar el símbolo de la cima de la pila, añadiendo después uno o más nuevos símbolos a la pila.

Definición formal de autómata a pila La notación formal de un autómata a pila incluye siete componentes. Escribimos la especificación de un autómata a pila P de la forma siguiente: $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ El significado de cada uno de los componentes es el siguiente:

- Q : Un conjunto finito de estados, como los estados de un autómata finito.
- Σ : Un conjunto finito de símbolos de entrada, también análogo al componente correspondiente de un autómata finito.
- Γ : Un alfabeto de pila finito. Este componente, que no tiene análogo en los autómatas finitos, es el conjunto de símbolos que pueden introducirse en la pila.
- δ : La función de transición. Como en el autómata finito, δ controla el comportamiento del autómata. Formalmente, δ toma como argumento $\delta(q, a, X)$, donde:

1. q es un estado de Q .
2. a es cualquier símbolo de entrada de Σ o $a = \epsilon$, la cadena vacía, que se supone que no es un símbolo de entrada.
3. X es un símbolo de la pila, es decir, pertenece a Γ .

La salida de δ es un conjunto finito de pares (p, γ) , donde p es el nuevo estado y γ es la cadena de símbolos de la pila que reemplaza X en la parte superior de la pila. Por ejemplo, si $\gamma = \epsilon$, entonces se extrae un elemento de la pila, si $\gamma = X$, entonces la pila no cambia y si $\gamma = YZ$, entonces X se reemplaza por Z e Y se introduce en la pila.

- q_0 : El estado inicial. El autómata a pila se encuentra en este estado antes de realizar ninguna transición.
- Z_0 : El símbolo inicial. Inicialmente, la pila del

autómata a pila consta de una instancia de este símbolo y de nada más. F: El conjunto de estados de aceptación o estados finales.

Diseñemos un PDA P para aceptar el lenguaje Leer del Ejemplo 6.1. En primer lugar, en dicho ejemplo faltan algunos detalles que necesitamos para comprender cómo se gestiona correctamente la pila. Utilizaremos un símbolo de pila Z_0 para marcar el fondo de la pila. Necesitamos disponer de este símbolo para que, después de extraer w de la pila y darnos cuenta de que hemos visto wwR en la entrada, tendremos algo en la pila que nos permita hacer una transición al estado de aceptación, q_2 . Por tanto, nuestro autómata a pila para Leer se puede describir como $P = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{0, 1, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_2\})$ donde δ se define de acuerdo con las siguientes reglas: 1. $\delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, 0Z_0)\}$ y $\delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, 1Z_0)\}$. Inicialmente se aplica una de estas reglas, si estamos en el estado q_0 y vemos el símbolo inicial Z_0 en la parte superior de la pila. Leemos la primera entrada y la introducimos en la pila, dejando Z_0 abajo para marcar la parte inferior. 2. $\delta(q_0, 0, 0) = \{(q_0, 00)\}$, $\delta(q_0, 0, 1) = \{(q_0, 01)\}$, $\delta(q_0, 1, 0) = \{(q_0, 10)\}$ y $\delta(q_0, 1, 1) = \{(q_0, 11)\}$. Estas cuatro reglas similares nos permiten permanecer en el estado q_0 y leer las entradas, introduciéndose por la parte superior de la pila y dejando el símbolo de la cima de la pila anterior. 3. $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{(q_1, Z_0)\}$, $\delta(q_0, \varepsilon, 0) = \{(q_1, 0)\}$ y $\delta(q_0, \varepsilon, 1) = \{(q_1, 1)\}$. Estas tres reglas permiten a P pasar del estado q_0 al estado q_1 de forma espontánea (para la entrada ε), dejando intacto cualquier símbolo que esté en la parte superior de la pila. 4. $\delta(q_1, 0, 0) = \{(q_1, \varepsilon)\}$ y $\delta(q_1, 1, 1) = \{(q_1, \varepsilon)\}$. Ahora, en el estado q_1 , podemos emparejar símbolos de entrada con los símbolos de la cima de la pila y extraerlos cuando se correspondan. 5. $\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{(q_2, Z_0)\}$. Por último, si exponemos el marcador de la parte inferior de la pila Z_0 y estamos en el estado q_1 , entonces hemos encontrado una entrada de la forma wwR . Pasamos al estado 2.

Fermin Cruz Erik

AUTÓMATA PILA

Es una extensión del autómata finito no determinista con transiciones- ε , el cual constituye una forma de definir los lenguajes regulares. El autómata a pila es fundamentalmente un AFN- ε con la adición de una pila.

La pila se puede leer, se pueden introducir elementos en ella y extraer sólo el elemento que está en la parte superior de la misma, exactamente igual que la estructura de datos de una "pila".

Existen dos versiones diferentes del autómata a pila: una que acepta introduciendo un estado de aceptación, al igual que el autómata finito, y otra versión que acepta vaciando la pila, independientemente del estado en que se encuentre. Estas dos

versiones aceptan sólo lenguajes independientes del contexto; es decir, gramáticas que pueden convertirse en autómatas a pila, y viceversa.

La subclase de autómatas a pila que son deterministas aceptan todos los lenguajes regulares, pero sólo un subconjunto adecuado de los lenguajes independientes del contexto. Puesto que son muy similares a los mecanismos del analizador sintáctico de un compilador típico, es importante fijarse en qué construcciones del lenguaje pueden y no pueden reconocer los autómatas a pila deterministas.

El autómata a pila puede observar el símbolo colocado en la parte superior de la pila y llevar a cabo su transición basándose en el estado actual, el símbolo de entrada y el símbolo que hay en la parte superior de la pila. Alternativamente, puede hacer una transición “espontánea”, utilizando ϵ como entrada en lugar de un símbolo de entrada.

En una transición, el autómata a pila:

1. Consume de la entrada el símbolo que se usa en la transición. Si como entrada se utiliza ϵ , entonces no se consume ningún símbolo de entrada.
2. Pasa a un nuevo estado, que puede o no ser el mismo que el estado anterior.
3. Reemplaza el símbolo de la parte superior de la pila por cualquier cadena. La cadena puede ser ϵ , lo que corresponde a una extracción de la pila. Podría ser el mismo símbolo que estaba anteriormente en la cima de la pila; es decir, no se realiza ningún cambio en la pila.

También podría reemplazar el símbolo de la cima de la pila por otro símbolo, lo que cambiaría la cima de la pila pero no añade ni extraer ningún símbolo. Por último, el símbolo de la cima de la pila podría ser reemplazado por dos o más símbolos, lo que (posiblemente) tendría el efecto de cambiar el símbolo de la cima de la pila, añadiendo después uno o más nuevos símbolos a la pila.

Gutierrez Arellano Rafael

Definición de autómata a pila.

El autómata a pila es un autómata finito no determinista con transiciones- ϵ y una capacidad adicional: una pila en la que se puede almacenar una cadena de “símbolos de pila”. La presencia de una pila significa que, a diferencia del autómata finito, el autómata a pila puede “recordar” una cantidad infinita de información. Sin embargo, a diferencia de las computadoras de propósito general, que también tienen la capacidad de recordar una cantidad arbitrariamente grande de información, el autómata a pila sólo puede acceder a la información disponible en su pila de acuerdo con la forma de manipular una pila FIFO (first-in-first-out way, primero en entrar primero en salir).

La notación formal de un autómata a pila incluye siete componentes. Escribimos la especificación de un autómata a pila P de la forma siguiente: $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$
El significado de cada uno de los componentes es el siguiente:

Q: Un conjunto finito de estados, como los estados de un autómata finito.

Σ : Un conjunto finito de símbolos de entrada, también análogo al componente correspondiente de un autómata finito.

Γ : Un alfabeto de pila finito. Este componente, que no tiene análogo en los autómatas finitos, es el conjunto de símbolos que pueden introducirse en la pila.

δ : La función de transición. Como en el autómata finito, δ controla el comportamiento del autómata. Formalmente, δ toma como argumento $\delta(q,a,X)$, donde:

1. q es un estado de Q.
2. a es cualquier símbolo de entrada de Σ o $a = \epsilon$, la cadena vacía, que se supone que no es un símbolo de entrada.
3. X es un símbolo de la pila, es decir, pertenece a Γ .

La salida de δ es un conjunto finito de pares (p, γ) , donde p es el nuevo estado y γ es la cadena de símbolos de la pila que reemplaza X en la parte superior de la pila. Por ejemplo, si $\gamma = \epsilon$, entonces se extrae un elemento de la pila, si $\gamma = X$, entonces la pila no cambia y si $\gamma = YZ$, entonces X se reemplaza por Z e Y se introduce en la pila.

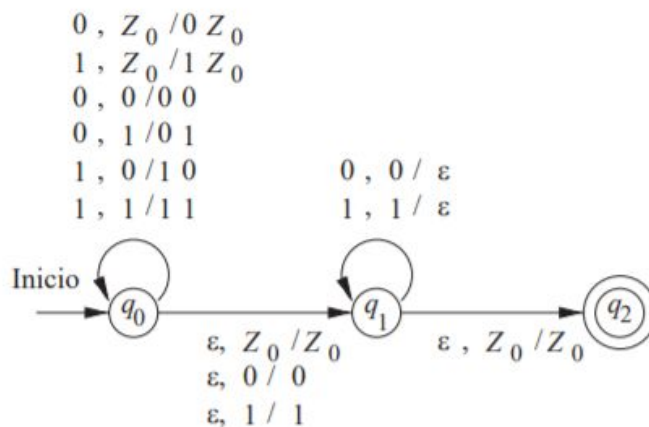
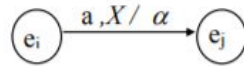


Figura 6.2. Representación de un autómata a pila como un diagrama de transiciones generalizado.

Los autómatas de pila, en forma similar a como se usan los autómatas finitos, también se pueden utilizar para aceptar cadenas de un lenguaje definido sobre un alfabeto A . Los autómatas de pila pueden aceptar lenguajes que no pueden aceptar los autómatas finitos. Un autómata de pila cuenta con una cinta de entrada y un mecanismo de control que puede encontrarse en uno de entre un número finito de estados. Uno de estos estados se designa como estado inicial, y además algunos estados se llaman de aceptación o finales. A diferencia de los autómatas finitos, los autómatas de pila cuentan con una memoria auxiliar llamada pila. Los símbolos (llamados símbolos de pila) pueden ser insertados o extraídos de la pila, de acuerdo con el manejo last-in-first-out (LIFO). Las transiciones entre los estados que ejecutan los autómatas de pila dependen de los símbolos de entrada y de los símbolos de la pila. El autómata acepta una cadena x si la secuencia de

transiciones, comenzando en estado inicial y con pila vacía, conduce a un estado final, después de leer toda la cadena x

La función de transición de estados de un AP puede ser representada por un diagrama donde los nodos representan los estados y los arcos transiciones. Si existe transición tipo (1), el arco queda rotulado de la siguiente manera:



Si el estado actual es e_i y la cabeza lectora apunta un símbolo a , y el tope de la pila es X , entonces cambiar al nuevo estado e_j , avanzar la cabeza lectora, y sustituir el símbolo del tope X en la pila por la cadena α .

Por ejemplo:

Si $\alpha = ZYX$ deja X , apila Y , y apila Z (nuevo tope Z). donde $X, Y, Z \in P$

Si $\alpha = XX$ deja X y apila X (nuevo tope X).

Si $\alpha = X$ deja X como el mismo tope (no altera la pila)

Si $\alpha = \varepsilon$ elimina X , y el nuevo tope es el símbolo por debajo (desapila)

Ejemplo 1

Perez Armas Fausto Isaac

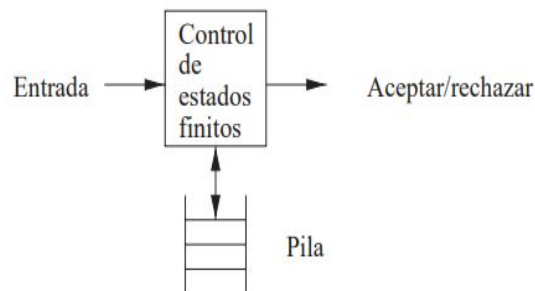


Figura 6.1. Un autómata a pila es esencialmente un autómata finito con una estructura de datos de pila.

El autómata a pila como el dispositivo mostrado en la Figura 6.1. Un “control de estados finito” lee las entradas, un símbolo cada vez. El autómata a pila puede observar el símbolo colocado en la parte superior de la pila y llevar a cabo su transición basándose en el estado actual, el símbolo de entrada y el símbolo que hay en la parte superior de la pila. Alternativamente, puede hacer una transición “espontánea”, utilizando ε como entrada en lugar de un símbolo de entrada.

En una transición, el autómata a pila:

1. Consume de la entrada el símbolo que se usa en la transición. Si como entrada se utiliza ε , entonces no se consume ningún símbolo de entrada.
2. Pasa a un nuevo estado, que puede o no ser el mismo que el estado anterior.
3. Reemplaza el símbolo de la parte superior de la pila por cualquier cadena. La cadena puede ser ε , lo que corresponde a una extracción de la pila.

Podría ser el mismo símbolo que estaba anteriormente en la cima de la pila; es decir, no se realiza ningún cambio en la pila. También podría reemplazar el símbolo de la cima de la pila por otro símbolo, lo que cambiaría la cima de la pila pero no añade ni extrae ningún símbolo.

Por último, el símbolo de la cima de la pila podría ser reemplazado por dos o más símbolos, lo que (posiblemente) tendría el efecto de cambiar el símbolo de la cima de la pila, añadiendo después uno o más nuevos símbolos a la pila.

La notación formal de un autómata a pila incluye siete componentes. Escribimos la especificación de un autómata a pila P de la forma siguiente:

$$P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

El significado de cada uno de los componentes es el siguiente:

Q : Un conjunto finito de estados, como los estados de un autómata finito.

Σ : Un conjunto finito de símbolos de entrada, también análogo al componente correspondiente de un autómata finito.

Γ : Un alfabeto de pila finito. Este componente, que no tiene análogo en los autómatas finitos, es el conjunto de símbolos que pueden introducirse en la pila.

δ : La función de transición. Como en el autómata finito, δ controla el comportamiento del autómata.

Formalmente, δ toma como argumento $\delta(q, a, X)$, donde:

1. q es un estado de Q .
2. a es cualquier símbolo de entrada de Σ o $a = \epsilon$, la cadena vacía, que se supone que no es un símbolo de entrada.
3. X es un símbolo de la pila, es decir, pertenece a Γ .

La salida de δ es un conjunto finito de pares (p, γ) , donde p es el nuevo estado y γ es la cadena de símbolos de la pila que reemplaza X en la parte superior de la pila. Por ejemplo, si $\gamma = \epsilon$, entonces se extrae un elemento de la pila, si $\gamma = X$, entonces la pila no cambia y si $\gamma = YZ$, entonces X se reemplaza por Z e Y se introduce en la pila.

q_0 : El estado inicial. El autómata a pila se encuentra en este estado antes de realizar ninguna transición.

Z_0 : El símbolo inicial. Inicialmente, la pila del autómata a pila consta de una instancia de este símbolo y de nada más.

F : El conjunto de estados de aceptación o estados finales.

EJEMPLO 6.2

Diseñemos un PDA P para aceptar el lenguaje L_{ww^R} del Ejemplo 6.1. En primer lugar, en dicho ejemplo faltan algunos detalles que necesitamos para comprender cómo se gestiona correctamente la pila. Utilizaremos un símbolo de pila Z_0 para marcar el fondo de la pila. Necesitamos disponer de este símbolo para que, después de extraer w de la pila y darnos cuenta de que hemos visto ww^R en la entrada, tendremos algo en la pila que nos permita hacer una transición al estado de aceptación, q_2 . Por tanto, nuestro autómata a pila para L_{ww^R} se puede describir como

$$P = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{0, 1, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_2\})$$

donde δ se define de acuerdo con las siguientes reglas:

1. $\delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, 0Z_0)\}$ y $\delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, 1Z_0)\}$. Inicialmente se aplica una de estas reglas, si estamos en el estado q_0 y vemos el símbolo inicial Z_0 en la parte superior de la pila. Leemos la primera entrada y la introducimos en la pila, dejando Z_0 abajo para marcar la parte inferior.
2. $\delta(q_0, 0, 0) = \{(q_0, 00)\}$, $\delta(q_0, 0, 1) = \{(q_0, 01)\}$, $\delta(q_0, 1, 0) = \{(q_0, 10)\}$ y $\delta(q_0, 1, 1) = \{(q_0, 11)\}$. Estas cuatro reglas similares nos permiten permanecer en el estado q_0 y leer las entradas, introduciéndolas por la parte superior de la pila y dejando el símbolo de la cima de la pila anterior.
3. $\delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(q_1, Z_0)\}$, $\delta(q_0, \epsilon, 0) = \{(q_1, 0)\}$ y $\delta(q_0, \epsilon, 1) = \{(q_1, 1)\}$. Estas tres reglas permiten a P pasar del estado q_0 al estado q_1 de forma espontánea (para la entrada ϵ), dejando intacto cualquier símbolo que esté en la parte superior de la pila.
4. $\delta(q_1, 0, 0) = \{(q_1, \epsilon)\}$ y $\delta(q_1, 1, 1) = \{(q_1, \epsilon)\}$. Ahora, en el estado q_1 , podemos emparejar símbolos de entrada con los símbolos de la cima de la pila y extraerlos cuando se correspondan.
5. $\delta(q_1, \epsilon, Z_0) = \{(q_2, Z_0)\}$. Por último, si exponemos el marcador de la parte inferior de la pila Z_0 y estamos en el estado q_1 , entonces hemos encontrado una entrada de la forma ww^R . Pasamos al estado q_2 y aceptamos. \square