

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MEXICO

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE
IZTAPALAPA

INTEGRANTES:

| | |
|---------------------------------|-----------|
| CUANENEMI CUANALO MARIO ALBERTO | 181080030 |
| FERMIN CRUZ ERIK | 181080007 |
| GUTIERREZ ARELLANO RAFAEL | 181080022 |
| PEREZ ARMAS FAUSTO ISAAC | 181080037 |

ISC-6AM

LENGUAJES Y AUTOMATAS I

M.C. ABIEL TOMÁS PARRA HERNÁNDEZ

SEP 2020 / FEB 2021

ACTIVIDAD SEMANA 13

Cuananemi Cuanalo Mario Alberto
Fermin Cruz Erik

Al igual que las expresiones aritméticas, las expresiones regulares cumplen una serie de leyes. Muchas de éstas son similares a las leyes aritméticas, si interpretamos la unión como una suma y la concatenación como una multiplicación. También existen algunas leyes que se aplican a las expresiones regulares, pero no tienen su análoga en la aritmética, especialmente cuando se utiliza el operador de clausura.

Asociatividad y conmutatividad

La conmutatividad es la propiedad de un operador que establece que se puede cambiar el orden de sus operandos y obtener el mismo resultado. Anteriormente hemos dado un ejemplo para la aritmética: $x+y=y+x$.

La asociatividad es la propiedad de un operador que nos permite reagrupar los operandos cuando el operador se aplica dos veces. Por ejemplo, la ley asociativa de la multiplicación es $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$.

Las tres leyes de este tipo que se cumplen para las expresiones regulares son:

- $L+M = M+L$. Esta ley, la ley conmutativa de la unión, establece que podemos efectuar la unión de dos lenguajes en cualquier orden.
- $(L+M)+N = L+(M+N)$. Esta ley, la ley asociativa para la unión, establece que podemos efectuar la unión de tres lenguajes bien calculando primero la unión de los dos primeros, o bien la unión de los dos últimos. Obsérvese que, junto con la ley conmutativa de la unión, podemos concluir que es posible obtener la unión de cualquier colección de lenguajes en cualquier orden y agrupamiento, y el resultado siempre será el mismo. Intuitivamente, una cadena pertenece a $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_k$ si y sólo si pertenece a uno o más de los L_i
- $(LM)N = L(MN)$. Esta ley, la ley asociativa para la concatenación, establece que podemos concatenar tres lenguajes concatenando primero los dos primeros o bien los dos últimos.

Falta en esta lista la “ley” que establece que $LM = ML$, es decir, que la concatenación es conmutativa. Sin embargo, esta ley es falsa.

Elemento identidad y elemento nulo

- El elemento identidad de un operador es un valor tal que cuando el operador se aplica al propio elemento identidad y a algún otro valor, el resultado es ese otro valor. Por ejemplo, 0 es el elemento identidad para la suma, ya que $0+x=x+0=x$, y 1 es el elemento identidad de la multiplicación, puesto que $1 \times x=x \times 1=x$.

- El elemento nulo de un operador es un valor tal que cuando el operador se aplica al propio elemento nulo y a algún otro valor, el resultado es el elemento nulo. Por ejemplo, 0 es el elemento nulo de la multiplicación, ya que $0 \times x = x \times 0 = 0$. La suma no tiene elemento nulo.

Existen tres leyes para las expresiones regulares que implican estos conceptos y que enumeramos a continuación:

1. $\emptyset + L = L + \emptyset = L$. Esta ley establece que \emptyset es el elemento identidad para la unión.
2. $\epsilon L = L \epsilon = L$. Esta ley establece que ϵ es el elemento identidad para la concatenación.
3. $\emptyset L = L \emptyset = \emptyset$. Esta ley establece que \emptyset es el elemento nulo de la concatenación.

Estas propiedades son importantes herramientas en las tareas de simplificación. Por ejemplo, si se tiene una unión de varias expresiones, algunas de las cuales están simplificadas, o han sido simplificadas, a \emptyset , entonces los \emptyset pueden eliminarse de la unión. Del mismo modo, si tenemos una concatenación de varias expresiones, algunas de las cuales están simplificadas, o han sido simplificadas a ϵ , podemos eliminar los ϵ de la concatenación.

Por último, si tenemos una concatenación de cualquier número de expresiones, y al menos una de ellas es \emptyset , entonces la concatenación completa puede ser reemplazada por \emptyset .

Leyes distributivas

Una ley distributiva implica a dos operadores y establece que un operador puede aplicarse por separado a cada argumento del otro operador. El ejemplo más común en aritmética es la ley distributiva de la multiplicación respecto de la suma, es decir, $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$. Puesto que la multiplicación es conmutativa, no importa que la multiplicación esté a la izquierda o a la derecha de la suma. Sin embargo, existe una ley análoga para las expresiones regulares, que tenemos que establecer de dos formas, ya que la concatenación no es conmutativa.

Estas leyes son:

- $L(M + N) = LM + LN$. Ésta es la ley distributiva por la izquierda de la concatenación respecto de la unión.
- $(M + N)L = ML + NL$. Ésta es la ley distributiva por la derecha de la concatenación respecto de la unión.

Gutierrez Arellano Rafael

ÁLGEBRA DE LAS EXPRESIONES REGULARES

Las expresiones regulares son una poderosa herramienta para manipular textos y datos, con el uso de expresiones regulares usted puede ahorrar tiempo y problemas a manipular documentos, mensajes de correo electrónico (e-mail), archivos de registro, cualquier tipo de información que contenga texto o datos, por ejemplo, las expresiones regulares juegan un papel importante en la construcción de programas que corren sobre Internet (cgi-bin), ya que pueden implicar textos y datos de todo tipo.

Hay una variedad de leyes algebraicas para las expresiones regulares cada ley afirma que las expresiones de dos formas distintas son equivalentes.

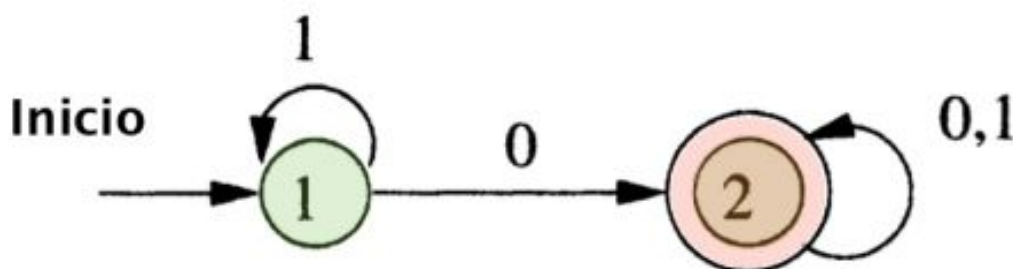
Las expresiones regulares denotan lenguajes.

Por Ejemplo, la expresión regular:

0^*1^* denota todas Las cadenas que son o un 0 seguido de cualquier Cantidad de 1's o un 1 seguido de cualquier cantidad de 0's.

Existen algunas leyes que se aplican a las expresiones regulares pero no tienen su análoga en la aritmética, especialmente cuando se utiliza el operador de clausura, dichas leyes y propiedades serán expuestas a continuación.

Al igual que las expresiones aritméticas, las expresiones regulares cumplen una serie de leyes. Muchas de éstas son similares a las leyes aritméticas, si interpretamos la unión como una suma y la concatenación como una multiplicación. Sin embargo, hay algunas ocasiones en las que la analogía no se aplica. También existen algunas leyes que se aplican a las expresiones regulares pero no tienen su análoga en la aritmética, especialmente cuando se utiliza el operador de clausura.



Asociatividad y conmutatividad

La conmutatividad es la propiedad de un operador que establece que se puede cambiar el orden de sus operandos y obtener el mismo resultado. Anteriormente hemos dado un ejemplo para la aritmética: $x+y=y+x$.

La asociatividad es la propiedad de un operador que nos permite reagrupar los operandos cuando el operador se aplica dos veces. Por ejemplo, la ley asociativa de la multiplicación es $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$.

Elemento identidad y elemento nulo.

- Elemento identidad se aplica al propio elemento identidad y a algún otro valor, el resultado es ese otro valor. Por ejemplo, 0 es el elemento identidad para la suma, ya que $0 + x = x + 0 = x$, y 1 es el elemento identidad de la multiplicación, puesto que $1 \times x = x \times 1 = x$.
- El elemento nulo de un operador es un valor tal que cuando el operador se aplica al propio elemento nulo y a algún otro valor, el resultado es el elemento nulo. Por ejemplo, 0 es el elemento nulo de la multiplicación, ya que $0 \times x = x \times 0 = 0$. La suma no tiene elemento nulo.

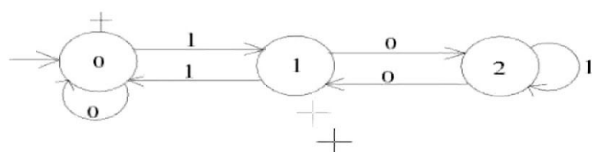
Leyes distributivas.

- Una ley distributiva implica a dos operadores y establece que un operador puede aplicarse por separado a cada argumento del otro operador. El ejemplo más común en aritmética es la ley distributiva de la multiplicación respecto de la suma, es decir, $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$. Puesto que la multiplicación es conmutativa, no importa que la multiplicación esté a la izquierda o a la derecha de la suma. Sin embargo, existe una ley análoga para las expresiones regulares, que tenemos que establecer de dos formas, ya que la concatenación no es conmutativa.

Ley de idempotencia.

- Se dice que un operador es idempotente si el resultado de aplicarlo a dos valores iguales es dicho valor. Los operadores aritméticos habituales no son idempotentes; en general,
- $x + x \neq x$ y $x \times x \neq x$ (Aunque existen algunos valores de x para lo que se cumple la igualdad, como por ejemplo, $0 + 0 = 0$). Sin embargo, la unión y la intersección son ejemplos comunes de operadores idempotentes.

$$\begin{aligned} X_1(01^*0)^*1 &\rightarrow X_1X(01^*0)^*X1 \\ X_1 &\rightarrow 1 \\ X_{(01^*0)^*} &\rightarrow \lambda | X_{01^*0} X_{(01^*0)^*} \\ X_{01^*0} &\rightarrow X_0 X_1^* X_0 \\ X_1^* &\rightarrow \lambda | X_1 X_1^* \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} X_0 &\rightarrow \lambda | 0X_0 | 1X_1 \\ X_1 &\rightarrow 0X_2 | 1X_0 \\ X_2 &\rightarrow 0X_1 | 1X_2 \end{aligned}$$

CONMUTATIVAS

Se dice que un lenguaje L es conmutativo si se cumple que un operador pueda cambiar el orden de sus operadores y aún así obtener el mismo resultado.

ASOCIATIVAS.

La asociativo es la propiedad de un operador que nos permite reagrupar los operando cuando el operador se aplica dos veces.

ELEMENTO IDENTIDAD.

El elemento identidad de un operador es un valor que operado con cualquier otro número no lo altera.

Ejemplo: 0 es el elemento identidad para la suma, ya que $0+X = X+0 = X$, Y 1 es el elemento identidad de la multiplicación, puesto que $1 \times X = X \times 1 = X$.

ELEMENTO NULO.

Es un valor tal que cuando el operador se aplica al propio elemento nulo y a algún otro valor, el resultado es el elemento nulo.

LEYES DISTRIBUTIVAS

Esta implica a dos operadores y establece que un operador puede aplicarse por separado a cada argumento del otro operador. Existe una ley análoga para las expresiones regulares, que tenemos que establecer de dos formas.

1. $L(M + N) = LM + LN$. Ésta es la ley distributiva por la izquierda de la concatenación respecto de la unión.
2. $(M + N)L = ML + NL$. Ésta es la ley distributiva por la derecha de la concatenación respecto de la unión.

LEY DE IDEMPOTENCIA

Se dice que un operador es idempotente si el resultado de aplicarlo a dos valores iguales es dicho valor. Los operadores aritméticos habituales no son idempotentes.

$L + L = L$. Ésta es la ley de idempotencia para la unión, que establece que si tomamos la unión de dos expresiones idénticas, podemos reemplazarla por una copia de la de la expresión.

Perez Armas Fausto Isaac

Definición formal de una ER

Una expresión regular (ER) sobre un alfabeto finito Σ se define recursivamente como sigue:

1. Para todo $c \in \Sigma$, c es una ER
2. Φ es una ER
3. Si $E1$ y $E2$ son ERs, $E1 \mid E2$ es una ER
4. Si $E1$ y $E2$ son ERs, $E1 \cdot E2$ es una ER
5. Si $E1$ es una ER, $E1^*$ es una ER
6. Si $E1$ es una ER, $(E1)$ es una ER

Cuando se lee una expresión regular, hay que saber qué operador debe leerse primero.

Esto se llama precedencia. Por ejemplo, la expresión $a | b \cdot c \star$, ¿debe entenderse como (1) la “ \star ” aplicada al resto? (2) ¿la “ $|$ ” aplicada al resto? (3) ¿la “ \cdot ” aplicada al resto? La respuesta es que, primero que nada se aplican los “ \star ”, segundo los “ \cdot ”, y finalmente los “ $|$ ”.

Esto se expresa diciendo que el orden de precedencia es $\star, \cdot, |$. Los paréntesis sirven para alterar la precedencia. Por ejemplo, la expresión anterior, dado el orden de precedencia que establecimos, es equivalente a $a | (b \cdot (c \star))$. Se puede forzar otro orden de lectura de la ER cambiando los paréntesis, por ejemplo $(a | b) \cdot c \star$.

Asimismo, debe aclararse cómo se lee algo como $a|b|c$, es decir ¿cuál de los dos “ $|$ ” se lee primero? Convengamos que en ambos operadores binarios se lee primero el de más a la izquierda (se dice que el operador “asocia a la izquierda”), pero realmente no es importante, por razones que veremos enseguida. Observar que aún no hemos dicho qué significa una ER, sólo hemos dado su sintaxis pero no su semántica.

Operaciones Ofrecen algo más que los autómatas no:

Manera declarativa de expresar las cadenas que queremos aceptar.

Tipos: UNION.- Si a y b son expresiones regulares, $a|b$ es una expresión regular tal que: $\{a \text{ y } b\} = a|b$, es decir que puede aparecer o no indistintamente. Símbolo: $|$

CONCATENACIÓN: Si a y b son expresiones regulares, ab es una expresión regular tal que: $\{a \text{ y } b\} = \{a\}\{b\}$ Símbolo: $|$.

CIERRE U OPERACIÓN ESTRELLA: Si a es una expresión regular, entonces a^* es una expresión regular que denota $\{a\}^*$. Es decir que denota las cadenas: $a \text{ aa aaa...a}$ Es decir puede no venir por lo cual sería un conjunto vacío o venir repetidamente Símbolo: \star

CIERRE POSITIVO: Si a es una expresión regular, entonces a^+ es una expresión regular que denota $\{a\}^+$. Es decir denota las cadenas: $a \text{ aa aaa....a}$ Símbolo: $+$ 2.3. Aplicaciones en problemas reales Facilitar las construcciones de un compilador. Validar la sintaxis de un programa Algunos generadores lexicográficos toman como entrada una sucesión de expresiones regulares y produce un autómata finito que reconozca cualquier expresión ahí descritos.