Estimar model MRLS normal

MRLS

M1 (1

Especificació: estimació del model

① Plantejar la relació: estimar α i β mitjançant les equacions normals. (MRLS)

$$\left[\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot x_i\right] \Rightarrow \text{Equacions normals: } \left[\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}\right]$$

$$\left[\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{y}\bar{x}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}\right]$$

Conclusions: { 1) La vble x incideix de forma positiva / negativa sobre y
2) Davant l'increment d'una unitat de x, de mitjana la y incrementa en n.

② Calcular variància de α i β: (MRLS)

$$\left[\hat{Var}(\hat{\alpha}) = \hat{\sigma}_u^2\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)\right] \left[\hat{Var}(\hat{\beta}) = \frac{\hat{\sigma}_u^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right] \left[\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k}\right]$$

$e_i = y_i - \hat{y}_i$

k: nº vbles en MRLS = 2 (x i y)

③ Calcular la bondat de l'ajustament:

$$\left[R^2 = 1 - \frac{SQE}{STQ}\right] \quad SQE \to \sum e_i^2 \quad STQ \to = \sum(y_i - \bar{y})^2$$

{ L'ajustament és bo / dolent. La nostra estimació ens explica el n de les variacions de y. }

Estimar model MRL matricialment:

① Plantejar la relació i trobar $\hat{\alpha}$ i $\hat{\beta}$ de la matriu $\hat{B}$:

$$[Y = X \cdot B + U] \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}}_{Y} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}}_{X} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\left[\hat{B} = (X'X)^{-1} \cdot X'y\right]$$

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{|X'X|} \cdot Adj'$$

{ Conclusions: (mateix que anteriorment) }

Scanned with CamScanner

② Calcula variància i covariància de α i β.

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{SQE}{n-k} = \frac{\overset{\Sigma y^2}{y'y} - \hat{B}'X'y}{n-k} \qquad \hat{\sigma}_u = \sqrt{\hat{\sigma}_u^2}$$

$$\hat{Var}-\hat{Cov}(\hat{B}) = \hat{\sigma}_u^2 (X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} \square & - \\ - & \square \end{pmatrix}$$

$\hat{Var}(\hat{\alpha})$

$\hat{Var}(\hat{\beta})$

$$\hat{S}_\alpha = \sqrt{\hat{Var}(\hat{\alpha})} \qquad \hat{S}_\beta = \sqrt{\hat{Var}(\hat{\beta})}$$

③ Càlcul de la bondat de l'ajustament R^2:

$$R^2 = 1 - \frac{SQE}{STQ} = 1 - \frac{y'y - \hat{B}'X'y}{\underbrace{y'y - n\bar{y}^2}_{\Sigma y^2}}$$

(Conclusió: igual que anteriorment)

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \cdot \frac{n-1}{n-K}$$

} Càlcul de la bondat independentment de que s'incorporin noves exògenes

---

Annex: linealització d'un model. Logaritmes

- Necessari utilitzar logaritmes per linealitzar un model i per quan treballem amb vbles. macroeconòmiques. (PIB, importacions, ...)
- La interpretació dels resultats canvia quan utilitzem logaritmes: les dades que passem a log. a partir d'ara es prendran com a %.

Interval de confiança

$$P\left[\hat{\beta}_i - \underbrace{t_{\alpha/2}} \cdot \hat{S}_{\hat{\beta}_i} \leq \beta_i \leq \hat{\beta}_i + \underbrace{t_{\alpha/2}} \cdot \hat{S}_{\hat{\beta}_i} \right] = 0'95$$

Taules: cua esquerra
Gretl: cua dreta

Taules: cua esquerra
Gretl: cua dreta

$$t^* = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\hat{S}_{\hat{\beta}_i}} \sim t_{n-k}$$

$\boxed{\text{MRLM}}$

...ur model MRLM:

① Plantejar la relació ; trobar la β de la matriu $\hat{B}$.

$$\left[Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \ldots + \beta_k X_{ki} + u_i \right] \Rightarrow \left[Y = XB + U \right]$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{2n} & \cdots & X_{kn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{B} = (X'X)^{-1} X'y \right]$$

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{|X'X|} \cdot Adj^t$$

Conclusions.

② Càlcul variància i covariància de $\hat{B}$.

$$\left[\hat{Var}\text{-}\hat{Cov}(\hat{B}) = \hat{\sigma}_u^2 (X'X)^{-1} \right] \quad \left[\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\overset{\sum y_i^2}{y'y} - \hat{B}'X'y}{n-k} \right] \quad \left[\hat{\sigma}_u = \sqrt{\hat{\sigma}_u^2} \right]$$

$\hat{Var}(\hat{\beta}_1) \leftarrow$

$$\begin{pmatrix} \square & - & - & \ldots \\ - & \square & - & \ldots \\ - & - & \square & \ldots \end{pmatrix}$$

$\hookrightarrow \hat{Var}(\hat{\beta}_3)$

$$\left[\hat{S}(\hat{\beta}_x) = \sqrt{\hat{Var}(\hat{\beta}_x)} \right]$$

③ Càlcul bondat ajustament:

$$\left[R^2 = 1 - \frac{SQE}{STQ} = \frac{y'y - \hat{B}'X'y}{y'y - n\bar{y}^2} \right]$$

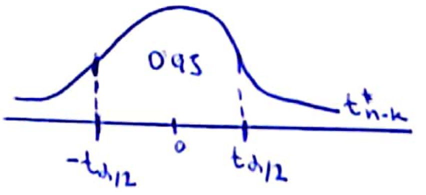
Conclusions.

④ Càlcul del coeficient de correlació corregit.

$$\left[\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \cdot \frac{n-1}{n-k} \right]$$

⑤ Càlcul interval de confiança:

$$\left[t^* = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\hat{S}_{\hat{\beta}_i}} \sim t_{n-k} \right] \Rightarrow$$



$$P\left[\hat{\beta}_i - t_{\alpha/2} \cdot \hat{S}_{\hat{\beta}_i} \leq \beta_i \leq \hat{\beta}_i + t_{\alpha/2} \cdot \hat{S}_{\hat{\beta}_i} \right] = 0'95$$

CONTRASTACIÓ D'HIPÒTESIS

R2 1

Validació del model

Determinar si les exògenes són explicatives:

1. Determinar si les exògenes són explicatives des d'un **punt de vista econòmic**:

Caldrà fixar-nos amb el signe de l'estimació (+ o −); veure si s'adequa a la realitat econòmica.

2. Determinar si les exògenes són explicatives des d'un **punt de vista estadístic**:

(a) **Contrastació individual de les β_i:**

$H_0: \beta_i = 0 \rightarrow$ la vble β_i no és explicativa

$H_1: \beta_i \neq 0 \rightarrow$ la vble β_i és explicativa

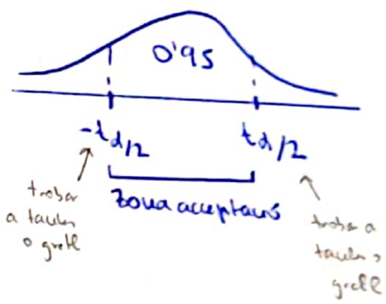
$|t^*| > t_{\alpha/2} \Rightarrow$ Rebuig $H_0 \Rightarrow x_i$ és explicativa

$|t^*| < t_{\alpha/2} \Rightarrow$ Acceptem $H_0 \Rightarrow x_i$ no és explicativa

càlcul manual

Mira si queda dins o fora de l'acceptació a partir del valors trobats a taules o gretl

$$|t^*| = \left| \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{S}_{\hat{\beta}_i}} \right| \sim t_{n-k}$$



(b) **Contrastació conjunta de les β_i:**

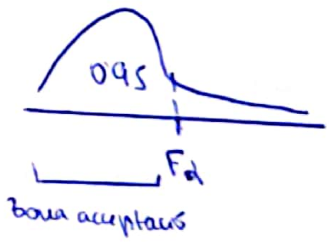
$H_0: \beta_2 = \beta_3 = \ldots = 0 \rightarrow$ totes les x_i en conjunt no són explicatives

$H_1: \beta_2 \neq \beta_3 \neq \ldots \neq 0 \rightarrow$ totes les x_i en conjunt són explicatives

$F^* > F_\alpha \Rightarrow$ Rebuig $H_0 \Rightarrow x_i$ són explic. en conjunt

$F^* < F_\alpha \Rightarrow$ Acceptem $H_0 \Rightarrow x_i$ no són explic. en conjunt

$$F^* = \frac{R^2 (n-k)}{(1-R^2)(n-k)} \sim F_{(k-1)(n-k)}$$



Annex:

Amb gretl: si p-valor $> \alpha \Rightarrow$ Acceptem H_0

si p-valor $< \alpha \Rightarrow$ Rebuig H_0

Scanned with CamScanner