

Cálculo Diferencial e Integral

Licenciatura em Engenharia Informática e de
Computadores

Rafael Pereira

9 de Novembro, 2024

Conteúdo

1	Equações e Inequações Reais	2
1.1	Equações	2
1.2	Inequações	3
1.3	Exemplo	3
1.4	Exercícios (com módulo)	4

Capítulo 1

Equações e Inequações Reais

1.1 Equações

Equações são expressões matemáticas que mostram a igualdade entre dois termos ou expressões. Elas contêm variáveis, números e operações, como adição, subtração, multiplicação ou divisão. Uma equação estabelece uma relação que pode ser resolvida para encontrar o valor das variáveis.

$$P_u(x) = a_0x^u + a_1x^{u-1} + \cdots + a_{u-1}x + a_u \quad (a_0 \neq 0)$$

$$Q_n(x) = b_0x^n + b_1x^{n-1} + \cdots + b_{n-1}x + b_n \quad (b_0 \neq 0)$$

$$\frac{P_u(x)}{Q_n(x)} = 0; \Leftrightarrow \begin{cases} P_u(x) = 0 \\ Q_n(x) = 0 \end{cases}$$

1.2 Inequações

Inequações são relações matemáticas que expressam desigualdade entre dois termos, utilizando símbolos como maior, menor, maior ou igual, e menor ou igual ($>$, $<$, \geq , \leq).

$$\text{I. } \frac{P_u(x)}{Q_n(x)} > 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_u(x) < 0 \\ Q_n(x) < 0 \end{array} \right. \vee \left\{ \begin{array}{l} P_u(x) > 0 \\ Q_n(x) > 0 \end{array} \right.$$

$$\text{II. } \frac{P_u(x)}{Q_n(x)} \geq 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_u(x) \geq 0 \\ Q_n(x) > 0 \end{array} \right. \vee \left\{ \begin{array}{l} P_u(x) \leq 0 \\ Q_n(x) < 0 \end{array} \right.$$

$$\text{III. } \frac{P_u(x)}{Q_n(x)} < 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_u(x) < 0 \\ Q_n(x) > 0 \end{array} \right. \vee \left\{ \begin{array}{l} P_u(x) > 0 \\ Q_n(x) < 0 \end{array} \right.$$

$$\text{IV. } \frac{P_u(x)}{Q_n(x)} \leq 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_u(x) \geq 0 \\ Q_n(x) < 0 \end{array} \right. \vee \left\{ \begin{array}{l} P_u(x) \leq 0 \\ Q_n(x) > 0 \end{array} \right.$$

1.3 Exemplo

$$\begin{aligned} \frac{x^2-1}{2x-3} &\geq x-4 \Leftrightarrow \\ \frac{x^2-1}{2x-3} - (x-4) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x^2-1-(2x-3)(x-4)}{2x-3} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x^2-1-2x^2+8x+3x-12}{2x-3} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{-x^2+11x-13}{2x-3} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x^2+11x-13 \geq 0 \\ 2x-3 > 0 \end{array} \right. &\vee \left\{ \begin{array}{l} -x^2+11x-13 \leq 0 \\ 2x-3 < 0 \end{array} \right. \\ \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x^2+11x-13 \geq 0 \\ 2x-3 > 0 \end{array} \right. & \\ \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{11 \pm \sqrt{121-52}}{2} \\ x \geq \frac{3}{2} \end{array} \right. & \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{11 \pm \sqrt{121-52}}{2} \\ \hline \end{array} \right.$$

1.4 Exercícios (com módulo)

$$1. |4 - 5x| \geq 1 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4 - 5x \geq 0 \\ 4 - 5x \leq 0 \end{array} \right.$$