

Tarea 14. Ecuaciones diferenciales parciales

Dr. Luis Daniel Blanco Cocom

21 de noviembre de 2023

Entrega máxima: 11:55 pm del viernes 01 de diciembre de 2023. Luego de esta fecha habrá penalización de 1 pt por día de entrega tardía. Puntuación máxima: 10 pts.

Instrucciones: En un reporte titulado ApellidoPaterno_Nombre_Tarea14.docx o .pdf, realiza los siguientes ejercicios, lo más detallado posible. No olvides añadir los códigos y la manera de ejecución en el reporte.

1. Investigar en qué consiste el método de disparo para ecuaciones diferenciales ordinarias (shooting method). Describe el método y presenta un ejemplo. No es necesario programarlo, pero si presentar la idea adecuada.
2. Programar el θ -método y resolver el problema de la ecuación de calor temporal dada por,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in [0, 1], \quad t \in [0, 0.4] \quad (1)$$

Valores Iniciales:

$$u(x, 0) = u_0(x) = 4x - 4x^2, \quad x \in [0, 1] \quad (2)$$

Condiciones de Frontera de Dirichlet Nulas:

$$U(0, t) = 0, \quad t \in [0, 0.4]$$

$$U(1, t) = 0, \quad t \in [0, 0.4]$$

Elige alguno de los método programados durante el curso para resolver sistema de ecuaciones lineales, si utilizas un método iterativo se sugiere utilizar una tolerancia de $\varepsilon = 1 \times 10^{-5}$.

3. Elige una función $u(x, y)$, cualquiera de 2 variables, y realiza lo siguiente:

- a) Calcula el laplaciano de $u(x, y)$, y define $f(x, y) = -\nabla^2 u(x, y)$.
- b) Evalúa la función $u(x, y)$ sobre el cuadro unitario $[0, 1] \times [0, 1]$, definela como $u_D(x, y)$.
- c) Resuelve mediante el método de elemento finito el problema,

$$-\nabla^2 u(x, y) = f(x, y), \quad \Omega = [0, 1] \times [0, 1]$$

$$u(x, y) = u_D(x, y) \in \partial\Omega$$

NOTA: Para resolver este ejercicio, crea una copia en tu Drive y modifica el código del ejemplo 1 (Ec. de Poisson) en FEniCS que se presentó en Google-Colab (<https://colab.research.google.com/drive/18MAX1-Ugs4mYCWhpRv3wP1Qe92wYSZ8?usp=sharing>). Explica de manera clara los pasos a)-b) para obtener tu problema individual.

- d) Compara los errores en la norma L_2 y L_∞ con respecto a la función solución $u(x, y)$ que pensaste originalmente.

Rúbrica de evaluación del reporte:

Introducción = 0.2 pts.

Pseudocódigo = 1 punto.

Resultados = 1.5 pts.

Conclusiones = 0.2 pts.

Referencias = 0.1 pts.

NOTA: La redacción de la introducción y conclusión son respecto a la realización de los ejercicios, presentar la importancia o necesidad de la interpolación. NO SE ACEPTA EL DOCUMENTO DEL REPORTE, si la redacción no es personal.