

Tarea 13. Métodos clásicos de solución de EDO's

Dr. Luis Daniel Blanco Cocom

10 de noviembre de 2023

Entrega máxima: 11:55 pm del domingo 19 de noviembre de 2023. Luego de esta fecha habrá penalización de 1 pt por día de entrega tardía. Puntuación máxima: 10 pts.

Instrucciones: En un reporte titulado ApellidoPaterno_Nombre_Tarea13.docx o .pdf, realiza los siguientes ejercicios, lo más detallado posible. No olvides añadir los códigos y la manera de ejecución en el reporte.

1. Programar en C, el método de Euler, el método de Heun, el método de Taylor de 2° orden, y el método de Runge-Kutta de 4° orden (RK4), vistos en clase. Prueba tus programas con el problema de valor inicial $y' = y$, con $y(0) = 1$, en el intervalo $[0, 4]$, cuya solución es $y(x) = e^x$. Grafica las soluciones.
2. Se define la función $y(x)$ de la forma

$$y(x) = \int_0^x \sqrt{1+t^3} dt.$$

dónde $0 \leq x \leq 2$. **Nota:** La integral $\int \sqrt{1+t^3} dt$ es elíptica y por lo tanto no es posible obtener una primitiva expresable en términos de funciones elementales.

- a) Utilizando la fórmula de cuadratura de gauss de 3 puntos aproxima el valor de la integral.
- b) La igualdad del ejercicio se puede escribir como un problema de Cauchy, es decir, un problema de una ecuación diferencial con condición inicial $y(0) = 0$, halla el valor de $y(2)$ utilizando los 4 métodos programados en el inciso 1 usando $h = 0.2$ (es equivalente a encontrar el valor de la integral del inciso a)). Realiza una tabla comparativa de los 4 métodos por cada incremento de h . ¿Qué piensas sobre los métodos? Grafica las aproximaciones de las soluciones.

Obtener una tabulación de la función $y(x)$ en el intervalo $0 \leq x \leq 2$ utilizando el método de Taylor de segundo orden con paso $h = 1/2$ para resolver de forma numérica un problema de valor inicial adecuado.

3. Considera el siguiente problema sobre la dinámica depredador-presa de lices-conejos.

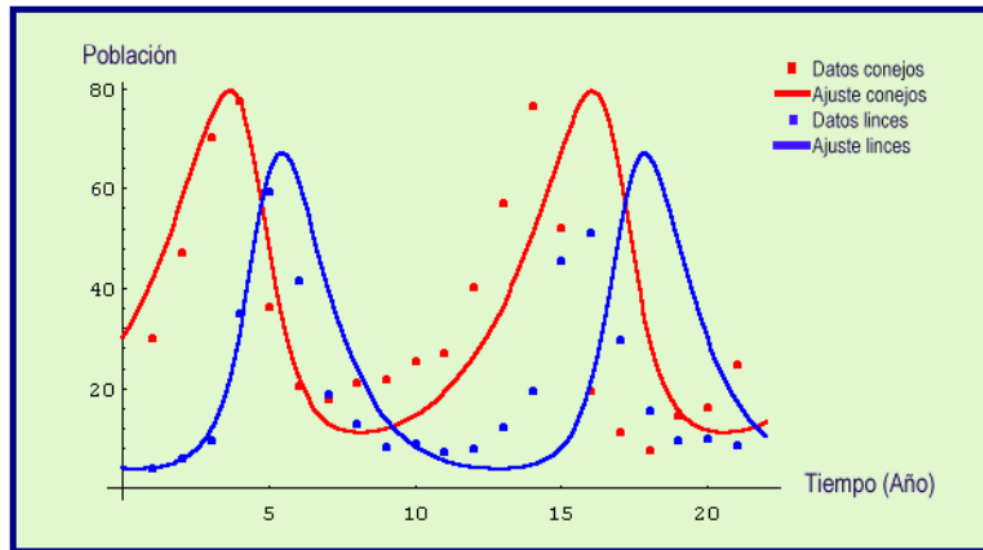
La siguiente tabla muestra el índice de capturas de lince y conejos elaborada por la compañía Hudson Bay entre los años 1900 y 1920.

Año	Conejos	Lince	Año	Conejos	Lince
1900	30	4	1911	40.3	8
1901	47.2	6.1	1912	57	12.3
1902	70.2	9.8	1913	76.6	19.5
1903	77.4	35.2	1914	52.3	45.7
1904	36.3	59.4	1915	19.5	51.1
1905	20.6	41.7	1916	11.2	29.7
1906	18.1	19	1917	7.6	15.8
1907	21.4	13	1918	14.6	9.7
1908	22	8.3	1920	16.2	10.1
1909	25.4	9.1	1921	24.7	8.6
1910	27.1	7.4	1922	-	-

Capturas de lince y conejos en miles

La dinámica del comportamiento depredador-presa se puede analizar mediante ecuaciones diferenciales del tipo lotka-volterra, para este ejemplo, las ecuaciones diferenciales para el problema de valor inicial que definen el comportamiento de las especies a través del tiempo están dadas por,

$$\begin{cases} x'(t) = 0.4x(t) - 0.018x(t)y(t) & ; \quad x(0) = 30 \\ y'(t) = -0.8y(t) + 0.023x(t)y(t) & ; \quad y(0) = 4 \end{cases}$$



- Grafica los puntos de la Tabla de datos medidos.
- Modifica los 4 métodos programados en el inciso 1, y resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales con las condiciones iniciales establecidas, para $t = [0, 25]$
- En algunos casos, para el análisis de sistema de ecuaciones diferenciales se estudia el comportamiento del plano fase mediante las denominadas órbitas de la solución, el cual está dado por la gráfica de las componentes del sistema, para nuestro ejercicio, debes graficar las coordenadas $(x, y) = (\text{conejos}, \text{presas})$ (ver documento adjunto complementario).

NOTA 1: Para simplificar el ejercicio 3b), se sugiere pensar en solucionar el ejercicio 1 de manera vectorial, así, sólo se tendría que cambiar la dimensión de los vectores para resolver este problema (ver la última diapositiva del tema en la presentación del miércoles, antes del avance de la tarea).

NOTA 2: Para mayor detalle de cómo se resuelve un problema de estimación empírica, puntos de equilibrio, etc., favor de revisar el documento adjunto

Rúbrica de evaluación del reporte:

Introducción = 0.2 pts.

Pseudocódigo = 1 punto.

Resultados = 1.5 pts.

Conclusiones = 0.2 pts.

Referencias = 0.1 pts.

NOTA: La redacción de la introducción y conclusión son respecto a la realización de los ejercicios, presentar la importancia o necesidad de la interpolación. NO SE ACEPTA EL DOCUMENTO DEL REPORTE, si la redacción no es personal.