Jose Rafael Ruiz Gudiño 1°P Tarea 5 20110374

Matemáticas Discretas 22/04/2020

Permutaciones, combinaciones y Técnica de Conteo

Use un diagrama de árbol para resolver los problemas 1 a 4

1: Enumere todos los arreglos posibles de las letras a, b, c

Arreglo: Combinación sin repetición

R: a – abc, acd   b – bac, bca   c – cab, cba

3: Si se lanza un dado rojo y un dado negro, enumere todos los resultados posibles Rojo – Negro simbología

R:
1 – 1, 2, 3, 4, 5, 6
2 – 1, 2, 3, 4, 5, 6
3 – 1, 2, 3, 4, 5, 6
4 – 1, 2, 3, 4, 5, 6
5 – 1, 2, 3, 4, 5, 6
6 – 1, 2, 3, 4, 5, 6

Use el principio fundamental de conteo para resolver los problemas 5 a 8

5: Número de comidas una cafetería ofrece 8 ensaladas, 6 entradas, 4 platos fuertes, y 3 postres ¿Cuantas comidas pueden formarse eligiendo una porción de cada categoría?

R: E × En × PF × Pos

$8 \times 6 \times 4 \times 3 = \boxed{576}$

7: Número de prefijos ¿Cuántos prefijos de tres dígitos de telefonos son posibles si ni 0 ni 1 ocupan el primer lugar?

R: Si son del 2-9 (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) entonces son 8 digitos de 10 entonces $8 \times 8 \times 8 = 512$

En los problemas 9 a 16, calcule $p(n, r) = p \; \frac{n!}{(n-r)!}$ – Permutación sin repetición

9: $P(6-3) = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 720$

11: $P(6,4) = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = \boxed{360}$

13: $P(100,2) = \frac{100!}{(100-2)!} = \frac{100 \times 99 \times \cancel{98!}}{\cancel{98!}} = \boxed{9900}$

15: $P(8,6) = \frac{8!}{(8-6)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = \boxed{20160}$

17: $C(4,2) = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times \cancel{2!}}{2!(\cancel{2!})} = \frac{12}{2} = 6$

19: $C(50,2) = \frac{50!}{2!(50-2)!} = \frac{50 \times 49 \times \cancel{48!}}{2!(\cancel{48!})} = \frac{2450}{2} = \boxed{1225}$

21: $C(13,11) = \frac{13!}{11!(13-11)!} = \frac{13 \times 12 \times \cancel{11!}}{\cancel{11!}(2)!} = \frac{156}{2} = \boxed{78}$

23: $C(2,0) \; \frac{2!}{0!(2-0)!} = \frac{2}{2!} = \boxed{1}$

: Aplicaciones diversas

En los problemas 25 a 28, use permutaciones

25. Retrato familiar ¿De cuantas maneras se puede formar una familia de 4 en una fila para que le tomen un retrato familiar?

$$\frac{4!}{(4-4!)} = \frac{24}{0!} = \boxed{24}$$

27. Scrabble Un jugador de scrabble tiene las siete letras siguientes:

A, I, G, L, M, Q, F

a) ¿Cuantas "palabras" diferentes de siete letras puede considerar?

$$\frac{7!}{(7-7)!} = 7! = \boxed{5040}$$

b) ¿Cuantas "palabras" diferentes de 5 letras?

$$\frac{7!}{(7-0!)} = \frac{2520 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = \boxed{2520}$$

29. ¡Buena suerte! Un estudiante debe responder a 10 preguntas cualesquiera de un examen de 12 preguntas ¿De cuantas maneras puede el estudiante seleccionar las preguntas?

$$\frac{12!}{10!(12-10)!} = \frac{12 \times 11 \times \cancel{10!}}{\cancel{10!}(2)!} = \frac{132}{2} = 66$$

31. Voluntarios ¿De cuantas maneras pueden seleccionarse 5 sujetos de un grupo de 10 voluntarios para un experimento psicologico?

$$\frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{15 \times 200 \cdot \cancel{5!}}{5!(\cancel{5!})} = \frac{30240}{120} = \boxed{252}$$

33. Concurso de ortografia Si 10 estudiantes participan en un concurso de ortografia ¿de cuantas maneras pueden otorgarse el 1ero y 2do premio?

$$\frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10 \times 9 \times \cancel{8!}}{\cancel{8!}} = 10 \times 9 = 90$$

35 ¿Cuáles quieres? Un pediatra permite que un niño muy bien portado escoja 2 juguetes cualesquiera de 5 juguetes de plasticos pequeños para llevar a casa. ¿Cuantos son posibles?

$$\frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{2!(\cancel{3!})} = \frac{20}{2} = 10$$

37: Otro Jackson Pollock Si 8 colores estan disponibles para hacer una pintura abstracta con salpicaduras ¿Cuántas combinaciones de colores son posibles si sólo se eligen tres colores?

$$\frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8\times7\times6\times5!}{3!(5!)} = 56$$

39: Mastermind Es un popular juego de mesa llamado Mastermind que se inventó en Inglaterra, un jugador crea un código secreto cuando llena 4 ranuras con un color cualesquiera de 6 posibles. Indique cuantos códigos posibles si

a) No se permite repeticiones $\frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6\times5\times4\times3\times\cancel{2!}}{\cancel{2!}} = \boxed{360}$

b) Se permiten repeticiones: n^r $6^4 = 1296$

c) Se permiten repeticiones y ranuras vacías $(n+1)^r = (6+1)^4 = 7^4 = 2401$

41: Juego de letras con 5 consonantes y 3 vocales ¿Cuanto palabras de 5 letras pueden formarse que tengan 3 consonantes y 2 vocales.

$$\frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{5\times4\times3\times2!}{2!} = 60 \cdot \frac{(3+2)!}{((3+2)-(3+2))} = 60\times120 = 7200$$

43: Más juegos de letras Indique cuantas "palabras" de 3 letras pueden formarse con cuatro consonantes y dos vocales si

a) La letra de en medio es vocal:

$$C(4,2)\cdot C(2,1)\cdot \frac{P(2+1,2+1)}{3} + C(4,1)\cdot C(2,2)\cdot P(2+1,2+1)\cdot 2$$

$$\frac{4!}{2!(4-2)!}\cdot\frac{2!}{1!(2-1)!}\cdot\left(\frac{\frac{3!}{(3-3)!}}{3}\right) = \frac{4\times3\times\cancel{2!}}{2\times\cancel{2!}}\cdot\frac{2!}{2!}\cdot\frac{6}{3} = 6\cdot2\cdot2 = \boxed{24}$$

$$+\frac{4!}{1!(4-1)!}\cdot\frac{2!}{2!(2-2)!} = \frac{4\times3!}{1!\,3!}\cdot\frac{2!}{2!} = 4\times4 = \boxed{16}$$

$\boxed{40}$

b) La primera letra no puede ser vocal, suponga que no se permiten letras repetidas

$$C(4,2)\cdot C(2,1)\cdot P(2+1,2+1)\cdot 2 + C(4,1)\cdot C(2,2)\cdot \frac{P(2+1,2+1)}{3} + C(4,3)\cdot P(3,3)$$

$$\frac{4!}{1!(4-1)!}\cdot\frac{2!}{2!(2-2)!}\cdot\left(\frac{\frac{3!}{(3-3)!}}{3}\right) = 4\cdot1\cdot2 = \boxed{8}$$

$$\frac{4}{2!(4-2)!} \cdot \frac{2!}{1(2-1)!} \cdot \left(\frac{3!}{(3-3)!} - 2\right) = 6 \times 2 \times 4 = \boxed{48}$$

$$= \boxed{80}$$

$$\frac{4}{3!(4-3)!} \cdot \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{4 \times \cancel{3}!}{\cancel{3}!(1)!} \cdot 6 = \boxed{24}$$