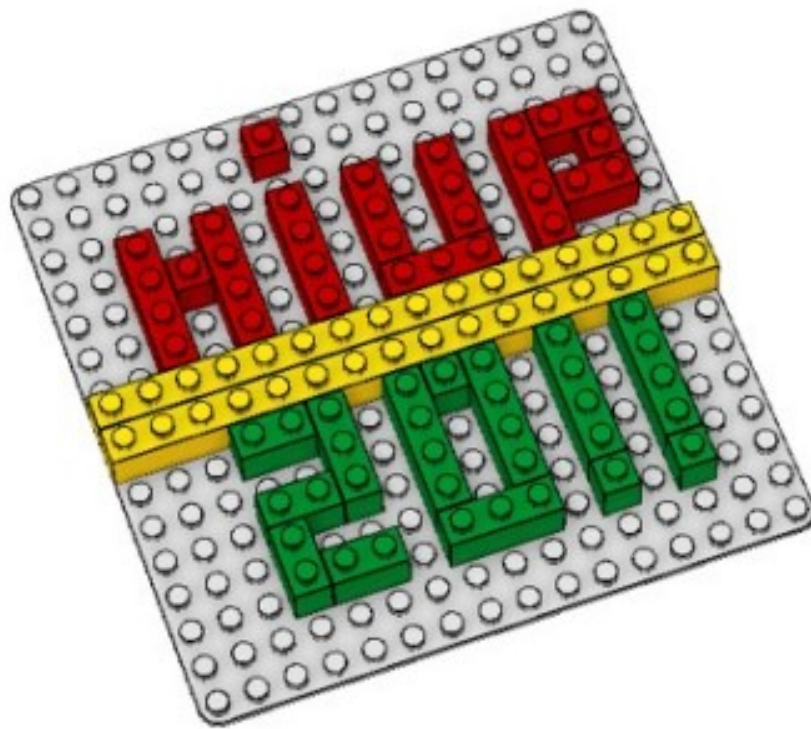


# Problem: Mosaics



Março 2022

Rafael Silva 45813

Vicente Romão 45467

(Grupo 106)

# 1 Introdução

Na presença de várias peças de lego de tamanhos diferentes ( $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ ,  $1 \times 3$ ,  $1 \times 4$ ,  $1 \times 6$ ,  $1 \times 8$ ,  $1 \times 10$ ,  $1 \times 12$  e  $1 \times 16$ ) e uma base, é possível criar construções de várias maneiras possíveis. O objetivo deste trabalho é através dessas construções, calcular o número de maneiras diferentes de forma a conseguir construir esse mosaico.

A resolução deste problema, baseia-se na **programação dinâmica** com o objetivo de chegar a uma solução ótima do problema.

## 2 Desenvolvimento do Algoritmo

### 2.1 *Input*

O nosso algoritmo começa por ler a primeira linha do input, com o auxílio da classe **BufferedReader** e **System.in**.

A primeira linha do input contém dois inteiros separados por uma “espaço”, através do método **split** são guardados num *array* de *Strings* e a partir daí define-se que a primeira variável corresponde ao número de linhas (**lines**) e a segunda variável corresponde ao número de colunas (**columns**) existente na base onde irá ser criada a construção de peças lego. É importante referir que o máximo de linhas e colunas aceitável pelo algoritmo é 1000.

A partir da segunda linha até ao fim do input, o utilizador coloca o tabuleiro com a construção em que se pretende saber o número de combinações possíveis com as peças de lego que possui.

### 2.2 Cálculo do número de possibilidades de cada peça

De forma a otimizar o processo do algoritmo foi criado um método com base no exercício “Troco de moedas” realizado numa das aulas práticas com o objetivo de calcular o número de possibilidades de cada peça. Este método é denominado **getArrayPieces**.

O método recebe como argumento o número de colunas (**bPiece**). Depois define-se no array **Pieces** todos os tamanhos de peças existentes no algoritmo. O array *long* no final vai guardar o número de possibilidades de cada peça e possui o tamanho **bPiece+1**. O caso base será na posição 0 do array e tem o valor de 1. Por exemplo para calcular a possibilidade num espaço de tamanho 4, como existe uma peça única de tamanho 4 no array **Pieces**, sabemos a partida que o espaço fica preenchido com pelo menos 1 peça de lego. A partir daqui, o método faz um

*loop* para preencher todas as posições do array até bPiece. Cada posição deste array corresponde ao número de possibilidades do índice do array.

## 2.3 Cálculo do número de maneiras diferentes de forma a conseguir construir um mosaico

Depois de calcular o número de possibilidades para cada peça, começamos por criar um loop que itera todas as linhas do mosaico de forma a verificar se é um espaço vazio ou uma peça. Caso encontre uma peça é verificado o tamanho da mesma e com o array retornado pelo método **getArrayPieces**, consegue-se obter de forma eficiente o número de possibilidades. Tendo esse número de possibilidades, para chegar a um valor total do mosaico, o algoritmo multiplica as possibilidades de cada peça, apresentando no output o mesmo.

### 2.3.1 Recursiva

Para implementar o método **getArrayPieces**, tivemos como base a seguinte função recursiva:

$$m(q) = \begin{cases} 1 & \text{se } q=0 \\ \sum_{X \in \{1,2,3,4,6,8,10,12,16\}} m(q-X[i]) & \text{se } q-X[i]>0 \end{cases}$$

## 3 Análise de Complexidades

	Temporal	Espacial
<b>getArrayPieces</b>	$O(n^*)$	$O(n)$

\*n é o número de colunas

No pior caso, este método poderá ter uma complexidade de  $O(1000)$ .

## 4 Conclusão

Em conclusão, neste trabalho tivemos como objetivo determinar a forma como o método **getArrayPieces** deveria encontrar o número de combinações possíveis para cada tamanho, começamos por desenvolver a lógica em papel seguindo em exemplo o exercício “Troco em Moedas” e também desenvolvemos este pensamento em pseudocódigo de modo a facilitar a implementação do método. Tendo este método a funcionar corretamente, apenas restava saber quantas peças existiam no input e o tamanho das mesmas para saber o número total de possibilidades de construir o mosaico.

Foram realizadas todas as tarefas propostas pelo enunciado do trabalho e não encontramos nenhum problema ao implementar este algoritmo.