

Fundamentos de Geometria

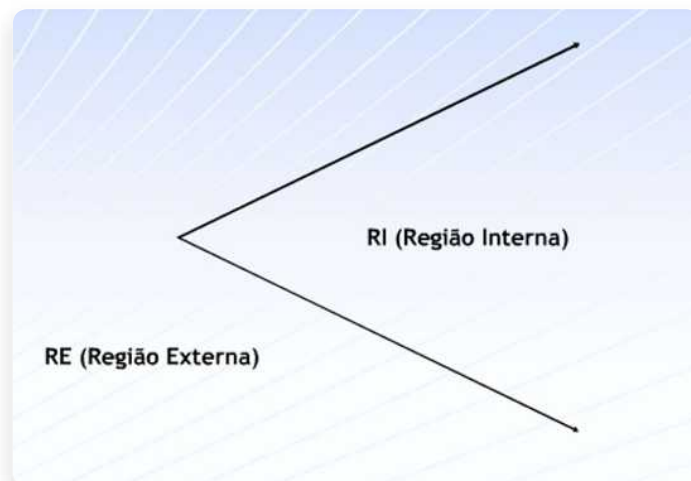
Aula 02: Ângulos

Objetivos

- Definir ângulos, representá-los, reconhecer seus elementos e operar com suas unidades de medida.

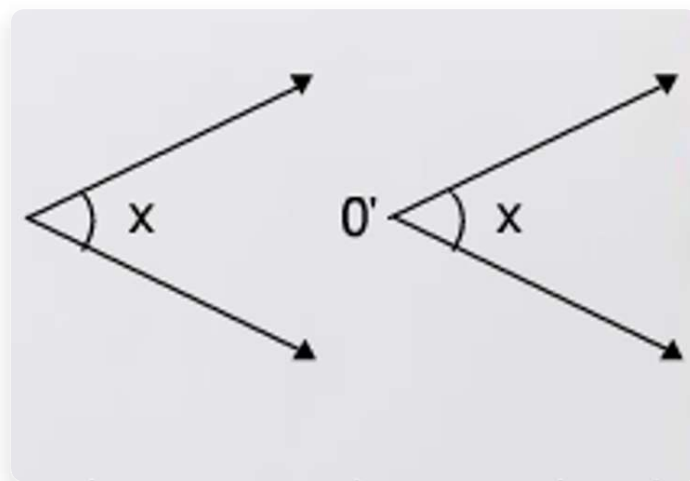
Região angular

É o conjunto formado pelos pontos internos de um ângulo e pelos seus lados.



Ângulos congruentes

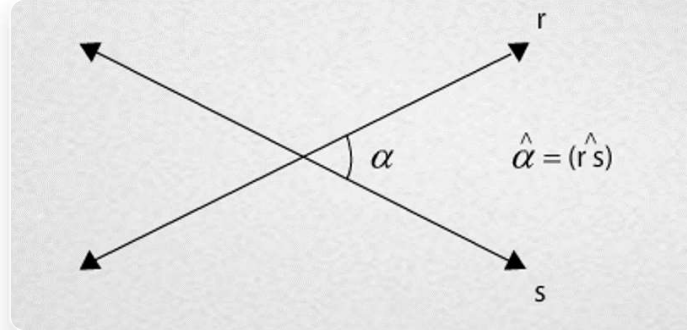
São ângulos que, medidos na mesma unidade, têm medidas iguais.



$\text{med } \hat{O} = x \text{ e } \text{med } \hat{O}' = x \rightarrow \hat{O} \equiv \hat{O}'$ Congruente

Ângulo de duas retas

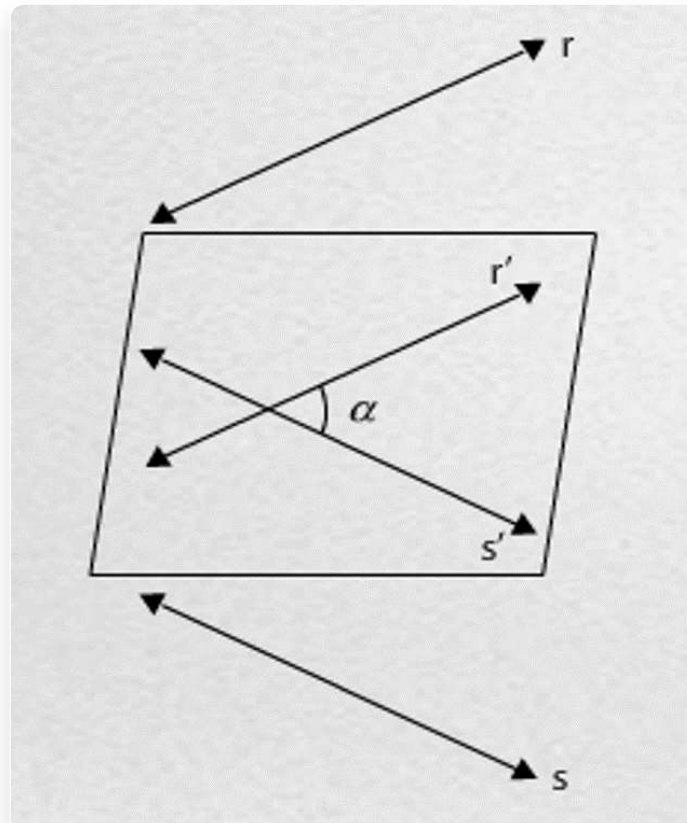
São ângulos que, medidos na mesma unidade, têm medidas iguais.



São ângulos que, medidos na mesma unidade, têm medidas iguais.

Ângulos entre retas reversas

É o ângulo formado por duas retas concorrentes, respectivamente paralelas às reversas dadas.



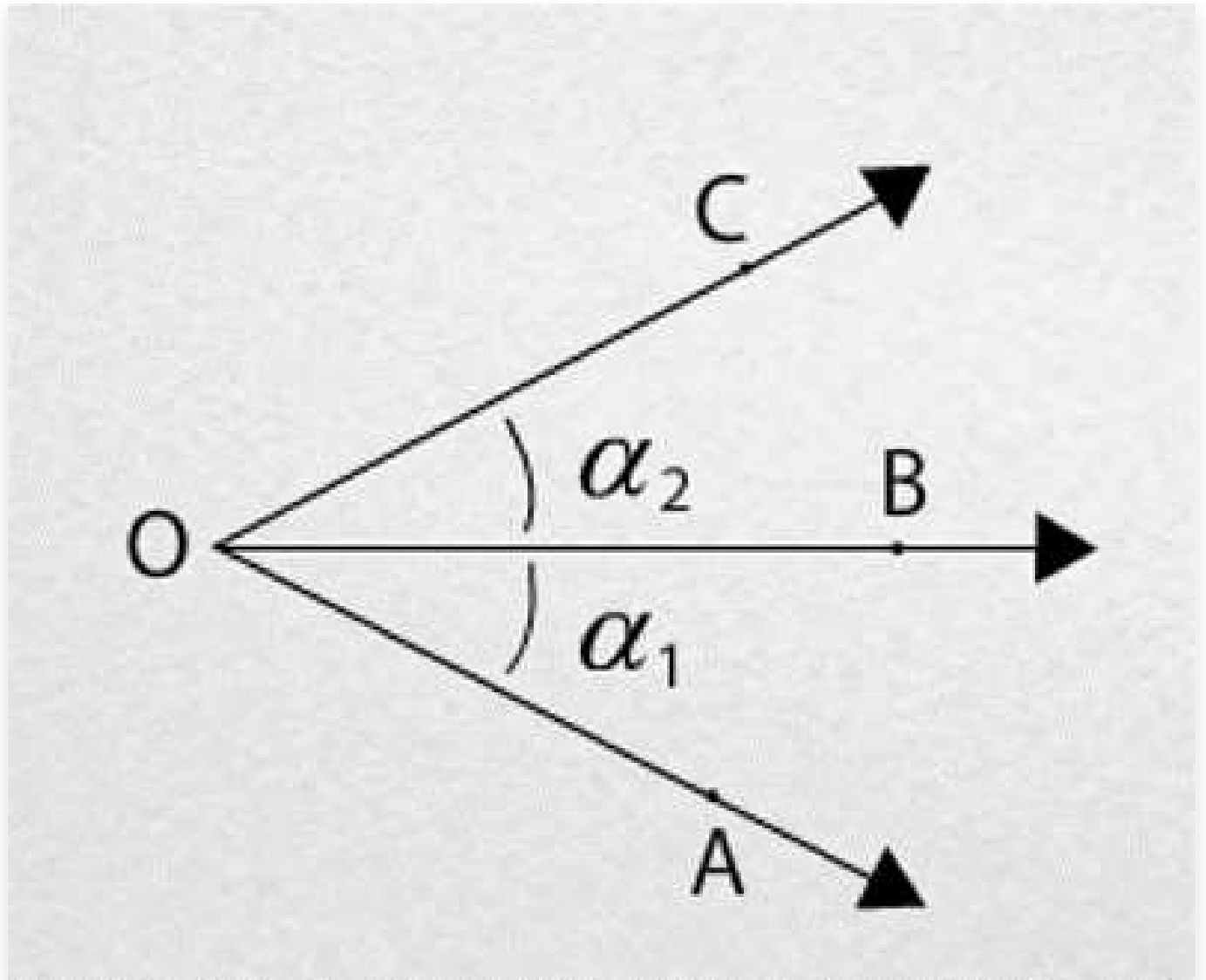
r e s reversas $\rightarrow \hat{\alpha} = ?$

$r' // r$ e $s' // s \rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\alpha}' = \hat{\alpha}$

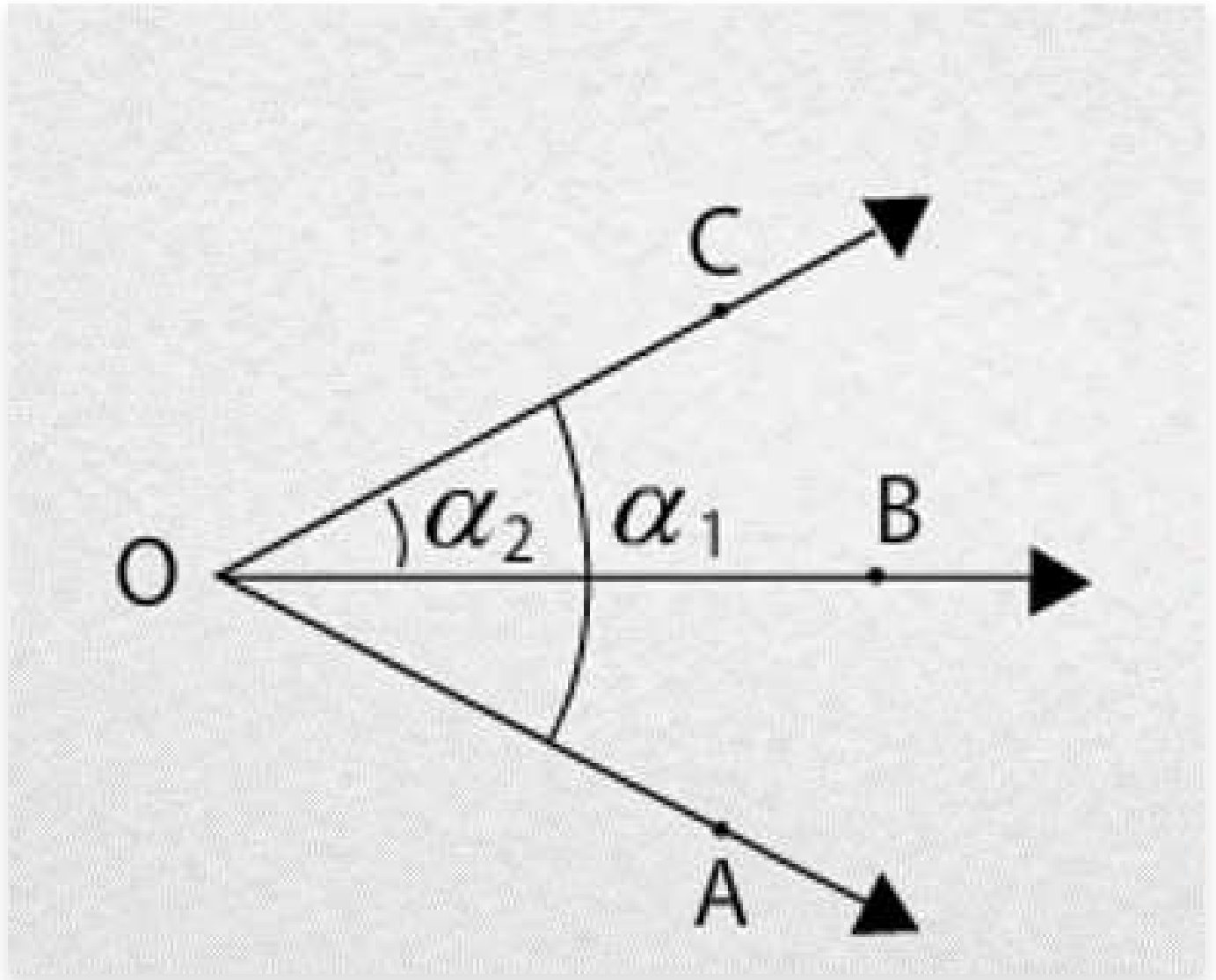
Ângulos consecutivos

São ângulos que têm o vértice comum e pelo menos um lado comum entre eles. Temos dois casos a considerar:

1º caso



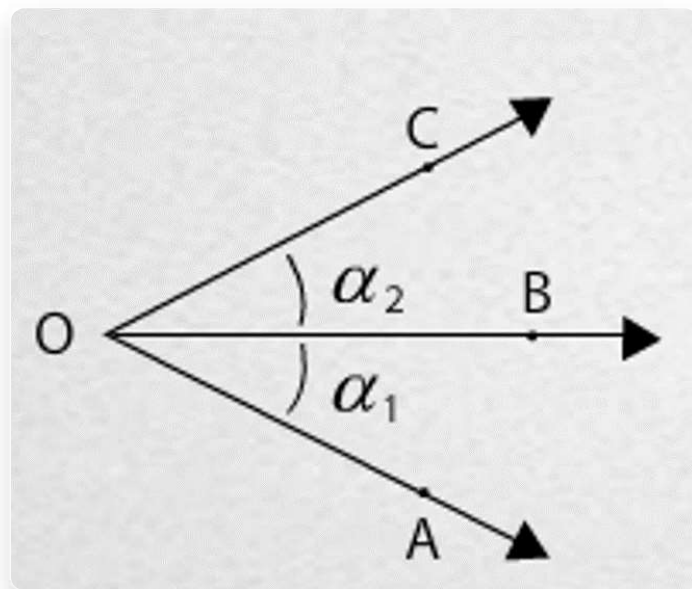
α_1 e α_2 são consecutivos porque possuem o mesmo vértice (O) e um lado como (\overline{OB})



α_1 e α_2 são consecutivos porque possuem o mesmo vértice (O) e um lado como (OC). Observe que, nesse caso, α_1 e α_2 possuem uma região angular em comum.

Ângulos adjacentes

São dois ângulos consecutivos que não possuem região angular em comum.

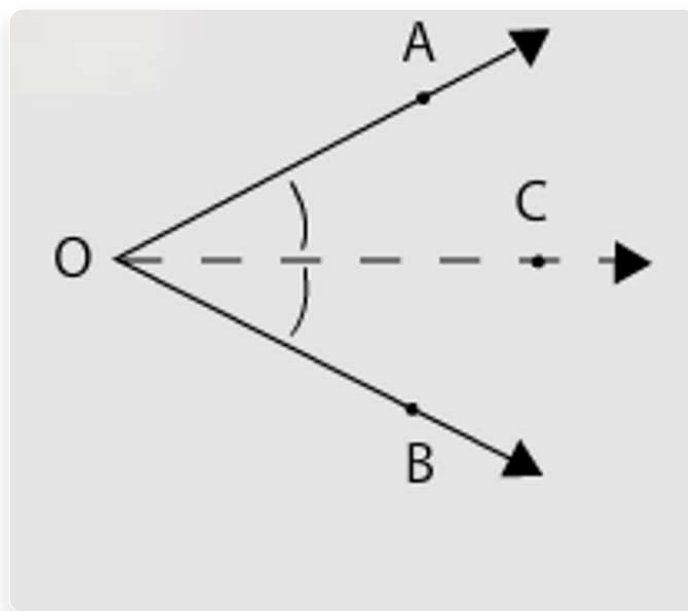


α_1 e α_2 são adjacentes.

Observe que este é o caso 1 apresentado anteriormente.

Bissetriz de um ângulo

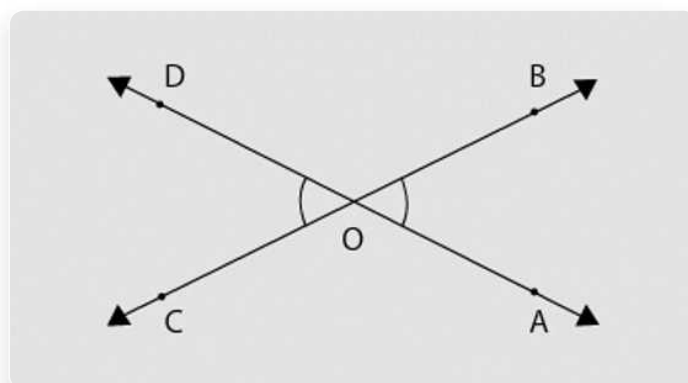
É a semirreta que divide o ângulo em dois ângulos congruentes.



\overrightarrow{OC} é bissetriz de $\widehat{AOC} \equiv \widehat{COB}$

Ângulos opostos pelo vértice

Dois ângulos são opostos pelo vértice quando os lados de um são semirretas opostas dos lados do outro.

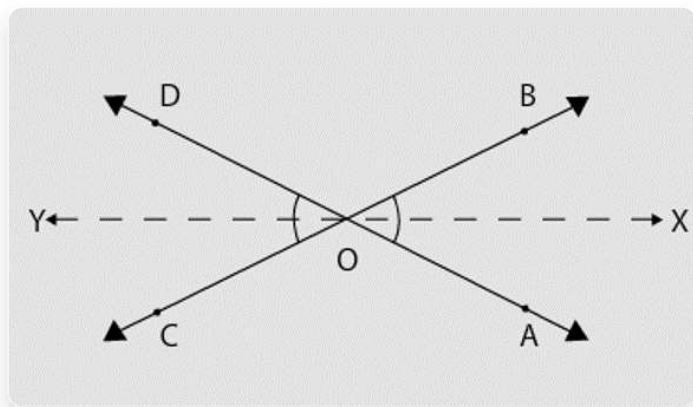


\widehat{AOB} e \widehat{COD} são opostos pelo vértice.

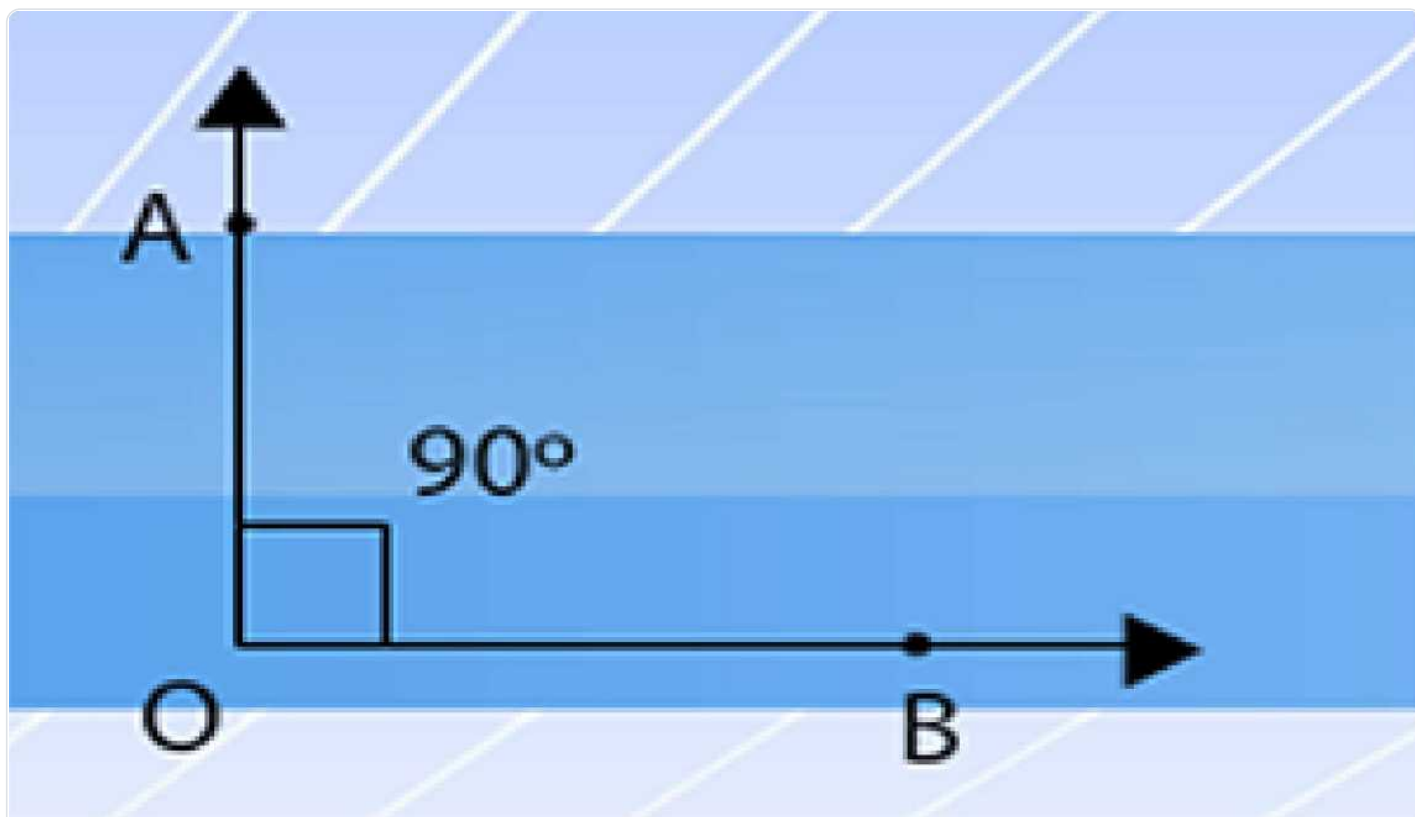
\widehat{AOC} e \widehat{BOD} são opostos pelo vértice.

Saiba mais

Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes. As bissetrizes de dois ângulos opostos pelo vértice são semirretas opostas.

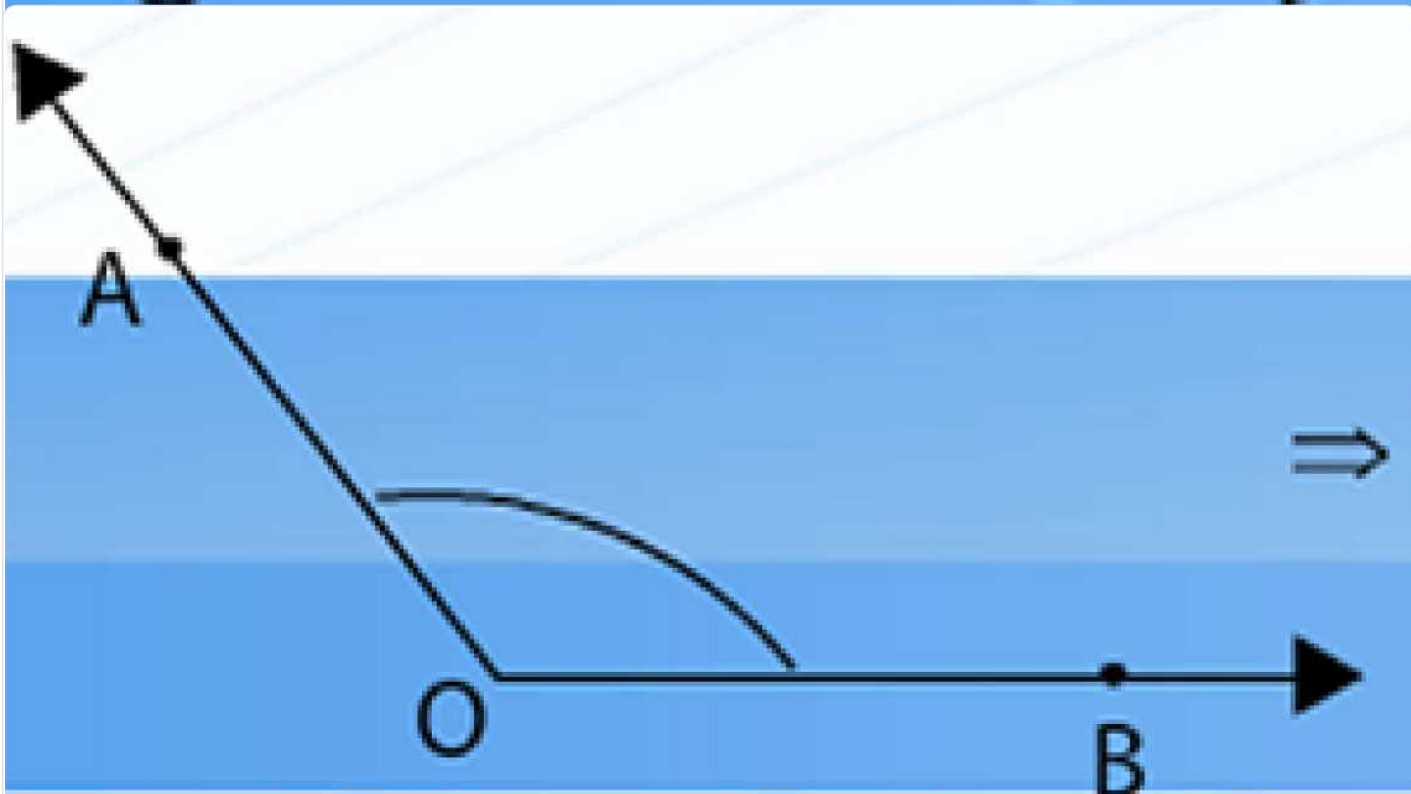
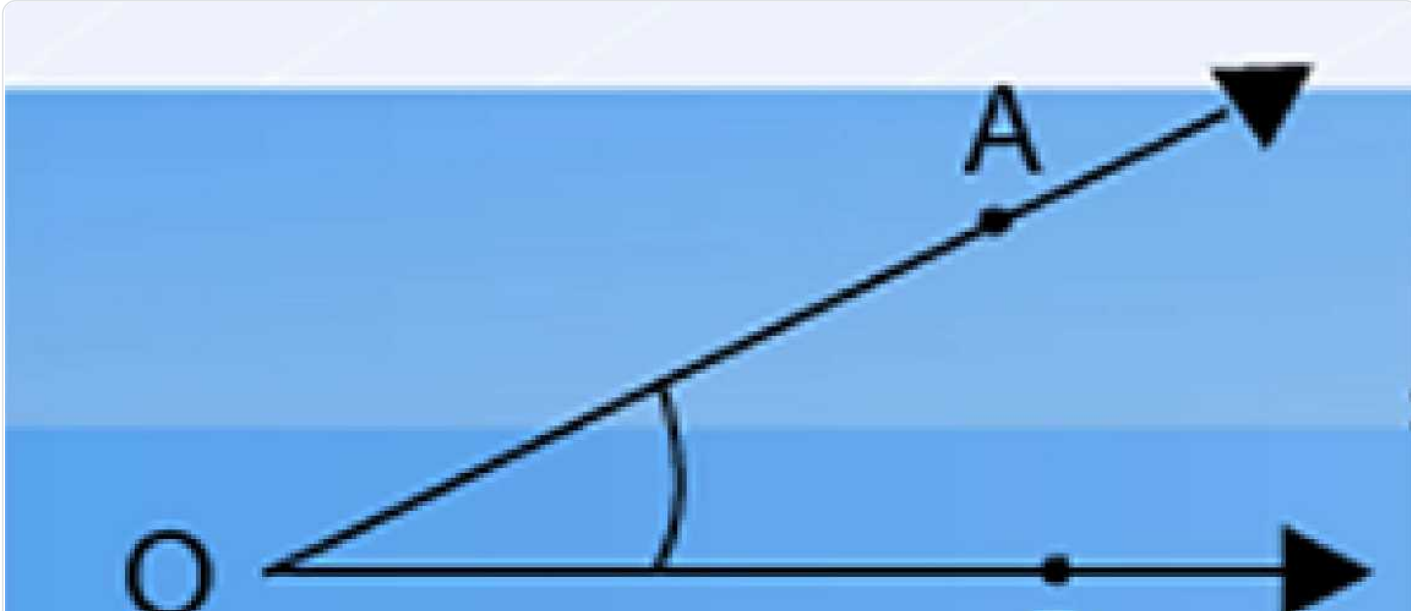


\widehat{AOB} e $\widehat{CÔD}$ são opostos pelo vértice (opv). \overrightarrow{OX} é bissetriz de \widehat{AOB} e \overrightarrow{OY} é bissetriz de $\widehat{CÔD} \rightarrow \overrightarrow{OX}$ e \overrightarrow{OY} são semirretas opostas.



Ângulo reto

É o ângulo cujos lados são semirretas perpendiculares.



Ângulo obtuso

É o que é maior que o reto.

$$\text{med}(\hat{AÔB}) > 90$$

Ângulos complementares e Ângulos suplementares


Dois ângulos são ditos complementares quando somam 90° . Um deles é o complemento do outro. Dois Ângulos são suplementares quando somam 180° . Um deles é o suplemento do outro.

Saiba mais

As bissetrizes de dois ângulos adjacentes suplementares são perpendiculares entre si.

Medida de ângulo

A medida de um ângulo \widehat{AOB} será indicada por $\text{med } (\widehat{AOB})$. Temos as seguintes unidades de medidas de ângulos:

 Clique nos botões para ver as informações.

Grau



O grau é a nonagésima parte do ângulo reto. Assim: $1^\circ = 1/90$ ângulo reto. Ele admite dois submúltiplos:

- o minuto: símbolo '
- o segundo: símbolo ''

Temos que:

$1' = 1/60$ do grau

$1'' = 1/60$ do minuto

Assim, temos:

$1^\circ = 60'$

$1' = 60''$

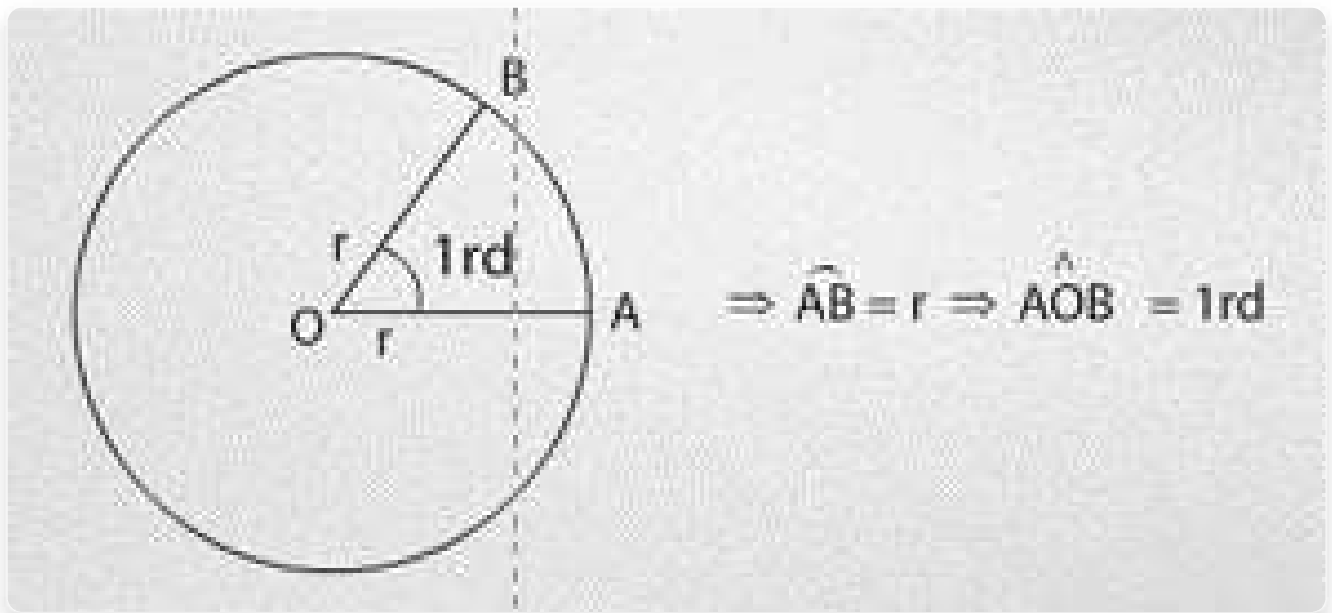
Grado



O grado é a centésima parte do ângulo reto. Ele admite os seguintes submúltiplos:

- o decigrado (dgr)
- o centígrado (cgr)
- o miligrado (mgr)

O radiano é definido como a medida de um ângulo central, subentendido por um arco cujo comprimento é igual ao raio da circunferência que contém o arco.



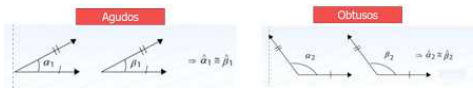
Ângulos nulo e ângulo raso

Um ângulo é dito nulo quando seus lados coincidem. É denominado raso (ou de meia-volta) quando seus lados são semirretas opostas. Desse modo, podemos observar que a medida de um ângulo x é tal que:

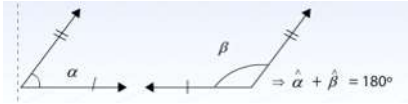
$$0^\circ \leq x \leq 180^\circ$$

Ângulos de lados paralelos

Dois ângulos de lados respectivamente paralelos são:




Congruentes: Se ambos forem agudos ou obtusos.



Suplementares: Se um for agudo e o outro obtuso.

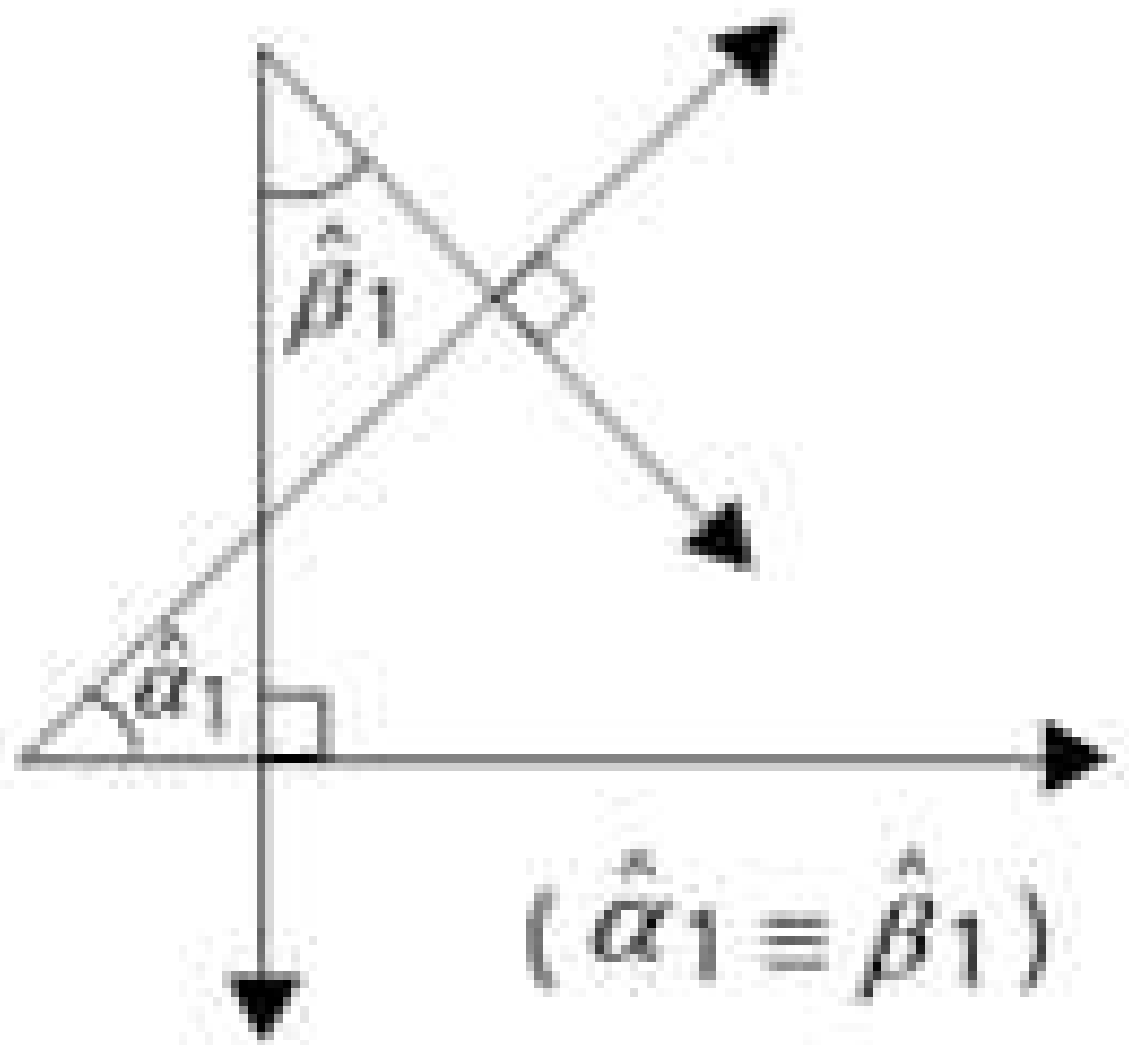
Ângulos perpendiculares

Dois ângulos de lados respectivamente perpendiculares são:

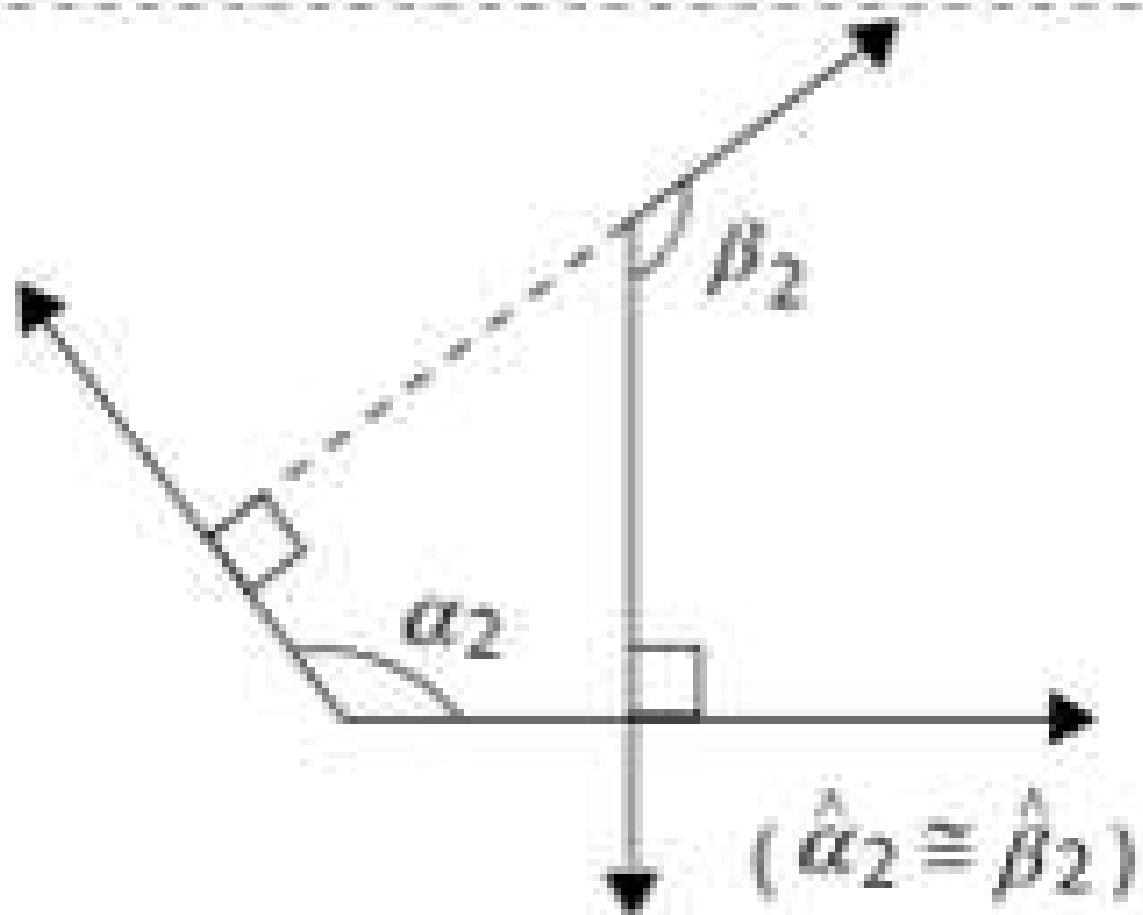
 Clique nos botões para ver as informações.



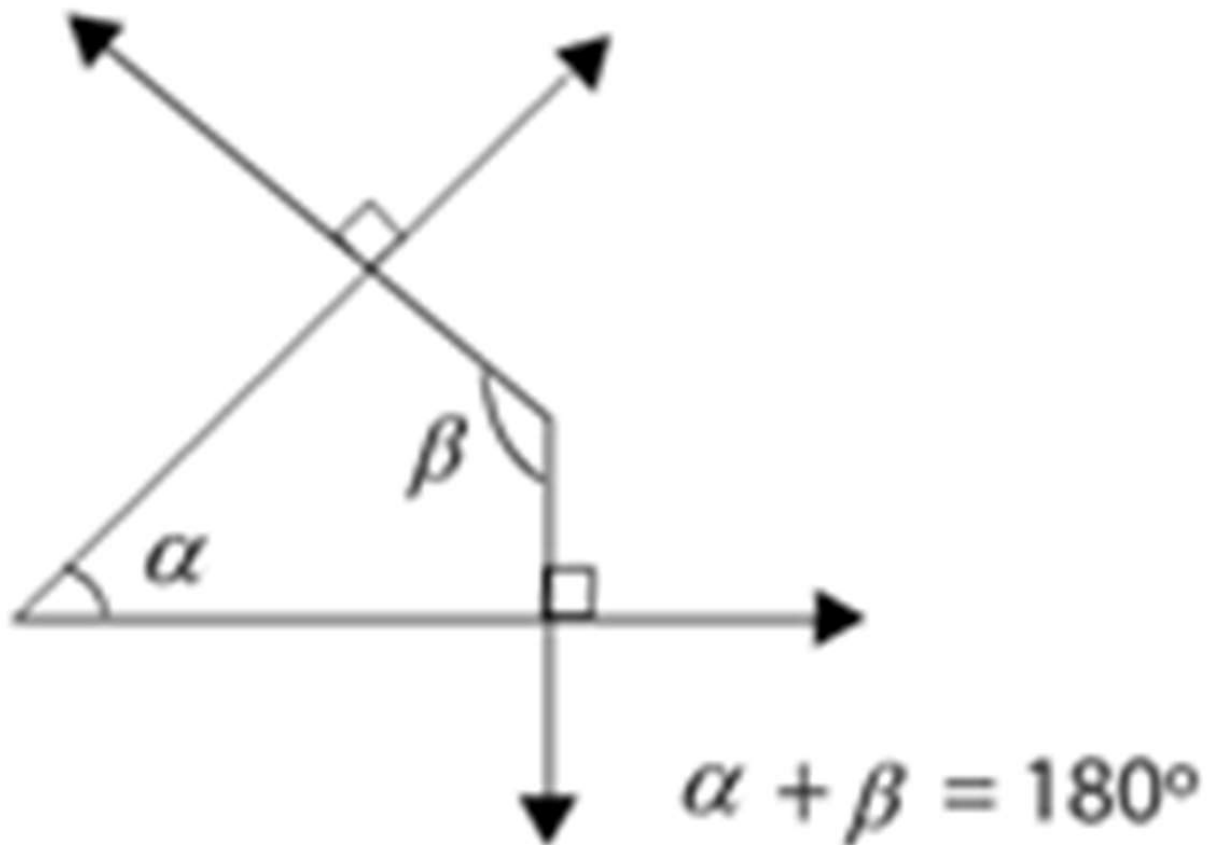
Se ambos forem agudos ou obtusos:



$$(\hat{\alpha}_1 \equiv \hat{\beta}_1)$$



Se um for agudo e o outro obtuso:



Transformação de unidades de ângulo

Observe alguns exemplos para compreender como transformar unidades de ângulos.

1º caso: transformar para segundos

a) Transforme $12^\circ 23' 18''$ em segundos

Temos:

$$12^\circ \times 60 = 720' + 23' = 743' \times 60 = 44580'' + 18'' = 44598''$$

Logo:

$$12^\circ 23' 10'' = 44598''$$

2º caso: transformar em graus, minutos e segundos

a) Transforme $449598''$ em graus minutos e segundos

Temos: $44598''$

44598''	60	
259''	743'	60
198''	143'	12°
18''	23'	

Logo: $44598'' = 12^\circ 23' 18''$

Operações com medidas de ângulos

Observe alguns exemplos para compreender como são realizadas as operações com medidas de ângulos.

Adição e subtração

Efetue as seguintes operações:

1) $58^{\circ}15'23'' + 17^{\circ}42'50'' + 36^{\circ}47'52''$

58°	15'	23"
17°	42'	50" +
36°	47'	52"
<hr/>		
111°	104'	125"
1°	2'	120"
<hr/>		
112°	106'	5"
	60'	
	46'	

2) $100^{\circ}36' + 45^{\circ}27'' + 38''$

100°	36'	27" +
	45°	38" +
<hr/>		
100°	81'	65"
1°	1'	60"
<hr/>		
101°	82'	5"
	60'	
	22'	

Multiplicação

1) $24^{\circ}13'40'' \times 3$

24°	13'	40"
		3 ^x
<hr/>		
72°	39'	120"
	2'	120"
<hr/>		
	41'	0"

2) $40^{\circ}30'17'' \times 5$

40°	30'	17"
		5 ^x
<hr/>		
200°	150'	85"
2°	1'	60"
<hr/>		
202°	151'	25"
	120'	
	31'	

Divisão

1) $53^{\circ}27'45'' : 2$

53°	27'	45"	2
13°	60'	60"	26° 43' 52"
1°	87'	105"	
	07'	05"	
	1'	1"	

2) $46^{\circ}37'17'' : 3$

46°	37'	17"	3
16°	60'	60"	15° 32' 29"
1°	97'	87"	
	07'	27"	
	1'	0"	

Representação simbólica

Em grande parte dos problemas que envolvem ângulos, devemos representar de forma simbólica o que nos diz o seu enunciado. Veja alguns exemplos:

Exemplo

Um ângulo qualquer de x:

- o dobro de u ângulo: $2x$
- o quántuplo de um ângulo: $5x$
- a terça parte de um ângulo: $x/3$
- dois quintos de um ângulo: $2x/5$
- o quadrado da medida de um ângulo: x^2
- o complemento de um ângulo: $90 - x$
- a soma de dois ângulos: $x + y$
- a diferença entre dois terços do suplemento e a sua quinta parte: $2/3 (180^\circ - x) - x/5$

Atividades

1. Realize as transformações propostas a seguir:

- a) Transforme $40^\circ 30' 20''$ em segundos
- b) Tranasforme 145820° em graus, minutos e segundos

2. Realize as seguintes operações:

- a) $50^\circ 38' 27'' - 40^\circ 36' 52''$
- b) $90^\circ - 30^\circ 30' 30''$

Notas

Título modal ¹

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Título modal ¹

Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos. Lorem Ipsum é simplesmente uma simulação de texto da indústria tipográfica e de impressos.

Referências

DOLCE, Oswaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar**- Geometria Plana. São Paulo: Editora Atual,1998. Volume 9 – Fundamentos de Matemática Elementar – Geometria Plana.

RIBEIRO,Jackson. **Matemática** – Ciência e Linguagem. 1 ed. São Paulo: Scipione,2007. Volume Único. IEZZI , Gelson et al, Matemática. 4. Ed. São Paulo: Atual,2007. Volume Único.

Próxima aula

- Polígonos.

Explore mais

- texto com **bold**
- texto com *italico*
- texto com [Link](#).