Лабораторно упражнение 5

ИЗСЛЕДВАНЕ НА КЛАСИЧЕСКИ ДИСКРЕТНИ РЕГУЛАТОРИ

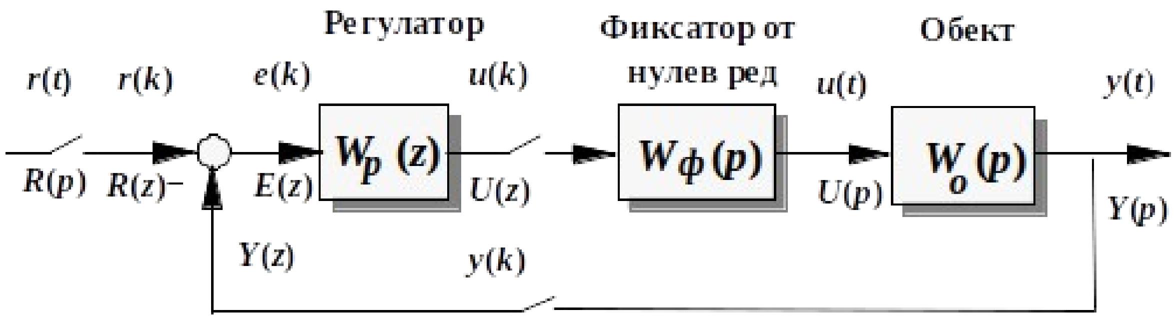
1. ЦЕЛ НА ИЗСЛЕДВАНИЯТА

Да се приложат и усвоят методики за проектиране на класически дискретни регулатор, базирани на точен дискретен модел на обекта на управление. Да се анализира областта на приложимост на компенсаторите на Далин (Dahlin), както и апериодичните регулатори от нормален и повишен с единица ред.

2. МЕТОДИЧНИ УКАЗАНИЯ

2.1. Принципи при проектирането на дискретни регулатори за управление на непрекъснати обекти

Една класическа дискретно-непрекъсната САУ представлява система за управление на непрекъснат обект с дикретен регулатор, чиято структурна схема е показана на фиг. 1.



Фигура 1. Дискретно-непрекъсната САУ

Извеждането на конкретния вид на регулатора представлява процес на проектирането (синтезирането) му. За целта е необходимо да се формулират определени <u>изисквания за качеството</u> на проектираната САУ при изпълнение на следните две условия:

- Първо, трябва да е известен или предварително оценен дискретизираният с такт T_0 <u>модел на обекта</u> $W_o(z)$.

Ако обектът да се представи с обобщената предавателна функция

$$W_o(p)=\frac{B_c(p)}{A_c(p)}e^{-\tau p} , \qquad (1)$$

тогава

$$W_o(z) = Z\left\{\frac{\left(1-e^{-T_0 p}\right)}{p} W_o(p)\right\} = \frac{B(z)}{A(z)} z^{-d}, \qquad (2)$$

където закъснението е апроксимирано във вида $\tau = dT_0,\ d=0,1,2,\ldots$, т.е. d е броят тактовете чисто закъснение, а полиномите в модела на обекта от n –ти ред ($\deg B = \deg A$) са

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_n z^{-n}, \quad B(z) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_n z^{-n}. \qquad (3)$$

Отсъствието на свободен член b_0 в полинома $B(z)$ се дължи на ефекта от дискретизацията на непрекъснатото описание на обекта с използване на фиксатор от нулев ред, който фактически внася един допълнителен такт закъснение в дискретния модел.

◆ Второ, регулаторът да се представи с <u>конкретна структура</u>. Негово класическо описание има вида

$$W_p(z) = \frac{Q(z)}{P(z)},$$

$$P(z) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \ldots + p_n z^{-np}, \quad Q(z) = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_n z^{-nq}, \qquad (4)$$

като е желателно <u>той да не внася допълнително закъснение в САУ</u>. Затова в описание (4) най-често липсва закъснение. От горното предположение следва, че закъснението в САУ не надхвърля закъснението в самия обект, т.е. $d_{САУ} = d$.

Самият регулатор може да се представи чрез описанието на САУ и на модела на обекта във вида

$$W_p(z) = \frac{1}{W_o(z)} \frac{W_{САУ}(z)}{1 - W_{САУ}(z)}. \qquad (5)$$

Уравнение (5) показва, че проектирането на регулатор, т.е. определянето на коефициентите в описание (4), при зададен модел на обекта зависи основно от избора на желано поведение на изгражданата САУ.

2.2. Методика за проектиране на компенсационен регулатор на Далин

- **Изискване към поведението на САУ**

При проектиране на регулатор на Далин (РД) се формулира изискване САУ да се представя във вида

$$W_{САУ}(z) = W_{САУ}(z; T_{САУ}, d, T_0) = \frac{B_{САУ}(z)}{A_{САУ}(z)} z^{-d} = \frac{\beta z^{-1}}{1+(\beta-1)z^{-1}} z^{-d}, \qquad (6)$$

а това е описание на дискретизирано апериодично звено от първи ред с единичен коефициент на усилване, желана времеконстанта $T_{САУ}$, $\beta = 1 - e^{-\frac{T_0}{T_{САУ}}}$ и със закъснение от d такта, което е не по-малко от това на обекта. Препоръчва се желаната стойност на настройваемия параметър $T_{САУ}$ да бъде съобразена с големината на доминиращата времеконстанта на обекта.

Следователно, след уточняване на вида на желаната САУ (6) задачата за проектиране на работоспособен РД (5) остава да зависи само от типа на дискретизирания модел на обекта $W_o(z)$.

- **РД при *устойчив минимално-фазов модел на обекта***

Полиномите в дискретна предавателна функция (4) на РД имат вида

$$Q(z) = \beta A(z)\ , \qquad P(z) = B*(z)\left(1 - z^{-1}\right)\left(1 + \beta z^{-1} + \ldots + \beta z^{-d}\right)\ , \tag{7}$$

при условие, че $B(z) = B*(z) z^{-1} = (b_1 + b_2 z^{-1} + \ldots + b_n z^{-n+1}) z^{-1}$. Размерите на полиномите са: $\deg Q = n$, $\deg P = n + d$.

Не е трудно да се констатира, че в разглеждания случай ***РД има интегрално действие***, следователно той няма да допуска съществуване на статична грешка в САУ.

- **РД за *устойчив неминимално-фазов модел на обекта***

Методиката на проектиране на регулатора изисква:

Първо, предварително да се факторизира модифицираният полином

$$B*(z) = B*^{+}(z) B*^{-}(z)$$

$$= \left(1 + b_1^{¿+} z^{-1} + \ldots + b_{nbplus}^{¿+} z^{-nbplus}\right) \left(b_0^{¿-} + \ldots + b_{nb\min us}^{¿-} z^{-nb\min us}\right) \tag{8}$$

където моничният полином $B*^{+}(z)$ включва "качествените" *nbplus* нули на модела (корените на $B*^{+}(z) = 0$, които са разположени в единичната окръжност), докато $B*^{-}(z)$ обхваща "некачествените" *nbminus* нули на модела (корените на $B*^{-}(z) = 0$, разположени извън единичната окръжност). Очевидно

$$\deg B*(z) = n - 1 = nbplus + nbminus,$$

където $\deg B*^{+}(z) = nbplus$, а $\deg B*^{-}(z) = nbminus$.

Второ, с определените "некачествени" нули на модела на обекта трябва да се допълнят нулите на желания дискретизиран модел на САУ с предавателна функция (6).

В резултат на извършените преобразувания според приложената методика полиномите в дискретна предавателна функция (4) на РД добиват вида

$$Q(z) = k_{cor}\beta A(z) \quad , \tag{9}$$

$$P(z) = B*^{+}(z)\{[1+(\beta-1)z^{-1}] - [k_{cor}B*^{-}(z)\beta z^{-d-1}]\} \quad , \tag{10}$$

където $\deg Q = n$, $\deg P = nbplus + nbminus + 1 + d = n + d$.

Чрез коригиращия коефициент

$$k_{cor} = 1/B*^{-}(1) \quad , \qquad B*^{-}(1) = B*^{-}(z)\big|_{z=1} = \sum_{i=0}^{nb\min us} b_i^{-} \tag{11}$$

се осигурява единичен статичен коефициент на усилване на проектираната модифицирана САУ. По този начин се извършва корекция на изместването в САУ, понеже проектираният модифициран регулатор не притежава интегриращо действие, както в случая при минимално-фазов модел на обекта.

2.3. Методика за проектиране на апериодични регулатори

- **Изискване към поведението на САУ**

При проектиране на апериодични регулатори (АР) се поставя изискване регулируемата величина в САУ да отработва единично задание по апериодичен закон за краен интервал от време. При фиксиран такт на дискретизация съответстващият брой тактове зависи от типа на АР.

- **АР от нормален ред или АР(*n*, *d*)**

АР(*n*, *d*) се проектира така, че крайният брой тактове за отработване на единично задание отговаря на реда *n* на модела на обекта плюс броя тактове *d* чисто закъснение в него. Тогава полиномите в (4) се описват с изразите:

$$Q^{(n)}(z) = q_0^{(n)} A(z) , \qquad P^{(n)}(z) = 1 - z^{-d} q_0^{(n)} B(z) ,$$

$$q_0^{(n)} = 1 \Big/ \sum_{i=1}^{n} b_i = u^{(n)}(0) , \qquad \deg Q^{(n)} = n , \qquad \deg P^{(n)} = n + d . \tag{11}$$

- **АР от повишен с единица ред или АР(*n*+1, *d*)**

АР(*n*+1, *d*) се проектира така, че крайният брой тактове за отработване на единично задание да се увеличи с още един, спрямо съответното поведение на АР(*n*, *d*), т.е. да отговаря на повишения с единица ред (*n*+1) на модела на обекта плюс броя тактове *d* чисто закъснение в него. Така се постига разпределяне на изискваната мощност на управлението вместо в *n* в (*n*+1) такта и се намаляват екстремалните амплитуди на изходния сигнал от регулатора.

За АР(*n*+1,*d*) полиномите в (4) се описват с изразите:

$$Q^{(n+1)}(z) = q_0^{(n+1)} A(z)\left(1 - \gamma^{-1} z^{-1}\right) , \qquad P^{(n+1)}(z) = 1 - z^{-d} q_0^{(n+1)} B(z)\left(1 - \gamma^{-1} z^{-1}\right) ,$$

$$q_0^{(n+1)} = 1\Big/(1-a_1)\sum_{i=1}^{n} b_i = u^{(n+1)}(0)\,, \qquad \gamma^{-1} = 1 - 1\Big/q_0^{(n+1)}\sum_{i=1}^{n} b_i\,,$$

$$\deg Q^{(n+1)} = n+1\,, \qquad \deg P^{(n+1)} = n+1+d\,. \tag{12}$$

- **Характерни свойства на АР**

АР притежават следните по-важни свойства:

(а). Уравнения (11) и (12) показват, че АР(n, d) и АР(n+1,d) се проектират с единна методика, независимо дали дискретизираният модел на обекта е минимално- или неминималнофазов.

(б). АР осигуряват безкрайна степен на устойчивост в САУ, понеже

$$W_{САУ}^{(m)}(z) = \frac{\sum\limits_{i=1+d}^{n+m+d} p_i^{(n+m)} z^{n+m+d-i}}{z^{n+m+d}}, \quad m = 0 \text{ или } 1\,. \tag{13}$$

(в). Често проверката за принадлежността на полиномите Q и P към описание на АР представлява изчисляването на верността на равенствата:

$$\sum_{i=1+d}^{n+m+d} p_i^{(n+m)} = 0\,, \qquad \sum_{i=0}^{n+m} q_i^{(n+m)} = \text{const}\,, \quad m = 0 \text{ или } 1\,. \tag{14}$$

(г). Ако се съпоставят стойностите на управлението в началния момент на функциониране на САУ за двата типа апериодични регулатори посредством сравняване на коефициентите q_0^m, $m = 0$ или 1 от (11) и (12), ще се установи, че:

$$u^{(n+1)}(0) = u^{(n)}(0)\Big/(1-a_1)\,. \tag{15}$$

2.4. Начални данни за провеждане на изследванията

По указание на ръководителя на упражнението се избират обекти на изследване с познати от предишни задачи описания под формата на минимално-фазови непрекъснати предавателни функции. Препоръчва се:

(а). При дискретизация на непрекъснатото описание на обекта да се използва фиксатор от нулев ред.

(б). Да се подберат два такта на дискретизация за изследване на проектирания регулатор, като е желателно за единия от тях дискретизираният модел на обекта да има неминималнофазов характер.

3. ЗАДАЧИ ЗА ИЗПЪЛНЕНИЕ

3.1. Да се изучи непрекъснатият обект на управление и неговият дискретизиран аналог

За целта се извършва следната последователност от действия:

<u>Стъпка 1</u>. Визуализира се преходният процес на изследвания обект, за да се оцени неговата доминираща времеконстанта $T_{дом}$ и се уточни подходящият такт на дискретизация T_0, а от тук и броят на тактовете чисто закъснение *d*.

<u>Стъпка 2.</u> Избира се времеконстанта за затворената система $T_{САУ} \le T_{дом}$ и се приема $d_{САУ} = d$.

<u>Стъпка 3.</u> Чрез познати функции от MATLAB (***c2dm***) се определя дискретизираната с фиксатор от нулев ред предавателна функция на модела на обекта $W_o(z)$.

<u>Стъпка 4</u>. Анализира се разположението на нулите в този модел, т.е. корените на уравнението $B(z)=0$, чрез функцията ***bsbu*** за факторизиране на полинома в числителя на дискретизирания модел на обекта (табл. 1) с примерно обръщение: [Bs,Bu,Bplus,Bminus] = **bsbu** (Bd(2:length(Bd))). Тази операция се извършва независимо от характера на динамиката на обекта, защото е възможно при конкретни тактове на дискретизация непрекъснатият обект с минимално-фазово описание и свойства да има както минимално-фазов, така и неминимално-фазов дискретен модел. Визуализирането на нулите и полюсите на дискретния модел се извършва с модула: th=**poly2th**(Ad,Bd); zp=**th2zp**(th); **zpplot**(zp), **grid**

Таблица 1. Функция ***bsbu***

function[Bin,Bout,Bplus,Bminus]=**bsbu**(B)
%
% Функция за факторизация на полином
% Входни аргументи:
% B – полином в числителя на дискретен модел
% на обекта с <u>ненулев</u> начален елемент.
% Изходни аргументи:
% Bin - корени вътре в единичната окръжност
% Bout - корени извън единичната окръжност
% Bplus – моничен полином с корените Bin
% Bminus – полином с корените Bout
Bin=[];Bout=[];
	s=B(1); B=B/s;
	Broots=**roots**(B);
	for j=1:**length**(Broots)
	if abs(**real**(Broots(j)))<=1 & …
	abs(**imag**(Broots(j)))<=1
	Bin=[Bin Broots(j)];
	else
	Bout=[Bout Broots(j)];
	end
	end
	Bplus=**poly**([Bin]);
	Bminus=s*__poly__([Bout]);

3.2. Да се проектира РД по методиката, която е приложима за минимално-фазов дискретизиран модел на непрекъснатия обект

<u>Стъпка 1.</u> Проектира се РД (7) под формата на дискретна предавателна функция с полином Q в числителя и полином P в знаменателя. За целта се използва разработената в MATLAB функция ***dahlin_min*** (табл. 3), като входните аргументи на функцията са параметрите в (6).

Таблица 3. Функция ***dahlin_min***

function [Q,P]=**dahlin_min**(Bd,Ad,d,Tsau,T0) % Проектиране на регулатора на Dahlin за % минималнофазов модел на обекта *% Входни аргументи:* % Bd, (degBd=n) - полином в числителя на	% Q(разширен), (degQ=n+d), - полином в % числителя на регулатора % P, (degP=n+d) – полином в знаменателя % на регулатора % Допълнителни параметри

% дискретния модел на обекта (Bd(1)=0).	beta=1-**exp**(-T0/Tsau);
% Ad, (degAd=n) - полином в знаменателя	% Изчисляване на полиномите
% на дискретния модел на обекта (Ad(1)=1)	Q=[beta*Ad **zeros**(1,d)];
% d – брой тактове чисто закъснение	P=**conv**(Bd(2:**length**(Bd)),…
% Tsau – желана времеконстанта на САУ	**conv**([1 -1],[1 beta*ones(1,d)]));
% T0 – такт на дискретизация в САУ	Q=Q/P(1);
% Изходни аргументи:	P=P/P(1); % моничен вид на полинома

<u>Стъпка 2.</u> За целите на симулирането се разширява описанието на дискретния модел на обекта, като се включва в него съответния брой тактове *d*.

<u>Стъпка 3</u>. Наблюдава се в SIMULINK функционирането на проектираната САУ. Поведението на процесите в тях при единично задание се записват в подходящи променливи в работната област за последващо документиране. Препоръчва се: първо, да се реализира симулиране на САУ с фиксиран такт T_0, и второ, при графично изобразяване на данните съответните дискретни стойности на сигналите да се преобразуват предварително чрез функцията ***stairs***.

3.3. Да се проектира РД за неминимално-фазов дискретизиран модел на непрекъснатия обект

<u>Стъпка 1</u>. Решава се задачата по идентичен начин както в 3.2, с цел да се наблюдава очакваното неустойчиво поведение на РД, проектиран по неподходящо приложената за типа на модела на обекта методика от Случай 1.

<u>Стъпка 2</u>. Решава се същата задача, но с методиката от Случай 2: (8), (9) и (10). Използва се съответната функция ***dahlin_nonmin*** (табл. 4).

Таблица 4. Функция ***dahlin_nonmin***

function[Q,P]=**dahlin_nonmin**	*% Изходни аргументи:*
(Bplus,Bminus,Ad,d,Tsau,T0)	% Q(разширен), (degQ=n+d), - полином в
% Проектиране на регулатора на Dahlin за	% числителя на регулатора
% минималнофазов модел на обекта	% P, (degP=n+d) – полином в знаменателя
% Входни аргументи:	% на регулатора
% Bplus – моничен полином с корените на	nminus=**length**(Bminus)-1;
% B(z)=0 в един. окръжност (Bplus(1)=1);	nplus=**length**(Bplus)-1;
% Bminus – полином с корените на	beta=1-**exp**(-T0/Tsau);
% B(z)=0 извън единичната окръжност;	kcor=1/**sum**(Bminus);
% Ad, (degAd=n) - полином в знамен.	koef = kcor*beta;
% на дискр. модел на обекта (Ad(1)=1);	% Изчисляване на изходните полиноми
% d – брой тактове чисто закъснение;	Q=[koef*Ad **zeros**(1,d)];
% Tsau – желана времеконстанта на САУ;	P2=koef***conv**(Bminus,[**zeros**(1, d+1) 1]);
% T0 – такт на дискретизация в САУ.	P1=[1 beta-1 **zeros**(1,d+nminus)] - P2;
	P=**conv**(Bplus,P1);

3.4. Да се проектира АР от нормален ред и се изследва поведението на *u* и *y* в дискретно-непрекъсната САУ

Стъпка 1. Определят се двата полинома в проектирания под формата на дискретна предавателна функция AP(n, d) – Q в числителя и P в знаменателя. Използва се съответна функция в MATLAB (табл. 5) от вида:

function [Q, P] = ***deadbeat_norm*** (B, A, d),

като входните аргументи са параметрите на дискретизирания обект. След извършените изчисления да се провери, дали сумата от коефициентите в P е нула!

Таблица 5. Функция ***deadbeat_norm***

function [Q,P] = ***deadbeat_norm*** (Bd,Ad,d)
% Проектиране на AP от нормален ред
% Входни аргументи:
% Bd, Ad – полиноми в числителя и знаменателя
% на модела на обекта;
% d – брой тактове чисто закъснение.
% Изходни аргументи:
% Q, P – полиноми в числителя и знаменателя
% на регулатора.
	%
	vec_zero=**zeros**(1,d);
	q0=1/**sum**(Bd);
	Pz=-q0*Bd(2:**length**(Bd));
	% Полином Q на регулатора
	Q=[q0*Ad vec_zero];
	% Полином P на регулатора
	P=[1 vec_zero Pz];

Стъпка 2. Наблюдава се в SIMULINK функционирането на проектираната дискретно-непрекъсната САУ и се документира поведението на процесите в нея при единично задание.

3.5. Да се проектира AP ОТ повишен ред и се изследва поведението на управлението и регулираната величина в дискретно-непрекъсната САУ.

Решава се аналогична на 3.1 задача, като за създаването на AP(n+1,d) се формира съответна функция в MATLAB (табл. 6) от вида:

function [Q, P] = ***deadbeat_ext*** **(**B, A, d),

като входните аргументи са параметрите на дискретизирания обект. След извършените изчисления да се провери, дали сумата от коефициентите в P е нула!

Таблица 6. Функция ***deadbeat_ext***

function [Q,P] = ***deadbeat_ext*** (Bd,Ad,d)
% Проектиране на AP от повишен с единица ред
% Входни аргументи:
% Bd, Ad – полиноми в числителя и знаменателя
% на модела на обекта;
% d – брой тактове чисто закъснение.
% Изходни аргументи:
% Q, P – полиноми в числителя и знаменателя
% на регулатора.
	vec_zero=**zeros**(1,d);
	Ad=[Ad vec_zero];
	Bd=[vec_zero Bd];
	sumBinv=1/**sum**(Bd);
	q0=sumBinv/(1-Ad(2));
	ginv=1-sumBinv/q0;
	Q=**conv**(q0*Ad,[1 -ginv]);
	Pz=**conv**(-q0*Bd(d+2:**length**(Bd)),[1 -ginv]);
	P=[1 vec_zero Pz];

3.6. Да се изследва поведението на САУ за всеки един от проектираните регулатори при различен такт на дискретизация

За целта се извършва следната последователност от действия:

Стъпка 1. Избира се последователно такт на дискретизация, който е два пъти по-малък и два пъти по-голям от използвания в предишните задачи. Преизчисляват се коефициентите на съответния дискретен регулатор.

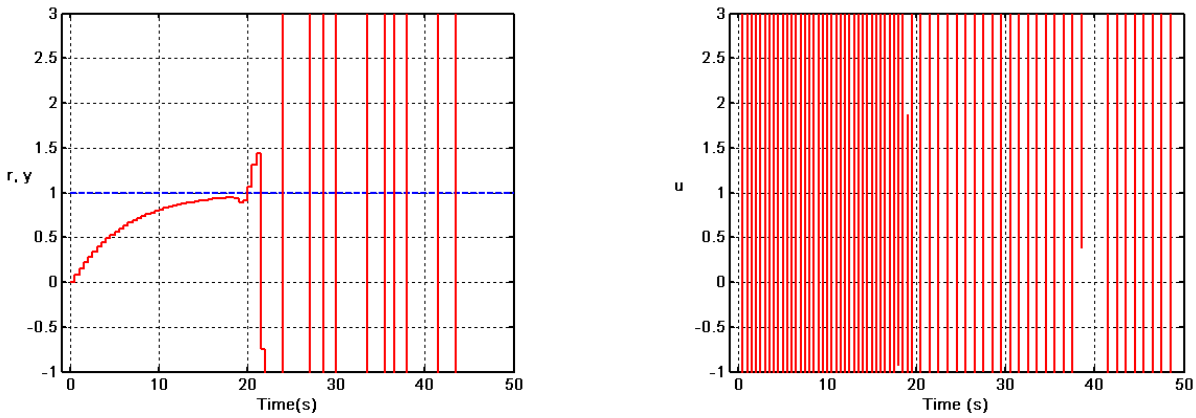
Стъпка 2. Наблюдава се в SIMULINK функционирането на проектираната САУ с новия такт на дискретизация и се документира поведението на процесите в нея при единично задание.

Стъпка 3. Извършва се съпоставяне на управлението и регулираната величина за използваните тактове на дискретизация при САУ с различен дискретен регулатор.

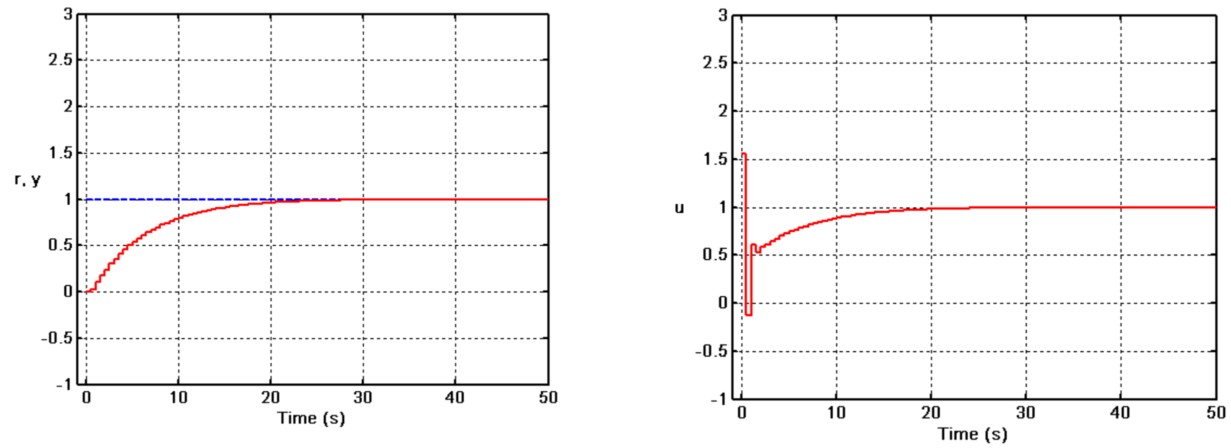
4. ПРИМЕРНИ РЕЗУЛТАТИ

На фигурите по-долу са дадени сигналите в САУ (вляво: регулируемата величина, вдясно: управлението).

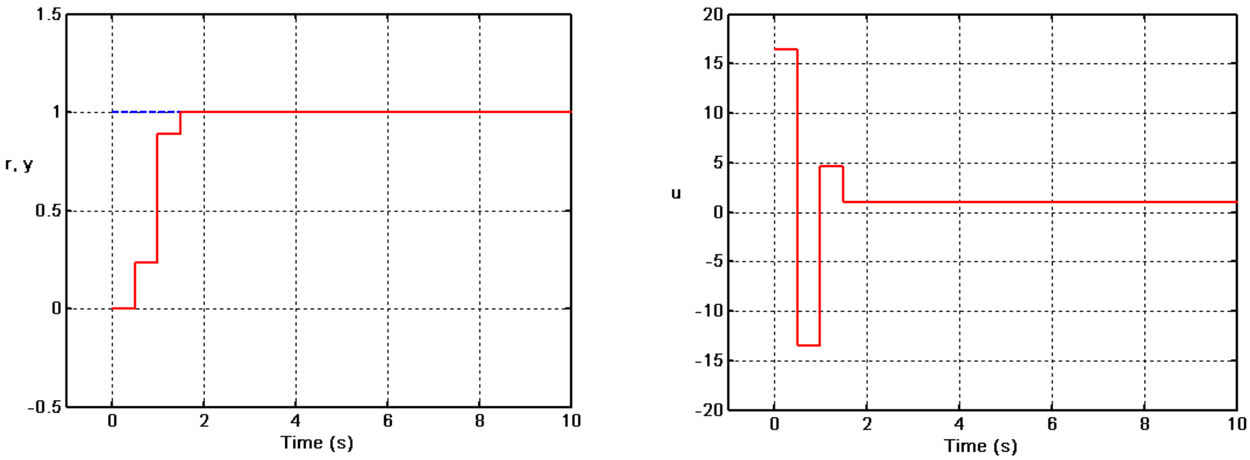
На фиг. 2 е демонстрирано неустойчивото поведение на сигналите от Стъпка 1 в задача 3.3, а на фиг. 3 – доброто функциониране на същите сигнали от Стъпка 2 в задача 3.3. На фиг. 4 и фиг. 5 са дадени сигналите в САУ на един и същ обект с АР от нормален и завишен с единица ред при еднакъв такт на дискретизация, за да се наблюдава ефектът от завишаване на реда на регулатора върху намаляване на амплитудата на управлението.



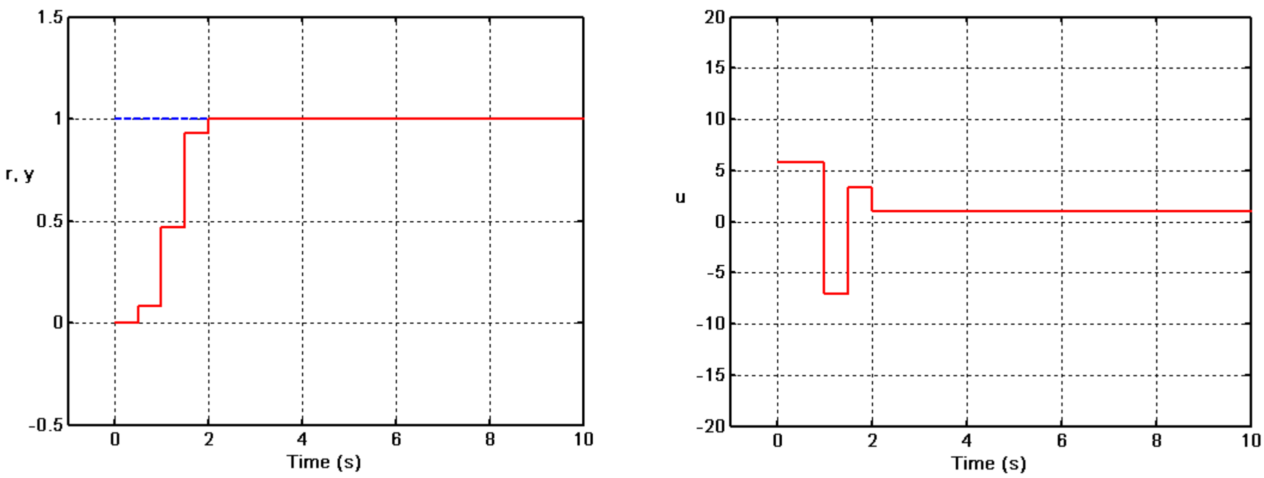
Фигура 2. САУ със стандартен РД при неминималнофазов модел



Фигура 3. САУ с модифициран РД при неминималнофазов модел



Фигура 4. САУ с АР от нормален ред



Фигура 5. САУ с АР от повишен с единица ред