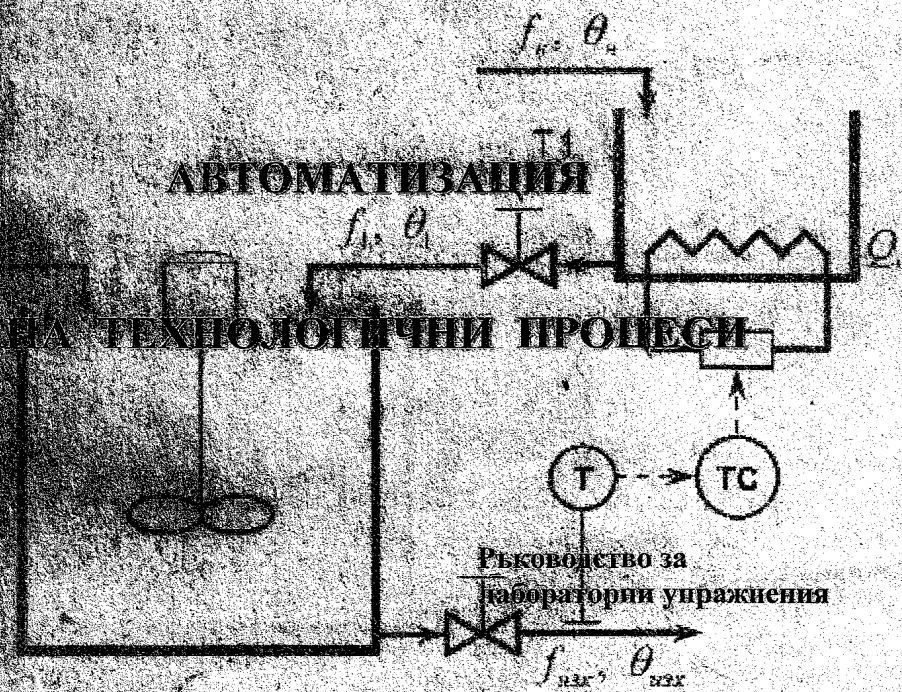


681.5
А 22

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

А. А. Болотов
К. С. Костов

Борислав Георгиев
Станислав Енев
Весела Сергиева
Александър Ефремов
Алтер Мехмед



СОФИЯ

2011



Асен Тодоров

Костадин Костов

Борислав Георгиев

Станислав Енев

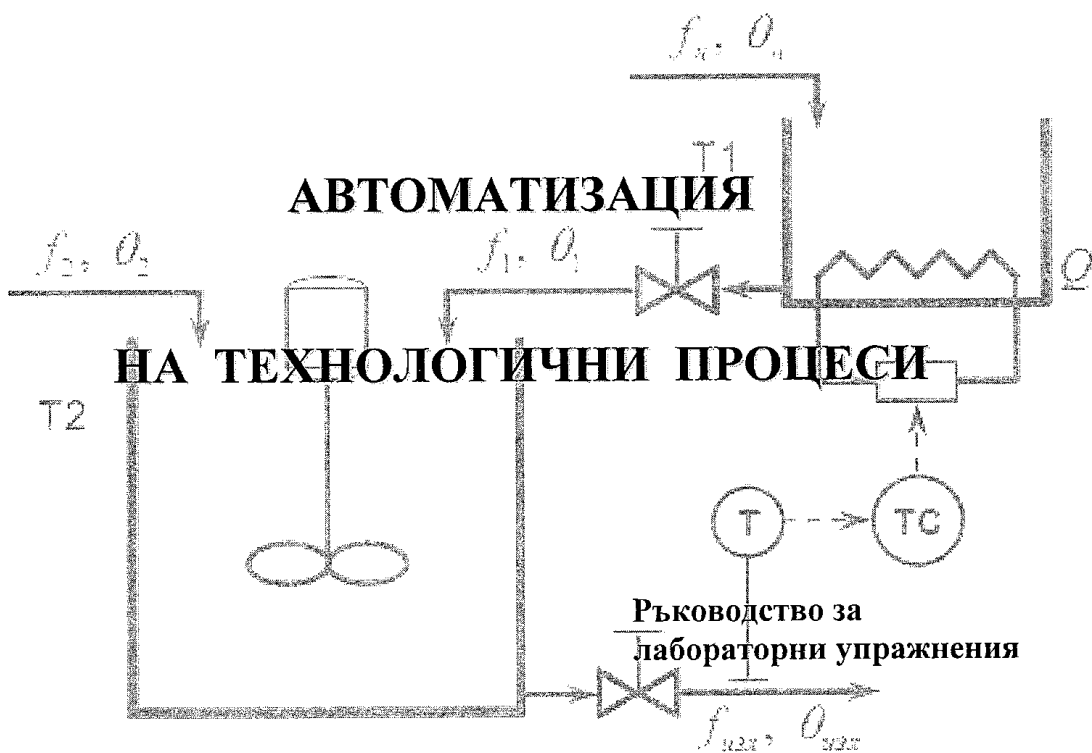
Весела Сергиева

Александър Ефремов

Алпер Мехмед

АВТОМАТИЗАЦИЯ

НА ТЕХНОЛОГИЧНИ ПРОЦЕСИ



СОФИЯ

2011

8 25 863

12 681.5

A 22

Предговор

Прагматичната роля на автоматизацията като целенасочена инженерна дейност предполага обоснован избор на решения на конкретни практически задачи в областта на проектирането и изграждането на системи за управление на технологични процеси, които да са в съответствие с научните методи и работните практики.

За да се обхванат цялостно процесите на управление на съвременното автоматизирано производство, се оказва, че не е възможно да се разчита единствено на опита и интуицията на специалистите. Необходима е теория, която позволява с математически методи строго да се дефинира и проектира системата за управление на даден производствен процес на базата на предварително избрани показатели и критерии за качество при отчитане на всички ограничения и фактори, оказващи съществено влияние.

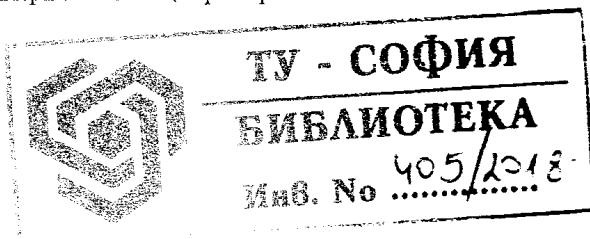
Формирането на знанията по дисциплината „Автоматизацията на технологичните процеси“ е свързано с голям брой инженерни дисциплини. Методологична база в случая е теорията на управлението, техническите средства за автоматизация, идентификацията, моделирането, методите за експериментални изследвания и много други.

Ръководство се отличава от предшестващите го издания по едноименната дисциплина както по структура, така и по съдържание. Направен е опит да се обхванат по-широк кръг проблеми, свързани с проектирането и реализацията на системи за управление на технологични процеси. Отделните упражнения започват с теоретична част, която е допълнение към лекционния курс и в същото време е онзи минимум от знания, който позволява решаването на поставените по време на упражнението задачи за изпълнение! Втората и съществена част от упражнението е свързана с поредица от конкретни задачи, за решаването на които се дава възможност както на студентите, така и на преподавателите да проявят творчество и индивидуален подход при решаването на поставените проблеми. Обемът на упражнението, както и съдържанието му, не са фиксирани и зависят от подготовката и дълбочината на усвояния материал от студентите и преподавателя.

Поради относително бързата смяна на теоретичната и техническата база в областта упражненията не са насочени към конкретна схема от елементи и устройства. По този начин се открива възможност за реализация и онагледяване на теоретичните резултати с различни, актуални към момента на упражнението технически средства.

Становището на авторите на това ръководство е, че не съществува граница между теорията и нейното практическо приложение. Процесът е цялостен и добрият инженер трябва да търси подходящи, възможно най-прости практически решения, които да се базират на сериозни теоретични познания.

В ръководството по автоматизация на технологични процеси са разглеждани някои съвременни технически решения в достъпна форма. Тези решения са илюстрирани с множество примери с насочващ характер.



С Ъ Д Ъ Р Ж А Н И Е

Предговор.....	2
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №1. Моделиране на технологични обекти по експериментално определени времеви характеристики.....	4
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №2. Апроксимация на нелинейни елементи в системите за автоматично регулиране	10
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №3. Системи за автоматизация на технологични процеси с позиционни регулатори. Двупозиционно регулиране.....	14
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №4. САР с трипозиционни регулатори. Регулатор с постоянна скорост.....	26
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №5. Основни характеристики на САР с ПИД регулатори.....	32
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №6. Проектиране на дискретни реализации на непрекъснати регулатори.....	36
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №7. Методи за настройка на ПИД регулатори по експериментално определени характеристики	43
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №8. Методи за аналитична настройка на регулатори по зададени полюси и по желани запас по модул и фаза.....	49
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №9. Работа на ПИД регулатори при насищане на регулиращия орган.....	54
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №10. Анализ и синтез на многоконтурни САР.....	58
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №11. Синтез на автономни двусвързани САР.....	61
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №12. Компенсация на чисто закъснение в САР. Регулатор на Смит.....	69
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №13. САР с моделно базирано управление.....	73
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №14. Абсолютна устойчивост на нелинейни системи. Критерий на Попов. Устойчивост на системи с позиционни регулатори.....	77
ЛАБОРАТОРНО УПРАЖНЕНИЕ №15. Устойчивост на нелинейни системи. Методи на Ляпунов за анализ на устойчивостта. Синтез на адаптивна система с еталонен модел по втория метод на Ляпунов.....	83
Препоръчана литература	90

Лабораторно упражнение №1

Моделиране на технологичните обекти по експериментално определени времеви характеристики

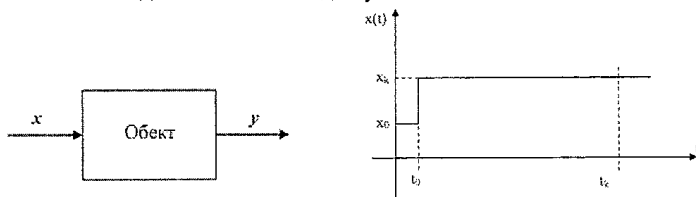
I. Въведение

Синтезът и анализът на всяка система за автоматично регулиране /САР/ винаги предполага наличие на модел на технологичния обект. Разработени са множество методи за получаване на такъв модел. Най-разпространеният метод в практиката е чрез експериментално определяне и апроксимация на характеристиките на обекта във времевата област. Експерименталното определяне на времевите характеристики на обектите се състои в прилагане на детерминирани въздействия на входа на обекта и измерване на реакцията на изхода му във функция от времето. Тези детерминирани въздействия са стъпалното и импулсното въздействие, а реакциите на изхода са съответно преходната и импулсната характеристика.

II. Теоретични основи

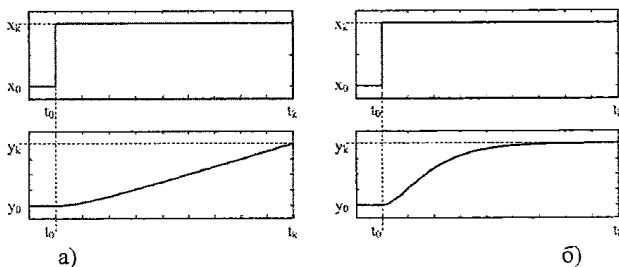
II.1. Експериментално определяне /снемане/ на преходната характеристика

Преходната характеристика представлява реакцията y на обекта във функция от времето при подаване на стъпално въздействие x на входа му.



Фиг.1

Амплитудата на стъпалното въздействие е $\Delta x = x_k - x_0$, където x_0 е началният момент на експеримента, а x_k е моментът, в който се прекратява измерването на изходната величина y . Преди подаване на стъпално въздействие обектът трябва да бъде приведен в равновесно състояние, при което изходът му да е стабилизирал в дадена работна точка. Освен това обектът трябва предварително внимателно да бъде проучен. Ако съдържа интегриращо звено, то преходната му характеристика ще има вида, показан на фиг.2а.



Фиг.2

Вижда се, че след прилагане на стъпалното въздействие изходът на обекта се изменя постоянно, без да достигне ново равновесно състояние. Такива обекти се наричат обекти без саморегулиране.

При тях се установява не изходната величина, а скоростта на изменението ѝ. Затова след като изходът на обекта започне да се изменя с постоянна скорост, входното въздействие трябва да бъде нулирано, тъй като по-нататъшното снемане на преходната характеристика не носи повече информация.

Когато в обекта липсва интегриращо звено, при прилагане на стъпално въздействие след протичане на преходния процес изходът му се установява в ново равновесно състояние. Такива обекти се наричат обекти със саморегулиране /фиг.2б/.

При подаване на стъпално въздействие с амплитуда $\Delta x = x_k - x_0$ в момента t_0 изходната величина има изменение $\Delta y = y_k - y_0$, като времетраенето на преходния процес е $t_r = t_k - t_0$.

При тези обекти теоретично установяването на изходната величина в y_k трае безкрайно дълго време. Но в практиката се счита, че преходният процес е приключил, когато вече не се регистрира изменение на изходната величина.

При обектите със саморегулиране отношението $k = \Delta y / \Delta x$ се нарича **статичен коефициент**. Когато статичният коефициент остава постоянен при различни стойности на x , тогава обектът има линейна статична характеристика.

При реалните обекти това много рядко може да се срещне.

Статичните характеристики на обектите често имат нелинеен характер.

Типична нелинейност при почти всички реални обекти е наличието на зона на насищане, в която изменението на входния сигнал не води до изменение на изхода на обекта.

За да може да бъде коректно приложена теорията на линейните системи при анализа на САР, то снемането на преходната характеристика трябва да се осъществи при такова стъпално въздействие, което гарантира, че обектът ще се намира със задоволителна точност в линейната зона от статичната си характеристика. Затова първоначално е необходимо да бъде построена статичната характеристика на обекта и тогава да се определи амплитудата на стъпалното въздействие, при което ще бъде снета преходната характеристика.

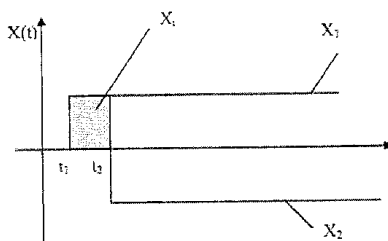
II.2 Получаване на преходната характеристика от импулсната характеристика

Неудобството при снемане на преходната характеристика е, че обектът се намира дълго време извън работната си точка.

При някои технологични процеси това не е допустимо. Тогава може да се снесе импулсната характеристика и по нея да се получат стойностите на преходната характеристика на обекта. Импулсната характеристика на обекта се получава, като се подаде импулс с нулева дължина и безкрайна амплитуда на входа на обекта и се запише изменението на изхода му във функция от времето.

Но практически такъв сигнал не може да бъде изработен. Вместо това може да се подаде импулс с крайна амплитуда и продължителност по-голяма от нула.

Реалният импулс може да бъде разглеждан като сума на две стъпални въздействия X_1 и X_2 с еднакви амплитуди и противоположни знаци, като второто въздействие X_2 постъпва на входа на обекта със закъснение спрямо първото, равно на продължителността на импулса $T_i = t_2 - t_1$.



Фиг.3

Както е показано на горната фигура, между импулса и двете стъпални въздействия съществува зависимостта $X_2(t) = -X_1(t - T_i)$, $X_i(t) = X_1(t) + X_2(t) = X_i(t) - X_1(t - T_i)$.

Ако изследваният обект е линеен, то от принципа на суперпозицията следва, че реакцията $w(t)$ на реалния импулс може да се разглежда като сума от реакциите $h_1(t)$ и $h_2(t)$ на двете стъпални въздействия. Освен това ще бъдат в сила зависимостите:

$$h_2(t) = -h_1(t - T_i), \quad w(t) = h_1(t) + h_2(t) = h_1(t) - h_1(t - T_i), \quad h_1(t) = w(t) + h_1(t - T_i).$$

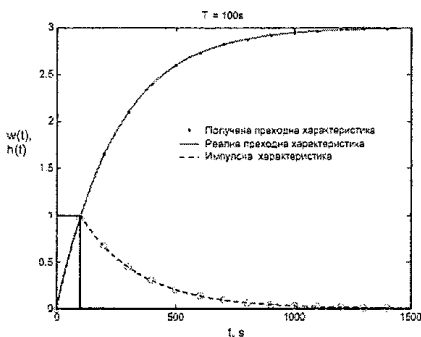
Тъй като преходната характеристика при отрицателен или нулев аргумент има стойност нула, то последното уравнение окончателно ще има вида

$$h(t) = \begin{cases} w(t), & t \leq T_i \\ w(t) + h_1(t - T_i), & t > T_i \end{cases}.$$

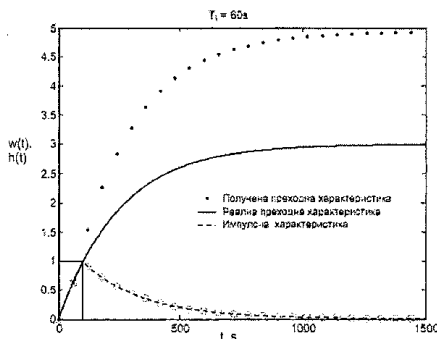
Това е зависимостта, по която може да се получи преходната характеристика по импулсната характеристика.

На фиг.4 е илюстрирано използването на тази формула при подаване на импулс с дължина 100 секунди на обект с предавателна функция $W(p) = \frac{3}{250p + 1}$.

За коректното получаване на преходната характеристика е необходимо дължината на импулса да бъде определена с достатъчна точност. На фиг.5 при определянето на периода на импулса е допусната грешка и се вижда как това се отразява на получената преходна характеристика.



Фиг.4



Фиг.5

П.3 Графоаналитични методи за апроксимация на преходната характеристика

След получаването на преходната характеристика получената крива се нанася в двумерна координатна система, като по абсцисната ос е времето, а по ординатата е изходната величина на обекта. Началото на координатната система трябва да съвпада с момента на подаване на стъпалното въздействие t_0 и началната стойност на изходната величина y_0 . Следващото действие е да се определи моделът, с който ще бъде апроксимирана реалната преходна характеристика. За обекти със саморегулиране най-често се използват следните модели:

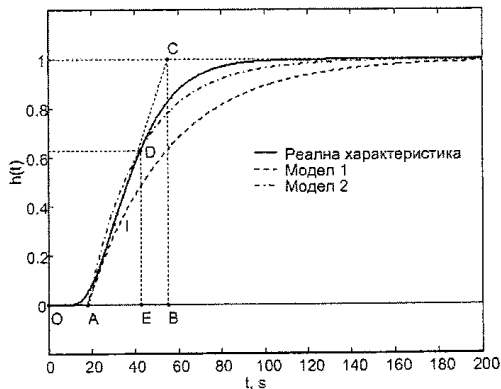
$$W(p) = \frac{k}{T_p + 1} e^{-\tau p}; \quad W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}; \quad W(p) = \frac{k}{(T_p + 1)^n} e^{-\tau p}.$$

След определяне на модела трябва да се изчислят неговите параметри. При всички модели коефициентът k се определя като $k = (y_k - y_0) / (x_k - x_0)$.

За определяне на времеконстантите и закъснението са създадени множество методи, някои от които ще бъдат изложени тук. При всички методи първо се нормира преходната характеристика: $\bar{h}(t) = h(t) / h_{\text{уст}}$.

Метод на Циглер-Николс

При този метод се използва първият модел – последователно свързани апериодично звено и звено с чисто закъснение. Приложението на метода е илюстрирано на фиг.6.



Фиг.6

Намира се най-стръмната част от кривата. Това е инфлексната точка I. В т.І се построява допирателна към кривата. Определят се пресечните точки на допирателната с абсцисата /т.А/ и с установената стойност /т.С/. Построява се проекцията на т.С върху абсцисата /т.В/. Времеконстантата и закъснението се определят, както следва:

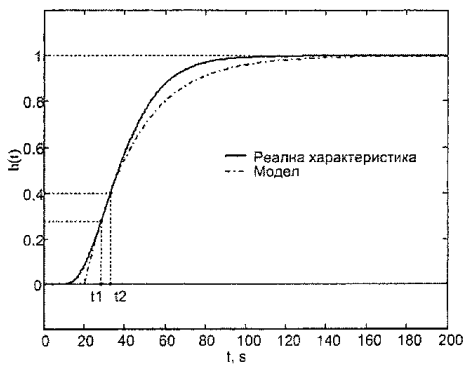
$$T = AB, \tau = OA$$

На фиг.6 преходната характеристика на този модел е означена като „Модел 1”. Времеконстантата T може да се определи и като се използва фактът, че за време равно на T изходът на апериодичното звено достига до 0,6321 от установената си стойност /т.Д/. След намиране на проекцията на т.Д /т.Е/ времеконстантата е $T = AE$. На фиг.6 преходната характеристика на този модел е означена като „Модел 2”.

Метод на Бройда

Този метод използва също първия модел, но за разлика от предишния, субективизмът при оценката на T и τ е избегнат. От снетата преходна характеристика се отчитат моментите t_1 и t_2 , в които изходната величина е съответно $y_1 = 0.28y_k$ и $y_2 = 0.4y_k$. Времеконстантата и закъснението се изчисляват по формулите:

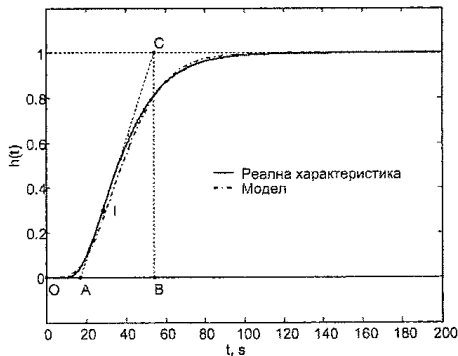
$$T = 5.5 (t_2 - t_1) \quad \tau = 2.8t_1 - 1.8t_2.$$



Фиг.7

Метод на Стрейц

Методът се отнася за третия модел – n последователно свързани апериодични звена с еднакви времеконстанти и звено с чисто закъснение. Тук, както и при метода на Циглер-Николс, се определят инфлексната точка I, т.А и т.В /фиг.8/.



Фиг.8

От преходната характеристика се определят дължините на отсечките ОА и АВ. Изчислява се отношението (ОА/АВ) и от Табл.1 се взема най-голямата стойност, която е по-малка или равна на изчислената.

Табл. 1										
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ОА/АВ	0	0.104	0.218	0.319	0.41	0.493	0.57	0.642	0.709	0.773
ОА/Т	0	0.282	0.805	1.425	2.1	2.811	3.549	4.307	5.081	5.869
АВ/Т	1	2.718	3.695	4.463	5.119	5.669	6.226	6.711	7.164	7.59

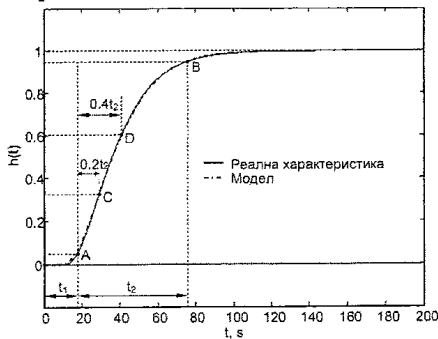
Според стойността на (ОА/АВ) от табл.1 се определят n, (ОА/Т) и (АВ/Т).

Изчисляват се $T_{OA} = \frac{OA}{\left(\frac{OA}{T}\right)_{\text{Табл}}}$ и $T_{AB} = \frac{AB}{\left(\frac{AB}{T}\right)_{\text{Табл}}}$. Времеконстантата T се определя като

$$T = \frac{T_{OA} + T_{AB}}{2}, \text{ а закъснението } \tau \text{ е } \tau = AB \left[\left(\frac{OA}{AB} \right)_{n,x} - \left(\frac{OA}{AB} \right)_{\text{мод}} \right].$$

Метод на Наслен

Този метод също се отнася за третия модел, но е избегнато определянето на инфлексната точка и допирателната към кривата. Използването на метода е показано на фиг.9.



Фиг.9

Определят се т.А и т.В, в които преходната характеристика достига стойности съответно 0.05 и 0.95. Определят се интервалите t_1 и t_2 , а след това - т.С и т.Д, както е показано на фиг.9. В т.С и т.Д се отчитат стойностите на преходната характеристика – съответно h_1 и h_2 . От табл.2 се определят $(h_1)_{\text{табл}}$ и $(h_2)_{\text{табл}}$, които са най-близко до отчетените от графиката h_1 и h_2 . От първата колона на таблицата се вземат N_1 – за $(h_1)_{\text{табл}}$ и N_2 – за $(h_2)_{\text{табл}}$. Определя се n като $n = \frac{N_1 + N_2}{2}$. Полученото n се закръглява нагоре към най-близкото цяло число.

От табл.2 за стойността на n се отчитат t_0 и T_N . Времеконстантата и закъснението на модела се изчисляват по формулите $T = \frac{T_N t_2}{10}$ и $\tau = t_1 - \frac{t_0 t_2}{10}$. Ако закъснението се получи с отрицателна стойност, то се взема $\tau = 0$.

Табл. 2

N	h_1	h_2	t_0	T_N
2	0.3481	0.6229	1.04	2.28
3	0.299	0.579	1.67	1.83
4	0.2734	0.5508	2.29	1.57
5	0.2569	0.5315	2.88	1.39
6	0.2457	0.5171	3.43	1.27
7	0.2373	0.5059	3.95	1.17
8	0.2309	0.4969	4.45	1.09
9	0.2257	0.4894	4.92	1.03
10	0.2213	0.4834	5.37	0.97
11	0.2185	0.478	5.8	0.93
12	0.2148	0.4731	6.22	0.89

III. Задачи за изпълнение

1. Зададен е статичен обект от висок ред ($3-7^{\text{ми}}$) с чисто закъснение. Да се снимат данни за преходната характеристика на обекта при импулсно и стъпаловидно входно въздействие.
2. Въз основа на данните от преходната характеристика да се извърши графоаналитична апроксимация на обекта по методите на 1) Циглер-Николс (модел 1 и 2), 2) Бройда, 3) Стрейц и 4) Наслен.
3. Да се направи сравнителен анализ във времевата област на моделите по методите 1-4, като се предложи критерий за оценка на точността на моделите и близостта им до преходната характеристика на обекта.
4. Да се направи сравнителен анализ в честотната област на моделите по методите 1-4, като се предложи критерий за оценка на точността на моделите и близостта им до преходната характеристика на обекта.

Лабораторно упражнение №2

Апроксимация на нелинейни елементи в системите за автоматично регулиране

I. Въведение

Регулиращите органи (РО) в повечето случаи са безинерционни звена в САР. РО могат да внесат в системата нелинейни ефекти, които се дължат на неточно позициониране, хистерезис на РО, нелинейно преобразуване на управляващия сигнал, променливост на характеристиките в зависимост от работните условия. Тези нелинейни ефекти трябва да бъдат намалени в най-голяма степен, но ако те са неизбежни, трябва да се отчитат при проектирането на САР.

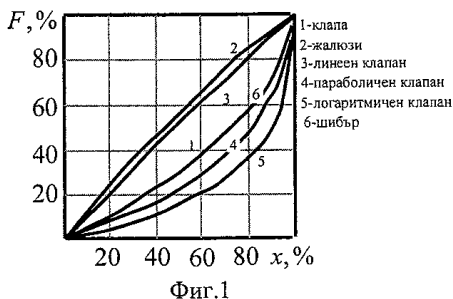
II. Теоретични основи

РО се монтират на тръбопроводите, по които протича течност или газ. Регулира се хидравличното съпротивление чрез промяна на свободното сечение на регулиращия орган. Основни параметри на регулиращите органи.

- Условен (максимален) отвор се нарича номиналният отвор, съответстващ на свободното сечение на регулиращия орган, когато той е напълно отворен.
- Условен (максимален) ход се нарича максималното разстояние на придвижване на подвижната част на регулиращия орган, в чиито граници количеството преминаващо вещество зависи от положението на регулиращия орган.
- Условен (максимален) ъгъл се нарича максималният ъгъл на завъртане, ако подвижната част на регулиращия орган извършва кръгово движение.
- Условен ход имат клапаните и шиберите, а условен ъгъл – клапите, вентилите и др.
- Под степен на отваряне x или положение на регулиращия орган се разбира отношението на хода (ъгъла) на отваряне в дадения момент към условния ход (ъгъл).
- Пропускателната способност K характеризира количеството - течност с плътност 1 kg/cm^3 , преминала през регулиращия орган при пад в налягането $lPa = l \text{ kN/m}^2$. Измерва се в m^3/h .
- Условна пропускателна способност K_u се нарича номиналната стойност на пропускателната способност при условен ход (ъгъл) на регулиращия орган. Измерва се в m^3/h .
- Пропускателната характеристика изразява зависимостта между пропускателната способност K и степента на отваряне x , т. е. $K=f(x)$.
- Конструктивната характеристика изразява зависимостта между относителното свободно сечение F и степента на отваряне x на регулиращия орган, т. е. $F=f(x)$.

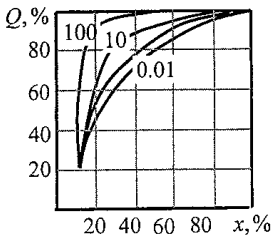
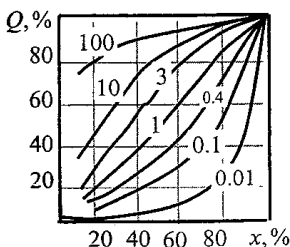
При работни условия видът на пропускателната характеристика зависи от изменението на хидравличното съпротивление на тръбопроводната мрежа и от режимите на движение на регулирания поток. Пропускателната характеристика в работни условия се нарича разходна характеристика и изразява зависимостта между относителния разход на средата Q и степента на отваряне x на регулиращия орган, т. е. $Q=f(x)$.

Дроселните устройства на регулиращите клапи се изработват с различна форма и имат предварително зададени конструктивни характеристики, подходящи за конкретните условия на работа на различните системи за регулиране. Обикновено дроселните устройства на серийно изработваните регулиращи клапани се профилират така, че конструктивните им характеристики да са линейни, логаритмични или параболични (фиг.1).



Регулиращите клапани се отнасят към непрофилируемите регулиращи органи и конструктивните им характеристики са близки до логаритмичните. Вентилите и правоъгълните шибъри също спадат към непрофилируемите регулиращи органи.

Докато конструктивните характеристики са постоянни за дадения вид регулиращи органи, то разходните характеристики зависят от съпротивлението на тръбопроводната линия ξ и затова могат да имат най-различна форма. На фиг.2 са показани разходните характеристики на някои регулиращи органи при различни стойности на тръбопроводната линия ξ .



Разходните характеристики се наричат още статични и изразяват зависимостта на изходната величина на регулиращия орган Q от положението му x .

По-важните изисквания към регулиращите органи са:

1. Да имат възможност да изменят в необходимия обхват количеството газ или течност за осигуряване на нормална работа на обекта при различни натоварвания.
2. Да не оказват отрицателно влияние върху статичните и динамичните свойства на САР. За тази цел регулиращите органи трябва да нямат хлабини и непълтности, значителни хистерезисни зони, големи закъснения и инертност.
3. Да могат удобно и надеждно да се комплектуват с изпълнителни механизми.
4. Да работят надеждно при производствени условия. Недопустими са утечки на регулираната среда и откази поради замърсяване на регулиращия орган.
5. Да се преместват със сравнително малки сили от страна на изпълнителния механизъм. Регулиращите органи са съставни елементи на затворения контур на САР, правилният избор на техните характеристики е също така важен за работоспособността на системите, както изборът на типа на регулатора и неговите настройки.

Правилно избраният и изчислен регулиращ орган не трябва да изкривява статичната характеристика на обекта. Той може дори да бъде средство за отстраняване на нелинейностите в статичните характеристики на обекта и по този начин - за подобряване качеството на регулиране.

Основното условие, от което трябва да се изхожда при избора на разходната характеристика на регулиращия орган, е осигуряването на постоянен коефициент на предаване за целия обхват на работа на обекта. Коефициентът на предаване на обекта се разглежда като произведение от коефициентите на предаване на обекта без регулиращия орган (наречен условен обект) $k_{услов}$ и на регулиращия орган k_{po} , т.е. $k_{об} = k_{услов}k_{po}$.

Коефициентът на предаване на обекта $k_{об}$ изразява отношението $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, където Δy е изменението на регулираната величина, а Δx е изменението на положението на регулиращия орган.

Коефициентът на предаване на условия обект $k_{услов}$ изразява отношението $\frac{\Delta y}{\Delta Q}$, където ΔQ е изменението на разхода на регулираната среда. Коефициентът на предаване на регулиращия орган изразява отношението $\frac{\Delta Q}{\Delta x}$. Ако с посочените отношения заместим съответните коефициенти в уравнението за $k_{об}$, лесно се убеждаваме в неговата достоверност.

За избора на разходната характеристика на регулиращия орган изхождаме от изискването за постоянство на коефициента на предаване на обекта, т.е. $k_{об} = k_{услов}k_{po} = const$, $k_{po} = \frac{const}{k_{услов}}$.

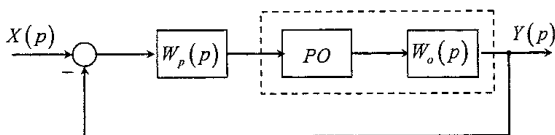
Ако условият обект има линейна характеристика, т.е. коефициентът на предаване $k_{услов}$ е постоянен за целия обхват на изменение на натоварването, то разходната характеристика на регулиращия орган (свързваща разхода на регулираната среда Q с положението на регулиращия орган x), трябва да бъде също линейна, т.е. с постоянен коефициент k_{po} за целия обхват на изменение на натоварването.

За да се удовлетвори уравнението за избора на разходната характеристика на регулиращия орган, разходната характеристика на регулиращия орган трябва да бъде огледален образ на разходната характеристика на условия обект.

При определянето на разходната характеристика на регулиращия орган от разходната характеристика на условия обект величините Q и X трябва да се измерват в относителни единици (в проценти от техните максимални стойности) или да се избират такива мащаби, че размерите на графиките да бъдат еднакви.

III. Задачи за изпълнение

Разглежда се САР, представена със структурна схема на фиг.3.



Фиг.3

Статичната характеристика на РО е $Q = f(x) = u^4$. Предавателната функция на обекта има вида $W_o(p) = \frac{1}{(p+1)^3}$. Регулаторът в САР е ПИ - $W_p(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$.

1. Допуска се, че нелинейният РО е апроксимиран с пропорционално звено с коефициент $k_{po} = 1$. Да се настроят параметрите на ПИ регулатора k_p и T_i , така че да се редуцира редът на обекта, а затворената система да е с критично-апериодичен характер.

2. Да се симулира преходният процес на САР при $x(t) = 0.3(t)$, $x(t) = 1.1(t)$ и $x(t) = 5.1(t)$.
3. Да се апроксимира нелинейният елемент с пропорционално звено $k_{po} = f(u)$.
Да се запише коефициентът на предаване $k_{об} = ?$
4. Да се запише предавателната функция на отворената система, като се вземе предвид предавателната функция на регулатора съгласно т.1.
5. Да се запише характеристичното уравнение на затворената система.
6. Да се построи ходографът на корените по отношение на u .
7. Да се коментира устойчивостта на САР при увеличаване на общия коефициент на усилване $k_{об}$, респективно на u .
8. Да се намери граничната стойност на u аналитично и да се провери графично.
9. Да се подберат две стойности на u , отговарящи на аperiodичен режим и на колебателен затихващ процес.
10. Да се симулира преходният процес в три работни точки на САР при $x(t) = 0.3(t)$ за аperiodичен процес, при $x(t) = 1.1(t)$ за колебателен процес и за $x(t) = 5.1(t)$ за граничната стойност на u . Да се линеаризира нелинейният елемент в съответните работни точки. Да се изследва промяната в работните условия в резултат на стъпаловидно смущение постъпващо на изхода на обекта.
11. Да се коментират резултатите от т.2 и т.10.
12. В Симулинк на матлаб да се моделира „огледален“ образ на разходната характеристика РО така, че да се постигне постоянство на коефициента на предаване на $k_{об}$ (да се линеаризира нелинейният елемент в целият диапазон на изменение посредством обратна функция).

Лабораторно упражнение №3

Системи за автоматизация на технологични процеси с позиционни регулатори. Двупозиционно регулиране

I. Въведение

Характерна особеност на позиционните регулатори е, че при преминаване на входната величина през определена стойност, наречена праг на сработване, изходната величина се изменя скокообразно, а между скоковете има постоянна, установена стойност, в частност равна на нула.

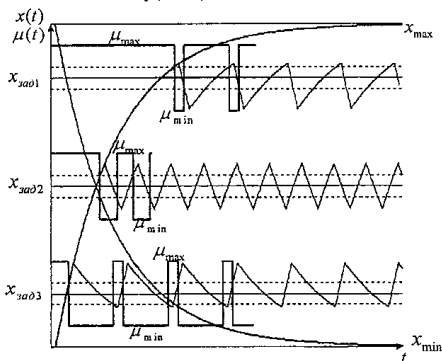
Според принципа си на действие системите с позиционно регулиране спадат към нелинейните САР, в които умишлено е въведена нелинейност. Съществена особеност при тях е, че формата на изходната величина на позиционния регулатор не зависи съществено от формата на неговата входна величина. Това позволява използването на сравнително прости математически инструменти за описание. Също така тази особеност дава възможност за развитие на методи за изследване на този тип автоматични системи, аналогични в някакъв смисъл на тези за изследване на линейните системи. Тази аналогия не само опростява изследването на позиционните системи за регулиране, но и запазва вече познатите понятия, представяния и терминология на линейната теория за автоматично управление

II. Теоретични основи

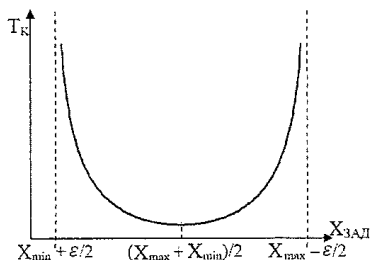
Двупозиционните САР са типични нелинейни системи и не може да се даде рационално аналитично описание на реакциите на затворената система при промени във входа или товара.

На фиг.1 е показано изменението на регулируемата величина и управляващото въздействие при различни стойности на заданието $x_{зад}$. Вижда се, че колебанията са симетрични спрямо заданието само когато $x_{зад}$ е на средата на диапазона ($x_{min} + x_{max}$).

При приближаване на заданието до x_{max} времето, през което изходната величина е μ_{max} , се увеличава и в околността на x_{max} то клони към безкрайност, следователно и периодът на колебанията $T_K \rightarrow \infty$. Аналогично при приближаване на заданието до x_{min} $T_K \rightarrow \infty$. Зависимостта $T_K = f(x_{зад})$ е от вида, показан на фиг.2



Фиг.1



Фиг.2

Периодът T_K има най-малка стойност при $x_{зад} = (x_{min} + x_{max})/2$. Този факт е твърде важен, защото минималната стойност на T_K определя максималната честота, с която ще работи комутирацият елемент $f_k = 1/T_k$.

Като се има предвид, че контактните комутиращи силови елементи имат известен лимит на превключванията, тази честота влияе на износването, т.е. на живота му.

От направените разглеждания следва, че двупозиционното регулиране се характеризира с автоколебания, от чиято амплитуда зависи точността на работа на автоматичната система. Намаляването на амплитудата на автоколебанията с цел да се подобри качеството на регулиране може да стане чрез:

- намаляване на хистерезисната зона;
- прилагане в регулатора на отрицателна хистерезисна зона;
- преминаване към трипозиционно регулиране;
- използване на допълнително въздействие по първата и втората производна;
- използване на експоненциални обратни връзки.

Ще бъдат разгледани по-подробно последните два метода.

II.1 Двупозиционни регулатори

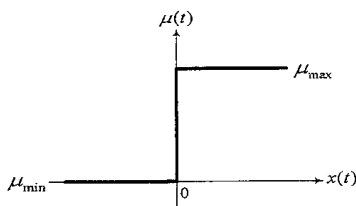
Двупозиционен регулатор се нарича този, чиято изходна величина може да приема само една от две възможни стойности - максимална μ_{max} и минимална μ_{min} . От друга страна минимална стойност μ_{min} може да е симетрична спрямо нулата на максимална μ_{max} ($\mu_{min} = -\mu_{max}$), да е равна на нула ($\mu_{min} = 0$) или да приема някаква междинна стойност. Нека разгледаме статичните и преходните характеристики на регулаторите за случая $\mu_{min} = 0$:

II.1.1. Двупозиционен регулатор без зона на нечувствителност и без зона на хистерезис

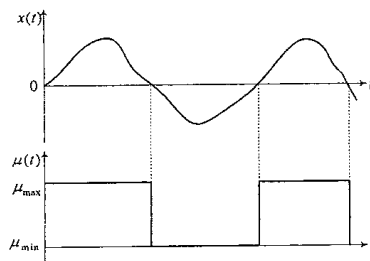
Статичната характеристика на този тип регулатори е показана на фиг.3. Законът на действие на двупозиционния регулатор може да се опише със следната зависимост:

$$\mu = \begin{cases} \mu_{max}, & x > 0 \\ \mu_{min}, & x < 0 \end{cases}$$

На фиг.4 е показано изменението на входната и изходната величина във времето в съответствие със закона за регулиране.



Фиг.3



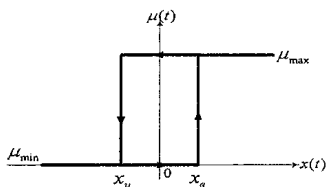
Фиг.4

II.1.2. Двупозиционен регулатор без зона на нечувствителност и с прав хистерезис

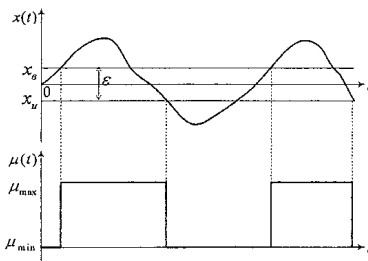
Статичната характеристика на този тип регулатори е показана на фиг.5. Законът на действие на двупозиционния регулатор може да се опише със следната зависимост:

$$\mu = \begin{cases} \mu_{max} & \begin{cases} x > x_B \\ x_B \geq x > x_H \end{cases} \\ \mu_{min} & \begin{cases} x < x_H \\ x_H \leq x < x_B \end{cases} \end{cases}$$

На фиг.6 е показано изменението на входната и изходната величина във времето в съответствие със закона за регулиране.



Фиг.5



Фиг.6

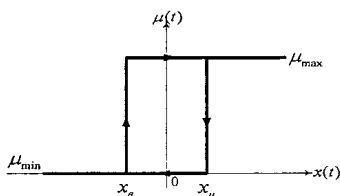
II.1.3. Двупозиционен регулатор без зона на нечувствителност и с обратен хистерезис

Статичната характеристика на този тип регулатори е показана на фиг.7.

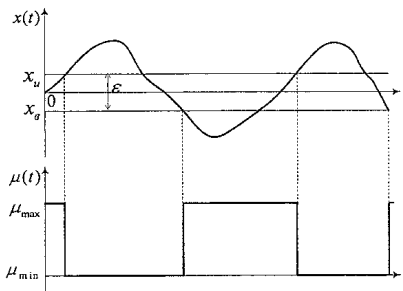
Законът на действие на двупозиционния регулатор може да се опише със следната зависимост:

$$\mu = \begin{cases} \mu_{max} & \begin{cases} x > x_H \\ x_H \geq x > x_B \end{cases} \\ \mu_{min} & \begin{cases} x < x_B \\ x_B \leq x < x_H \end{cases} \end{cases}$$

На фиг.8 е показано изменението на входната и изходната величина във времето в съответствие със закона за регулиране.



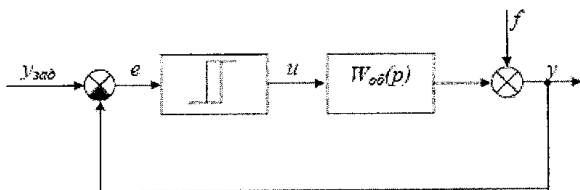
Фиг.7



Фиг.8

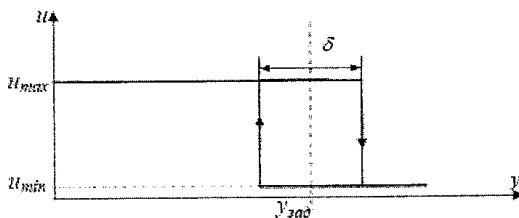
Характеристики на системите с двупозиционно регулиране

Разглеждаме система с двупозиционно регулиране, чиято структурна схема е показана на фиг.9. Системата се състои от двупозиционен регулатор и обект, обхванати от отрицателна обратна връзка, а означенията на величините са следните: $y_{зад}$ – задание, y – регулируема величина, e – грешка ($e = y_{зад} - y$), u – управляващо въздействие, f – смущение на изхода на обекта.



Фиг.9

Двупозиционни регулатори се наричат тези, чието управляващо въздействие може да приема **само** на една от две възможни стойности: включено и изключено. Вследствие на това регулиращият орган се установява в една от две фиксирани позиции, например напълно отворен или напълно затворен. Статичната характеристика на двупозиционен регулатор спрямо регулируемата величина е показана на фиг.10. Параметрите на регулатора са: заданието $y_{зад}$, минималното и максималното управляващо въздействие u_{min} и u_{max} и зоната на хистерезис δ .



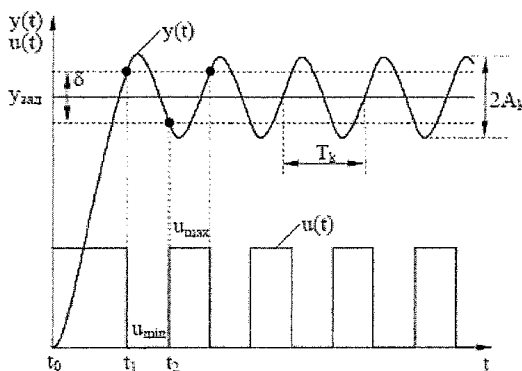
Фиг.10

Законът на действие на двупозиционния регулатор може да се опише със следната **зависимост**:

$$u = \begin{cases} u_{\max} & \begin{cases} a) y < y_{\text{зад}} - \delta/2 \\ y_{\text{зад}} - \delta/2 < y < y_{\text{зад}} + \delta/2 \text{ и предишно състояние } a) \end{cases} \\ u_{\min} & \begin{cases} б) y > y_{\text{зад}} + \delta/2 \\ y_{\text{зад}} - \delta/2 < y < y_{\text{зад}} + \delta/2 \text{ и предишно състояние } б) \end{cases} \end{cases}$$

От зависимостта се вижда нелинейният характер на двупозиционния закон на регулиране. Когато регулируемата величина се намира в зоната на хистерезис, управляващото въздействие не е еднозначно определено. Затова и често зоната на хистерезис се нарича зона на нееднозначност. В работен режим в системите с двупозиционно регулиране се наблюдават процеси, които имат автоколебателен характер. Един типичен случай в такава система е показан на фиг.11.

В интервала $t_0 \div t_1$ регулируемата величина y е по-малка от $y_{зад} - \delta/2$ и според закона на регулиране управляващото въздействие приема стойност $u = u_{\max}$. В момента t_1 регулируемата величина y става равна на $y_{зад} - \delta/2$ и управляващото въздействие приема стойност $u = u_{\min}$. Това продължава до момента t_2 , когато има ново превключване на изхода на регулатора.



Фиг.11

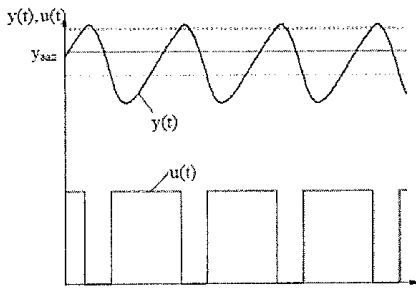
От фигурата се вижда също, че след превключване на управляващото въздействие регулируемата величина продължава да се променя в същата посока за известно време и излиза от зоната на хистерезис. Това се дължи на инерционността както на обекта, така и на регулиращия орган. Обикновено динамиката на реалните обекти се описва с диференциални уравнения от висок ред. За да се понижи редът на уравненията, обектът често се апроксимира с апериодично звено от първи ред и звено с чисто закъснение. Ако времеконстантата на апериодичното звено е T , а закъснението е τ , то инерционността на обекта се определя от отношението τ/T . Показателите, които характеризират автоколебателния процес, са периодът на колебанията T_k и амплитудата A_k . Периодът T_k определя честотата на превключване на изхода на регулатора, която влияе на износването на превключващия елемент. Амплитудата A_k определя точността, т.е. качеството на регулиране. Параметърът, чрез който може да се влияе на амплитудата A_k , е зоната на хистерезис δ . Логично е да съществува стремеж за повишаване на качеството на регулиране чрез поддържане на минимална зона на хистерезис. Но трябва да се има предвид, че прекомерното намаляване на δ води до ниска шумоустойчивост на системата. И най-малките шумове биха предизвикали случайни превключвания. Освен това ще се увеличи честотата на превключване, което ще намали живота на превключващия елемент на регулатора. Ограничение върху качеството на регулиране има и инерционността на обекта.

При голяма инерционност, дори и при $\delta = 0$, отклоненията от зоната на хистерезис могат да бъдат значителни. Така приложението на двупозиционното регулиране се ограничава до обекти, при които технологичните изисквания за точност не са особено високи и се позволява отклонение от зададената стойност в известни граници.

Двупозиционният закон има и други приложения, като например при регулаторите с автоматична настройка, където изкуствено се предизвикват автоколебания в системата, за да се определят параметрите на регулатора.

Някои производители на регулатори съчетават двупозиционен алгоритъм с друг, например ПИД, като извън зоната на хистерезис регулаторът работи като двупозиционен, а вътре в нея – като ПИД.

Това се прави при обекти с голяма инерционност, за да се гарантира устойчивостта на системата и за да се повиши точността на регулиране. Важен въпрос е и работата на двупозиционния регулатор при наличие на смущение. Промяната в работния режим на системата е илюстрирана на фиг.12.



Фиг.12

Нека смущението по товар f от фиг.9 да е различно от 0. В практиката това е често срещан случай. Например при системите за контрол на температурата на топлата вода за битови нужди смущението f е консумацията на топла вода, която често се променя. Тъй като консумацията води до намаляване на температурата на водата, то тя може да се отрази като $f < 0$.

От фигурата ясно се вижда увеличаването на времето, през което регулаторът е във включено състояние, т.е. имаме нарастване на разхода на енергия. При управляващо въздействие $u = u_{max}$ максималната стойност на изхода на обекта ще бъде

$$y_{max} = k_{об} \cdot u_{max} - f,$$

където $k_{об}$ е предавателният коефициент на обекта.

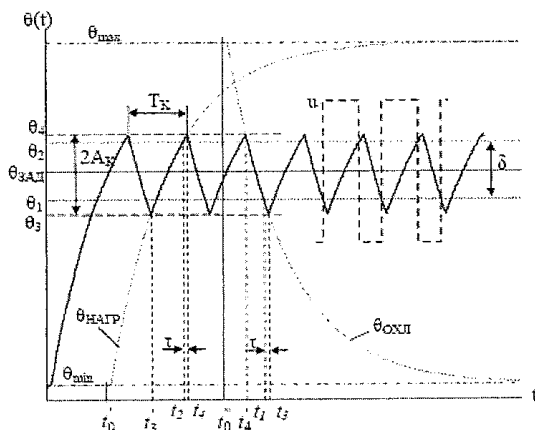
Тогава, ако смущението е толкова силно, че $y_{max} \leq y_{зад} + \delta/2$, то регулаторът никога няма да превключи и управляващото въздействие ще бъде постоянно $u = u_{max}$, т.е. регулаторът е в режим на насищане, няма да има регулиране, няма да се достигне и зададената стойност. Това очевидно е нежелан ефект и затова при проектирането на системата трябва внимателно да бъде проучен обектът и да се определят възможните смущения и техните граници на изменение.

Максималната и минималната стойност на управляващото въздействие трябва така да бъдат определени, че да не се стига до насищане на регулатора.

II.2. Аналитично определяне на периода и амплитудата на колебанията

Стойностите на периода и амплитудата на колебанията могат да бъдат определени и по аналитичен път, ако се направят някои приближения. Разбира се, тогава изчислените по този начин стойности ще се различават в някаква степен от действителните. Предполагаме, че нагряването и охлаждането в пещта протичат с еднаква скорост. Нека обектът да е електрическа пещ и да се апроксимира с модел с предавателна функция:

$$W_{об}(p) = \frac{k}{Tp + 1} e^{-\tau p}.$$



Фиг.13

Периодът на колебанията T_K е равен на сумата от времената, за които температурата изминава разстоянието от θ_3 до θ_4 при нагряване и от θ_4 до θ_3 при охлаждане. Разглеждаме процеса на нагряване, започващ в момента t_0 (нека условно $t_0=0$).

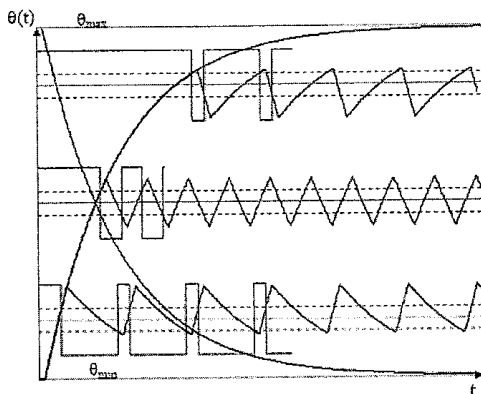
Тогава периодът на колебанията T_K е $T_K = T_H + T_O$.

$$T_k = T \ln \frac{(\theta_{\max} - \theta_{\min}) - (\theta_1 - \theta_{\min}) e^{-\frac{\tau}{T}}}{\theta_{\max} - \theta_2} + T \ln \frac{(\theta_{\max} - \theta_{\min}) - (\theta_{\max} - \theta_2) e^{-\frac{\tau}{T}}}{\theta_1 - \theta_{\min}} + 2\tau.$$

Ако се вземе предвид, че $\theta_1 = \theta_{\text{зад}} - \frac{\delta}{2}$ и $\theta_2 = \theta_{\text{зад}} + \frac{\delta}{2}$, то

$$T_k = T \ln \frac{(\theta_{\max} - \theta_{\min}) - \left(\theta_{\text{зад}} - \frac{\delta}{2} - \theta_{\min} \right) e^{-\frac{\tau}{T}}}{\theta_{\max} - \theta_{\text{зад}} - \frac{\delta}{2}} + T \ln \frac{(\theta_{\max} - \theta_{\min}) - \left(\theta_{\max} - \theta_{\text{зад}} - \frac{\delta}{2} \right) e^{-\frac{\tau}{T}}}{\theta_{\text{зад}} - \frac{\delta}{2} - \theta_{\min}} + 2\tau.$$

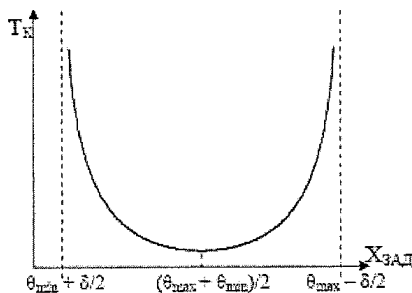
На фиг.14 са показани процесите в пещта при различни стойности на $\theta_{\text{зад}}$ и постоянна зона на нееднозначност. Вижда се, че колебанията са симетрични спрямо заданието само когато $\theta_{\text{зад}}$ е на средата на диапазона ($\theta_{\min} + \theta_{\max}$).



Фиг. 14

При приближаване на заданието до θ_{\max} времето за нагряване се увеличава и в околността на θ_{\max} то клони към безкрайност, следователно и $T_K \rightarrow \infty$. Аналогично при приближаване на

заданието до $\theta_{\min} T_K \rightarrow \infty$. Периодът T_K има най-малка стойност при $\theta_{3\text{АД}} = (\theta_{\max} + \theta_{\min})/2$. Зависимостта $T_K = f(\theta_{3\text{АД}})$ е от вида, показан на фиг.15.



Фиг.15

За амплитудата A_K на автоколебанията се получава:

$$2A_K = \theta_4 - \theta_3 = \left(\theta_{\max} - (\theta_{\max} - \theta_2) e^{-\frac{\tau}{T}} \right) - \left(\theta_{\min} + (\theta_1 - \theta_{\min}) e^{-\frac{\tau}{T}} \right)$$

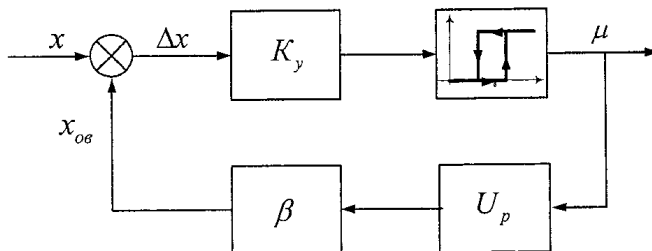
$$A_K = \frac{(\theta_{\max} - \theta_{\min})}{2} \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T}} \right) + \frac{\delta}{2} e^{-\frac{\tau}{T}}$$

От получената зависимост се вижда, че дори и при нулева зона на хистерезис A_K няма да бъде нула. Следователно при големи стойности на относителното закъснение τ/T точността на двупозиционната система ще бъде много ниска. Затова и в практиката при $\tau/T > 0.2$ не се препоръчва използването на системи с двупозиционни регулатори.

III. Влияние на линейните корекции в позиционните САР

III.1. Влияние на обратната връзка върху параметрите на регулатора

Чрез обхващане на позиционния регулатор с твърда обратна връзка може да се променя стойността на прага на изключване, без да се оказва влияние на стойността на прага на включване на позиционния регулатор. Структурната схема на позиционната система при този тип линейна корекция е показана на фиг. 16.



Фиг. 16

С U_p е означена максималната стойност на изходната величина при включването на релейния елемент, с β - предавателният коефициент във веригата на обратната връзка, а с K_y - коефициентът на усилване на позиционния регулатор.

При отрицателна обратна връзка зоната на нечувствителност δ се увеличава с произведението $\beta \cdot U_p$:

$$\delta = \delta_0 + \beta \cdot U_p,$$

а зоната на хистерезис ε се намалява със същата стойност:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \beta \cdot U_p$$

Това е така, тъй като до момента на включване на релейния елемент (x нараства, но $x < x_b$) сигналът от обратната връзка $x_{об}=0$, а следователно и напрежението на включване x_b ще се определя от $\Delta x = x$ и няма да се измени. След включване на релейния елемент към входа на позиционния регулатор се подава сигналът Δx равен на разликата между x и $x_{об}$ ($\Delta x = x - x_{об}$). Прагът на изключване $x_u = \Delta x$ ще се достигне при друга стойност:

$$x = x_u + x_{об} = x_u + \beta \cdot U_p$$

по-голяма с $\beta \cdot U_p$ от сигнала, в случай че отсъства обратната връзка. Ако

$|\beta \cdot U_p| > |\varepsilon_0|$, то ε става отрицателна, т.е. получава се обратен хистерезис.

След аналогични разсъждения се установява, че при въвеждане на положителна обратна връзка стойността на прага на изключване x_u намалява. В този случай зоната на нечувствителност намалява с произведението $\beta \cdot U_p$:

$$\delta = \delta_0 - \beta \cdot U_p,$$

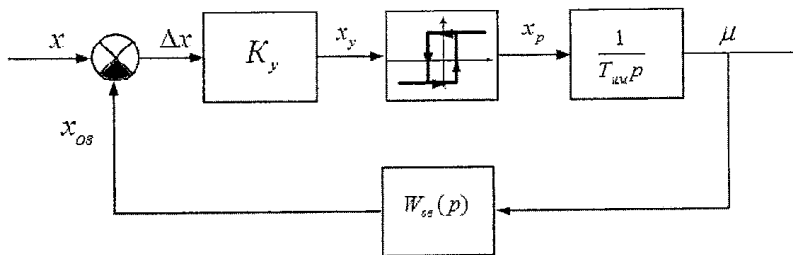
а зоната на хистерезис ε се увеличава със същата стойност:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \beta \cdot U_p$$

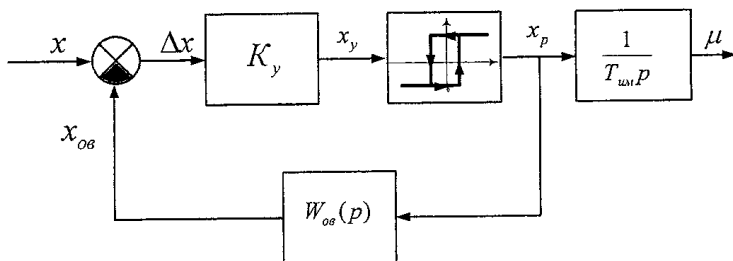
III.2. Реализация на типови закони за регулиране чрез въвеждане на обратна връзка

Подобряване на качеството на регулиране може да се осъществи чрез видоизменение на позиционния закон в друг типов закон за регулиране. Това може да се реализира чрез въвеждане на различни линейни съставки в предавателната функция на обратната връзка.

Нека към изхода на позиционен регулатор е включен електрически изпълнителен механизъм. За формиране на различните закони за регулиране позиционният регулатор заедно с изпълнителния механизъм или без него се обхваща с отрицателна обратна връзка. Двете основни структурни схеми са показани на фиг.17 и фиг.18,



Фиг. 17



Фиг. 18

където k_y е предавателният коефициент на релейния елемент, а $T_{изп}$ – времеконстанта на изпълнителния механизъм.

За опростяване на разглежданията се допуска, че статичната характеристика на релейния елемент е без зона на нечувствителност и хистерезис. При идеален релейен елемент изходът на позиционния регулатор ще зависи само от знака на входната величина. В този случай позиционният регулатор може да се разглежда като пропорционален с предавателен коефициент K_y .

III.2.1. САР на базата на последователно свързани двупозиционен регулатор и изпълнителен механизъм, обхванати с отрицателна обратна връзка

При направените по-горе допускания предавателната функция на цялата система от фиг. 17 ще бъде:

$$W(p) = \frac{\mu(p)}{x(p)} = \frac{k_y \cdot \frac{1}{T_{изп} p}}{1 + k_y \cdot \frac{1}{T_{изп} p} \cdot W_{0s}(p)}$$

В случай, че $k_y \rightarrow \infty$, законът за регулиране няма да се влияе от параметрите на регулатора и ще зависи единствено от параметрите на обратната връзка.

$$\lim_{k_y \rightarrow \infty} W(p) = \lim_{k_y \rightarrow \infty} \frac{k_y \cdot \frac{1}{T_{изп} p}}{k_y \cdot \left(\frac{1}{T_{изп} p} \cdot W_{0s}(p) + \frac{1}{k_y} \right)} \approx \frac{1}{W_{0s}(p)}$$

т.е. като:

$$\lim_{k_y \rightarrow \infty} \frac{1}{k_y} = 0$$

Следователно динамичните свойства на регулатора ще се определят основно от параметрите на обратната връзка и практически няма да зависят при много голям коефициент на усилване k_y от елементите в правия тракт на системата (в това число и от параметрите на изпълнителния механизъм). Чрез подходящо изменение на предавателната функция на обратната връзка $W_{os}(p)$ могат да се реализират желаните типови закони за регулиране.

III.2.1.1. Реализиране на пропорционално-диференциален закон за регулиране

ПД закон за регулиране се реализира чрез обхващането с инерционна обратна връзка:

$$W_{os}(p) = \frac{1}{1 + T_{os} \cdot p} \cdot \beta$$

Предавателната функция на ПД регулатора ще бъде:

$$W_{ПДp}(p) = \frac{1}{W_{os}(p)} = \frac{1}{\beta} (1 + T_{os} \cdot p) = K_p (1 + T_{os} \cdot p),$$

а параметрите за настройка са съответно коефициент на пропорционалност $K_p = \frac{1}{\beta}$ и

времеконстанта на диференциране $T_d = T_{os}$.

III.2.1.2. САР на базата на двупозиционен регулатор обхванат с отрицателна обратна връзка и последователно свързан изпълнителен механизъм

В практиката тези регулатори са известни като регулатори без обратна връзка по положение на изпълнителния механизъм или стъпкови регулатори. Структурната схема е показана на фиг. 18.

Предавателната функция на цялата система ще бъде:

$$W(p) = \frac{\mu(p)}{x(p)} = \frac{k_y \cdot 1}{1 + k_y \cdot W_{os}(p)} \cdot \frac{1}{T_{um} p}$$

При безкрайно големи стойности на коефициента на усилване K_y се получава:

$$\lim_{k_y \rightarrow \infty} W(p) = \lim_{k_y \rightarrow \infty} \frac{k_y}{k_y \cdot \left(W_{os}(p) + \frac{1}{k_y} \right)} \cdot \frac{1}{T_{um} p} \approx \frac{1}{W_{os}(p)} \cdot \frac{1}{T_{um} p}.$$

Следователно динамичните свойства на регулатора ще се определят от параметрите и свойствата на обратната връзка и изпълнителния механизъм.

IV. Задачи за изпълнение

IV.1. САР с двупозиционен регулатор и интегриращо звено

Системата се състои от идеален двупозиционен регулатор и обект - интегриращо звено, обхванати от отрицателна обратна връзка, а означенията на величините са следните: $x_{зад}$ – задание, x – регулируема величина, Δx – входна величина на регулатора ($\Delta x = x_{зад} - x$),

μ – изходна величина на регулатора и управляващо въздействие за обекта, f – смущение на изхода на обекта ($f=0$), $T_{об}$ – времеконстанта на обекта. За параметрите на двупозици-

онния регулатор избираме изходни величини – максимална μ_{max} и минимална μ_{min} , където $\mu_{min} = -\mu_{max}$; наличие на прав хистерезис ε с праговете на включване и изключване съответно $x_g = x_{зад} - \varepsilon/2$ и $x_u = x_{зад} + \varepsilon/2$; липса на зона на нечувствителност, т.е. $\delta=0$.

1. Да се изследва динамиката на САР с двупозиционен регулатор и обект без саморегулиране от първи ред без закъснение.
2. Да се изследва динамиката на САР с двупозиционен регулатор и обект без саморегулиране от първи ред със закъснение.

IV.2

1. В Матлаб / Симулинк да се моделира система с двупозиционен регулатор (по задание от ръководителя).
2. Снемат се преходните процеси на отворената система при нагряване и охлаждане и се определят θ_{min} и θ_{max} . За целта се прекъсва обратната връзка от обекта към регулатора или регулаторът се включва в ръчен режим.
3. Получаване на параметрите на модела на обекта чрез апроксимация на преходния процес с модел от първи ред със закъснение.
4. Снемат се преходните процеси при $\delta = const$ и при различни стойности на $\theta_{зад}$, симетрично разположени спрямо $(\theta_{max} + \theta_{min})/2$.
5. Снемат се преходните процеси при $\theta_{зад} = (\theta_{max} + \theta_{min})/2$ и при различни стойности на δ .
6. Снемат се преходните процеси при наличието на смущение по товар.
7. Определят се амплитудата и периодът на колебанията за всички преходни процеси от графиките на преходните процеси, както и по аналитичен път.
8. Получените резултати се нанасят в таблица и се построяват зависимостите $(T_K = f(\theta_{зад})$ и $A_K = f(\delta)$.
9. Анализират се характерът на зависимостите, разликите между експерименталните и теоретичните стойности и възможните причини за тях.

Лабораторно упражнение №4

САР с трипозиционни регулатори. Регулатор с постоянна скорост

I. Въведение

Позиционните регулатори намират широко приложение в системите за автоматично регулиране. Предимствата на този тип системи в сравнение с тези, работещи по други алгоритми, са проста конструкция, ниска цена, надеждна работа, простота на настройката и обслужването.

В зависимост от броя на установените стойности на изходната величина регулаторите биват двупозиционни, трипозиционни и многопозиционни, при съответно две, три и повече стойности.

II. Теоретични основи

II.1 Трипозиционен регулатор

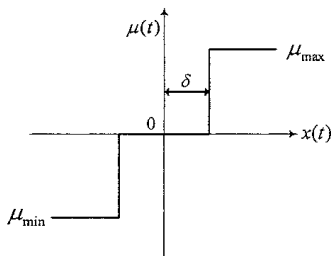
Трипозиционен регулатор без зона на хистерезис.

Статичната характеристика на този тип регулатори е показана на фиг.1.

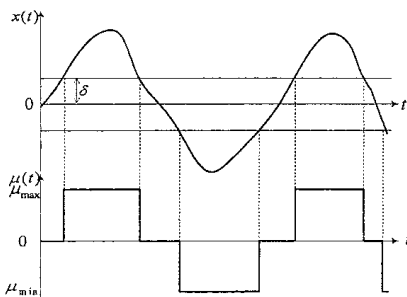
Законът на действие на трипозиционния регулатор може да се опише със следната зависимост:

$$\mu = \begin{cases} \mu_{\max}, & x \geq \delta \\ 0, & -\delta < x < \delta \\ \mu_{\min}, & x \leq -\delta \end{cases}$$

На фиг.2 е показано изменението на входната и изходната величина във времето в съответствие със закона за регулиране.



Фиг.1



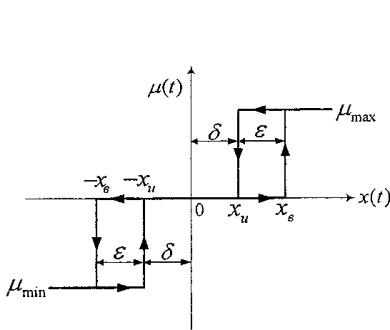
Фиг.2

Трипозиционен регулатор със зона на прав хистерезис

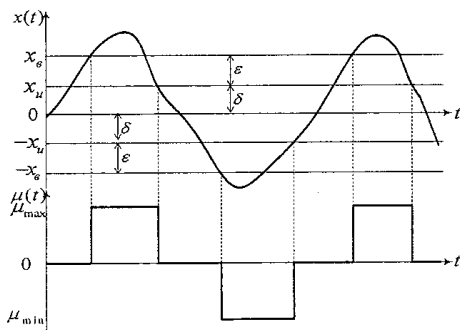
Статичната характеристика на този тип регулатори е показана на фиг.3. Законът на действие на трипозиционния регулатор може да се опише със следната зависимост:

$$\mu = \begin{cases} \mu_{\max} & \begin{cases} x > x_B \\ x_B \geq x > x_H \end{cases} \\ 0, & -\delta < x < \delta \\ \mu_{\min} & \begin{cases} x < -x_B \\ -x_B \leq x < -x_H \end{cases} \end{cases}$$

На фиг.4 е показано изменението на входната и изходната величина във времето в съответствие със закона за регулиране.



Фиг.3



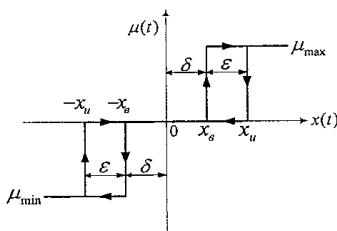
Фиг.4

Трипозиционен регулатор със зона на нечувствителност и с обратен хистерезис

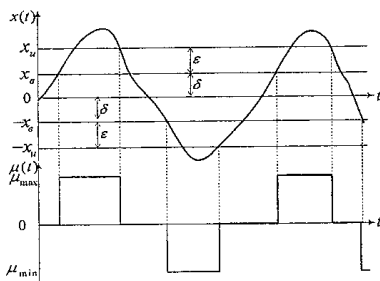
Статичната характеристика на този тип регулатори е показана на фиг.5. Законът на действие на трипозиционния регулатор може да се опише със следната зависимост:

$$\mu = \begin{cases} \mu_{\max} & \begin{cases} x \geq x_u \\ x_{\delta} < x < x_u \end{cases} \\ 0, & -\delta < x < \delta \\ \mu_{\min} & \begin{cases} x \leq -x_u \\ -x_{\delta} > x > -x_u \end{cases} \end{cases}$$

На фиг.6 е показано изменението на входната и изходната величина във времето в съответствие със закона за регулиране.



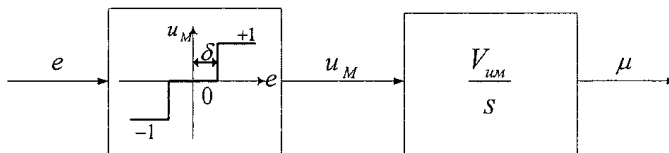
Фиг.5



Фиг.6

II.3 Регулатор с постоянна скорост

Едно от най-често срещаните приложения на трипозиционните релейни елементи е в регулаторите с постоянна скорост. Регулаторът с постоянна скорост (РПСк) осъществява преместване на регулирания орган (РО) с постоянна скорост $V_{им}$, която не зависи от стойността на грешката в системата. Функционално РПСк се състои от трипозиционен регулатор и изпълнителен механизъм - най-често двуфазен асинхронен двигател, куплиран с редуктор. По този начин се осигурява отваряне или затваряне на РО с подходяща скорост. Скоростта на преместване на изпълнителния механизъм остава постоянна независимо от стойността на отклонението на регулируемата величина от зададената стойност, т.е. от грешката. Регулатор с постоянна скорост може да се синтезира от две последователно включени звена: позиционно и интегриращо. Структурата на РПСк може да се представи чрез схемата на фиг.7.



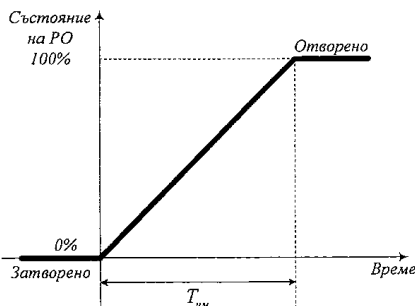
Фиг.7

Действието на РПСк се описва чрез следните зависимости:

$$\frac{d\mu}{dt} = 0, \text{ когато } |e| < \delta \quad \frac{d\mu}{dt} = V_{им} \cdot \text{sign}(e), \text{ когато } |e| \geq \delta$$

където: μ е управляващото въздействие на РО, u_M е изходната величина на позиционния регулатор, e е грешката на системата и входна величина за позиционния регулатор, 2δ е зоната на нечувствителност на позиционния регулатор, $V_{им}$ е скоростта на изпълнителния механизъм, приведена към регулиращия орган.

Като параметър на изпълнителния механизъм по-често се използва времето $T_{им}$ за 100% ход на ИМ (време за пълно отваряне на РО), както е показано на фиг.8.



Фиг.8

Както се вижда от уравнения, регулаторът е нелинейно звено. Скоростта на преместване се приема за положителна, когато регулиращата величина се увеличава, и обратно. В изпълнителен механизъм с постоянна скорост величината на изхода на идеално релейно звено е постоянна по модул, т.е. има само променлив знак, или е равна на нула. Скоростта на изпълнителния механизъм е също постоянна по модул или нула. Знакът на скоростта се изменя заедно със знака на входната величина.

При тези условия свойствата на изпълнителния механизъм с постоянна скорост са аналогични на свойствата на интегриращото звено. Във всички случаи се предполага, че инерционността на механизма е нищожна в сравнение с инерционността на технологичния обект. В реалните регулатори съществуват както зона на нечувствителност, така и хистерезис, които се определят от характеристиката на позиционния регулатор и от изпълнителния механизъм.

II.3.1 Настройка на РПСк

Параметрите за настройка на РПСк са зоната на нечувствителност δ и скоростта на изпълнителния механизъм $V_{им} = 1/T_{им}$. Изборът на тези параметри трябва да бъде съобразен със следните съображения: За апериодичен преходен процес трябва да е изпълне-

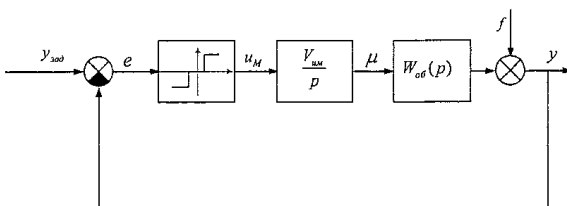
но неравенството $V_{им}k_{об}T + V_{им}k_{об}\tau < 2\delta$; Зоната на нечувствителност δ се избира по формулата $\delta = \Delta y / 4$, където Δy е максимално допустимото отклонение на регулируемата величина от зададената стойност в установен режим; Скоростта на изпълнителния механизъм $V_{им}$ обикновено може да заема само определени фиксирани стойности, които се задават чрез подбор на зъбните колела на редуктора; Тъй като неравенството $V_{им}k_{об}T + V_{им}k_{об}\tau < 2\delta$ не отчита наличието на хистерезисна зона в характеристиката на релето, а също и пътя на спиране на двигателя (механичната инерция), то същото не може да се използва за по-прецизни изчисления. Ако се налага такова изследване, може да се имат предвид свойствата на релейните следящи системи.

III. Задачи за изпълнение

III.1 САР с апериодично звено

На фиг.9 е показана структурна схема на САР с регулатор с постоянна скорост. Нека приемем, че обектът е еквивалентен на апериодично звено с предавателна функция

$$W_{об}(p) = \frac{k_{об}}{T_{об}p + 1}.$$



Фиг. 9

Интересно е да се анализира какъв ще бъде характерът на изходния сигнал на обекта. Известно е, че когато на входа на апериодично звено се подаде стъпално входно въздействие, то неговият изход се изменя по експонента.

В този случай обаче, на входа на обекта постъпва линейно изменящ се сигнал $\mu = V_{им} \cdot t$.

Аналитично изходният сигнал може да се определи със следния израз:

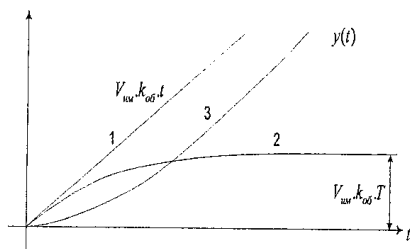
$$y(t) = V_{им}k_{об}t - V_{им}k_{об}T \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$

На фиг.10 графично са илюстрирани тези съотношения.

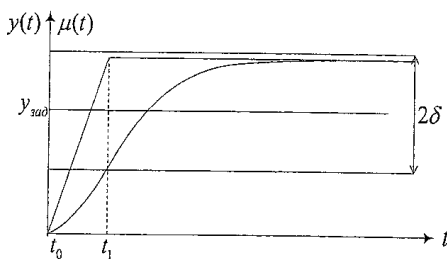
Изходът на апериодичното звено (крива 3) може да се получи чрез изваждане на крива 2 от крива 1. Крива 2 съответства на израза $V_{им}k_{об}T \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$.

За да бъде апериодичен преходният процес, е необходимо $y(t)$ да изостава от $V_{им}k_{об}t$ с малко отклонение, така че да се получи случайт, показан на фиг.11.

Тук моментът на изключване на релето съответства на стойност на $\mu \cdot k_{об}$, при която понататъшното изменение на y ще стане само в зоната на нечувствителност и няма да има превключване.



Фиг.10



Фиг.11

Тъй като максималното отклонение от правата линия $V_{ин} k_{об} t$ зависи от израза $V_{ин} k_{об} T \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$, следва, че неговата максимална стойност е $V_{ин} k_{об} T$. Тогава условието за аperiодичен преходен процес ще бъде $V_{ин} k_{об} T < 2\delta$.

Ако това неравенство не е изпълнено, в системата може да се появят нежелани и трудно затихващи колебания.

Лесно се прави извода, че за разглеждания случай независимо от избраната скорост $V_{ин}$ системата винаги ще е устойчива.

В реалните системи се получава неустойчивост при увеличение на $V_{ин}$.

Това се обяснява с влиянието на допълнителни (паразитни) звена, луфтове в механичната предавка и др., които не са отчетени на структурната схема на фиг.9.

1. Да се изследва работата на САР по задание при $f=0$.

III.2 САР с аperiодично звено и времезакъснение

Предавателната функция на обекта има следния вид: $W_{об}(p) = \frac{k_{об}}{T_{об}p + 1} e^{-p\tau}$.

Не е трудно да се съобрази (чрез трансляция надясно с време τ), че в този случай, при линейно входно въздействие на входа на обекта изходната величина ще се определя с израза $y(t) = V_{ин} k_{об}(t - \tau) - V_{ин} k_{об} T \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{T}}\right)$, където съставката, която отразява отклонението от правата линия $V_{ин} k_{об} t$, ще бъде $V_{ин} k_{об} T + V_{ин} k_{об} \tau$. Тя ще зависи както от T , така и от τ . Това изместване на y от $\mu.k_{об}$ се дължи на инерцията на системата, която е $T_j = T + \tau$. За получаване на аperiодичен преходен процес е необходимо изместването да е по-малко от зоната на нечувствителност 2δ , т. е. да бъде изпълнено следното неравенство:

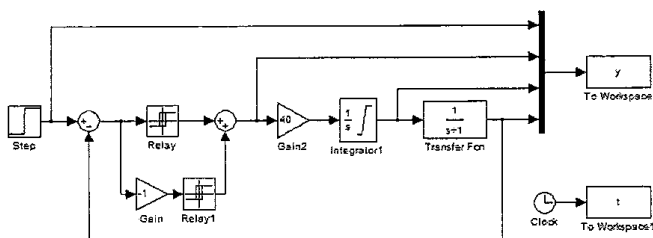
$$V_{ин} k_{об} T + V_{ин} k_{об} \tau < 2\delta. \text{ След преобразуване се получава } \frac{2\delta}{V_{ин} k_{об} T} > 1 + \frac{\tau}{T}.$$

Неравенството отразява съществуващото противоречие между статична и динамична точност. По-конкретно, ако неравенството не е изпълнено, в системата може да се появят трудно затихващи колебания. Възможно е и получаването на разходящи колебания, т.е. неустойчива система. Изпълнението на неравенството гарантира устойчивост на системата и аperiодичен преходен процес.

Още може да се уточни, че стремежът към по-висока статична точност (зоната 2δ да се намали) е в противоречие с изискването за бързо компенсиране на смущаващото въздействие (скоростта $V_{\text{из}}$ да се увеличи). От различните обекти най-лесен за регулиране е този, който има малка стойност на времеконстантата T и на относителното закъснение τ/T .

III.4 САР с реален РПСк и апериодично звено

На фиг.12 е показана структурната схема на затворена САР от този тип. Регулиращият орган може да приема стойности в интервала 0 – 30, поради наличието на технологични ограничения.



Фиг.12

1. Да се синтезира и изследва модел САР с реален РПСк:
 - а) с обект от първи ред без закъснение б) обект от първи ред със закъснение.

III.5 САР с ПД РПСк и апериодично звено

1. Да се синтезира и изследва модел САР с ПД РПСк:
 - а) с обект от трети ред без закъснение. б) обект от трети ред със закъснение.

Лабораторно упражнение №5

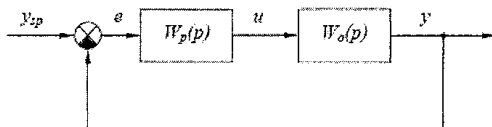
Основни характеристики на САР с ПИД регулатори

I. Въведение

ПИД регулаторът е най-често срещаният регулатор в практиката. ПИД регулаторите са важен компонент от инструментариума на всеки инженер по автоматично регулиране. Те са надживели много промени на технологията – от механиката и пневматиката до микропроцесорите през електронните лампи, транзисторите, интегралните схеми. Почти всички методи за настройка на регулатори предполагат, ако това е необходимо - последваща донастройка. Целта на настоящото упражнение е да създаде необходимите предпоставки за развиване на умения за донастройка на ПИД регулатори с отчитане на тяхната техническа и алгоритмична реализация.

II. Теоретични основи

Разглеждаме система за автоматично регулиране (фиг.1), състояща се от обект ($W_o(p)$) и регулатор ($W_p(p)$). Означенията на сигналите в системата са: y – изходна величина на обекта, y_{sp} – задание, e – грешка ($e = y_{sp} - y$), u – управляващ сигнал.



Фиг.1

Изменението на изходната величина на регулатора във времето се описва с уравнението

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \text{ или в лапласовото пространство}$$

$$U(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} + p T_d \right) e(p).$$

Уравнението представлява идеалния ПИД закон на регулиране. Управляващият сигнал $u(t)$ е сума от три съставки: I (пропорционална на грешката), I (пропорционална на интеграла на грешката) и D (пропорционална на производната на грешката). Параметрите на регулатора са коефициента на усилване K , времеконстантата на интегриране T_i и времеконстантата на диференциране T_d .

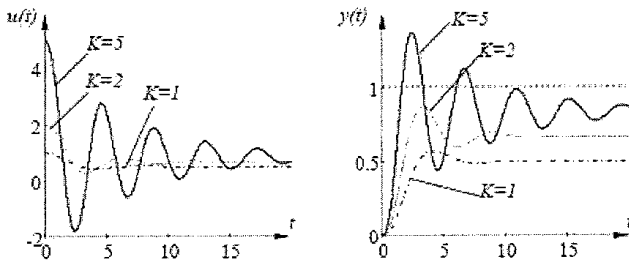
Интегралната, пропорционалната и диференциалната съставка могат да бъдат интерпретиращи като управляващи въздействия, базиращи се на миналото, настоящето и бъдещето.

Действието на отделните съставки може да бъде илюстрирано чрез следващите фигури, които показват преходните процеси в системата при единично стъпално изменение на заданието.

Обектът при всички симулации има предавателна функция $W_o(p) = \frac{1}{(p+1)^3}$.

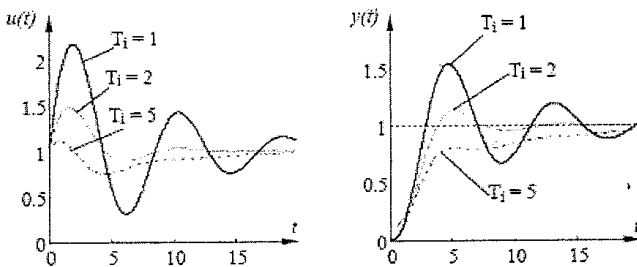
Регулирането с пропорционален регулатор е показано на фиг.2.

Регулаторът се получава от уравнението чрез $T_i = \infty$ и $T_d = 0$. Фигурата показва, че при пропорционалното регулиране винаги има статична грешка. С увеличаването на коефициента K грешката намалява, но пък нарастват колебания в процесите. При обекти от трети и по-висок ред затворената система може да стане неустойчива.



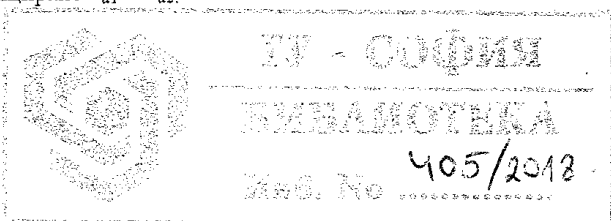
Фиг.2

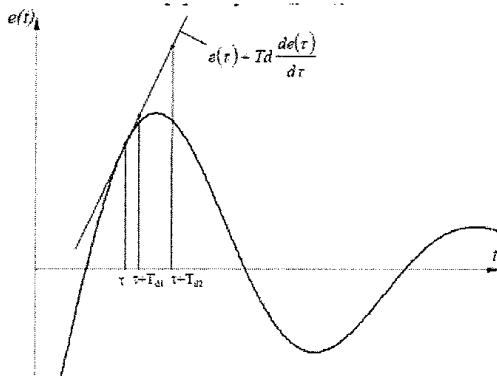
Статичната грешка може да бъде премахната чрез използването на интегрална съставка. От уравнението на ПИД регулатора се вижда, че интегралната съставка се описва с $u(t) = \frac{K}{T_i} \int_0^t e(t) dt = k_i \int_0^t e(t) dt$. След диференциране се получава $\frac{du_0}{dt} = k_i e_0$. Ако в системата има установен режим, в който управляващото въздействие и грешката са константи ($u(t) = u_0$ и $e(t) = e_0$), то $\frac{du_0}{dt} = 0$. Тогава следва, че и $e_0 = 0$. Следователно в системата с регулатор, който съдържа интегрална съставка, няма да има статична грешка. В това се състои “магията” на интегралния регулатор, едно от качествата, заради които ПИД регулаторът има такова широко приложение. Уловката тук е, че може и да няма установен режим, тъй като в системата може да има незатихващи колебания. На фиг.3 са показани преходните процеси в системата с ПИ регулатор. ПИ регулаторът е реализиран, като е положено $K = 1$, $T_d = 0$.



Фиг.3

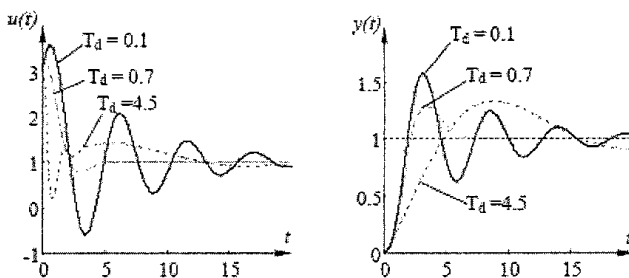
При големи стойности на T_i способността на интегралната съставка да нулира статичната грешка намалява, а също така се увеличава времето за регулиране. С намаляването на T_i амплитудата и честотата на колебанията в системата се увеличават и от определен момент нататък отново нараства времето за регулиране. Диференциалното действие може да бъде интерпретирано и като предсказване чрез линейна екстраполация за време равно на T_d . Ако се знае стойността на сигнала на грешката в даден момент, по производната (т.е. скоростта на изменение) на този сигнал може да се предскаже каква ще бъде стойността му в следващ момент от времето $e(t + T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}$. Това е демонстрирано на фиг.4 за две стойности на времеконстантата на диференциране $T_{d1} < T_{d2}$.





Фиг.4

Фигурата показва, че при много големи стойности на T_d грешката при предсказване може да бъде значителна и тогава диференциалната съставка не помага, а даже може и да пречи. Това се потвърждава и от симулациите с ПИД регулатор на фиг.5. Коефициентът K и времеконстантата на интегриране T_i са подбрани така, че затворената система да бъде колебателна. Затишването на колебанията се увеличава при нарастване на времеконстантата на диференциране, но при много големи стойности на T_d намалява отново. От фигурата се вижда че и периодът на колебанията нараства при увеличаване на времеконстантата на диференциране.



Фиг.5

От илюстрираните примери се вижда, че управляващият сигнал не е просто сума от три независими съставки. Поведението на системата зависи и от отношението между параметрите на регулатора.

Опитът, придобит при подобно разглеждане на взаимозависимостите в САР с ПИД регулатори, създава у специалистите усет за етапа на донастройка на регулаторите при решаването на практически задачи.

III. Задачи за изпълнение

При решаването на всички задачи е необходимо да бъдат разглеждани ПИД регулатори с различни структури - паралелна, последователна и смесена.

1. Нека обектът в системата да се описва с предавателна функция на апериодично звено. При известни параметри на ПИД регулатор изчислете полюсите на затворената система и определете вида на преходния процес. Резултатът да бъде потвърден чрез експериментално снемане на процеса.

2. За същия обект в регулатора добавете диференциална съставка. Променят ли се съществено параметрите на преходния процес?
3. Нека обектът в системата за представлява последователно съединение на две апериодични звена. Изключете интегралната и диференциалната съставка на регулатора. Снемете преходния процес в системата при коефициент на регулатора $K = 1$. Как трябва да се промени коефициентът на регулатора, за да: а) се увеличи бързодействието на системата и б) се намали статичната грешка? Има ли опасност системата да стане неустойчива?
4. Нека обектът да бъде от трети ред. Регулаторът нека да реализира ПИ закон и параметрите му да се подберат така, че преходният процес да бъде колебателен. Как може да се ускори преходният процес, като същевременно се намали амплитудата на колебанията?
5. Нека същият обект да се управлява от ПИД регулатор. Коефициентът на регулатора и времеконстантата на регулиране да са същите от предишната задача. Избира се малка стойност на времеконстантата на диференциране. Чрез постепенното ѝ увеличаване определете тази стойност, при която преходният процес има най-добри показатели – най-малко пререгулиране и най-кратко време за установяване. В какви граници се изменя отношението на оптималната времеконстанта на диференциране и времеконстантата на интегриране?
6. Да се изведат условията за еквивалентна динамика на САР с ПИД регулатори в паралелна и смесена форма.
7. С използването на модели на разглежданите системи в комплексната равнина и методът на ходографа на корените да се потърсят обяснения за наблюдаваните зависимости.

Лабораторно упражнение №6

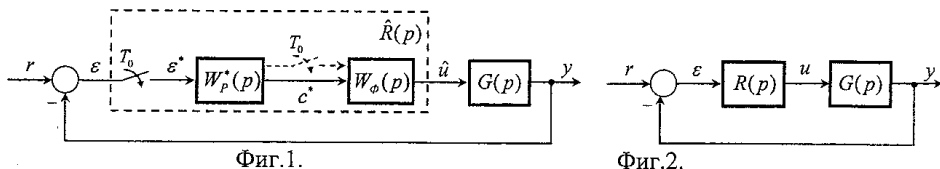
Проектиране на дискретни реализации на непрекъснати регулатори

I. Въведение

Практически всички съвременни системи за управление на технологични обекти базират работата си на цифрови изчислителни устройства. Това създава среда, в която физическата реализация на законите за управление се извършва в дискретно време. От друга страна, най-широко разпространените и утвърдени методи за синтез на САУ се реализират в непрекъснатата област и водят естествено до непрекъснатото описание на регулатора. Така по естествен път се формулира задачата за намирането на дискретна реализация на получения непрекъснат регулатор, или дискретен регулатор, чиито свойства да апроксимират тези на непрекъснатия в желан честотен диапазон.

II. Теоретични сведения

На фиг.1 и 2 са показани съответно структурната схема, съответстваща на непрекъснатото описание на дискретизираната САУ (САУ с цифрово управляващо устройство) и структурната схема на САУ, използвана при синтеза



където:

- $G(p)$ е предавателна функция на обекта за управление;
- $W_p^*(p)$ - непрекъснат модел на дискретния регулатор (импулсна предавателна функция на дискретния регулатор);
- $W_\phi(p)$ - предавателна функция на формиращия филтър;
- T_0 - такт на дискретизация.

В резултат на синтеза е получен непрекъснат регулатор с предавателна функция $R(p)$. Съгласно схемите на фиг. 1 и 2 задачата за проектиране на дискретна реализация на непрекъснат регулатор се свежда до определянето на импулсната предавателна функция $W_p^*(p)$ на дискретния регулатор така, че изходът на формиращия филтър да апроксимира изхода на непрекъснатия регулатор. При спазването на ограничения, произтичащи от изисквания за физическата реализуемост на дискретния регулатор, в идеалния случай неговият изход съвпада с изхода на непрекъснатия регулатор в моментите на дискретизация (независимо от вида на формиращия филтър), т.е.:

$$c(kT_0) \equiv u(kT_0) \text{ или } c^* \equiv u^*, \text{ където}$$

$c(kT_0)$ е изходна редица на дискретния регулатор.

Вследствие загубата на информация при процеса на дискретизация пълното съответствие е непостижимо. Още повече, типичното използване на фиксиращи схеми в ролята на формиращи управляващото въздействие устройства в дискретизираните САУ, определя невъзможността за получаване на пълна еквивалентност между двете системи, т.е. $\hat{u}(t) \equiv u(t)$ и съответно $\hat{R}(p) \equiv R(p)$.

Методите, които ще бъдат представени по-долу, водят директно до получаването на дискретната предавателна функция на регулатора - $W_p(z)$. Дискретната и импулсната предавателна функция са свързани посредством

$$W_p(z) = W_p^*(p) \Big|_{e^{pT_0}=z}.$$

Диференчното уравнение, което описва входно-изходните зависимости на дискретния регулатор (зависимостта между входната и изходната редица на регулатора), се определя директно от дискретната предавателна функция съгласно свойствата на z -преобразуванието. Имаме:

$$\frac{C(z)}{E(z)} = W_p(z), \quad C(z) = Z\{c(kT_0)\}, \quad E(z) = Z\{\varepsilon(kT_0)\},$$

$\varepsilon(kT_0)$ е входна редица на регулатора.

II.1. Основни методи за получаване на дискретни реализации на непрекъснати системи

Основните методи могат да бъдат обособени в следните три групи.

II.1.1. Дискретни реализации, базирани на апроксимации с крайни разлики

Методите в тази група се базират на апроксимиране на производните в диференциалното уравнение на регулатора чрез крайни разлики, записани със стойностите на сигналите в моментите на дискретизация. По същество получаването на дискретното описание се свежда до субституция на променливата p в предавателната функция на непрекъснатия регулатор. Най-разпространени апроксимации на производна в крайни разлики и съответните субституции са следните:

- първа разлика в права посока - $p \leftarrow \frac{z-1}{T_0}$;
- първа разлика в обратна посока - $p \leftarrow \frac{z-1}{T_0 z}$;
- т. нар. билинейна трансформация - $p \leftarrow \frac{2}{T_0} \frac{z-1}{z+1}$.

Прилагането на тази субституция за получаването на дискретен еквивалент на непрекъснатата предавателна функция е известно още като метод на Тъстин.

Съответната трансформация - $z = \frac{1-pT_0/2}{1+pT_0/2}$ (както и трансформациите при първите два ме-

тода) може да се разглежда като зависимост, даваща връзка между p - и z - равнините, апроксимираща точната зависимост $z = e^{pT_0}$. Характерно при тази трансформация е изобразяването на цялата положителна имагинерна полуос ($\omega: 0 \rightarrow \infty$) на p -равнината в горната половина на единичната окръжност в z -равнината, за разлика от точната зависимост, при която в горната половина на единичната окръжност в z -равнината се изобразява положителната имагинерна полуос в диапазона $\omega: 0 \rightarrow \frac{\omega_0}{2}$, т.е. едно мащабиране на честотите. Тази особеност

обуславя нарастващо с честотата отклонение между честотните характеристики на непрекъснатата и дискретната система, като съвпадение има само при $\omega = 0$. Трансформацията

може да бъде модифицирана с цел съвпадение на характеристиките на двете системи за дадена честота $\omega_x \neq 0$.

Модифицираната субституция има следния вид:

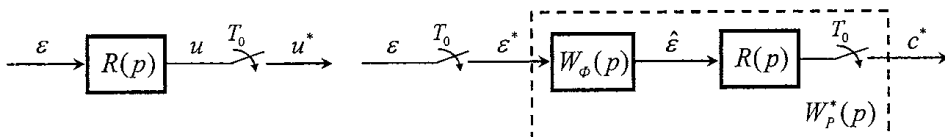
$$p \leftarrow \frac{\omega_x}{tg \frac{\omega_x T_0}{2}} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \quad W_p^*(z) = R(p) \Big|_{p = \frac{\omega_x}{\tan \frac{\omega_x T_0}{2}} \frac{z-1}{z+1}}.$$

Разгледаните субституции могат да бъдат получени и при постановка на задачата като такава за числено интегриране на диференциалното уравнение на регулатора. При тази интерпретация, разгледаните методи са известни като метод на правоъгълниците в права или обратна посока (за първите разлики, съответно в права или обратна посоки) и метод на трапеците (за билинейната трансформация).

Тъй като обикновено входно-изходните зависимости на типовите регулатори са интерпретирани и реализирани като комбинация от отделни съставки (П-, И-, Д-), то и показаните методи могат да бъдат използвани в комбинация за получаването на дискретен еквивалент на непрекъснатия регулатор. Така апроксимацията на Д-съставката на регулатора може да бъде реализирана по един от методите, а И-съставката - по друг. Характерно е, че при апроксимацията на Д-съставката се говори за методи на първите разлики, съответно билинейната трансформация (метод на Тъстин), докато при И-съставката се говори за методи на правоъгълниците, съответно трапеците (метод на Тъстин).

II.1.2. Дискретизация с формиращи филтри на входа

При този клас методи импулсната предавателна функция на дискретния регулатор се получава от израза за дискретизирания изходен сигнал на непрекъснатия регулатор, като сигналът на грешката ε се заменя с оценката $\hat{\varepsilon}$, формирана от филтър, на чиито вход действа ε^* - дискретизираният сигнал на грешката. Идеята е илюстрирана на фиг.3.



Фиг.3.

За изходите на двете системи получаваме:

$$u^* = (\varepsilon R(p))^*,$$

$$c^* = (\varepsilon^* W_\phi(p) R(p))^* = (\hat{\varepsilon} R(p))^* = (W_\phi(p) R(p))^* \varepsilon^* = W_p^*(p) \varepsilon^*.$$

Съгласно израза за c^* дискретната предавателна функция на регулатора може да бъде изчислена чрез $W_p(z) = Z \{ W_\phi(p) R(p) \}$.

При най-разпространените методи от този клас в ролята на формиращи филтри се използват съответно фиксаторите от нулев и първи ред.

За случая на фиксатор от нулев ред получаваме:

$$W_\phi^0(p) = \frac{1 - e^{-pT_0}}{p} \rightarrow W_p(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{R(p)}{p} \right\}$$

Може да се покаже, че при $\varepsilon = const$ имаме $\hat{\varepsilon} \equiv \varepsilon$ и съответно $c^* \equiv u^*$.

За случая на фиксатор от първи ред имаме:

$$W_{\phi}^1(p) = \frac{e^{pT_0} - 2 + e^{-pT_0}}{T_0 p^2} \rightarrow W_p(z) = \frac{(z-1)^2}{T_0 z} Z \left\{ \frac{R(p)}{p^2} \right\}$$

В този случай пълно съответствие се получава при линейно нарастващ входен сигнал на грешката. Въпреки физическата нереализуемост на формирация филтър, приложението на този метод при физически реализуеми непрекъснати системи води до определянето на физически реализуеми дискретни. В останалите случаи се налага добавяне на един такт закъснение във входно-изходните зависимости на получения дискретен регулатор (z в знаменателя на предавателната функция).

Предвид непосредствената процедура за получаване на дискретния еквивалент (прилагане на z -преобразуване), към тази група методи може да бъде добавен и методът на чистото z -преобразуване, при който дискретното описание се получава във вида

$$W_p(z) = k_p Z \{ R(p) \},$$

където коефициентът k_p се избира така, че да се изравнят коефициентите на усилване на двете системи за избрана честота.

По същество при този метод липсва формиращ филтър. При $k_p = 1$ тегловните функции на двата регулатора съвпадат в моментите на дискретизация.

III.1.3. Дискретни реализации със съответствие между полюсите и нулите

В основата си получаването на дискретното описание при този метод се базира на приемането, че между полюсите и нулите на двете предавателни функции съществува връзката между z - и p -равнините - $z = e^{pT_0}$ - връзка, която е валидна по отношение на полюсите при прилагане на z -преобразуване. Нека предавателната функция на непрекъснатия регулатор е записана в следния вид:

$$R(p) = k_p^p \frac{\prod_{j=1}^m (p - z_j^p)}{\prod_{i=1}^n (p - p_i^p)}, \text{ където:}$$

z_j^p , $j = 1..m$ - нули на регулатора, p_i^p , $i = 1..n$ - полюси на регулатора.

Съгласно този метод предавателната функция на дискретния регулатор е дадена от:

$$W_p(z) = k_p^z \frac{(z+1)^{n-m} \prod_{j=1}^m (z - z_j^z)}{\prod_{i=1}^n (z - p_i^z)} = k_p^z \frac{(z+1)^{n-m} \prod_{j=1}^m (z - e^{z_j^p T_0})}{\prod_{i=1}^n (z - e^{p_i^p T_0})}.$$

Отбелязват се следните особености:

- полюсите на $W_p(z)$ са дадени от $p_i^z = e^{p_i^p T_0}$, $i = 1..n$;
- m от нулите на $W_p(z)$ са дадени от $z_j^z = e^{z_j^p T_0}$, $j = 1..m$;

- с цел апроксимиране на характеристиките на $R(p)$ при $\omega \rightarrow \infty$, в $W_p(p)$ се добавят $n - m$ нули, равни на -1 . Броят на тези нули може да бъде редуциран на $n - m - 1$ с цел въвеждане на един такт закъснение в управляващия алгоритъм (текущият изход на регулатора не зависи от текущата грешка в САУ, а само от нейни предходни стойности), необходим за извършване на изчисленията от цифровото устройство;
- коефициентът на пропорционалност на дискретната предавателна функция k_p^z се избира така, че коефициентите на усилване на двете предавателни функции да бъдат равни за някаква избрана честота ω_x , т.е.

$$\left| W_p(e^{j\omega_x T_0}) \right| = \left| R(j\omega_x) \right|.$$

II.2. Избор на такт на дискретизация

В по-общ план, изборът на такт на дискретизация зависи от много фактори и е въпрос на компромис. В контекста на разглежданата задача при избора на такт на дискретизация следва да се гарантира, че дискретизираната САУ ще има характеристики „достатъчно” близки в съществения честотен диапазон до тези на непрекъснатата САУ. Същите изисквания по естествен път се прехвърлят и към характеристиките на дискретния регулатор по отношение на тези на определения при синтеза непрекъснат регулатор. Близостта между характеристиките на двете системи зависи както от такта на дискретизация, така и от използвания метод и съответните свойства на полученото дискретно описание.

За определянето на честотния диапазон, в който се съдържат спектрите на съществуващите в САУ сигнали, може да се изходи от честотната лента на системата при определено затихване или от доминиращите полюси на САУ. Нека горната граница на съществения честотен диапазон е зададена с ω_{\max} . Съгласно импулсната теорема, за да бъде възможно възстановяването на сигнал със спектър, ограничен в диапазона $0 - \omega_{\max}$, честотата на дискретизация ω_0 следва да удовлетворява неравенството $\omega_0 \geq 2\omega_{\max}$ или по отношение на периода на дискретизация: $T_0 \leq \pi / \omega_{\max}$, ($T_0 = 2\pi / \omega_0$).

За получаване на приемлива точност при представянето на сигналите в целия диапазон се препоръчва честотата на дискретизация да удовлетворява - $\omega_0 \geq 20\omega_{\max}$.

При избора на такт на дискретизация следва да бъде отчетено и влиянието на фиксатора от нулев ред върху динамиката на САУ. В динамично отношение фиксаторът може да бъде апроксимиран с еквивалентно закъснение $T_0 / 2$, добавено в правия канал на системата. Това от своя страна води до редуциране на запаса по фаза на системата и свързаните с това негативни ефекти върху качеството на дискретизираната САУ. Така периодът на дискретизация следва да бъде съобразяван и със срязващата честота на отворената система. При зададен период на дискретизация синтезът на непрекъснатата САУ следва да осигури съответния запас по закъснение или да бъде извършен с модел на обекта, към който е добавено еквивалентното закъснение, въведено от фиксатора.

III. Задание за изпълнение

III.1. Дискретни реализации на типови регулатори

Разглежда се ПИ регулатор с предавателна функция $R(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$.

3.1.1. Да се намерят дискретните реализации на регулатора чрез:

- метода на първите разлики в права посока;

- метода на първите разлики в обратна посока;
- метода на Тъстин;
- модифицирания метод на Тъстин, като за ω_x бъде избрана спрягащата честота на регулатора;
- дискретизация с фиксатор от нулев ред;
- дискретизация с фиксатор от първи ред;
- съответствие между полюсите и нулите (k_p^z да се избере така, че двете предавателни функции да имат равни коефициенти на усилване при спрягащата честота на регулатора).

3.1.2. Да се сравнят ЛАЧХ и ЛФЧХ на получените дискретни регулатори с тези на непрекъснатия за период на дискретизация, равен на: $T_0 = 0,5T_H$; $0,05T_H$; $0,005T_H$.

Допълнителна задача – Да се обясни поведението на честотните характеристики на получените дискретни регулатори, изхождайки от нулево-полюсните им портрети.

3.1.3. Да се симулират преходните функции на дискретните реализации както и на непрекъснатия ПИ регулатор. Да се коментират получените реакции в сравнителен план.

III.2. Дискретизирана САУ с ПИ регулатор

Разглежда се САУ със структурна схема, показана на Фиг.2.

Обектът за управление има следната предавателна функция:

$$G(p) = \frac{2}{(20p+1)(5p+1)}.$$

3.2.1. Да се настрои регулаторът за критично-апериодичен режим.

3.2.2. Да се избере период на дискретизация $T_0 = \frac{\pi}{10\omega_{-3db}}$, където ω_{-3db} - честотата, определяща честотната лента на пропускане при -3 dB .

При използване на дискретната реализация на ПИ регулатора, получена по метода на Тъстин:

3.2.3. Да се моделират непрекъснатата и получената дискретизирана система (структурата на Фиг. 1 с фиксатор от нулев ред). Да се симулират и сравнят реакциите им при стъпално изменение на заданието.

3.2.4. Да се моделира непрекъснатата САУ, в която към обекта е прибавено звено със закъснение $T_0/2$. Да се сравни реакцията на получената САУ с реакциите от т. 3.2.3. **Допълнителна задача** – да се илюстрира еквивалентното закъснение, въведено от фиксатора от нулев ред чрез подходящо моделиране на процеса.

3.2.5. Да се изпълнят т.3.2.3 и т.3.2.4 за периоди на дискретизация $0,25T_0$, $0,5T_0$, $2T_0$ и $5T_0$ (T_0 - периода на дискретизация, определен в т. 3.2.2) и се анализират получените резултати.

III.3. Дискретизирана САУ с ПИД регулатор

Разглежда се САУ със структурна схема, показана на Фиг.2.

Предавателните функции на обекта за управление и регулатора са дадени съответно от:

$$G(p) = \frac{2}{(20p+1)(5p+1)^2}; \quad R(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_H p} + T_D p \right).$$

3.3.1. Да се настрои регулаторът при критерий 10% пререгулиране.

3.3.2. Да се намери дискретен еквивалент на регулатора с използване на билинейната трансформация.

3.3.3. Да се изпълни т.3.2.2 с текущите данни.

- 3.3.4. Да се сравнят честотните характеристики (ЛАЧХ и ЛФЧХ) на получения дискретен регулатор с тези на непрекъснатия.
- 3.3.5. Да се изпълни т.3.2.3 с текущите данни.
- 3.3.6. Да се обясни колебателността в управляващото въздействие и реакцията на системата при тази дискретна реализация на регулатора.
- 3.3.7. Да се модифицира полученият в т.3.3.2 дискретен регулатор, като Д-съставката се апроксимира с първа разлика в обратна посока. Да се сравнят времевите реакции на САУ и управляващите въздействия.

Лабораторно упражнение №7

Методи за настройка на ПИД регулатори по експериментално определени характеристики

I. Въведение

Настройката на регулатора в една система за автоматично регулиране е важен етап от нейното изграждане, в който параметрите на регулатора се подбират с цел постигане на зададените показатели на качеството на регулиране.

В това упражнение ще бъдат илюстрирани някои от най-известните в практиката методи за настройка на ПИД регулатори. Целта е студентите да бъдат запознати с особеностите на тези методи, с техните предимства и недостатъци, като проиграт на практика последователностите от действия при отделните методи и анализират получените резултати.

II. Теоретични основи

С течение на годините са разработени множество методи за настройка на регулатори. Някои от тях дават много прецизни резултати, но са свързани с тежки изчислителни процедури.

Други се базират на прости формули, но пък дават качество на регулиране, което може да варира в известни граници. Въпреки това за инженерната практика познаването на втората група методи е много по-важно.

Нека да си представим инженер, отговарящ за настройката на регулаторите в производство, в което има, да речем, стотина управляващи контура. Ако в инструментариума на инженера липсват прости методи за настройка, ще му бъде доста трудно, даже невъзможно, да отдели много време за настройката на всеки един контур.

Най-разпространените методи за настройка на ПИД регулатори са тези, разработени от Циглер и Николс. Появата им произтича от нуждите на практическото внедряване и масовото използване на ПИД регулирането в условия на липса на подготвени кадри преди повече от половин век.

Тези методи са базирани на характеризирането на динамиката на процесите чрез няколко параметъра и изчисляване на настройките на регулатора посредством несложни графоаналитични процедури. Изненадващо е, че методите са толкова широко прилагани и до днес, тъй като те дават определено добри резултати само при ограничени брой ситуации, като в повечето случаи са необходими донастройки на параметрите.

Приемливо обяснение е тяхната простота и фактът, че те могат да се използват при несложни упражнения в базовите курсове по автоматично регулиране.

II.1 Методи, основаващи се на данни от преходната характеристика на обекта

Първи метод на Циглер-Николс

При този метод преходната характеристика на обекта се получава в отворен контур и е оценена само по два параметъра – a и τ , както е показано на фиг.1.

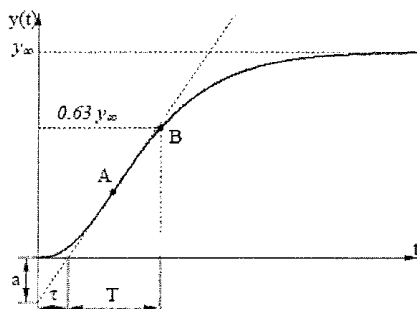
Преходната характеристика е получена при единично стъпално въздействие на входа на обекта. Първо се определя точката А, където наклонът на преходната характеристика е най-голям (това е инфлексната точка на кривата).

Построява се допирателна към преходната характеристика в т.А.

Пресечните точки на допирателната с координатните оси определят параметрите a и τ . Стойностите на параметрите на регулатора са дадени в табл.1.

Регулатор	K	T _i	T _d
II	$\frac{1}{a}$	-	-
III	$\frac{0.9}{a}$	3τ	-
ПИД	$\frac{1.2}{a}$	2τ	$\frac{\tau}{2}$

Табл.1



Фиг.1

Този метод е разработен с цел да даде на затворената система добро потискане на смущенията по товар-режим на регулиране. Методът е базиран на многобройни симулации. Критерият за настройка е в рамките на един период на колебанията, амплитудата да бъде намалена 4 пъти. Това отговаря на полюси на затворената система с коефициент на затихване ξ около 0.2, което е може да се тълкува като сравнително висока чувствителност на реакцията спрямо изменението на смущението. Следователно регулаторите, настроени по този метод, дават затворена система с малка устойчивост. Също така често се оказва, че е недостатъчно да се характеризира динамиката на обекта само с два параметъра. С течение на годините са предложени подобрени методи, също толкова прости като разгледания дотук първи метод на Циглер-Николс. Особен интерес представлява аналитичната връзка между времеконстантата на интегриране и времеконстантата на диференциране, която ясно се илюстрира чрез нуполният портрет на регулатора.

Метод на Астром-Хагlund

Този метод оценява преходната характеристика на обект със саморегулиране по три параметъра k_o , T и τ . На тези параметри съответства модел на обекта с предавателна функция

$$W_o(p) = \frac{k_o}{T_p + 1} e^{-\tau p}. \text{ Определянето на параметрите е в съответствие с фиг.1. Закъснението } \tau$$

се определя по същия начин както в предишния метод. Времеконстанта T е времето от пресечната точка на допирателната до проекцията на точката B , при която преходната характеристика достига до 63% от установената си стойност y_∞ . Коефициентът k_o е статичният коефициент на системата и при единично входно въздействие и нулева начална стойност на изходната величина е равен на установената стойност.

Параметърът τ се нарича видимо закъснение, а T - видима времеконстанта, за да се подчертае, че те са получени вследствие на апроксимация. При разработването на метода са използвани понятията функция на чувствителност, която представлява следната предавателна функция:

$$S(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)W_o(p)} \text{ и максимална чувствителност :}$$

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + W_p(p)W_o(p)} \right|.$$

Максималната чувствителност е важен параметър, даващ най-голямото усиление на смущенията върху системата за честотния спектър, при който тя работи. Целта при настройката е да се постигне възможно най-голямо потискане на нискочестотните смущения чрез максимизиране на коефициента пред интегралната съставка на регулатора K/T_i при ограничение на

максималната чувствителност $M_s < 1.4$. За ПИ регулатор правилата за настройка са следните

$$K = \begin{cases} 0.3T/k_o\tau, & \tau/T < 2 \\ 0.15k_o, & \tau/T > 2 \end{cases} \quad T_i = \begin{cases} 8\tau, & \tau/T < 0.1 \\ 0.8T, & 0.1 < \tau/T < 2 \\ 0.4\tau, & \tau/T > 2 \end{cases}.$$

Модифициран метод на Ривера, Морари, Скодгестад (SIMC)

Методът е приложим и за модели от вида $W_o(p) = \frac{k_o}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} e^{-\tau p}$ - втори ред със закъс-

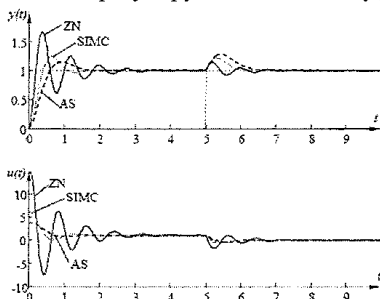
нение с предавателна функция, където $T_1 > T_2$. Използването на диференциална съставка се препоръчва само за модели от втори ред. Критерият за настройка е минимално време на регулиране и максимална чувствителност $M_s < 1.7$. Формулите за

настройка са следните: $K = 0.5T_1/k_o\tau$, $T_i = \min\{T_1, 8\tau\}$, $T_d = T_2$ ($T_2 > 0$).

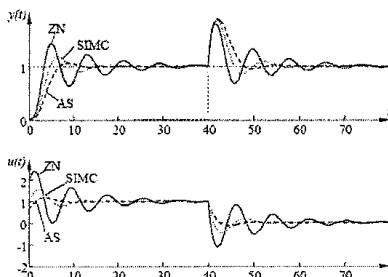
Сравнителни симулации между методите на Циглер-Николс (ZN), Астром-Хаглунд (AS) и (SIMC) и са дадени на фиг.2 ÷ фиг.4 за обекти с предавателни функции

$$W_{o1}(p) = \frac{1}{(p+1)(0.2p+1)}; W_{o2}(p) = \frac{1}{(p+1)^4}; W_{o3}(p) = \frac{1}{(0.05p+1)^2} e^{-1.2p}$$

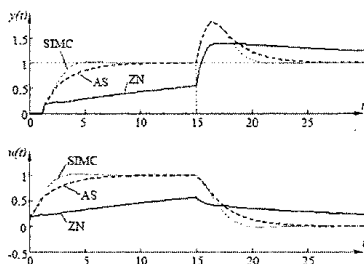
Тези предавателни функции са характерни за широк диапазон от обекти в практиката. Ако се апроксимират предавателните функции към модел от вида апериодично звено със закъснение, се вижда, че първият процес има динамика, доминирана от времеконстантата на модела, третият – от закъснението, а вторият има балансирана динамика. Прекъснатите криви показват преходните процеси на ПИ регулатор, настроен по метода на Астром-Хаглунд, прекъснатите с по-ситни черти – по метода на Ривера, Морари и Скодгестад, а пълните – по първия метод на Циглер-Николс. Симулациите са за преходни процеси по задание (режим на слеждане) в момента 0 и на смущение по товар на входа на обекта режим на регулиране. Показани са графиките на регулируемата величина $y(t)$ и управляващото въздействие $u(t)$.



Фиг.2



Фиг.3



Фиг.4

На фиг.2 и фиг.3 са показани високата колебателност на процесите и големите стойности на управляващото въздействие при настройка по метода на Циглер-Николс. Това е и цената за

по-слабата реакция на смущенията по товар. От фиг.4 се вижда лошото представяне на системата, настроена по метода на Циглер-Николс при обекти с доминиращо закъснение. От трите фигури може да се направи заключение, че регулаторите, настроени по *SIMC* метода, дават най-бързи преходни процеси, докато тези, настроени по метода на Астром-Хагlund, дават преходни процеси без забележими колебания и с най-малки стойности на управляващото въздействие. Това спомага и за избягване на ефекта “*Windup*”, разгледан по подробно в упражнение №9.

Метод на критичните параметри (втори метод на Циглер-Николс)

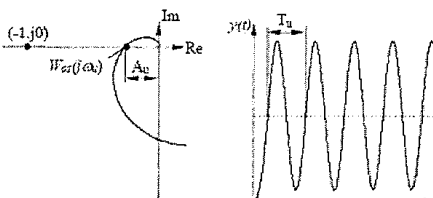
Методът се базира на привеждането на затворената система на границата на устойчивост, вследствие на което се предизвикват незатихващи колебания на изхода на системата. Параметрите на регулатора се изчисляват, като се определи критичният коефициент на регулатора K_u , при който се получават незатихващите колебания и периодът на колебанията T_u . Критичните показатели могат да бъдат получени по два начина. При възможност за получаване на АФЧХ на отворената система при коефициент на регулатора $K = 1$ и $T_i = \infty$, $T_d = 0$ се определя модулет A_u и честотата ω_u , при които АФЧХ пресича за първи път отрицателната реална ос. Както е известно, реципрочната стойност на A_u дава критичния коефициент на отворената система и търсения $K_u = (A_u)^{-1}$. Периодът на колебанията е $T_u = 2\pi/\omega_u$. Ако в затворената система се допускат незатихващи колебания, критичните параметри могат да се получат и чрез преходните процеси на затворената система. Тогава се свързва системата при параметри на регулатора $K = 1$, $T_i = \infty$, $T_d = 0$ и се увеличава коефициентът на регулатора, докато се получат незатихващи колебания. Периодът на колебанията се отчита от графиката на преходните процеси. Двата подхода са показани на фиг.5, а формулите за настройка на регулатора са дадени в табл.2.

Табл. 2

Регулатор	K	T_i	T_d
П	$0.5K_u$	-	-
ПИ	$0.4K_u$	$0.8T_u$	-
ПИД	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$

Табл. 3

Регулатор	K	T_i	T_d
Ziegler-Nichols	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$
20% пререгулиране	$0.33K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$
Без пререгулиране	$0.2K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$



Фиг.5

Удобството при втория метод е, че не е необходимо получаване на модел на обекта за настройката на регулатора. За сметка на това трябва да имаме данни за АФЧХ на обекта или да можем чрез експеримент да предизвикаме незатихващи колебания в затворената система. Освен това за обекти от първи или втори ред с П регулатор не могат да се постигнат незатихващи колебания, така че за тях не може да се приложи тази настройка. Методът осигурява приблизително 35-40% пререгулиране и често се използва от производителите на регулатори като указание за настройка при първоначално пускане на системата. Разработени са варианти на формулите на Циглер-Николс за настройка на ПИД регулатори, които осигуряват процеси с около 20% пререгулиране и процеси без пререгулиране (табл.3).

От гледна точка на автоматизацията този метод е доста неудобен, тъй като затворената система трябва да бъде доведена до границата на устойчивост. Освен това за определянето на граничния коефициент на регулатора се предполага активна работа от страна на оператора.

Астром и Хаглунд предлагат решение, при което критичните параметри могат да бъдат получени чрез предизвикване на незатихващи колебания в системата посредством двупозиционен алгоритъм. Методът е един от основните при регулаторите с автоматична настройка на параметрите.

Двупозиционният регулатор е с нулева зона на хистерезис, а заданieto в нормирани единици трябва да е около 0.5, за да се получат симетрични управляващи импулси. Условието за прилагането на този метод е обектът да е от трети или по-висок ред. Основната идея е, че импулсите, получени от двупозиционния регулатор, могат да бъдат апроксимирани със синусоиден сигнал. При нулева зона на хистерезис входният сигнал на обекта (управляващите импулси от регулатора) и регулируемата величина са в противофаза ($\Delta\varphi = -\pi$).

От теорията на Найквист се знае, че при това условие системата се намира на границата на устойчивост. Тогава може да се каже, че отношението между амплитудите на входния и изходния сигнал на обекта е критичната стойност на АЧХ на обекта – A_u , а периодът на автоколебанията е всъщност периодът на критичните колебания T_u .

При апроксимацията на правоъгълните импулси към синусоиден сигнал чрез използване на формулите на Фурие може да се получи амплитудата на първия хармоник на този сигнал:

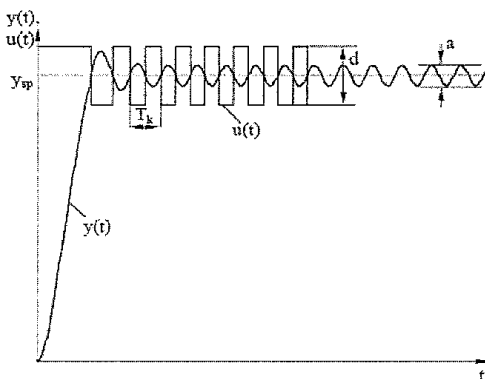
$$A_r = \frac{4}{\pi} d, \text{ където } d \text{ е амплитудата на управляващия сигнал.}$$

Така критичната стойност на АЧХ на обекта ще бъде $A_u = \frac{a}{A_r} = \frac{a}{4d/\pi}$, където a е амплитудата на колебанията на регулируемата величина.

Тогава критичният коефициент на ПИД регулатора ще бъде $K_u = (A_u)^{-1} = \frac{4d}{\pi a}$. След опреде-

ляне на периода автоколебанията T_k могат да бъдат използвани формулите за настройка по втория метод на Циглер-Николс.

На фиг.6 са показани процесите, получени при използването на този метод. Графиката на управляващия сигнал $u(t)$ е изместена нагоре, за да се покаже по-ясно дефазирането на двата сигнала.



Фиг.6

Разбира се, трябва да се има предвид, че вследствие на апроксимацията на правоъгълните импулси получените по този метод критични параметри не са точни. Точността ще бъде по-голяма, ако обектът е от по-висок ред. Освен това липсата на хистерезис на двупозиционния регулатор на практика свежда до нула шумоустойчивостта на системата. Тъй като методът е с фундаментално значение, непрекъснато се разработват негови подобрения – например използване на реле с хистерезис, итеративна процедура при изчислението на критичните параметри, добавяне на филтри на входа на обекта и др.

Голяма част от съвременните промишлени регулатори разполагат с възможности за автоматизирана процедура, наречена „автонастройка”(autotuning) за експериментално определяне на критичните параметри, настройка на избран регулатор по даден критерий и безударно превключване от ръчен в автоматичен режим.

III. Задачи за изпълнение

1. По зададени данни за обекта от ръководителя на упражнението да се направи настройка на ПИД регулатор по първи метод на Циглер-Николс. Да се определи нуполният портрет на отворената система. Да се определи ходографът на корените на затворената система.

2. Да се извърши настройка на ПИД регулатор по втория метод на Циглер-Николс чрез определяне на критичните параметри посредством:

2.1 Постепенно увеличаване на коефициента на ПИД регулатора до получаването на установени автоколебания (фиг.5).

2.2 Използването на данни от АФЧХ (фиг.5), получени чрез аналитичен модел и използването на специализиран софтуер.

2.3 Използване на описание в комплексната равнина и метода на ходографа на корените.

2.4 Алгебричен критерий за устойчивост.

2.5 Използване на двупозиционен регулатор без хистерезис (фиг.6).

3. Да се снимат преходните процеси по задание и товар за така настроените регулатори.

4. Да се извърши сравнителен анализ на качеството на регулиране за отделните случаи.

5. Да се направи донастройка на така получените регулатори до удовлетворяване на желаните критерии за качество.

Лабораторно упражнение №8

Методи за аналитична настройка на регулатори по зададени полюси и по желани запас по модул и фаза

I. Въведение

Системите за автоматично регулиране се проектират, за да изпълняват определени задачи. Изискванията към тях обикновено се обуславят от изискването за техническа реализация и ефективност. Тези изисквания са свързани най-често с точността, бързодействието и устойчивостта на системата.

Задачата за анализ на САР се свежда към задача за определяне на преходните процеси протичащи в нея при зададена структурна схема и известни параметри. Тя е свързана с теоретично изчисляване или получаване по експериментален път на преходните процеси, по които се прави качествена оценка на изследваната САР.

Синтезът представлява инженерна задача, свеждаща се до изграждане на такава САР, която осигурява изпълнението на техническите изисквания, предвидени към нея.

Настройката на регулаторите в системите за автоматично управление представлява важна процедура. При нея се подбират параметрите на регулатора така, че да се постигнат зададените показатели на качеството на регулиране. Методите за настройка биват аналитични, графоаналитични, експресни.

Аналитичните методи за настройка на регулатори в честотната област се основават на комплексните предавателни функции, описващи модела на регулатора и модела на обекта.

Пример за графоаналитичен метод е ходографът на корените, както и честотните методи. Експресните методи за настройка на регулатори се базират на прости формули и номограми, а полученото качество на регулиране варира в известни граници. Те се използват предимно за бърза настройка и са подходящи за практическа настройка на регулаторите.

II. Теоретични основи

II.1 Настройка на параметрите на ПИД регулатор по зададени полюси към статичен обект от втори ред

Желаното качество на затворената система в общият случай зависи от характеристичното уравнение на затворената система и от нулите в числителя на предавателната функция на затворената система.

Последователно-паралелна форма на представяне на ПИД регулатор

За целите на изследването се предполага структура на система за регулиране с единична отрицателна обратна връзка, с един вход и един изход. ПИД регулаторът е представен чрез предавателна функция, която описва последователно-паралелна структура

$W_p(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$. Обектът за регулиране се представя с

$W_o(p) = \frac{k_o}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$. Възможен случай за избор на желаното характеристично уравнение се явяват три еднакви реални корена, отговарящи за апериодичен преходен процес, с

определено бързодействие $H_{ж}(p) = (T_{ж} p + 1)^3$.

Паралелна форма на представяне на ПИД регулатор

ПИД регулаторът се описва със следната предавателна функция $W_p(p) = k + \frac{k_i}{p} + k_d p$.

Обектът за регулиране се задава с предавателна функция $W_o(p) = \frac{k_o}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$. Желаното характеристично уравнение е $H_{\kappa}(p) = (T_{\kappa} p + 1)^3$.

II.2 Настройка на параметъра на И-регулатор към обект от 1 ред със саморегулиране

Предавателната функция на И-регулатора има вида $W(p) = \frac{1}{T_i p}$. Обектът със саморегулиране

не се описва с $W_o(p) = \frac{k_o}{T_o p + 1}$. Желаният характеристичен полином има вида

$$H(p) = p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2$$

II.3 Настройка на регулатори по желани запас по модул и фаза

Нека предавателната функция на отворената система за автоматично регулиране има вида $W(p) = W_p(p)W_o(p)$. При извеждане на аналитичните връзки между настройваните параметри и известните параметри на модела на обекта е комплексната предавателна функция на отворената система се представя в алгебричен вид:

$$G(j\omega) = G_R(j\omega)G_o(j\omega) = (\operatorname{Re}(G_R(j\omega)) + j\operatorname{Im}(G_R(j\omega))) (\operatorname{Re}(G_o(j\omega)) + j\operatorname{Im}(G_o(j\omega))) = \\ = \chi(\omega)(\alpha(\omega) + \beta(\omega)) + \gamma(\omega)(\alpha(\omega) - \beta(\omega)),$$

където реалните и имагинерните части на комплексните предавателни функции на обекта и регулатора са функции съответно на известните параметри на модела на обекта и настройваните неизвестни параметри на регулатора:

$$\operatorname{Re}(G_R(j\omega)) = \alpha(\omega) = f_1(k_R, T_i, T_d \dots), \quad \operatorname{Im}(G_R(j\omega)) = \beta(\omega) = f_2(k_R, T_i, T_d \dots) \\ \operatorname{Re}(G_o(j\omega)) = \chi(\omega) = f_3(k, T_1, T_2, \tau \dots), \quad \operatorname{Im}(G_o(j\omega)) = \gamma(\omega) = f_4(k, T_1, T_2, \tau \dots)$$

За осигуряване на желан запас по фаза РМ е налице следното условие:

$$(1) \quad \chi(\omega_1)(\alpha(\omega_1) + \beta(\omega_1)) + \gamma(\omega_1)(\alpha(\omega_1) - \beta(\omega_1)) = -(\cos PM + j \sin PM).$$

За гарантиране на запас по модул ГМ комплексната предавателна функция на отворената система има вида:

$$(2) \quad \chi(\omega_{-\pi})(\alpha(\omega_{-\pi}) + \beta(\omega_{-\pi})) + \gamma(\omega_{-\pi})(\alpha(\omega_{-\pi}) - \beta(\omega_{-\pi})) = GM^{-1} + j0.$$

III. Задачи за изпълнение.

(последователно-паралелна форма на ПИД регулатор)

Приети са следните стойности за T_1, T_2, k_o , описващи обекта $T_1 = 1, T_2 = 2, k_o = 2$.

1. Да се намери характеристичният полином на затворената система.

2. Чрез приравняване на коефициентите пред степените на “р” на характеристичното уравнение на затворената система и желаното характеристично уравнение на затворената система да се получат функционални зависимости, необходими за настройката на параметрите на регулатора.
3. Необходимо е желаната затворена система да има два пъти по-голямо бързодействие. Да се изчисли $T_{жс}$.
4. Съгласно изведените функционални връзки в т.2 да се намерят параметрите на регулатора k_p, T_i, T_d .
5. Да се начертае нуполният портрет на предавателната функция на регулатора и на обекта.
6. Да се коментира влиянието на нулите на ПИД регулатора.
7. Да се направи проверка на полученото качество.
8. Да се предложи предавателна функция на префилтър, която да компенсира влиянието на нулите на регулатора.
9. Да се направи проверка на полученото качество.
10. Да се получат, проверят и коментират резултатите от настройките на регулатора при желан полином на Бътъруърд, описан с $H_{жс}(p) = (p+2)(p^2+2p+4)$.

(паралелна форма на ПИД регулатор)

Приети са следните стойности за T_1, T_2, k_o , описващи обекта $T_1 = 1, T_2 = 2, k_o = 2$

1. Да се намери характеристичният полином на затворената система.
2. Чрез приравняване на коефициентите пред степените на “р” на характеристичното уравнение на затворената система и желаното характеристично уравнение на затворената система да се получат функционални зависимости, необходими за настройката на параметрите на регулатора.
3. Необходимо е желаната затворена система да има два пъти по-голямо бързодействие. Да се изчисли $T_{жс}$.
4. Съгласно изведените функционални връзки в т.2 да се намерят параметрите на регулатора k, k_i, k_d .
5. Да се начертае нуполният портрет на предавателната функция на регулатора и на обекта.
6. Да се коментира влиянието на нулите на ПИД регулатора.
7. Да се направи проверка на полученото качество.
8. Да се предложи предавателна функция на префилтър, която да компенсира влиянието на нулите на регулатора.
9. Да се направи проверка на полученото качество.
10. Да се сравнят резултатите от т.П.1 и т.П.2
11. Да се направи проверка за еквивалентност на настройките на двете структури от т.П.1 и т.П.2 чрез аналитичен преход между двете форми.
12. Да се получат, проверят и коментират резултатите от настройките на регулатора при желан полином на Бътъруърд $H_{жс}(p) = (p+2)(p^2+2p+4)$.

(настройка на И-регулатор)

1. Да се запише характеристичният полином на затворената система.
2. Да се получат връзките чрез приравняване на коефициентите пред степените на “р” на характеристичното уравнение на затворената система:
 - а) $k = f_1(k_o, T_o, T_i)$; б) $\xi = f_2(k_o, T_o, T_i)$; в) $\omega_n = f_3(k_o, T_o, T_i)$.
3. Да се получат настройките за T_i като функция на T_o, k_o, ξ, ω_n .

4. Да се изчисли стойността на T_i за получаване на критично-апериодичен режим на работа на САР за $T_o = 2s, k_o = 0.5$.

5. Да се построи ходографът на корените за $T_o = 2s, k_o = 0.5$ и графоаналитично да се изчисли стойността на T_i при зададено желано разположение на корените $p_{1,2} = -1 \pm j1$.

(настройка по желан запас по модул и фаза)

Необходимо е допускане за честотите ω_1 и $\omega_{-\pi}$ на базата на честотните данни за модела на обекта $\omega_{old} < \omega_1$, $\omega_{\pi/2} \leq \omega_1 \leq \omega_{\pi-PM}$ и $\omega = \omega_{-\pi}$. Процедурата по настройка е итеративна и всяка следваща стъпка предполага действия върху новополучена система.

1. На основата на изразите (1) и (2) да се отделят реална и имагинерна част и да се запишат четирите уравнения.

2. Да се изведат настройките за ПД регулатор в паралелна форма на представяне..

В таблица 1 са добавени настройките за ПИ и ПИД регулатори с паралелни структури. При брой на настройваните параметри повече от два е необходимо допълнително условие за определяне на конкретен параметър.

Таблица 1

Запас по фаза	
ПИД	$k_R = - \frac{\chi(\omega_1) \cos PM - \gamma(\omega_1) \sin PM \omega_1 + \chi(\omega_1) \gamma(\omega_1) k_D (1 - \omega_1^2)}{\chi^2(\omega_1) + \gamma^2(\omega_1) \omega_1}$
	$k_I = \frac{\omega_1 (\gamma(\omega_1) \cos PM - \chi^2(\omega_1) \omega_1 k_D - \gamma^2(\omega_1) k_D - \chi(\omega_1) \sin PM)}{\chi^2(\omega_1) + \gamma^2(\omega_1) \omega_1}$
ПИ	$k_R = - \frac{\chi(\omega_1) \cos PM + \gamma(\omega_1) \sin PM}{\chi^2(\omega_1) + \gamma^2(\omega_1)}$
	$k_I = \omega_1 \frac{\chi(\omega_1) \sin PM - \gamma(\omega_1) \cos PM}{\chi^2(\omega_1) + \gamma^2(\omega_1)}$
Запас по модул	
ПИД	$k_R = \frac{1}{GM} \frac{\chi(\omega_{-\pi}) (k_I \omega_{-\pi}^2 \gamma(\omega_{-\pi}) - \omega_{-\pi}^2 - \gamma(\omega_{-\pi}) k_I)}{(\chi^2(\omega_{-\pi}) \omega_{-\pi}^2 + \gamma^2(\omega_{-\pi}) \omega_{-\pi})}$
	$k_D = \frac{1}{GM} \frac{GM k_I (-\chi^2(\omega_{-\pi}) - \gamma^2(\omega_{-\pi}) \omega_{-\pi}) + \gamma(\omega_{-\pi}) \omega_{-\pi}}{(\chi^2(\omega_{-\pi}) \omega_{-\pi}^2 + \gamma^2(\omega_{-\pi}) \omega_{-\pi})}$
ПИ	$k_R = - \frac{1}{GM} \frac{\chi(\omega_{-\pi})}{\chi^2(\omega_{-\pi}) + \gamma^2(\omega_{-\pi})}$
	$k_I = - \frac{1}{GM} \frac{\omega_{-\pi} \gamma(\omega_{-\pi})}{\chi^2(\omega_{-\pi}) + \gamma^2(\omega_{-\pi})}$

3. Нека обектът на регулиране се представя с предавателна функция от вида $W_o(p) = \frac{1}{(p+1)^6}$. Необходимо е да се настроят параметрите на ПИ регулатор, които да осигурят $PM=50^\circ$:

3а. Да се изчертае честотната характеристика на обекта и да се определи запасът по фаза РМ и сръзващата честота.

3б. Да се определи новата сръзваща честота ω_{li} за итеративната процедура.

3в. Да се изчислят параметрите на регулатора от табл.1.

3г. Да се проверят настройките на ПИ регулатора чрез симулация в честотната област.

Ако е необходимо, да се избере нова сръзваща честота ω_{li+1} и да се преизчислят параметрите на ПИ регулатора.

3д. При удовлетворяване на критерия за качество да се симулира отворената система в честотната област и да се направят коментари като се отчетат косвени показатели на качество.

3е. При удовлетворяване на критерия за качество да се симулира затворената система във времевата област и да се направят коментари като се отчетат преки показатели на качество.

4. Нека обектът на регулиране се представя с предавателна функция от вида

$$W_o(p) = \frac{4}{p(p+1)(p+2)}.$$

Необходимо е да се настройат параметрите на ПИ, ПД и ПИД регу-

латори, които да осигуряват пререгулиране 20%.

4а. Да се изчертае честотната характеристика на обекта и да се определи запасът по фаза РМ и сръзващата честота.

4б. Да се определи новата сръзваща честота ω_{li} за итеративната процедура.

4в. Да се изчислят параметрите на регулатора от табл.1.

4г. Да се проверят настройките на регулаторите чрез симулация в честотната област.

Ако е необходимо, да се избере нова сръзваща честота ω_{li+1} и да се преизчислят параметрите на регулаторите.

4д. При удовлетворяване на критерия за качество да се симулира отворената система в честотната област и да се направят коментари, като се отчетат косвени показатели на качество.

4е. При удовлетворяване на критерия за качество да се симулира затворената система във времевата област и да се направят коментари, като се отчетат преки показатели на качество.

Лабораторно упражнение №9

Работа на ПИД регулатори при насищане на регулиращия орган

I. Въведение

П, ПИ, ПИД регулаторите се синтезират въз основа на предположението, че обектите, които управляват, са линейни или могат да се представят със задоволителна точност посредством линеаризация в работната точка.

Практически, всички обекти се характеризират с някаква степен на нелинейност и затова в реалните системи се наблюдават редица нелинейни ефекти. "Integrator Windup" е подобен феномен, дължащ се на взаимодействието между интегралната съставка и насищането на регулиращия орган.

В това упражнение ще бъдат разяснени причините за появата на това явление и ще бъде разгледан метод за неговото преодоляване.

II. Теоретични основи

Всички регулиращи органи имат ограничения - моторът има ограничена скорост, вентилът не може да бъде повече от напълно отворен или напълно затворен и т.н. В условията на експлоатация на една реална система може да се случи така, че управляващото въздействие да достигне границите на насищане на регулиращия орган.

Когато това се случи, обратната връзка се "прекъсва" и системата работи като отворена, защото регулиращият орган ще остане в крайното си състояние независимо от стойностите на регулируемата величина.

В този момент регулирането "приключва". Оттам идва и названието на ефекта, известен в английската литература като "*windup*".

Ако се използва регулатор с интегрална съставка, грешката ще продължи да бъде интегрирана. Тогава интегралната съставка може да стане много голяма и за да бъде възстановено управлението на системата, е нужно стойността на грешката да бъде с противоположен знак за много дълго време.

Изводът е, че всеки регулатор с интегрална съставка може да даде големи колебания, когато регулиращият орган се насити. Тъй като ефектът се дължи на интегралната съставка, обикновено се нарича "*integrator windup*".

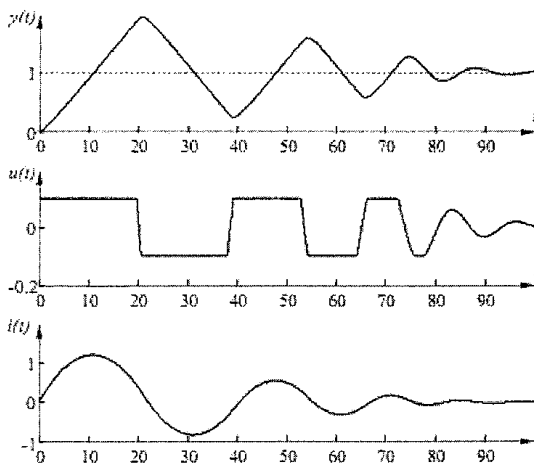
На фиг.1 е показан пример за преходен процес с наличие на *windup*. Обектът е последователно съединение на интегриращо и аperiodично звено и се управлява с ПИ регулатор.

Промяната в заданието е толкова голяма, че регулиращият орган се насити в горната си граница. Интегралната съставка $I(t)$ първоначално нараства, защото грешката е положителна; тя достига най-голямата си стойност около $t=10$, когато грешката минава през нулата.

Управляващото въздействие $u(t)$ остава наситено в този момент заради голямата стойност на интегралната съставка и не напуска границата на насищане, докато грешката не е била отрицателна за достатъчно дълъг период, че интегралната съставка да стане отново малка.

Резултатът е колебания с голяма амплитуда, дълго време на регулиране, като графиката на управляващото въздействие има вид както на релеен регулатор.

Показаният в симулацията *integrator windup* е предизвикан от голяма промяна на заданието. Но трябва веднага да се каже, че същият ефект може да е следствие от големи смущения, техническа неизправност, а също така е възможно да настъпи при много други ситуации.



Фиг.1

Проблемът е познат отдавна на производителите на регулатори. Но възможните решения на проблема стават открити и не се смятат за фирмена тайна, чак когато регулаторите стават цифрови и няколко метода за избягване на "windup" са публикувани в литературата.

Един от тези методи се състои в следното: когато изходът се насити, интегралната съставка се преизчислява така, че новата стойност да дава управляващо въздействие на границата на насищане. Предимството на този метод е, че не се възстановява интегрирането моментално, а динамично с времеконстанта T_i .

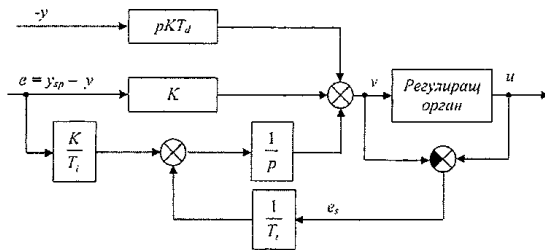
Фиг.2 показва блок-схема на ПИД регулатор с "anti-windup", базиран на този метод. Системата има допълнителна обратна връзка, получена чрез измерване на текущата стойност на изхода на регулирания орган и формиране на грешка (e_s) като разлика между изхода на регулатора (v) и изхода на регулирания орган (u).

Сигналът се подава на входа на интегратора през усилване $1/T_i$. Грешката е нула, когато няма насищане. Тогава регулаторът работи като нормален ПИД регулатор. Грешката има ненулева стойност, когато регулираният орган се насити. Тогава външната обратна връзка е прекъсната, защото управляващото въздействие остава постоянно. Поради наличието на обратна връзка около интегратора изходът на интегратора се движи към стойност такава, че входът му да стане нула. Входът на интегратора $\frac{1}{T_i}e_s + \frac{K}{T_i}e$.

Следователно в установен режим $e_s = -\frac{K}{T_i}e$. Тъй като $e_s = u - v$, следва, че в режим на на-

сищане имаме $v = u_{lim} + \frac{KT_i}{\tau_i}e$, където u_{lim} е границата на насищане. Това означава, че изходът на регулатора се установява съвсем малко извън границата на насищане и управляващото въздействие ще може да реагира веднага, щом грешката се измени. Скоростта, с която изходът на регулатора се възстановява, се определя от коефициента на обратната връзка $1/T_i$, където T_i може да се интерпретира като времеконстанта, която определя колко бързо се възстановява интегралът.

Времеконстантата се нарича времеконстанта на следене. Често се случва изходът на регулирания орган да не може да бъде измерен. Тогава описаната схема може да бъде допълнена с математически модел на наситения регулиращ орган.



Фиг. 2

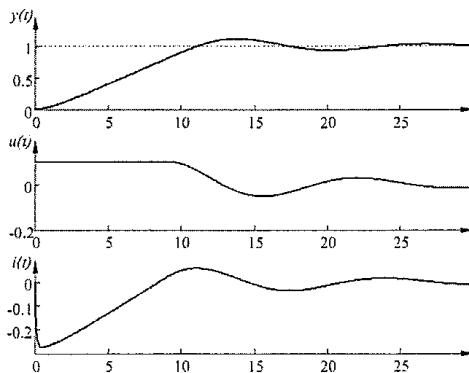
При цифрова реализация на регулатора обновяването на интегралната съставка може да стане по следния начин:

$$i(k) = i(k-1) + \frac{K\Delta t}{T_i} e(k) + \frac{\Delta t}{T_i} (u - v(k))$$

$$u = \begin{cases} v_{\max}, & \text{ако } v(k) \geq v_{\max} \\ v(k), & \text{ако } v_{\min} < v(k) < v_{\max} \\ v_{\min}, & \text{ако } v(k) \leq v_{\min} \end{cases}$$

където Δt е такт на дискретизация, а v_{\min} и v_{\max} са стойностите на изхода на регулатора, при които регулиращият орган преминава съответно в долната и горната граница на насищане. Тези стойности са параметри на регулатора и трябва да бъдат изчислени предварително.

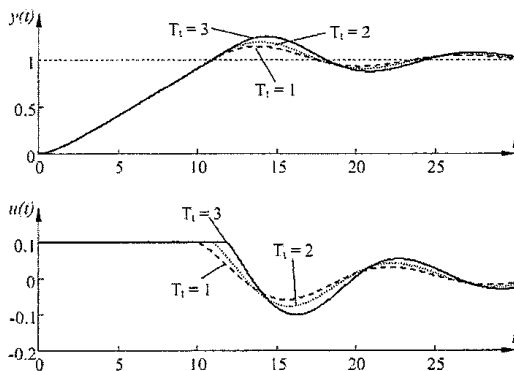
Фиг.3 показва приложението на регулатор с *anti windup* върху същия обект от фиг.1. Вижда се, че изходът на интегратора бързо се възстановява на такава стойност, че управляващото въздействие да бъде на границата на насищане. В началния момент на насищането интегралната съставка има отрицателна стойност. Това поведение рязко се различава от това на фиг.1. Вижда се също и драстичното подобрене в показателите на преходния процес в сравнение с обикновения ПИ регулатор.



Фиг. 3

Ефектът от промяна на времеконстантата на следене е показан на фиг.4. От тази фигура може да изглежда, че винаги е добре да се избира много малка времеконстанта, защото интеграторът се възстановява бързо. Обаче, човек трябва да е опитен, когато използва *anti windup* в система с диференциална съставка. Ако T_i е твърде малка, фалшиви грешки могат да предизвикат насищане на изхода, което случайно ще възстанови интегратора. Времеконстантата

на следене трябва да бъде по-малка от интегралната времеконстанта T_i и по-голяма от времеконстантата на диференциране T_d . Ориентировъчно може да се подбере $T_t = \sqrt{T_i/T_d}$.



Фиг. 4

III. Задачи за изпълнение

1. Да се синтезира в Simulink блокова схема на системата от фиг.5. Конкретните стойности на параметрите на обекта, регулатора и регулиращия орган се задават от ръководителя на упражнението.
2. Чрез постепенно увеличаване на промяната в заданието да се намери стойността, при която в системата се получава ефектът *windup*.
3. Да се снеме преходният процес без регулиращ орган с ограничение и да се сравни с този от предишната точка.
4. По същия начин да се намери стойността на смущаващото въздействие, при която възниква *windup*. Какво се получава, ако смущението надвишава една от границите на насищане на регулиращия орган?
5. Да се промени схемата от фиг.5, като се реализира *anti-windup* съгласно фиг.2 без диференциалната съставка.
6. Да се сравнят преходните процеси в системите със и без *anti-windup* по задание и смущение. Да се намери времеконстантата на следене T_t , при която се получава най-бърз преходен процес по задание. Влияе ли промяната на тази времеконстанта върху поведението на системата при наличие на смущаващото въздействие? При какви стойности на T_t в системата отново се получава *windup*? Обяснете!
7. Да се промени схемата от т.5 при условие, че насищането на регулиращия орган се отчита чрез математически модел. Получават ли се същите резултати?

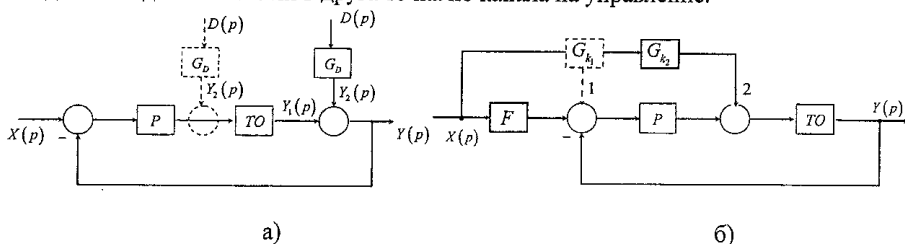
Лабораторно упражнение №10 **Анализ и синтез на многоконтурни САР**

I. Въведение

Гарантирането на висока точност в САР е свързано с използването на принципът на комбинираното управление, в резултат на което се получава инвариантност на регулируемата величина по отношение на външното смущаващо въздействие.

II. Теоретични основи

Изчисляването на предавателната функция на съответния компенсатор води до независимост на изхода на САР от смущението (фиг.1а), а изборът на предавателна функция на префилтър F води до получаването на желано динамично поведение на САР (фиг.1б), като $F(p)$ се въвежда на входа на САР или в друга точка по канала на управление.



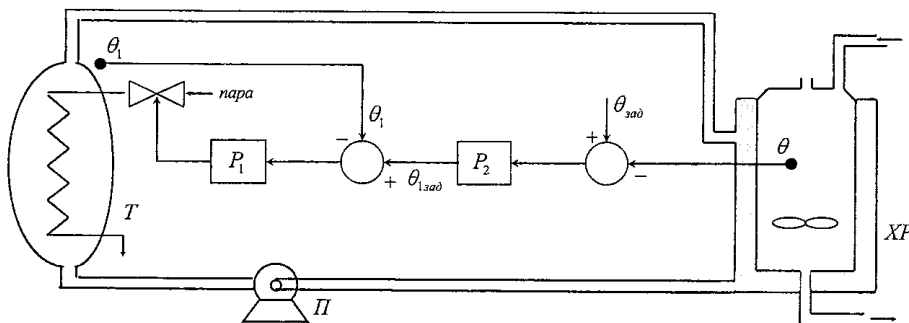
Фиг.1

$G_D(p)$ - предавателната функция на смущението $D(p)$. Смущението може да въздейства на входа на технологичния обект (ТО) и на изхода на САР. $F(p)$ - предавателна функция на префилтър, задаващ желано качество на САР. $G_{k_{1,2}}(p)$ - предавателни функции на компенсатори.

II. Каскадни САР

При наличие на междинна величина за регулиране и при обекти с голяма инерционност и интензивни смущения по канала на регулиращото въздействие се използват каскадни структури за управление.

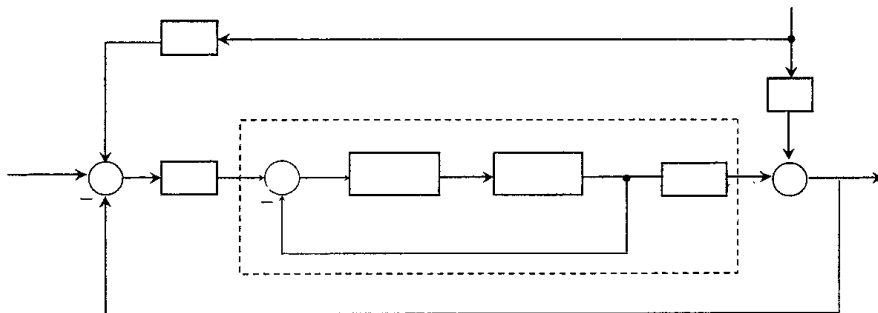
На фиг.2 е показана САР на температурата θ в химически реактор ХР.



Фиг.2

Поддържането на температурата се извършва чрез подаване на топла вода θ_1 в ризата на ХР, която чрез помпата П се изпраща в топлообменник Т, където се подгрява с пара. Температурата се регулира чрез изменение на количеството пара, подавано на топлообменника. Включването на допълнителен контур чрез регулатора P_1 стабилизира температурата на греещата вода θ_1 . Регулаторът P_2 променя заданието на P_1 в зависимост от изменението на θ от $\theta_{зад}$, вследствие на смущенията D , постъпили към обекта ХР. По този начин качеството на регулиране се подобрява.

На фиг.3 е показана съответстващата структурна схема на каскадната САР.



Фиг.3

В съответствие с технологичната схема, описана на фиг.2, попълнете структурната схема на фиг.3.

Каскадните системи обикновено включват два контура – външен и вътрешен.

Вътрешният регулатор работи в контур с T и има за задача да компенсира смущенията в канала на регулиращото въздействие D , преди те да са се появили на изхода на обекта. Затова той се нарича още "компенсиращ". Основното изискване към този регулатор е неговото бързодействие.

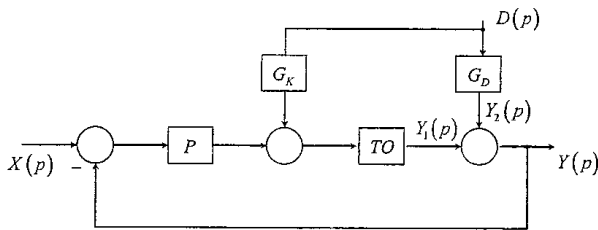
Външният регулатор P има за обект структурата, състояща се от вътрешния регулатор и T , фиг.3. Той има за задача да коригира заданието на вътрешния регулатор така, че да поддържа на изхода на обекта на зададената стойност на регулируемата величина. Затова той се нарича още "коригиращ". При него се поставя изискване за точност.

Необходимо е инерционността на вътрешния контур да е значително по-малка от тази на външния, за да е възможно независимо да се определят параметрите за настройване на регулаторите.

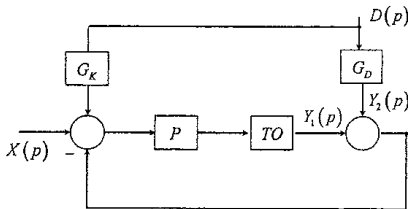
III. Задачи за изпълнение

Нека $X(p) = 0$ и условие за независимост на регулируемата величина от приложеното смущение $Y(p) = Y_1(p) + Y_2(p) = 0$, фиг.1а.

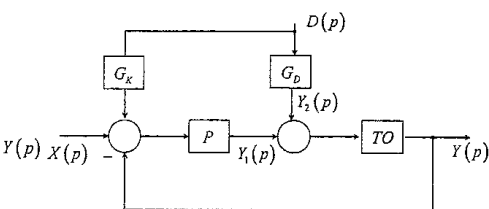
1. Да се изведат предавателните функции на компенсатора $G_K(p)$ за показаните на фиг.4-6 структурни схеми.



Фиг.4



Фиг.5



Фиг.6

Нека $F(p)=1$ и $G_{k_2}(p)=1$, фиг.16

1. Да се изведе предавателната функция на затворената САР.
2. Да се изведе предавателната функция по отношение на грешката. Да се изчисли $G_{k_1}(p)$, за да се получи пълна инвариантност.

Нека $F(p)=1$ и $G_{k_1}(p)=1$, фиг.16

1. Да се изведе предавателната функция на затворената САР.
2. Да се изведе предавателната функция по отношение на грешката. Да се изчисли $G_{k_2}(p)$, за да се получи пълна инвариантност.

Каскадни САР

Нека предавателната функция на ТО е $W_o(p) = \frac{k_o}{(T_o p + 1)^2}$. Смушението е измеримо и е с ПФ

$D(p) = \frac{k}{T_p + 1}$. Теплообменникът се описва с $W_T(p) = \frac{1}{T_T p + 1}$. Регулаторът P_1 е пропорционален с коефициент k_1 , а регулаторът P_2 е ПИ с параметри k_2 и времеконстанта T_2 .

1. Да се изчисли предавателната функция на компенсатора.

2. Предложете варианти за неговата физическа реализация.

3. Изведете предавателната функция на обобщения обект за регулиране спрямо регулатора P_2 .

4. Да се предложи друга схема на компенсация.

5. Коментирайте избраните решения по отношение на техните предимства и недостатъци.

Лабораторно упражнение №11

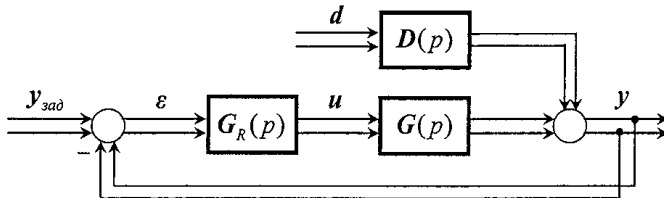
Синтез на автономни двусвързани САР

I. Въведение

Една двусвързана САР е автономна, когато изменението на дадено задаващо въздействие води до изменението на само една от регулируемите величини. Постигането на автономност свежда двусвързаната САР до еквивалентна САР, съставена от две едномерни независими системи, което от своя страна опростява значително цялостната задача за анализ и синтез. Упражнението има за цел да илюстрира основните методи за синтез на двусвързани автономни САР, съответните структури и техните предимства и недостатъци.

II. Теоретични основи

Структурната схема на двусвързана САУ с единична обратна връзка е показана на фиг.1.



Фиг.1

където векторните величини съдържат съответно:

$y = [y_1, y_2]^T$ - регулируеми величини,

$y_{zad} = [y_{zad1}, y_{zad2}]^T$ - задания,

$u = [u_1, u_2]^T$ - управляващи въздействия,

$d = [d_1, d_2]^T$ - смущаващи въздействия,

$\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2]^T = y_{zad} - y$ - грешки.

Матричните предавателни функции на обекта по отношение на управляващите и смущаващите въздействия са дадени съответно от:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \text{ и } D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}.$$

Двусвързаният регулатор представлява двумерно звено с матрична предавателна функция G_R . По отношение на техните функции в структурата на регулатора могат да бъдат обособени други две двумерни звена:

- двусвързано звено с матрична предавателна функция K , което съдържа т. нар компенсатори – звена, чрез които се осъществява компенсацията на ефектите от кръстосаните връзки в обекта и които дават възможност за постигането на автономност;
- двумерно, несвързано в типичния случай, звено с матрична предавателна функция R , което съдържа т. нар. регулатори в сепаратните канали, наречени още и главни регулатори, които представляват регулаторите в еквивалентните едномерни САР.

Конкретният вид на матричните предавателни функции K и R , както и изразът за предавателната функция на двусвързания регулатор G_R зависят от избраната структура и ще бъдат прецизирани за всеки конкретен случай.

Входно-изходните зависимости на САР са дадени от

$$y = (I + GG_R)^{-1} GG_R y_{aad} + (I + GG_R)^{-1} Dd = H_y y + H_d d$$

$\det(I + GG_R)$ - характеристичен полином на системата.

Условието за автономност на една двусвързана САР се изразява в изискването за диагоналност на матрицата H_y . Лесно се установява, че това условие еднозначно определя и изискване за диагоналност на матричната предавателна функция на отворената система GG_R . Така определянето на предавателните функции на компенсаторите изхожда от приравняването на нула на елементите извън главния диагонал на матрицата GG_R .

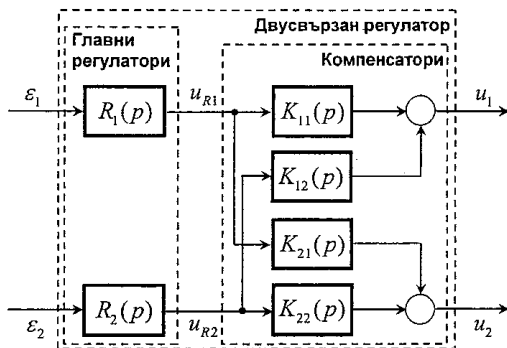
Диагонализирането на GG_R води до еквивалентна САР, съставена от две невзаимодействащи помежду си както затворени, така и отворени системи. Това значително опростява както анализа на качеството и устойчивостта на САР (лесно се установява например, че характеристичният ѝ полином представлява произведението от характеристичните полиноми на еквивалентните невзаимодействащи си подсистеми), така и синтеза на главните регулатори. Друго преимущество се състои в постигането на автономност и спрямо смущаващите въздействия при условие, че матрицата D също е диагонална.

Автономност на САР спрямо смущаващите въздействия се дефинира по аналогичен начин. В общия случай условието за този вид автономност се изразява в изискването за диагоналност на матрицата H_d .

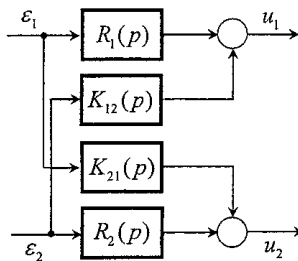
Случай 1 – компенсация с прави кръстосани връзки

Структурата на двусвързания регулатор е показана на фиг. 2. Блокът на регулаторите в сепаратните канали и този на компенсаторите са свързани последователно. Предавателната функция на така изградения двусвързан регулатор може да се представи като:

$$G_R = KR, \text{ където } R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}.$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Компенсаторите могат да бъдат отнесени към обекта за управление и заедно с него да бъдат интерпретирани като разширен двусвързан обект с входно-изходни зависимости, дадени от

$$y = GK u_r, \text{ или } \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11}K_{11} + G_{12}K_{21} & G_{11}K_{12} + G_{12}K_{22} \\ G_{21}K_{11} + G_{22}K_{21} & G_{21}K_{12} + G_{22}K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{R1} \\ u_{R2} \end{bmatrix}.$$

Диагонализирането на матрицата GK води до изпълнение на условието за автономност, което може да се изрази като:

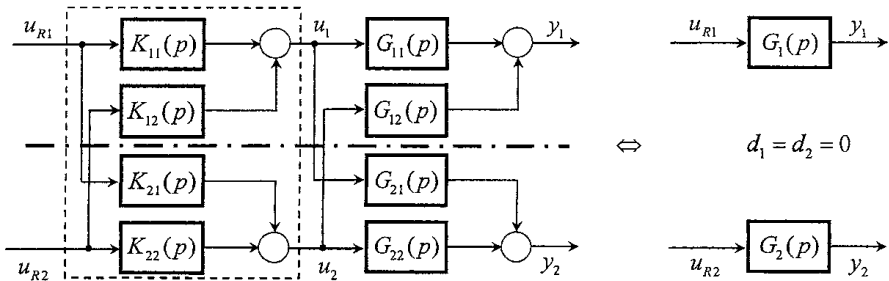
$$G_{21}K_{11} + G_{22}K_{21} = 0, \quad G_{11}K_{12} + G_{12}K_{22} = 0.$$

Вижда се, че определянето на предавателните функции на компенсаторите не е еднозначно. Задачата се решава по отношение на предавателните функции на звената в кръстосаните връзки, тъй като именно те определят възможността за компенсиране на кръстосаните връзки в обекта. Получаваме:

$$K_{12}^* = -\frac{G_{12}}{G_{11}} K_{22}, \quad K_{21}^* = -\frac{G_{21}}{G_{22}} K_{11}.$$

Елементите K_{11} и K_{22} се избират равни на 1, освен в случаите, когато получените за K_{12} и K_{21} предавателни функции определят физически нереализуеми звена и „внасянето” на динамика чрез K_{11} и K_{22} е необходимо за физическата реализуемост на компенсаторите в кръстосаните връзки.

В типичния случай за целите на синтеза сепаратните канали и кръстосаните връзки на двусвързания обект са апроксимирани с последователни съединения на апериодични звена и звена с чисто закъснение. Така при необходимост за физическата реализуемост на K_{12} и K_{21} се добавят звена с чисто закъснение чрез елементите K_{11} и K_{22} .

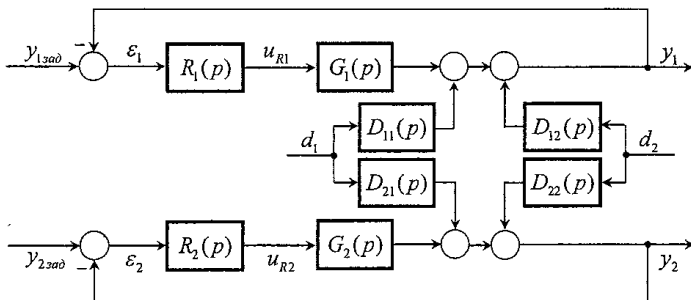


Фиг.4

При така определени компенсатори предавателните функции G_1 и G_2 на сепаратните канали на еквивалентния несвързан разширен обект са дадени от диагоналните елементи на матрицата GK . Именно за обекти с предавателни функции G_1 и G_2 следва да бъдат избрани и настроени регулаторите в сепаратните канали.

$$G_2 = G_{21}K_{12}^* + G_{22}K_{22} = \frac{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}{G_{11}} K_{22},$$

$$G_2 = G_{21}K_{12}^* + G_{22}K_{22} = \frac{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}{G_{11}} K_{22}.$$



Фиг.5

Анализът на получените за K_{12}^* , K_{21}^* и G_1 , G_2 изрази показва, че главните регулатори могат да бъдат включени директно в сепаратните канали на компенсаторния блок, като неявно съдържат в себе си K_{11} и K_{22} . Структурата на двусвързания регулатор е показана на фиг. 3. За целите на извеждането предавателната му функция може да бъде дефинирана по следния начин:

$$G_R = R + K, \text{ където } R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 & K_{12} \\ K_{21} & 0 \end{bmatrix}.$$

Получават се следните изрази:

$$K_{12}^* = -\frac{G_{12}}{G_{11}} R_2, K_{21}^* = -\frac{G_{21}}{G_{22}} R_1, G_1 = \frac{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}{G_{22}}, G_2 = \frac{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}}{G_{11}}.$$

Тази конфигурация опростява структурата на двусвързания регулатор за сметка на усложняване на предавателните функции на компенсаторите в кръстосаните връзки, които съдържат и предавателните функции на главните регулатори.

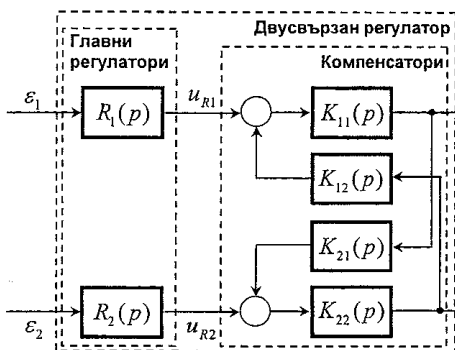
Следните обобщения могат да бъдат направени за разглеждания случай:

- структурата на двусвързан регулатор с прави кръстосани връзки дава възможност да се гарантира физическата реализуемост на компенсаторите;
- еквивалентните едномерни обекти се характеризират със сложни, нетипични в общия случай, предавателни функции, което затруднява синтеза на главни регулатори.

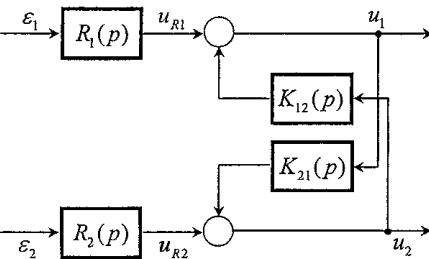
Разбира се, трябва да се отбележи, че K_{12} и K_{21} могат да се проектират с цел опростяване на G_1 и G_2 , оттам и на последващия синтез на регулаторите в сепаратните канали, което обаче е свързано и с определени ограничения.

Случай 2 – компенсация с обратни кръстосани връзки

Анализът на този случай се базира на двусвързан регулатор със структура, показана на Фиг. 6.



Фиг. 6



Фиг. 7

Дефинирайки матриците R и K по следния начин:

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}, K_1 = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0 & K_{12} \\ K_{21} & 0 \end{bmatrix} \text{ и } K = K_1 + K_2,$$

получаваме зависимостите:

$$u_R = R\varepsilon, u = (I - K_1K_2)^{-1} K_1 u_R = G_K u_R \text{ и } G_R = (I - K_1K_2)^{-1} K_1 R = G_K R,$$

където I - 2×2 единична матрица.

За елементите на матричната предавателна функция G_K имаме

$$G_K = \frac{1}{1 - K_{11}K_{12}K_{21}K_{22}} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{11}K_{12}K_{22} \\ K_{11}K_{21}K_{22} & K_{22} \end{bmatrix}.$$

Приравняването на нула на елементите извън главния диагонал на матрицата GKG_K води до компенсиране на кръстосаните връзки в обекта. Условието за автономност добиват следния вид:

$$G_{11}K_{11}K_{12}K_{22} + G_{12}K_{22} = 0, \quad G_{22}K_{11}K_{21}K_{22} + G_{21}K_{11} = 0.$$

От получените изрази се определят предавателните функции на компенсаторите в кръстосаните връзки:

$$K_{12}^* = -\frac{G_{12}}{G_{11}K_{11}}, \quad K_{21}^* = -\frac{G_{21}}{G_{22}K_{22}}.$$

Предавателните функции G_1 и G_2 на сепаратните канали на еквивалентния несвързан разширен обект са дадени от елементите, разположени върху главния диагонал на матрицата \mathbf{GG}_K . При така определените компенсатори за G_1 и G_2 получаваме:

$$G_1 = \frac{G_{11}K_{11} + G_{12}K_{11}K_{21}^*K_{22}}{1 - K_{11}K_{12}^*K_{21}^*K_{22}} = K_{11}G_{11}, \quad G_2 = \frac{G_{22}K_{22} + G_{21}K_{11}K_{12}^*K_{22}}{1 - K_{11}K_{12}^*K_{21}^*K_{22}} = K_{22}G_{22}.$$

Структурната схема на еквивалентната автономна САУ е показана на фиг. 5.

Възможностите и ограниченията при разглежданата структура на двусвързан регулатор с обратни кръстосани връзки могат да бъдат обобщени в следното:

1. Видът на изразите, получени за компенсаторите в кръстосаните връзки и еквивалентните едномерни обекти, показва, че елементите K_{11} и K_{22} следва да се избират равни на 1. Така структурата на двусвързания регулатор добива вида, показан на фиг. 7.

2. Физическата реализуемост на компенсаторите в кръстосаните обратни връзки не може да се гарантира и зависи от предавателните функции на сепаратните канали и кръстосаните връзки в обекта. При определени условия това ограничение може да бъде избегнато чрез подходяща комбинация на входно-изходните двойки променливи в модела на обекта (подходящ избор на основни канали на въздействие и кръстосани връзки), което обаче може да е в противоречие с други съображения при моделирането на обекта и синтеза на САР.

3. Компенсирането на кръстосаните връзки в обекта е свързано със съкращаване на полиномите в числителя и знаменателя на $\det \mathbf{G} = G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}$, което прави приложението на този двусвързан регулатор невъзможно в случаите, когато всички или част от нулите и/или полюсите на $\det \mathbf{G}$ са положителни. Гореспоменатите свойства на $\det \mathbf{G}$ могат да бъдат считани за критерий, определящ приложимостта на компенсацията с обратни кръстосани връзки.

В случаите, когато сепаратните канали и кръстосаните връзки на двусвързания обект са апроксимирани със звена тип - апериодично звено + звено с чисто закъснение с предавателни

функции $G_{ij} = \frac{k_{ij}}{T_{ij}p + 1} e^{-\tau_{ij}p}$, $i, j = 1, 2$, по отношение на т. 2 и 3 могат да бъдат формулирани

следните условия за приложимост:

- закъсненията в кръстосаните връзки трябва да бъдат по-големи по стойност от закъсненията в съответните сепаратни канали, или $\tau_{12} > \tau_{11}$ и $\tau_{21} > \tau_{22}$;

- нулите на $\det \mathbf{G}$ са отрицателни при изпълнение на следното условие:

$$k = \left| \frac{G_{12}(0)G_{21}(0)}{G_{11}(0)G_{22}(0)} \right| < 1, \quad \frac{G_{12}(0)G_{21}(0)}{G_{11}(0)G_{22}(0)} - \text{т. нар. статичен коефициент на взаимосвързаност (усло-$$

вието дава консервативна оценка в общия случай).

4. Предимство при този регулатор е, че обектите, които главните регулатори „виждат“, представляват сепаратните канали на двусвързания обект, тоест имаме действителна компенсация на кръстосаните връзки в обекта.

III. Задачи за изпълнение

III.1. Управление на температурен режим в ректификационна колона

Разглежда се обект за управление - ректификационна колона за разделяне на двукомпонентни смеси. В резултат на експеримент е определена следната матрична предавателна функция на обекта:

$$\begin{bmatrix} T_{17}(p) \\ T_4(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-2,16e^{-p}}{8,25p+1} & \frac{1,26e^{-0,3p}}{7,05p+1} \\ \frac{-2,75e^{-1,8p}}{8,25p+1} & \frac{4,28e^{-0,35p}}{9p+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(p) \\ S(p) \end{bmatrix}, \text{ където:}$$

$T_{17}(p)$ - температура при 17-тата тарелка в колоната (от долу нагоре);

$T_4(p)$ - температура при 4-тата тарелка в колоната;

$R(p)$ - разход на флегма;

$S(p)$ - разход на пара към ребойлера.

3.1.1. Да се моделира обектът за управление.

3.1.2. Да се определят елементите на матричната предавателна функция K (предавателните функции на компенсаторите) съгласно структурата с прави кръстосани връзки. Да се моделира разширеният обект за управление и се потвърдят чрез симулации търсените при синтеза свойства.

3.1.3. Да се настроят главните регулатори в двусвързаната автономна САР по втория метод на Циглер-Никълс.

3.1.4. Да се моделира така синтезираната САР. Да се потвърдят чрез симулационен анализ търсените при синтеза свойства на системата.

3.1.5. Да се коментират получените резултати.

III.2. Управление на изходните концентрации в бинарна ректификационна колона

Разглежда се обект за управление - ректификационна колона за разделяне на двукомпонентни смеси. В резултат на експеримент е определена следната матрична предавателна функция на обекта:

$$\begin{bmatrix} X_D(p) \\ X_B(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12,8e^{-p}}{16,7p+1} & \frac{-18,9e^{-3p}}{21p+1} \\ \frac{6,6e^{-7p}}{10,9p+1} & \frac{-19,4e^{-3p}}{14,4p+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(p) \\ S(p) \end{bmatrix}, \text{ където:}$$

$X_D(p)$ - съдържание на леснолетливия компонент в дестилата;

$X_B(p)$ - съдържание на труднолетливия компонент в течността в долната част на колоната;

$R(p)$ - разход на флегма;

$S(p)$ - разход на пара към ребойлера.

3.2.1. Да се моделира обектът за управление.

3.2.2. Да се определят елементите на матричната предавателна функция K (предавателните функции на компенсаторите) съгласно структурата с обратни кръстосани връзки. Да се мо-

делира разширеният обект за управление и се потвърдят чрез симулации търсените при синтеза свойства.

3.2.3. Да се настройт главните регулатори в двусвързаната автономна САР по метод по избор.

3.2.4. Да се моделира така синтезираната САР. Да се потвърдят чрез симулационен анализ търсените при синтеза свойства на системата.

3.2.5. Да се коментират получените резултати.

Лабораторно упражнение №12

Компенсация на чисто закъснение в САР. Регулатор на Смит.

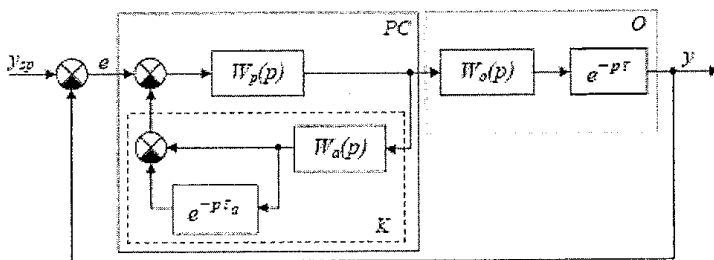
I. Въведение

Закъснението в една система за автоматично регулиране често е основна причина за лошото качество на регулиране. Наличието на голямо закъснение води до голямо пререгулиране, дълго време на преходния процес, а понякога дори и до неустойчивост на системата. Източниците на закъснението могат да бъдат различни. Например транспорт на материали в обекта (транспортно закъснение), апроксимация на високия ред на обекта (чисто закъснение), дълго време за комуникация и др. Закъснението поставя граница на областта на приложение на обикновените регулатори. Диференциалната съставка на ПИД регулаторите не може да изпълнява предсказващата си функция, а даже в някои случаи влошава качеството на процеси-те. По тази причина при обекти с голямо закъснение се използват най-често ПИ регулатори. Но за да се повиши устойчивостта на системата, се намалява коефициентът на регулатора, което пък прави процеса доста бавен. Ускоряване на преходния процес би било възможно, ако човек може по някакъв начин да предскаже как ще се развие регулируемата величина в бъдещето. Затова са разработени специални регулатори за компенсация на закъснението (DTC), някои от които ще бъдат разгледани в това упражнение.

II. Теоретични основи

Регулатор на Смит

Първата идея за компенсатор на закъснението е публикувана през 1957г. от O.J.M Smith и се състои в това как настройката на един регулатор, работещ с обект със закъснение, може да бъде сведена до настройка на регулатор за обект без закъснение. Това е възможно чрез въвеждане на допълнителен компенсиращ контур в структурата на регулатора. Компенсаторът е познат в литературата като регулатор на Смит (Smith Predictor). Структурната схема на регулатора на Смит е показана на фиг.1.



Фиг.1

В предложената структура регулаторът е обхванат с отрицателна обратна връзка, в която е включен компенсатор K . Предавателната функция на затворената система спрямо заданието

е $W_{zc}(p) = \frac{W_p(p)W_o(p)e^{-p\tau}}{1 + W_p(p)W_k(p) + W_p(p)W_o(p)e^{-p\tau}}$, където $W_k(p)$ е предавателната функция на компенсатора K .

Тъй като устойчивостта на системата съществено се влияе от знаменателя на предавателната функция на затворената система, то целта е закъснението да не участва в този знаменател, т.е. $1 + W_p(p)W_k(p) + W_p(p)W_o(p)e^{-p\tau} = 1 + W_p(p)W_o(p)$.

От уравнението следва каква трябва да бъде предавателната функция на компенсатора K

$$W_k(p) = W_o(p)(1 - e^{-\tau_r p})$$

Следователно, за да бъде реализиран на практика регулаторът на Смит, трябва да се разполага с модел на обекта. Така регулаторът на Смит ще има следната предавателна функция:

$$W_{pc}(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)W_a(p)(1 - e^{-\tau_a p})}, \text{ където } W_a(p) \text{ и } e^{-\tau_a p} \text{ са частите от модела на обекта}$$

съответно без закъснение и самото чисто закъснение.

Тогава при точен модел на обекта предавателната функция на затворената система се получава

$$W_{sc}(p) = \frac{W_p(p)W_a(p)e^{-\tau_r p}}{1 + W_p(p)W_a(p)}.$$

Тъй като с аналогови средства е много трудно да бъде реализирано звено с чисто закъснение, регулаторът на Смит не е имал реализация веднага след публикуването на идеята. След навлизането в практиката на цифровите регулатори DTC се предлагат вече като стандартни модули към индустриалните системи за автоматично регулиране. Най-често регулаторите в практиката реализират ПИ закон. Също така най-често моделите на обектите представляват апериодично звено от първи ред и звено с чисто закъснение. Така параметрите, които трябва да бъдат определени при настройката на системата, стават пет – kp , T_i , ka , Ta ита. Това драстично усложнява задачата в сравнение с ПИД регулатора, който има само три параметъра за настройка. Друг недостатък на регулатора на Смит е чувствителността на системата към неточността на модела и към промяната на параметрите на обекта. Всичко това ограничава приложението на регулатора на Смит в практиката.

Един от възможните начини за опростяване на настройката на регулатора на Смит е известен като предсказващ ПИ регулатор (PPI) и се състои в следното:

Нека регулаторът в основния контур да реализира ПИ закон. Най-често моделът на обекта е апериодично звено от първи ред и звено с чисто закъснение. Предавателните функции на регулатора и модела са съответно

$$W_p(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) \text{ и } W_m(p) = W_a(p) e^{-\tau_a p} = \frac{k_a}{T_a p + 1} e^{-\tau_a p}.$$

Предавателната функция на затворената система без закъснението е

$$W_{sc}(p) = \frac{W_p(p)W_a(p)}{1 + W_p(p)W_a(p)}.$$

След заместване на $W_p(p)$ и $W_a(p)$ се получава

$$W_{sc}(p) = \frac{T_i p + 1}{\frac{T_i T_a}{k_p k_a} p^2 + T_i \left(1 + \frac{1}{k_p k_a} \right) p + 1}.$$

Изразът представлява предавателна функция на система от втори ред с коефициент на затихване: Известно е, че при $\xi=1$ се получава критично-апериодичен преходен процес, т.е. най-бързият апериодичен процес в системата. Най-простият начин да се постигне $\xi=1$ е, ако параметрите на регулатора и модела бъдат определени като $T_i = T_a$, $k_p = 1/k_a$.

След заместване на параметрите на регулатора в предавателната функция на затворената

система тя приема вида $W_{sc}(p) = \frac{1}{T_a p + 1} e^{-\tau_a p}$, т.е. спрямо заданието системата ще се държи

като апериодично звено от първи ред и звено с чисто закъснение. Освен това ще има и нулева статична грешка. По този начин за настройката на регулатора на Смит ще бъде необходимо да бъдат определени само параметрите на модела на обекта: ka , Ta и τ_a . Така общият

брой на неизвестните параметри вече се свежда до три, което значително опростява задачата за настройка на регулатора на Смит.

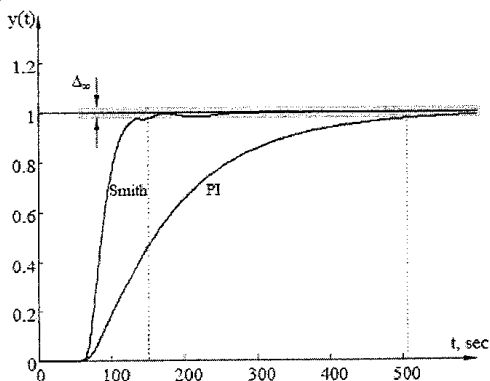
За илюстриране на всичко, казано дотук, нека разгледаме следния пример. Да вземем обект с предавателна функция $W_o(p) = \frac{1}{(10p+1)^3} e^{-60p}$. След апроксимация на преходната му харак-

теристика се получават следните параметри на модела: $ka=1, Ta=19.6, \tau a=72$. Да сравним как биха се справили един обикновен ПИ регулатор и един регулатор на Смит с управление-то на този обект.

Настройката на обикновения ПИ регулатор е направена по формулите на Астром-Хагlund $k_p=0.15k_a=0.15 \quad T_i=0.4\tau_a=28.8$.

Настройката на регулатора на Смит е по формулите $T_i=T_a=19.6, k_p=1/k_a=1$.

На фиг.2 са дадени симулациите на преходните процеси на затворената система по задание за системата с регулатор на Смит и с обикновения ПИ регулатор.



Фиг.2

Виждаме, че за системата с обикновения ПИ регулатор процесът е доста бавен с време на регулиране около 500 сек. при зададена точност $\Delta\sigma = \pm 2\%$. Това се дължи на силно намаления коефициент на регулатора. Ако се опитаме да ускорим преходния процес чрез увеличаване на коефициента на регулатора или намаляване на времеконстантата на интегриране, преходният процес ще стане колебателен и съответно ще се намали устойчивостта на системата. Системата с регулатора на Смит има време на регулиране около 150 сек. Малките колебания се дължат на неточния модел на обекта.

При по-голямо разминаване между модела и обекта обаче могат да се получат значителни колебания и дори неустойчива система. Затова коефициентът на регулатора може да се избира като $k_p = 1/\lambda k_a$, където $\lambda \geq 1$. Това ще се отрази на предавателната функция на затворената

система по следния начин: $W_{sc}(p) = \frac{1}{\lambda T_a p + 1} e^{-\tau_a p}$.

Чрез увеличаване на параметъра λ се намалява бързодействието на системата, но пък от друга страна може да се постигне апериодичен преходен процес при неточен модел или при променливи параметри на обекта. Това е въпрос на компромис между желанието за голямо бързодействие и постигането на известна робастност на системата.

Симулацията показва предимствата на регулатора на Смит пред обикновения ПИ регулатор при управление на обект с голямо закъснение. Веднага трябва да се каже, че използването на регулатор на Смит има смисъл само при стойности на относителното закъснение a/Ta над единица. В противен случай един добре настроен ПИД регулатор би се справил също толкова успешно, като в същото време е значително по-

евтин и прост. Друго ограничение, което се налага чрез РРІ регулатора, е използването му само за обекти с коефициент на затихване $\xi \geq 1$, докато в практиката се срещат и обекти, които съдържат интегриращи или колебателни звена.

Има направени много модификации на регулатора на Смит с цел да се преодолеят посочените дотук недостатъци, но принципно различно решение досега не се е появило. Също така са направени усъвършенствания в насока автоматична настройка на параметрите, както и разработка на нови методи за определяне на параметрите на обекта.

III. Задачи за изпълнение

1. Намира се моделът на обекта във вид на апериодично звено от първи ред и чисто закъснение. За целта е добре да се използва готова програма с оглед получаване на по-точни резултати.
2. Настройват се последователно един класически ПИ регулатор и РРІ регулатор с критерий получаване на апериодичен преходен процес.
3. Снемат се преходните процеси по задание в двете системи. Класическият ПИ регулатор се реализира, като на схемата от фиг.1 се премахне връзката между компенсатора K и регулатора.
4. Променя се закъснението на обекта с 20%.
5. Отново се снемат преходните процеси в системите, без да се пренастройват двата регулатора.
6. Прави се сравнителен анализ между двете системи относно качеството на регулиране при точен модел на обекта и относно робастността на регулаторите при неточен модел.

Лабораторно упражнение №13

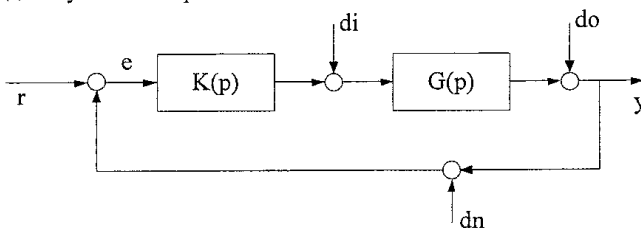
Моделно базирано управление

I. Въведение

В практиката голяма част от обектите съдържат времезакъснение от един или друг вид. За синтез на регулатори за системи с времезакъснение са разработени различни алгоритми, като един от тях е регулаторът, съдържащ модела на обекта.

II. Теоретични основи

На фиг.1 е показана SISO (един вход и един изход) система, съдържаща регулатор $K(p)$ и обект $G(p)$. Към системата също така могат да се добавят и различните видове смущения по вход, по изход и шум от измерване.



Фиг.1

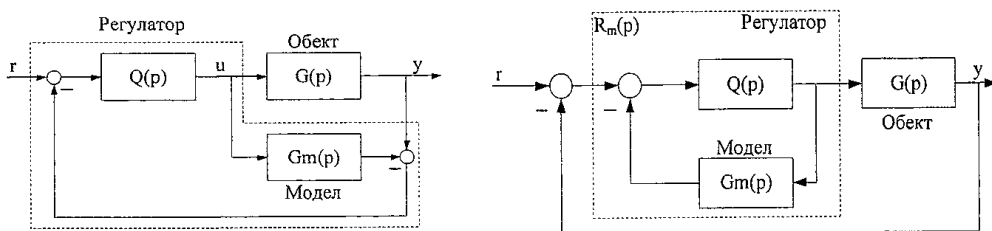
При синтеза даден регулатор трябва да се осигури:

- Устойчивост на САР;
- Постигане на добро следене на заданието с минимална грешка, особено при сервосистемите – системи за следене;
- Компенсация на смущенията – по вход и изход на обекта;
- Намаляване на влиянието на смущенията в следствие на шумът от измерването на регулируемата величина.

Но както е известно, получаване на идеален модел е доста трудна задача и винаги между него и реалния обект ще има разлики. Компенсацията на тази разлика налага да се добави и ново свойство робастност.

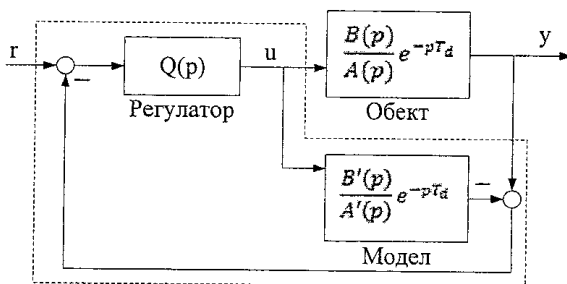
На базата на условията за вътрешна устойчивост се получава структура-фиг.2, наречена система с вътрешен модел, в която към структурата на регулатора се добавя и моделът на обекта. Ако сравним системите от фиг.1 и фиг.2, получаваме

$$Q(p) = K(p)(1 + G(p)K(p))^{-1} \text{ и } K(p) = (1 - Q(p)G(p))^{-1} Q(p).$$



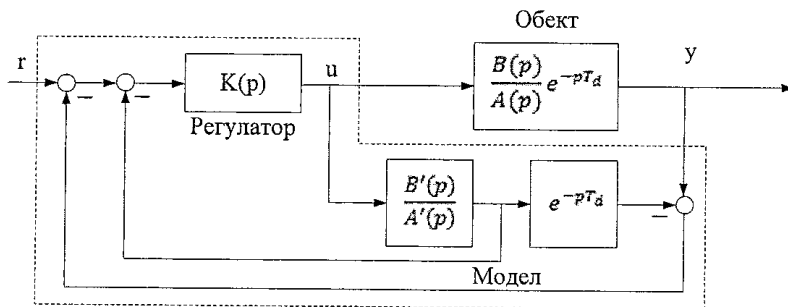
Фиг.2

Нека разгледаме SISO система с чисто закъснение, описана с $G(p) = G_p(p)e^{-pT_d}$, където $G_p(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ е предавателната функция без закъснение и $T_d > 0$ е чистото закъснение. Замествайки модела на обекта в системата с вътрешен модел, получаваме системата показана на фиг.3.



Фиг. 3

При синтез на регулатор за система с вътрешен модел едновременно трябва да се вземат предвид неопределеността в модела и времезакъснението, което доста усложнява процеса. Целта е да се раздели закъснението от обекта и синтезът да се базира изцяло върху неопределеността. Това е постигнато от Смит преди повече от 50 години, като структурата на САР се описва така, както е показана на фиг.4. Целта е да се синтезира регулатор (процедура), която да може да предсказва стойността на изхода. В следващите няколко примера ще разгледаме подходи за получаване на параметри на регулатори с ПИ и ПИД структура. При синтез на регулатори винаги имаме критерии, които трябва да се удовлетворяват. В нашия случай ще използваме два: минимум на IAE –интеграл от абсолютната стойност на грешката и ISE- интеграл от квадрата на грешката .



Фиг. 4

$$IAE : \tilde{G}_+(p) = e^{-\Theta p} \prod_i^n (-\beta_i p + 1)$$

$$IAE : \tilde{G}_+(p) = e^{-\Theta p} \prod_i^n (-\beta_i p + 1)$$

$$ISE : \tilde{G}_+(p) = e^{-\Theta p} \prod_i^n \frac{(-\beta_i p + 1)}{(\beta_i p + 1)}$$

$$ISE : \tilde{G}_+(p) = e^{-\Theta p} \prod_i^n \frac{(-\beta_i p + 1)}{(\beta_i p + 1)}$$

От условието за вътрешна устойчивост за $Q(p)$ се получава, че е равно на реципрочната стойност на модела, т.е. $Q(p) = 1/G_m(p)$. Следващата стъпка е добавяне на нискочестотен филтър към $Q(p)$, което спомага за оптималната му работа и като крайна стойност за $Q(p)$ получаваме $Q(p) = F(p)(1/G_m(p))$. За филтър се избира апериодично звено от първи ред.

$$F(p) = \frac{1}{\lambda p + 1} \text{ и } Q(p) = \frac{1}{\lambda p + 1} (1/G_m(p))$$

Нека разгледаме пример, в който моделът на обекта е апериодично звено и желаният регулатор $K(p)$ е с ПИ структура. Прилагайки формулите, получаваме следните зависимости

$$G_m(p) = \frac{K(\beta p + 1)}{\tau p + 1}, \quad K(p) = \left(1 + \frac{1}{\tau_I p}\right) \left(\frac{1}{\tau_F p + 1}\right) \quad Q(p) = \frac{\tau p + 1}{K(\lambda p + 1)}$$

За параметрите на регулатора получаваме $\tau_I = \tau$, $\tau_F = \beta$, $K_p = \tau / K\lambda$.

При синтез на ПИД регулатор и неминимално фазов обект, (нула в дясната полуравнина):

$$G_m(p) = \frac{K(-\beta p + 1)}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)}.$$

Като критерий за оптимизация ще бъде използван IAE. Замествайки уравнението на модела на обекта и критерия за оптимизация за $G_m(p)^{-1}$, получаваме $G_m(p) = \frac{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)}{K}$, а за

$$Q(p) \text{ получаваме } Q(p) = \frac{1}{\lambda p + 1} \frac{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)}{K}.$$

Приравнявайки двете системи от фиг.1 и фиг.2, за параметрите на ПИД регулатора получаваме $K_p = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\beta + \lambda)}$, $\tau_I = \tau_1 + \tau_2$, $\tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$.

Следващият пример е свързан с модел от първи ред с чисто закъснение $G_m(p) = \frac{K}{(\tau p + 1)} e^{-\theta p}$.

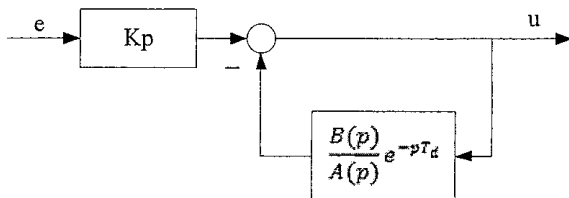
Независимо от прилагания критерий за оптималност (IAE или ISE) за $\tilde{G}_+(p)$ получаваме $\tilde{G}_+(p) = e^{-\theta p}$ и $\tilde{G}_-(p) = K / (\tau p + 1)$.

Прилагайки стъпките за намиране на $Q(p)$, получаваме следната зависимост:

$$Q(p) = \frac{\tau p + 1}{K(\lambda p + 1)}, \text{ а съответстващият регулатор } K(p) \text{ е } K(p) = \frac{\tau p + 1}{K(\lambda p + 1 - e^{-\theta p})}$$

Съществуват три възможности:

1. Да се използва структурата на регулатор на Смит;
2. Да се използва структурата на предсказващия ПИ регулатор(фиг.5);
3. Да се разложи закъснението в ред на Паде от първа степен и да се приложат стъпките от втория пример, в който имаме неминимално фазов обект и ПИД регулатор. (Да се изведат зависимостите на параметрите на ПИД регулатора).



Фиг. 5

Пример: Даден е обект от описан със следната предавателна функция:

$$G(p) = \frac{1}{(5p + 1)(10p + 1)(2p + 1)} e^{-14p}.$$

Да се апроксимира ПФ на обекта към подходящ модел (първи ред със закъснения) и след това да се синтезира регулатор (ПИ или ПИД), с който да се постигне пререгулиране под 20%.

Решение:

Получаването на модела на обекта може да се направи по няколко начина. В текущия пример ще използваме графоаналитичния метод на Бройда. След прилагане на метода за модела

$$\text{намираме } G_m(p) = \frac{1}{(14.19p+1)} e^{-18.82p}.$$

Следващата стъпка е избор на структура, т.е. вътрешен модел, или тъй като имаме закъснение структурата с регулатор на Смит. В този пример ще използваме и двата модела. Първо ще разложим чистото закъснение в ред на Паде от първа степен и след това ще намерим параметрите на съответстващия ПИД регулатор за структурата от фиг.1.

При разлагане в ред на Паде получаваме $e^{-18.82p} = \frac{-(\theta/2)p+1}{(\theta/2)p+1} = \frac{-9.41p+1}{9.41p+1}$, за модела на

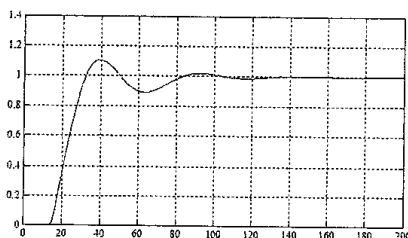
$$\text{обекта се получава } G_m(p) = \frac{-9.41p+1}{(14.19p+1)(9.41p+1)}.$$

Прилагайки зависимостите и избирайки параметъра ламбда да е 15 получаваме следните параметри:

$$K_p = \frac{\tau_1 + \tau_2}{K(\beta + \lambda)} = 0.97$$

$$\tau_I = \tau_1 + \tau_2 = 23.6$$

$$\tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = 5.66$$



Фиг. 6

Следващата стъпка е намиране на параметрите на ПИИ регулатора, който ще бъде използван в структурата с регулатор на Смит. За тази цел ще използваме модела и метода за настройка на Åstrom-Hägglund. Прилагайки метода за параметрите намираме следните стойности $\tau_I = 0.8T = 11.35$, $K_p = 0.15K = 0.15$.

След намиране на всички необходими параметри за модела и регулаторите е ред да се състави блокова схема в средата на Matlab® и след това да се симулира (фиг.6).

III. Задачи за изпълнение

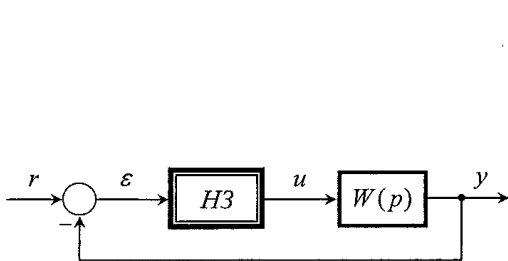
1. За даден обект от висока степен (3-5) със или без закъснение да се намери съответния модел от първи ред със закъснение.
2. Да се намерят параметрите на регулатора $K_I(p)$, използвайки методи за синтез по: Ziegler-Nichols, Åstrom-Hägglund и др. Да се използва критерий по избор.
3. Да се намерят параметрите на регулатора $K_2(p)$, базиран на зависимостите от системата с вътрешен модел, като се използва критерият, който е избран в предходната точка.
4. Да се сравни качеството на регулиране при така получените регулатори.

Лабораторно упражнение №14

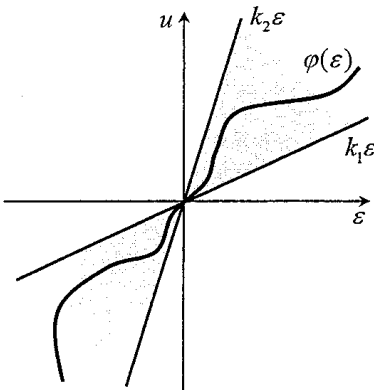
Абсолютна устойчивост на нелинейни системи. Критерий на Попов. Устойчивост на системи с позиционни регулатори

I. Въведение

Голям брой разпространени в практиката системи за управление се характеризират със структурна схема, която може да бъде приведена към типовата структура, показана на фиг.1.



Фиг.1



Фиг.2

Това са системи, в които всички звена, с изключение на едно, могат да бъдат приети с достатъчна точност за линейни, като нелинейното звено (НЗ) е разположено в правия канал на системата и е с безинерционна (статична) характеристика.

В голяма част от случаите нелинейното звено (или елемент) е въведено преднамерено в управляващата част на системата (САР с позиционни регулатори например). Такива нелинейни елементи обикновено се характеризират със съществени нелинейности. В други случаи то се явява в структурата на САР с цел отчитане на ограничения и/или присъщи свойства на изпълнителните механизми и регулиращи органи, или определени характеристики на обекта за управление. Следва да бъдат отбелязани и следните особености:

- еквивалентната предавателна функция $W(p)$ в типовата структура на фиг.1 представлява произведението на предавателните функции на всички линейни звена разположени в контура на системата за управление. Наличието на линейни звена в обратната връзка и/или в правия канал на системата, разположени преди нелинейното звено, се отразява чрез добавянето на допълнителни еквивалентни линейни динамични звена, със съответни предавателни функции на входа и на изхода на типовата структура. Наличието на тези допълнителни звена от своя страна не променя (в големия брой случаи) изходните условия по отношение на задачата за анализ на устойчивостта.
- в разглеждания клас системи попадат и системи за управление, които включват в структурата си повече на брой нелинейни звена със статични характеристики при условие, че те са разположени в правия канал на системата и начинът, по който са свързани, позволява те да бъдат приведени към едно еквивалентно нелинейно звено.

Изследването на устойчивостта на този клас системи е довело формулирането на задачата за т. нар. абсолютна устойчивост. Под абсолютна устойчивост се разбира глобална асимптотическа устойчивост (на дадено равновесно положение или движение) за определен клас характеристики на нелинейното звено в системата. Обособяването на характеристиките на нелинейните звена се извършва на база на неравенства, които ограничават сектора, в който е разположена нелинейната характеристика (Фиг. 2), т.е.

$$k_1 \leq \frac{\varphi(\varepsilon)}{\varepsilon} \leq k_2.$$

В общия случай коефициентите k_1, k_2 могат да имат произволни стойности, включително и $k_2 \rightarrow \infty$ (съответно $k_1 \rightarrow -\infty$). Така формулираната задача в различни варианти по отношение на изискванията към свойствата на линейната част на системата, границите на секторната нелинейност и евентуални допълнителни ограничения върху функцията $\varphi(\varepsilon)$ (по отношение на големината на нейната производната най-често) е била обект на множество изследвания, като основен инструмент за търсенето на решения представляват теоремите в основата на втория метод на Ляпунов. В резултат са формулирани редица условия за устойчивост (достатъчни), една група, от които, изразени под формата на неравенства, включващи коефициентите на предавателната функция на линейната част на системата. По-широко приложение са намерили получените достатъчни условия за абсолютна устойчивост с използване на честотните характеристики на линейната част на системата поради факта, че допускат относително ясни графични интерпретации, както и поради възможността за тяхното приложение за определяне на абсолютна устойчивост без нуждата от аналитичен модел на линейната част на системата.

Най-важните резултати в честотната област по отношение на задачата за абсолютна устойчивост на равновесните положения на системи със структура, показана на фиг. 1., са представени по-долу. Предполага се $r(t) = \text{const}$ за $t \geq 0$.

II. Теоретични основи

II.1. Критерий на Попов

При допускания за нелинейно звено със стационарни характеристики, принадлежащи на сектора $[0, k_2]$ ($k_1 = 0, k_2 > 0$), асимптотически устойчива или астатическа (един нулев полюс, останалите с отрицателни реални части) линейна част:

Равновесното положение се характеризира с абсолютна устойчивост, ако за всяко реално число α и $\omega \geq 0$ честотната характеристика $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ удовлетворява следното неравенство:

$$\operatorname{Re}[(1 + \alpha j\omega)W(j\omega)] > -\frac{1}{k_2}. \quad (1)$$

Това условие е известно като „критерий на Попов“ за абсолютна устойчивост.

След отделянето на реалната част и въвеждането на т. нар. модифицирана честотна характеристика $W_M(j\omega) = U_M(\omega) + jV_M(\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ неравенството (1) може да бъде преобразувано до

$$V_M(\omega) < \frac{1}{\alpha} U_M(\omega) + \frac{1}{\alpha k_2},$$

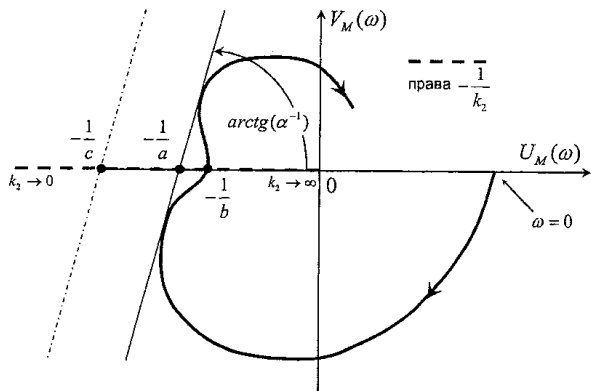
което от своя страна позволява следната графична интерпретация на критерия на Попов за абсолютна устойчивост:

Равновесното положение се характеризира с абсолютна устойчивост, ако в равнината на модифицираната честотна характеристика може да бъде построена права (права на Попов), пресичаща реалната ос в т. $-\frac{1}{k_2}$ така, че модифицираната честотна характеристика

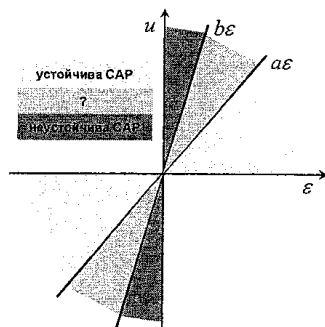
тика да остане надясно от тази права (в дясната полуравнина, определена от тази права).

Приложението на критерия на Попов е илюстрирано на фиг.3.

Измежду всички точки, разположени върху отрицателната полуос, $-1/a$ е точката с най-малка абсолютна стойност (съответстваща на най-голяма стойност на горната граница на сектора $-k_2$), през която може да бъде построена права на Попов. Така съгласно критерия на Попов може да бъде заключено, че САР има абсолютно устойчиво равновесно положение при условие, че характеристиките на нелинейното звено са разположени в сектора $[0, \alpha]$. Пълният анализ на устойчивостта на системата в зависимост от стойността на k_2 е показан на фиг.4.



Фиг.3



Фиг.4

Така формулираният критерий не дава възможност за заключение относно абсолютната устойчивост на равновесното положение на САР в интервала (a, b) . Това е следствие на характера на дефинираното условие за абсолютна устойчивост, а именно факта, че то представлява достатъчно, но не и необходимо такова.

Критерият на Попов може да бъде приложен и при интерпретация на задачата за абсолютна устойчивост по отношение на стойността на коефициента на пропорционалност на линейната част - т.е. за определяне на „запас“ по устойчивост (по модул). Нека $k_2 = c$. Съгласно критерия САР има абсолютно устойчиво равновесно състояние при условие, че коефициентът на пропорционалност на линейната част не се изменя мултипликативно с фактор по-голям от c/a .

По-същество двете задачи са еквивалентни, тъй като изменение на коефициента на пропорционалност на линейната част може да бъде приведен еднозначно към изменение на горната граница на сектора, ограничаващ характеристиките на нелинейното звено.

II.2. Кръгов критерий

Най-общо, условието за абсолютна устойчивост на равновесното положение се изказва така: **САР с нелинейно звено, чиито характеристики принадлежат на сектора $[k_1, k_2]$ има абсолютно устойчиво равновесно положение при условие, че за всяко $\omega \geq 0$ се удовлетворява следното неравенство:**

$$\operatorname{Re} \left[\frac{1 + k_2 W(j\omega)}{1 + k_1 W(j\omega)} \right] > 0.$$

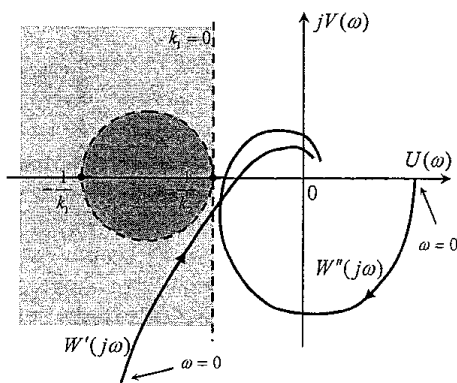
Графичната интерпретация на това условие в равнината на честотната характеристика е позната като „кръгов критерий“ за абсолютна устойчивост. Разграничават се следните основни случаи:

1. За $0 < k_1 < k_2$ нелинейната САР има абсолютно устойчиво равновесно положение при условие, че амплитудно-фазовата характеристика на линейната част $W(j\omega)$ не навлиза в кръга, определен от окръжност, пресичаща диаметрално реалната ос в точките $-1/k_1$ и $-1/k_2$ (Фиг. 5) и го обхваща в положителна посока $r \frac{\pi}{2}$ (r - броя на полюсите на $W(j\omega)$ с положителни реални части).

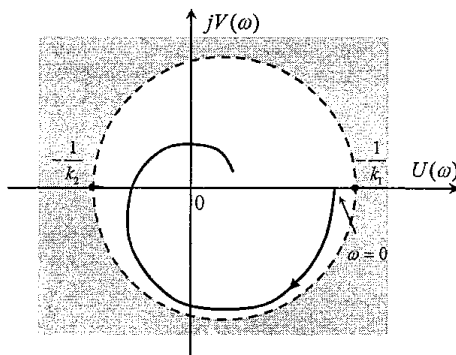
Тази интерпретация дава едно обобщение на критерия на Найквист за нелинейни системи от разглеждания тип, като критичната точката $-1/k$ в линейния случай (частния случай - $k_1 = k_2 = k > 0$) се заменя от така определения кръг.

2. За $0 = k_1 < k_2$ и асимптотически устойчива или астатическа линейна част нелинейната САР има абсолютно устойчиво равновесно положение при условие, че амплитудно-фазовата характеристика на линейната част $W(j\omega)$ не навлиза в областта от равнината, определена $U(\omega) < -\frac{1}{k_2}$

Двата случая са илюстрирани на фиг. 5.



Фиг.5



Фиг.6

При характеристики на нелинейното звено, ограничени в сектора $[k_1, k_2]$, нелинейната САР с астатическа линейна част, с предавателна функция $W'(p)$ има абсолютно устойчиво равновесно положение. САР с асимптотически устойчива линейна част, с предавателна функция $W''(p)$ има абсолютно устойчиво равновесно положение за характеристики на нелинейното звено, ограничени в сектора $[0, k_2]$.

Кръговият критерий може да бъде приложен и при отрицателни граници на сектора, ограничаващ характеристиките на нелинейното звено.

3. За $k_1 < 0 < k_2$ и асимптотически устойчива линейна част нелинейната САР има абсолютно устойчиво равновесно положение при условие, че амплитудно-фазовата харак-

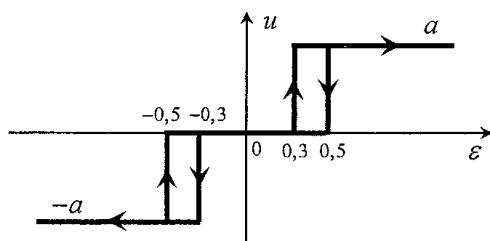
теристика на линейната част $W(j\omega)$ не напуска кръга, определен от окръжност, пресичаща диаметрално реалната ос в точките $-1/k_1$ и $-1/k_2$ (Фиг. 6)

Кръговият критерий (за разлика от критерия на Найквист), както и критерият на Попов изразяват достатъчни, но не и необходими условия за абсолютна устойчивост, като първите се характеризират с по-голяма общност както по отношение на вида на секторната нелинейност, така и поради факта, че важат и за САР с нестационарни характеристики на нелинейното звено. В случая, при който и двата критерия са приложими обаче, кръговият критерий води най-често до по-консервативни оценки на горната граница (k_2) на сектора, ограничаващ характеристиките на нелинейното звено (съответно на коефициента на пропорционалност на линейната част).

III. Задачи за изпълнение

Устойчивост на системи с позиционни регулатори

Разглежда се нелинейна САР със структура, показана на фиг.1.



Фиг. 7

Характеристиката на нелинейното звено е представена на фиг.7. Предполага се $r(t) = const$.

Нека $a = 1$ и $W(p) = \frac{0,5}{(p+1)^3}$.

1. Да се определят възможните равновесни състояния на системата.
2. Да се определят границите k_1 , k_2 на сектора, ограничаващ характеристиката на нелинейното звено.
3. Да се изчертае модифицирана честотна характеристика на линейната част на системата (Доп. въпрос - Да се анализират стойностите на модифицираните честотни характеристики при $\omega = 1$ и $\omega = \omega_{-\pi}$ ($Arg(W(j\omega_{-\pi})) = -\pi$)? Да се изследва поведението на модифицираната честотна характеристика в граничните случаи ($\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \infty$) при различни структури на линейната част).
4. Нека $r(t) = 0$. Да се изследва устойчивостта на равновесното положение на системата с помощта на критерия на Попов.
5. Да се определи диапазон на стойности на a , за който се изпълняват условията на Попов за абсолютна устойчивост.

Нека $a = 2$ и $W(p) = \frac{k}{p(p+1)^2}$.

6. Да се определят възможните равновесни състояния на системата. (Доп. въпрос - Да се анализират възможните равновесни състояния на системи, включващи интегриращо звено в линейната част и зона на нечувствителност).

7. Да се определят границите k_1, k_2 на сектора, ограничаващ характеристиката на нелинейното звено.
8. Да се изчертае модифицирана честотна характеристика на линейната част на системата. Нека $r(t) = 10$.
9. Да се изследва устойчивостта на равновесното положение на системата с помощта на критерия на Попов по отношение на k .
10. Да се изследва устойчивостта на равновесното положение на системата с помощта на кръговия критерий по отношение на k .
11. Да се сравнят получените в т. 4.3.9. и 4.3.10. резултати.
12. Да се моделират разглежданите системи. Да се определят съответните условия за устойчивост по симулационен път и се сравнят с получените съгласно критериите резултати.
- 13* Да се коментира устойчивостта при идеални релейни характеристики на нелинейното звено.

Лабораторно упражнение №15

Устойчивост на нелинейни системи. Методи на Ляпунов за анализ на устойчивостта. Синтез на адаптивна система с еталонен модел по втория метод на Ляпунов

I. Въведение

В общия случай интуитивните понятия за устойчивост се оказват недостатъчни за характеризиране на свойствата на равновесните положения и движенията на нелинейните системи. Голямото разнообразие, с което се характеризира тяхното динамично поведение в качествено отношение, налага по-прецизна дефиниция на свойството устойчивост, която от своя страна да се съгласува в по-голяма степен с практическата полезност от нейното удовлетворяване. Общоприетите дефиниции, които отговарят на тези условия са дадени от руския учен Ляпунов. В случаите, при които са възприети тези дефиниции, се говори за устойчивост по Ляпунов или устойчивост в смисъл на Ляпунов.

Разглежда се динамична система с уравнение на състоянието:

$$\dot{x} = f(x), \text{ където:} \quad (1)$$

$x(t)$ е вектор на състоянието на системата с размерност n , $f(x)$ - n - мерна векторна функция.

Състоянието (положението) x^* се нарича равновесно при условие, че $f(x^*) = 0$.

Съгласно дефиницията равновесните състояния се характеризират със следното: ако $x(t_0) = x^*$, то $x(t) = x^*$, за $t > t_0$, или, с думи, веднъж попаднала в равновесното си състояние, системата остава в него за всички бъдещи моменти от време.

Една от особеностите на нелинейните системи представлява възможността за съществуване на краен брой изолирани равновесни състояния, като е възможно всяко едно от тях да притежава различни свойства. Вследствие се говори не за устойчивост на системата, а по-скоро за устойчивост на дадено равновесно състояние.

Може да се даде следната дефиниция:

Равновесното състояние x^* е устойчиво при условие, че за всяко $R > 0$ съществува $r > 0$ такива, че ако $\|x(0) - x^*\| < r$, то $\|x(t) - x^*\| < R$ за всяко $t \geq 0$. В противен случай равновесното състояние е неустойчиво.

Съгласно тази дефиниция състоянието на системата може да бъде „удържано” в околност на равновесното състояние с произволни размери (хиперсфера с радиус R) при условие, че началното състояние е ограничено в околност със съответни размери (хиперсфера с радиус r) на равновесното състояние.

При условие, че равновесното състояние x^* е устойчиво и $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - x^*\| = 0$, то x^* е асимптотически устойчиво.

Пълното характеризиране на свойствата на равновесните състояния не изисква прецизиране и по отношение на областта на устойчивост на дадено равновесно състояние. Въведена е следната дефиниция:

Равновесното състояние x^* е асимптотически устойчиво в цялост или глобално асимптотически устойчиво при условие, че то е асимптотически устойчиво за всяко $x(0)$.

II. Теоретични основи

II.1 Методи на Ляпунов за анализ на устойчивостта

Основният проблем при анализа на нелинейни динамични системи и в частност при изследването на устойчивостта на равновесните им положения, е невъзможността в общия случай за получаване на аналитични решения на диференциалните уравнения, които описват системата. Ляпунов е доказал теореми, които дават достатъчни условия за устойчивост или неустойчивост на даденото равновесно положение, без необходимостта от получаване на аналитични решения на системата нелинейни диференциални уравнения. На база на тези теореми той е предложил два метода за изследване на устойчивостта на нелинейни системи, известни съответно като:

- първи, или непряк, метод на Ляпунов. При този метод за устойчивостта на нелинейната система се съди по свойствата на линеаризираното около равновесното положение описание на системата
- втори, или пряк, метод на Ляпунов, метод, който се състои в търсенето на специални функции, т.нар. функции на Ляпунов, които от своя страна позволяват да се съди за устойчивостта на нелинейната система.

Изказването на основните теореми на Ляпунов за устойчивост налага въвеждането на понятие за знакоопределени и полуопределени функции.

Скалярната функция $V(z)$, където z е n -мерен вектор се нарича положително определена в околността $\|z\| \leq r$ или локално положително определена при условие, че:

$$V(0) = 0 \text{ и } V(z) > 0, \text{ за } z \neq 0.$$

При условие, че

$$V(0) = 0 \text{ и } V(z) \geq 0, \text{ за } z \neq 0,$$

то функцията $V(z)$ се нарича локално положително полуопределена.

При условие, че r може да има произволно голяма стойност, функцията $V(z)$ се нарича положително (полу)определена в цялост или глобално положително (полу)определена. Функцията $V(z)$ се нарича локално (глобално) отрицателно (полу)определена, ако функцията $-V(z)$ е локално (глобално) положително (полу)определена.

II.1.2 Основни теореми на Ляпунов за устойчивост

Равновесното състояние $z^* = 0$ на системата с уравнение на състоянието $\dot{z} = g(z)$ е устойчиво в смисъл на Ляпунов, при условие че съществува скалярна функция $V(z)$, която локално (в хиперсфера с радиус r) удовлетворява следните три условия:

- $V(z) \in C^1$, т.е. има непрекъснати първи частни производни по елементите на вектора z ;
- $V(z)$ е локално положително определена;
- $\dot{V}(z)$ е локално отрицателно полуопределена.

Функция, която удовлетворява тези условия, се нарича функция на Ляпунов.

Ако $V(z)$ удовлетворява първите две условия и $\dot{V}(z)$ е локално отрицателно определена, то равновесното състояние $z^* = 0$ е асимптотически устойчиво.

Тази теорема дава достатъчни условия за локална устойчивост на равновесното състояние.

Ако съществува скаларна функция $V(z)$, която удовлетворява следните условия:

- $V(z) \in C^1$;
- $V(z)$ е положително определена в цялост;
- $V(z) \rightarrow \infty$, при $\|z\| \rightarrow \infty$;
- $\dot{V}(z)$ е отрицателно определена в цялост,

то равновесното състояние $z^* = 0$ е асимптотически устойчиво в цялост или глобално асимптотически устойчиво.

Основната идея в теорията на Ляпунов се състои в следното: ако съществува скаларна функция измерител на „енергията на системата“ (отклонението на системата от състоянието, на което съответства „енергия“ равна на нула) и тази функция е намаляваща във времето, то състоянието на системата се стреми към и ще се установи в състоянието с нулева „енергия“.

Теоремите на Ляпунов се отнасят до равновесното състояние $z^* \equiv 0$ на системи, дадени с уравнението $\dot{z} = g(z)$. Тази особеност не намалява общността на резултатите, тъй като към такава формулировка могат да бъдат приведени редица практически задачи.

Произволно равновесно положение може да бъде приведено в началото на координатната система 0 посредством трансформацията $z = x - x^*$, т.е. записвайки уравненията на системата в термините на отклоненията от изследваното равновесно състояние. За системата с уравнение (1) и положение на равновесие x^* имаме

$$\dot{z} = f(z + x^*) = g(z), \text{ откъдето } g(0) = f(x^*) = 0, \text{ или } z^* = 0.$$

Към класа системи, описани с уравнение (1), могат да бъдат приведени и системите за управление с обратна връзка. Нека обектът за управление е описан от следното уравнение:

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}, u, d), \text{ където:}$$

\tilde{x} е вектор на състоянието, u - входен вектор, u - вектор на смущаващите величини. Нека законът за управление има следния вид - $u = h(\tilde{x}, r, \dots)$ - зависимост, която в общия случай може да бъде интерпретирана като изходното уравнение на динамична система. Така се достига до описание от вида

$$\dot{x} = f(x, r, d), \text{ където:}$$

x е разширен вектор на състоянието, r - вектор на заданията, което в случаите, когато $r, d = \text{const}$, е от вида (1).

Както се вижда, при отпадане на ограничението - $r, d = \text{const}$, и след прилагане на гореуказаната трансформация, описанието се свежда до уравнение от типа

$$\dot{z} = g(z, t),$$

което определя система, попадаща в класа на т. нар. неавтономни системи, системи, при които $g(\cdot)$ е явна функция на времето. Към описание от този клас се свеждат и случаите, при които:

- САР е нестационарна;
- се изследва устойчивостта на дадено движение $x^*(t)$ на САР (както нестационарна, така и стационарна) такова, че $\dot{x}^* = f(x^*)$ (равновесното състояние представлява частен случай, при който $x^*(t) = \text{const}$). В този случай се говори за устойчивост на конкретното движение. Задачи от този тип възникват при САР, чието функциониране цели стабилизацията на конкретни, разчетени при проектирането траектории на системата. Теоремите на Ляпунов са обобщени с известни усложнения и за случаите на неавтономни системи.

Възможността за изследване на устойчивостта на нелинейни системи без необходимостта от интегриране на съответните уравнения води до универсалност на теоремите на Ляпунов по отношение на класа системи, към които те са приложими. Поради тези преимущества преки-ят метод на Ляпунов се явява основен инструмент както за анализ, така и за синтез на нели-

нейни САР. Най-общо процедурата по приложението му се свежда до формирането на функции на Ляпунов за изследваната система. Следва да бъдат отбелязани следните особености, както и произтичащите ограничения:

- методът води до получаването на достатъчни, не и необходими условия за устойчивост. Вследствие подобластта, в която се гарантира локална устойчивост (подобластта, за която е получена функция на Ляпунов) в общия случай се явява подобласт на областта на устойчивост на системата. Аналогични заключения могат да бъдат направени и при задачата за определяне на областта на устойчивост в пространството на параметрите;
- липса на обобщена и систематична процедура за формиране на „качествени“ функции на Ляпунов, т.е. функции, които водят до получаването на достатъчни условия за устойчивост, „близки“ до необходимите.

Построяването на функции на Ляпунов представлява същинската и най-трудна задача при приложението на прекия метод. Съществуват множество подходи към този проблем, като може би най-интуитивно е търсенето на функции на Ляпунов под формата на:

- квадратични форми на променливите на състоянието - $V(z) = z^T P z$, където матрицата P е положително определена;
- квадратични форми на десните части в уравнението на състоянието - $V(z) = g^T P g$, P положително определена.

II. Непряк метод на Ляпунов

Линеаризираното около равновесното състояние описание на системата има следния вид:

$$\dot{z} = \left. \frac{\partial g(z)}{\partial z} \right|_{z=0} z = A z.$$

Непрекият метод на Ляпунов се базира на следните теореми:

Ако всички собствени стойности на матрицата A са с отрицателни реални части, то равновесното положение на нелинейната система е асимптотически устойчиво.

Ако матрицата A има собствени стойности с положителни реални части, то равновесното положение на нелинейната система е неустойчиво

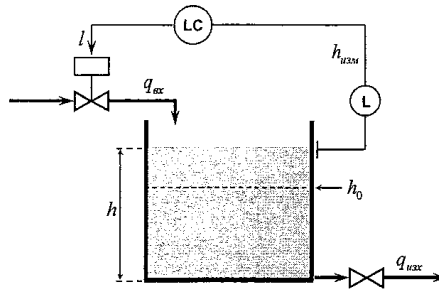
Първият метод на Ляпунов се характеризира със следните ограничения:

- невъзможност за заключение относно устойчивостта на нелинейната система, когато линеаризираната система е на границата на устойчивост (всички собствени стойности на матрицата A са с отрицателно реални части, с изключение на определен брой прости собствени стойности с нулеви реални части);
- не води до определяне на границите на подобластта, в която се гарантира локална устойчивост, т.е. границите на подобластта, в която линейното приближение е валидно;
- предполага съществуването на линейното приближение, което изключва директното приложение на метода при широк клас системи с практическо значение.

III. Задачи за изпълнение

Анализ на устойчивостта на система за управление на ниво

Схемата на система за регулиране на ниво в резервоар е показана на фиг.1.



Фиг. 1

където:

- $h(t)$ - ниво на флуида в резервоара;
- $l(t)$ - степен на отваряне на регулиращия орган;
- $q_{ex}(t)$ - дебит на входния поток;
- $q_{изх}(t)$ - дебит на изходния поток.

Обектът за управление е описан със следната система уравнения:

$$\dot{h} = \frac{1}{S}(q_{ex} - q_{изх});$$

$$q_{ex} = a_1 e^{bt};$$

$$q_{изх} = a_2 \sqrt{h}.$$

Нека нивомерът има линейна статична характеристика и регулаторът реализира ПИ закон за управление, т.е.:

$$h_{изм} = kh;$$

$$\dot{l} = -k_P \dot{h}_{изм} + k_I (h_0 - h_{изм}),$$

$h_0 = const$ - желано ниво на флуида в резервоара.

1. Да се запише диференциалното уравнение на системата за управление:

$$\dot{x} = f(x), \text{ където } x = [x_1, x_2]^T = [h, l]^T.$$

2. Нека $x_1^* = h_0$. Да се определи x_2^* . Да се трансформира описанието на системата така, че равновесното положение да бъде изместено в θ - $\dot{z} = g(z)$.

3. Да се изследва устойчивостта на системата с помощта на функцията $V(z) = g^T g$.

Нека нивомерът представлява аperiодично звено и регулаторът реализира И закон за управление, т.е.:

$$\dot{h}_{изм} = -b_1 h_{изм} + b_2 h;$$

$$\dot{l} = k_I (h_0 - h_{изм}).$$

4. Да се запише диференциалното уравнение на системата за управление

$$\dot{x} = f(x), \text{ където } x = [x_1, x_2, x_3]^T = [h, h_{изм}, l]^T.$$

5. Нека $x_1^* = h_0$. Да се определи x^* . Да се трансформира описанието на системата така, че равновесното положение да бъде изместено в θ - $\dot{z} = g(z)$.

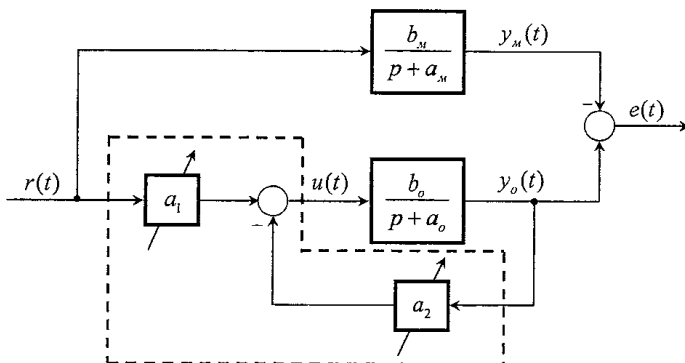
6. Да се получи линеаризираното описание на системата около θ . Да се получат условия за устойчивост по отношение на k_I .

7. Да се запише изразът на $\dot{V}(z)$ при $V(z) = g^T g$. Да се коментира устойчивостта на системата.

8. Да се моделира разглежданата система и се проверят получените резултати чрез симулации.

Синтез на адаптивна система с еталонен модел по втория метод на Ляпунов

Разглежда се следната адаптивна система с еталонен модел:



Фиг. 2

1. Да се запишат диференциалните уравнения на:

- еталонния модел - $r(t) \rightarrow y_m(t)$;

- затворената система - $r(t) \rightarrow y_o(t)$.

2. Да се определят a_1^* и a_2^* , за които предавателните функции на затворената система и еталонният модел са еквивалентни.

3. Дефинира се следният вектор на отклоненията:

$$e(t) = [e_0(t), e_1(t), e_2(t)]^T = [y_o(t) - y_m(t), a_1(t) - a_1^*, a_2(t) - a_2^*]^T.$$

Да се запише диференциалното уравнение (векторно) на системата в термините на отклонението - $\dot{e} = f(e, r, y_m) = [f_1, f_2, f_3]^T$.

4. Разглежда се положително определената функция

$$V(t) = \frac{1}{2} e^T e = \frac{1}{2} (e_0^2 + e_1^2 + e_2^2).$$

Да се запише изразът за $\dot{V}(t)$. Да се определят f_1 и f_3 така, че $\dot{V}(t)$ да бъде отрицателно (полу)определена функция. Да се коментира реализуемостта на получените закони за адаптация и устойчивостта на системата.

5. Да се предложи модификация на функцията $V(t)$ така, че да се „разширят” възможностите при синтеза. Да се синтезират реализуеми закони за адаптация.

6. Да се моделира разглежданата система и се проверят получените резултати по симулационен път.

7. Да се коментират получените резултати.

Препоръчана литература

1. Драготинов, И., И. Ганчев, Автоматизация на технологични процеси, УХТ – Пловдив, 2003
2. Хаджийски, М., и колектив, Автоматично управление на химико-технологични обекти, ДИ Техника, С., 1986.
3. Костов, К., А. Тодоров, К. Наплатаров, Промислени регулатори, София, 1980.
4. Наплатанов, Н., Основи на техническата кибернетика, т.2 Теория на автоматичното регулиране- Нелинейни системи ДИ Техника, С., 1975.
5. Куо, Б., Теория и проектирование цифровых систем управления, М., Машиностроение 1986.
6. Хинов, Х., К. Наплатаров, Автоматизация на технологични процеси, ДИ Техника, С., 1987.
7. Хаджийски, М., Автоматизация на технологични процеси в химическата и метатургичната промишленост, ДИ Техника, С., 1989 г..
8. Johnson, M., M. Moradi, PID Control-New Identification and Design Methods, Springer-Verlag London, 2005
9. Åström, K., T. Hägglund, Advanced PID Control, ISA- The Instrumentation Systems, and Automation Society, 2006.
10. Ogata, K., Modern Control Engineering 3rd ed., Prentice Hall International, Inc., 1997.
11. D'Azzo, J., C. Houpis, Linear Control System Analysis and Design with Matlab, Marcel Dekker, Inc., 5th ed., New York, 2003.
12. Dorf, R.C., R.H. Bishop, Modern control systems 11thed., Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, N.J. 07458, 2008.

АВТОМАТИЗАЦИЯ НА ТЕХНОЛОГИЧНИ ПРОЦЕСИ

Ръководство за лабораторни упражнения

Автори:

- © доц. д-р Асен Тодоров
- © гл. ас. д-р Станислав Енев
- © гл. ас. д-р Весела Карлова-Сергиева
- © гл. ас. д-р Александър Ефремов
- © гл. ас. Борислав Георгиев
- © инж. Алпер Мехмед

Рецензент:

- © доц. д-р Иван Драготинов

Стилов редактор:

- © Стояна Саева

Даден за печат: м. февруари 2012 г.

Излязъл от печат: м. февруари 2012 г.

Печатни коли: 5.75

Поръчка № 26 с/2011 г.

Тираж 100 броя

Цена 6.00 лв.

Формат 60/84/16

ISBN: 978-954-438-924-6

Издателство и печат - Техническият университет – София

гр. София, бул. Климент Охридски 8, тел. 02 965 22 26