

## Лабораторно упражнение 4

# ИЗСЛЕДВАНЕ НА УНИВЕРСАЛЕН ЦИФРОВ ПИД РЕГУЛАТОР

## 1. ЦЕЛ НА ИЗСЛЕДВАНИЯТА

Да се формират дискретно съответствие на универсален аналогов ПИД регулатор. Да се извърши непряко настройване на вторично изведените цифрови ПИД. Да се изследват двата типа регулатори при еднакви условия на функциониране на съответните непрекъснати и дискретно-непрекъснати САУ като се анализира степента на близост между тях при различен такт на дискретизация на цифровия ПИД. Да се създаде библиотека от съответни функционални блокове в SIMULINK.

## 2. МЕТОДИЧНИ УКАЗАНИЯ

### 2.1. Дискретни аналози на универсален аналогов ПИД регулатор

В този раздел ще бъдат изложени няколко стандартни подхода за дискретизиране на универсалния непрекъснат регулатор (1), представен в операторния вид

$$u(s) = K_p \left\{ [br(s) - y(s)] + \frac{1}{T_i s} e(s) + \frac{T_d s}{1 + T_f s} [cr(s) - y(s)] \right\} = u_p(s) + u_i(s) + u_d(s) \quad (1)$$

където всяка съставка се дефинира със съответните изрази:

$$u_p(s) = K_p [br(s) - y(s)], \quad u_i(s) = \frac{K_p}{T_i s} [r(s) - y(s)], \quad u_d(s) = \frac{K_p T_d s}{1 + T_f s} [cr(s) - y(s)]$$

Обикновено се прилагат апроксимационни техники, като формално се замени непрекъснатият аргумент  $s$  от отделните съставки на (1) с дискретен аргумент  $z$  ( $z^{-1}$ ), за да се опише дискретизираното поведение на всяка съставка на (1) във времевата област. Според трите най-често използвани асоциативни методи за дискретизация това се извършва с изразите (2).

$$(O1): \quad s = \frac{1 - z^{-1}}{T_0 z^{-1}}, \quad (O2): \quad s = \frac{1 - z^{-1}}{T_0}, \quad (T): \quad s = \frac{2}{T_0} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}, \quad (2)$$

където  $O1$  реализира права първа разлика на дискретизираните сигнали по метода *Ойлер*,  $O2$  - обратна първа разлика по метода *Ойлер* и  $T$ - билинейна

трансформация по метода на Тъстин. Коефициентът  $T_0$  е такт на дискретизация.

Изведени са следните изрази за дискретния ПИД алгоритъм:

- Апроксимация на П-съставката от (1)

$$u_p(k) = K_p [br(k) - y(k)] \quad (3)$$

- Апроксимация на производната на И-съставката от (1)

$$u_i(k) = u_i(k-1) + b_{i1}[r(k) - y(k)] + b_{i2}[r(k-1) - y(k-1)], \quad (4)$$

където коефициентите  $b_{i1}$  и  $b_{i2}$  се формират с изразите от табл. 3.

- Апроксимация на производните в модифицираната Д- съставка от (1)

$$u_d(k) = a_d u_d(k-1) + b_d [cr(k) - cr(k-1) - y(k) + y(k-1)], \quad (5)$$

където коефициентите  $a_d$  и  $b_d$  се формират с изразите от табл. 1.

**Таблица 1.** Преизчисляване на коефициентите на универсален дискретен ПИД

$b_{i1} = K_p \frac{T_0}{T_i} \gamma_i$	$b_{i2} = K_p \frac{T_0}{T_i} (1 - \gamma_i)$	$a_d = 1 - \frac{1}{\frac{T_f}{T_0} + \gamma_d}$	$b_d = K_p \frac{T_d}{T_0} \frac{1}{\frac{T_f}{T_0} + \gamma_d}$
---	---	--	--

при условие, че се дефинират обобщените коефициенти от табл. 2.

**Таблица 2.** Обобщени коефициенти

Коефициенти	Правна разлика (Ойлер-1)	Обратна разлика (Ойлер-2)	Билинейна трансформация (Тъстин)
$\gamma_i$	0	1	0.5
$\gamma_d$	0	1	0.5

Коефициентът  $a_d$  представлява полюс на регулатора и, за да бъде устойчиво управлението, е необходимо да се изпълнява условието  $|a_d| \leq 1$ . То винаги се удовлетворява, ако Д-съставката на регулатора се дискретизира с обратна първа разлика (Ойлер-2) или с билинейна трансформация (Тъстин). При апроксимиране на Д-съставката с права първа разлика (Ойлер-1), стойността на този полюс удовлетворява горното неравенство, само ако се изпълняват следните допълнителни изисквания към настройките на цифровия ПИД регулатор:

$$0 \leq \frac{T_0}{T_f} = \frac{NT_0}{T_d} \leq 2 \Rightarrow T_0 \leq 2T_f = \frac{2T_d}{N} \quad \text{или} \quad T_d > \frac{NT_0}{2}. \quad (6)$$

Чрез спомагателните коефициенти в табл. 1 и 2 може да се формира следното описание на

### **Обобщен универсален цифров ПИД регулатор**

$$u(k) = u_p(k) + u_i(k) + u_d(k), \quad (7)$$

като за целта се използват уравнения (3), (4) и (5). Тогава цифровият еквивалент на (1) се представя с изрази

$$u(k) = K_p [br(k) - y(k)] + \frac{(b_{i1} + b_{i2}z^{-1})}{(1 - z^{-1})} [r(k) - y(k)] + \frac{b_d(1 - z^{-1})}{(1 - a_d z^{-1})} [cr(k) - y(k)] \quad (8)$$

Често описание (8) се подлага на допълнително преобразуване, така че обобщеният алгоритъм да добие вида на т.нар.

### **Стандартен три-полиномен "P-S-T" цифров регулатор**

$$P(z^{-1})u(k) = T(z^{-1})r(k) - S(z^{-1})y(k), \quad (9)$$

където

$$P(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(1 - a_d z^{-1}) = 1 - (1 + a_d)z^{-1} + a_d z^{-2},$$

$$T(z^{-1}) = t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2}, \quad S(z^{-1}) = s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2}, \quad (10)$$

при условие, че

$$t_0 = K_p b + b_{i1} + b_d c, \quad t_1 = -K_p b(1 + a_d) - b_{i1} a_d + b_{i2} - 2b_d c,$$

$$t_2 = K_p b a_d - b_{i2} a_d + b_d c,$$

$$s_0 = K_p + b_{i1} + b_d, \quad s_1 = -K_p(1 + a_d) - b_{i1} a_d + b_{i2} - 2b_d,$$

$$s_2 = K_p a_d - b_{i2} a_d + b_d \quad (11)$$

## **3. ИЗХОДНИ ДАННИ ЗА РЕАЛИЗИРАНЕ НА УПРАЖНЕНИЕТО**

Използват се моделите на непрекъснатите обекти за управление със зададени предавателни функции в Лабораторно упражнение 1. По указания на ръководителя на упражнението се избират конкретни описания на цифрови ПИД регулатори и условия за тяхното дискретизиране.

## 4. ЗАДАЧИ ЗА ИЗПЪЛНЕНИЕ

### 4.1. Да се моделират в SIMULINK САУ с цифрови аналози на универсален аналогов ПИД регулатор след тяхното непряко настройване

За целта се препоръчва следната последователност от действия:

Стъпка 1. Изграждат се в SIMULINK двата вида структури на регулатора – чрез уравнения (8) и (9 - 11).

Стъпка 2. Създават се функции в MATLAB за преизчисляване на коефициентите на цифровия ПИД от тези на аналоговия при уточнения такт на дискретизация и допустимите комбинации от стойности на  $\gamma_i^{\tilde{\sigma}}$  и  $\gamma_d$ , съответно, в интегриращата и диференциращата съставки на регулатора.

Стъпка 3. Съпоставят се автономните действия на първичния аналогов и вторичния цифров ПИД регулатори в двете им форми (8) и (9 - 11) при всички възможни комбинации от стойности 0 и 1 на допълнителните коефициенти  $b$ ,  $c$  и  $T_f$  (симулиране на режим на включване и изключване на коефициентите с последващи промени в структурата на ПИД регулаторите).

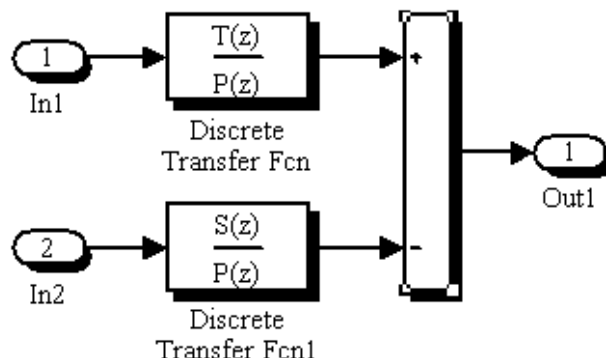
Стъпка 4. Решава се основната задача на изследването – да се установи степента на близост при функциониране на двата типа САУ (непрекъсната и дискретно-непрекъсната) на конкретния обект при избрания (достатъчно малък) такт на дискретизация и при всички възможни комбинации от стойности 0 и 1 на допълнителните коефициенти  $b$ ,  $c$  и  $T_f$ .

Допълнително се извършват следните наблюдения:

- В основната схема се включва нискочестотен филтър на заданието и се демонстрира неговият ефект върху амплитудите на сигналите в САУ
- В основната схема се включва ограничителен блок на входа на обекта и се демонстрира неговият ефект върху амплитудите на сигналите в САУ.
- Определя се онзи граничен такт на дискретизация, след увеличаването на който се променя съществено поведението на сигналите в САУ.

## 5. ПРИМЕРНИ РЕЗУЛТАТИ

На фиг. 1 е дадена P-S-T структурата на дискретен (ПИД) регулатор. Вместо блок **Discrete Transfer Fcn** може да се използва алтернативно **Filter**.



**Фигура 1.** P-S-T структура на дискретен (ПИД) регулатор

В Приложение П4 са предложени функции за преизчисляване на коефициентите на дискретния ПИД от параметрите на непрекъснатия му еквивалент. Модулът **d\_pid\_Uni** от табл. П4.1 е функция за изчисляване на спомагателни коефициенти на универсален дискретен ПИД с описание (8), а **d\_pid\_PST** от табл. П4.2 - функция за изчисляване на коефициентите в полиномите P, S и T в описанието (9 - 11) на универсалния дискретен ПИД с две степени на свобода.

#### Приложение 4

**Таблица П4.1.** Функция за изчисляване на спомагателни коефициенти на универсален ДПИД

<p><b>function</b> [bi1,bi2,bd,ad]=<b>dpid_Uni</b>  (Kp,Ti,Td,Tf,gi,gd,T0)</p> <p><b>% Предназначение</b>  % Формира спомагателни коефициенти  % в универсален дискретен ПИД регул.</p> <p><b>% Входни аргументи</b>  % Kp,Ti,Td –коефициенти на аналогов ПИД;  % Tf – времекопстанта на филтър на  % дифер. съставка; Tf=Td/N, N=8-20;  % gi, gd – коеф. на метода на дискретизация  % за интегр. и дифер. съставка, съответно;  % T0 – такт на дискретизация.</p>	<p><b>% Изходни аргументи</b>  % bi1,bi2,bd,ad - спомагателни коефициенти</p> <p>Ki=Kp*T0/Ti;  Kd=Kp*Td/T0;</p> <p>bi1=Ki*gi; bi2=Ki*(1-gi);  gf=gd+Tf/T0; bd=Kd/gf;  ad=1-1/gf;</p>
---	--

**Таблица П4.2.** Функция за изчисляване на коеф. на универсален ДПИД

<b>function</b> [P,S,T]= <b>dpid_PST</b>	
--	--

<p>(<math>K_p, T_i, T_d, b, c, T_f, g_i, g_d, T_0</math>)</p> <p><b>% Предназначение</b></p> <p>% Формира полиномите P, S, и T в дискретен</p> <p>% ПИД с две степени на свобода</p> <p><b>% Входни аргументи</b></p> <p>% <math>K_p, T_i, T_d</math> – коефициенти на аналогов ПИД;</p> <p>% <math>b, c</math> и <math>T_f</math> – коефициенти, допълващи</p> <p>% стандартния ПИД до универсален;</p> <p>% <math>g_i, g_d</math> – коеф. на метода на дискретизация</p> <p>% за интегр. и дифер. съставка, съответно;</p> <p>% <math>T_0</math> – такт на дискретизация.</p> <p><b>% Изходни аргументи</b></p> <p>% P, S, и T - полиноми в дискретен ПИД с</p> <p>% две степени на свобода</p>	<p><math>K_i = K_p * T_0 / T_i</math>;</p> <p><math>K_d = K_p * T_d / T_0</math>;</p> <p><math>b_{i1} = K_i * g_i</math>; <math>b_{i2} = K_i * (1 - g_i)</math>;</p> <p><math>g_f = g_d + T_f / T_0</math>; <math>b_d = K_d / g_f</math>;</p> <p><math>p_2 = 1 - 1 / g_f</math>; <math>p_1 = -1 - p_2</math>; <math>P = [1 \ p_1 \ p_2]</math>;</p> <p><math>t_0 = K_p * b + b_{i1} + b_d * c</math>;</p> <p><math>t_1 = -K_p * b * (1 + p_2) - b_{i1} * p_2 + b_{i2} - 2 * b_d * c</math>;</p> <p><math>t_2 = K_p * b * p_2 - b_{i2} * p_2 + b_d * c</math>; <math>T = [t_0 \ t_1 \ t_2]</math>;</p> <p><math>s_0 = K_p + b_{i1} + b_d</math>;</p> <p><math>s_1 = -K_p * (1 + p_2) - b_{i1} * p_2 + b_{i2} - 2 * b_d</math>;</p> <p><math>s_2 = K_p * p_2 - b_{i2} * p_2 + b_d</math>; <math>S = [s_0 \ s_1 \ s_2]</math>;</p>
---	---