Семинарно упражнение 4

ИЗСЛЕДВАНЕ НА КЛАСИЧЕСКИ ЦИФРОВИ ПИД РЕГУЛАТОРИ

1. ЦЕЛ НА ИЗСЛЕДВАНИЯТА

Да се формират дискретни съответствия на класически аналогови ПИД регулатори. Да се извърши непряко настройване на така изведените цифрови ПИД. Да се изследват двата типа регулатори при еднакви условия на функциониране на съответните непрекъснати и дискретно-непрекъснати САУ като се анализира степента на близост между тях при различен такт на дискретизация на цифровия ПИД. Да се създаде библиотека от съответни функционални блокове в SIMULINK.

2. МЕТОДИЧНИ УКАЗАНИЯ

2.1. Дискретни аналози на класически ПИД регулатори

Операторният вид на аналоговия класически ПИД регулатор може да се представи с най-общия израз

$$u(s)=\left[K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right)\right]e(s) \quad =W_{ПИД}(s)e(s)=\frac{Q_{ПИД}(s)}{P_{ПИД}(s)}e(s) \quad . \qquad (1)$$

Той се преобразува в дискретизиран вид

$$u(z)=Z\left\{L^{-1}\left[W_{ПИД}(s)\right]\right\}e(z)=W_{ПИД}(z)\,e(z)=\frac{Q_{ПИД}(z)}{P_{ПИД}(z)}e(z) \qquad (2)$$

в съответствие с формулата за връзка между Лаплсовата равнина (комплексната равнина на аргумента *s*, в която са разположение корените на уравненията $Q_{ПИД}(s)=0$ и $P_{ПИД}(s)=0$, т.е., съответно, нулите и полюсите на предавателната функция на регулатора) и z-равнината (равнината с единичната окръжност на аргумента *z*, в която са разположение корените на уравненията $Q_{ПИД}(z)=0$ и $P_{ПИД}(z)=0$). Обикновено $\deg Q_{ПИД}\geq 2$, а $\deg P_{ПИД}(z)\geq 1$.

Дискретизирането на непрекъснатата предавателна функция $W_{ПИД}(s)$ и формирането на $W_{ПИД}(z)$ от (2) може формално да се извърши на два етапа.

<u>Първият етап</u> представлява формалната замяна на непрекъснатия аргумент *s* в отделните му съставки от (1) със специфични изрази от дискретния аргумент *z*, и по-точно с z^{-1} в съответствие с конкретнно прилаганите методи за дискретизация:

(*O1*): $s = \dfrac{1 - z^{-1}}{T_0 z^{-1}}$, (*O2*): $s = \dfrac{1 - z^{-1}}{T_0}$, (*T*): $s = \dfrac{2}{T_0}\dfrac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$, (3)

където *O1* реализира <u>права</u> първа разлика на дискретизираните сигнали по метода *Ойлер*, *O2* - <u>обратна</u> първа разлика по метода *Ойлер* и *T*- билинейна трансформация по метода на *Тъстин*. Коефициентът T_0 е такт на дискретизация.

<u>Вторият етап</u> представлява преобразуване на описание (2) във времевата област и реалното формиране на сигналите на изхода на ПИД регулатора. За целта се прилага свойството на *z* оператора за изместване на произволна оригинална функция $x(t) \approx x(kT_0) \equiv x(k)$, $k = 0,1,2,\dots$, с израза $Z\{x(k \pm m)\} = z^{\pm m} x(z)$, но във вида

$$Z^{-1}\{z^{\pm m} x(z)\} = x(k \pm m) \quad . \tag{4}$$

Така в съответствие с (4) описание (2) се трансформира под формата на диференчно уравнение :

$$Z^{-1}\{P_{ПИД}(z)\, u(z) = Q_{ПИД}(z)\, e(z)\} \quad \Rightarrow$$

$$u(k) = p_1 u(k-1) + p_2 u(k-2) + \dots + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) + \dots \quad . \tag{5}$$

Стойността на неговите коефициенти зависят от три фактора: първи, параметрите на аналоговия ПИД (1), втори, избрания такт на дискретизация, и трети, комбинацията от приложените методи за дискретизация на И- и Д-съставките.

В табл. 1 са дадени коефициентите в диференчното уравнение на различни типове цифрови ПИД регулатори при $p_1 = 1$ и $p_2 = 0$.

Таблица 1. Преизчисляване на коефициентите на стандартен дискретен ПИД

Тип на ДПИД	q_0	q_1	q_2
DPID-v1 I (O2), D (O2)	$K_p\left(1 + \dfrac{T_0}{T_i} + \dfrac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\left(-1 - 2\dfrac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\dfrac{T_d}{T_0}$
DPID-v2 I (O1), D (O2)	$K_p\left(1 + \dfrac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\left(\dfrac{T_0}{T_i} - 1 - 2\dfrac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\dfrac{T_d}{T_0}$
DPID-v3 I (T), D (O2)	$K_p\left(1 + \dfrac{1}{2}\dfrac{T_0}{T_i} + \dfrac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{T_0}{T_i} - 1 - 2\dfrac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\dfrac{T_d}{T_0}$

В табл. 2 са дадени коефициентите на цифрови ПИД регулатори при $p_1=0$ и $p_2=1$. Особеност представлява извеждането на DPID-v4 след съпоставка на два дискретизирани ПИД регулатора в два различни такта: в *k*-тия момент от времето като I (O2) + D (O2) и в (*k*-2)-ия момент от времето като I (O2) + D (O1).

Таблица 2. Преизчисляване на коефициентите на стандартен дискретен ПИД

Тип на ДПИД	q_0	q_1	q_2
DPID-v4 I (O2), D (O2) за *k*-тия момент I (O2), D (O1) за (*k*-2)-я момент	$K_p\left(1+\frac{T_0}{T_i}+\frac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\left(\frac{T_0}{T_i}-2\frac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\left(-1+\frac{T_d}{T_0}\right)$
DPID-v5 I (T), D (T)	$K_p\left(1+\frac{1}{2}\frac{T_0}{T_i}+2\frac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\left(\frac{T_0}{T_i}-4\frac{T_d}{T_0}\right)$	$K_p\left(-1+\frac{1}{2}\frac{T_0}{T_i}+2\frac{T_d}{T_0}\right)$

2.2. Непреки методи за настройване на цифрови ПИД регулатори

Настройването на изведените цифрови регулатори се извършва според съответстващата зависимост между параметрите на първичните аналогови регулатори и вторичните цифрови ПИД.

2.3. Преки методи за настройване на класически цифрови ПИД регулатори

При условие, че се използват формули за определяне на коефициентите T_i and T_d според втория метод на Ziegler-Nichols

$$T_i=0.5T_u \quad \text{и} \quad T_d=0.125T_u,$$

а тактът на дискретизация на САУ е избран T_0 = 0.1T_u, (за да остане в препоръчителния интервал 0.0625T_u < T_0 < 0.125T_u), тогава дадените в табл. 1 и 2 описания се преобразуват в съответни описания на дискретен ПИД регулатор с един настройваем коефициент K_p .

3. ИЗХОДНИ ДАННИ ЗА РЕАЛИЗИРАНЕ НА УПРАЖНЕНИЕТО

Използват се моделите на непрекъснатите обекти за управление със зададени предавателни функции в Семинарно упражнение 1. По указания на ръководителя на упражнението се избират конкретни описания на цифрови ПИД регулатори и условия за тяхното дискретизиране.

4. ЗАДАЧИ ЗА ИЗПЪЛНЕНИЕ

4.1. Да се моделират САУ с цифрови аналози на класически ПИД регулатори в SIMULINK след тяхното непряко настройване

За целта се препоръчва следната последователност от действия:

Стъпка 1. Изграждат се два вида структури на регулатора под формата на диференчно уравнение (5). Избира се подходящ такт на дискретизация T_0 в САУ според предварителните изисквания към преходните процеси на сигналите в системата и в съответствие с динамиката на обекта на управление. За целта се възстановяват данните за динамиката на използвания в Семинарно упражнение 1 обект и се съгласува с ръководителя на упражнението подходящ такт T_0 и конкретни описания на цифровите ПИД регулатори.

Стъпка 2. Заимстват се от предишни упражнения коефициентите в аналоговия ПИД регулатор. Създават се съответни преобразуващи функции в MATLAB за преизчисляване на коефициентите в извежданите цифрови ПИД според изразите в табл. 1 и табл. 2.

Стъпка 3. Чрез преходните процеси се съпоставят автономните действия на първичния аналогов и вторичните цифрови ПИД регулатори.

Стъпка 4. Решава се основната задача на изследването – да се установи степента на близост при функциониране на двата типа САУ (непрекъсната и дискретно-непрекъсната) на конкретния обект при избрания (достатъчно малък) такт на дискретизация. Допълнително се извършват следните наблюдения:

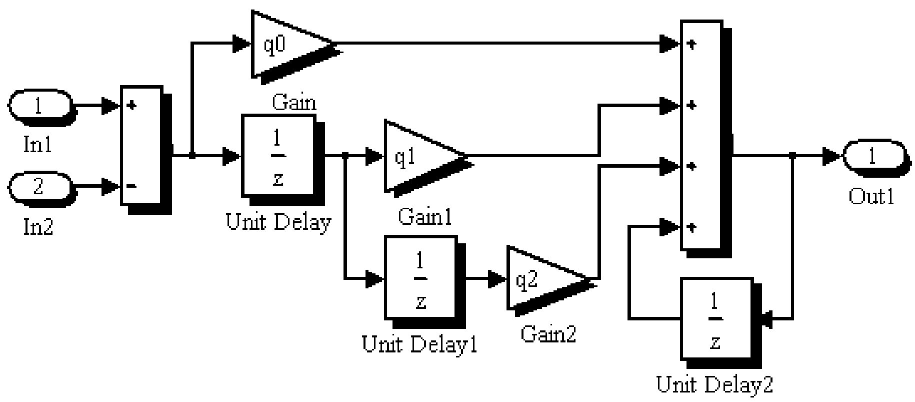
- В основната схема се включва нискочестотен филтър на заданието и се демонстрира неговият ефект върху амплитудите на сигналите в САУ
- В основната схема се включва ограничителен блок на входа на обекта и се демонстрира неговият ефект върху амплитудите на сигналите в САУ.
- Определя се онзи граничен такт на дискретизация, след увеличаването на който се променя съществено поведението на сигналите в САУ.

4.2. Да се моделират САУ с цифрови аналози на класически ПИД регулатори в SIMULINK след тяхното пряко настройване

За целта се преобразуват описанията в табл. 1 и 2, така че законът на управление да бъде функция само на един параметър на регулатора - K_p **.**

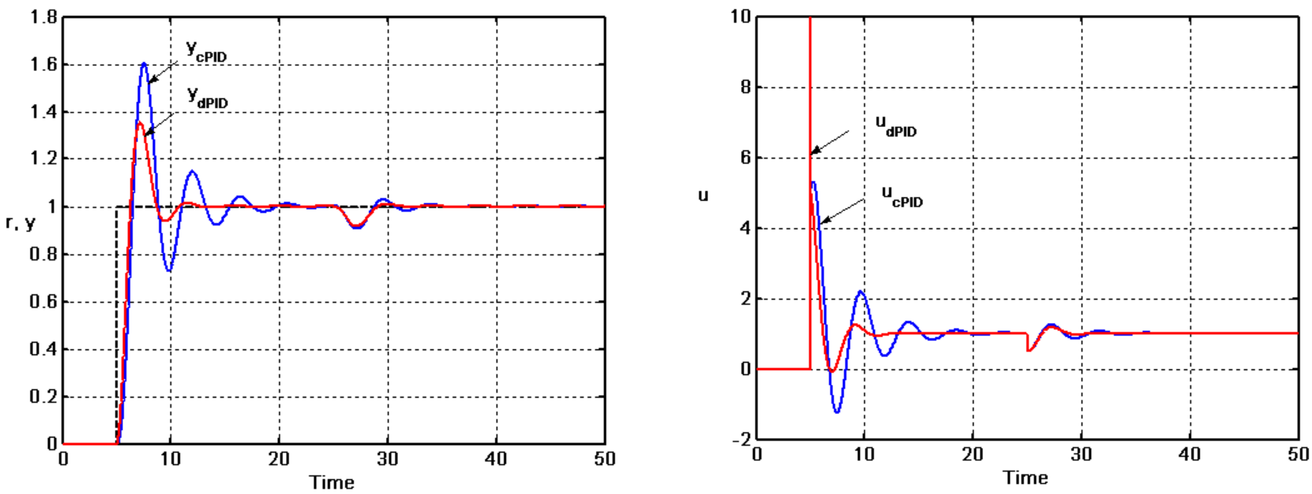
5. ПРИМЕРНИ РЕЗУЛТАТИ

На фиг. 1 е показана примерна схема на класически цифров ПИД регулатор. Тя представлява частен случай на диференчно уравнение (5), реализирано чрез блокове в SIMULINK. Закъсняващите блокове ***Unit Delay*** се характеризират с параметъра “такт на дискретизация T_0 ”. Първият вход **In_1** представлява заданието в САУ, а вторият **In_2** – обратната връзка по регулируемата величина в САУ. **Out_1** е управлението в САУ.



Фигура 1. ПИД като диференчно уравнение (5) с коефициенти от табл. 1

На фиг. 2 е дадено примерното съпоставяне на сигналите в САУ с аналогов и цифров ПИД за един и същ динамичен обект и при еднакви условия за функционирането им, напр. при еднакви граници на изменение на амплитудите на управление.



Фигура 2. САУ на конкретен непрекъснат обект с аналогов и цифров ПИД

В Приложение П4 е предложена функция ***c2dpid*** за преизчисляване на коефициентите на дискретния ПИД от параметрите на непрекъснатия му еквивалент, според изразите от табл. 1 и 2.

Приложение 4

Таблица П4. Модул за изчисляване на коеф. на стандартен дискретен ПИД

```
% Това е модул, чрез който може да се създава подходяща функция с даденото обръщение
% и съдържание според конкретния вариант на реализиране на дискретния ПИД
 function [q0,q1,q2]=c2dpid(Kp,Ti,Td,T0)
% Предназначение
% Функция за изчисляване на коефициентите q0, q1 и q2 на цифров ПИД
% от коефициента на пропорционалност Kp, времеконстантата на интегриране Ti и
% времеконстантата на диференциране Td, при такт на дискретизация T0 според
% конкретния вариант на стандартния дискретен ПИД алгоритъм
% (първи вариант)
    q2 = Kp*Td/T0;    q0 = Kp+Kp*T0/Ti+q2;   q1 = -Kp-2*q2;
% (втори вариант)
    q2=Kp*Td/T0;      q0=Kp+q2;     q1=-Kp+Kp*T0/Ti-2*q2;
% (трети вариант)
    q=.5*Kp*T0/Ti;    q2=Kp*Td/T0;    q0=Kp+q+q2;   q1=-Kp+q-2*q2;
% (четвърти вариант)
    qD=Kp*Td/T0;     qI=Kp*T0/Ti;      q0=Kp+qI+qD;   q1=qI-2*qD;   q2=-Kp+qD;
% (пети вариант)
    qD=2*Kp*Td/T0; qI=.5*Kp*T0/Ti; q0=Kp+qI+qD; q1=2*qI-2*qD; q2=-Kp+qI+qD;
```