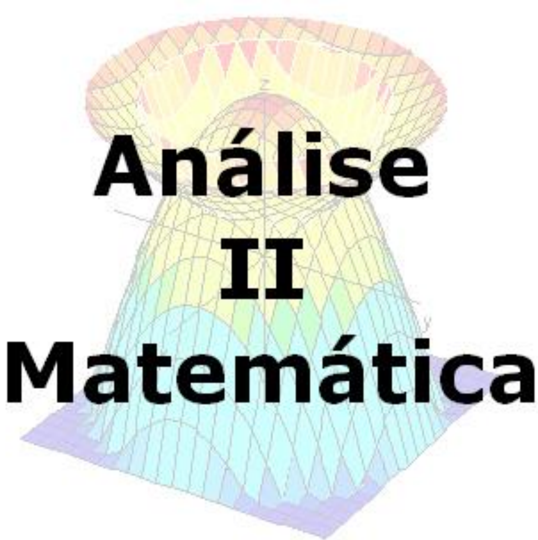
ISEC ENGENHARIA
Instituto Superior de Engenharia de Coimbra
www.isec.pt

Escola Superior de Engenharia de Coimbra

Relatório: Atividade prática nº3



Rafael Filipe Martins Alves | 2014013189

Introdução

Pretende-se com esta atividade adquirir conhecimentos sobre a derivada de uma função bem como os seus pontos (representação gráfica), através do conhecimento da sua função inicial.

Para tal é necessário reprogramar e aperfeiçoar as competências de programação em *"Matlab"* lecionadas na disciplina de Análise Matemática II, usando e completando as respetivas "*GUI's"* fornecidas pela Disciplina, designadas de "Maquina para Derivação e Integração".

Com base nos ficheiros fornecidos pela disciplina (direcionados para o diretório: >>Ficheiros de suporte à Atividade03 .: Máquina para derivação e integração<<), disponibilizados no moodle, implementar os métodos numéricos:

- <u>Fórmulas de diferenças finitas em 2 pontos:</u>

    1. Progressivas;
    2. Regressivas;

- <u>Fórmulas de diferenças finitas em 3 pontos:</u>

    1. Progressivas;
    2. Regressivas;
    3. Centradas;

Objetivo / Descrição do Problema

A atividade prática nº 3 está dividida em três "GUIS":

- GUI 1 : << *MaquinaDerivadaPrimitivas*>>

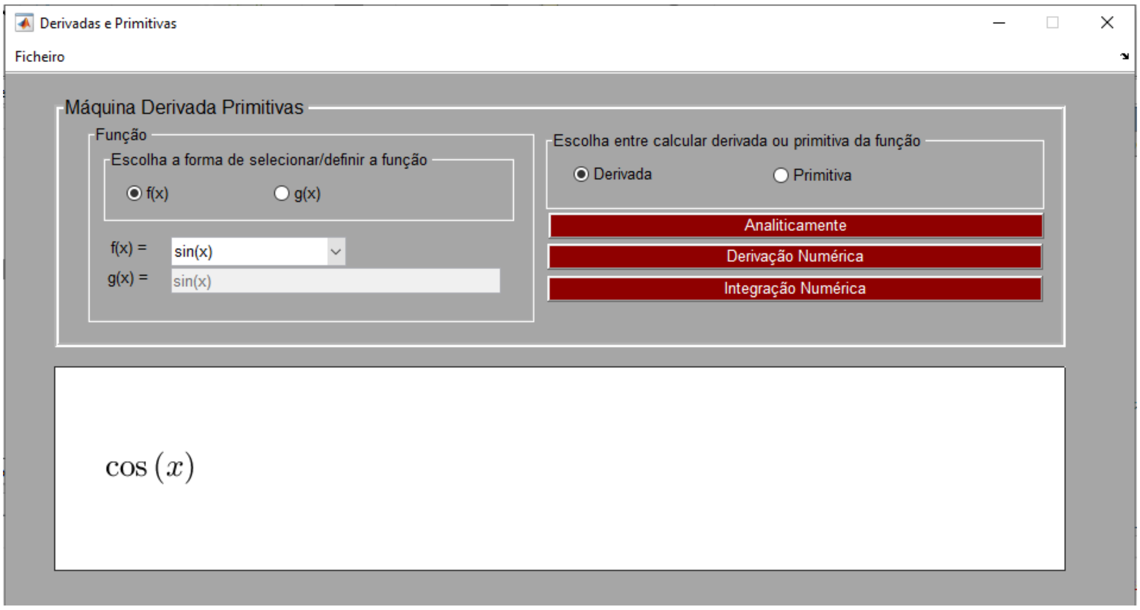


Figura 1. Maquina Derivada Primitiva

<u>*Tarefas a implementar:*</u> GUI com parâmetros praticamente todos implementados, apenas é necessário associar os "*push bottoms*" com as respetivas "*GUI's*", "*Derivação Numérica*" e "*Integração Numérica*".

- GUI 2 : << *DerivacaoNumerica* >>

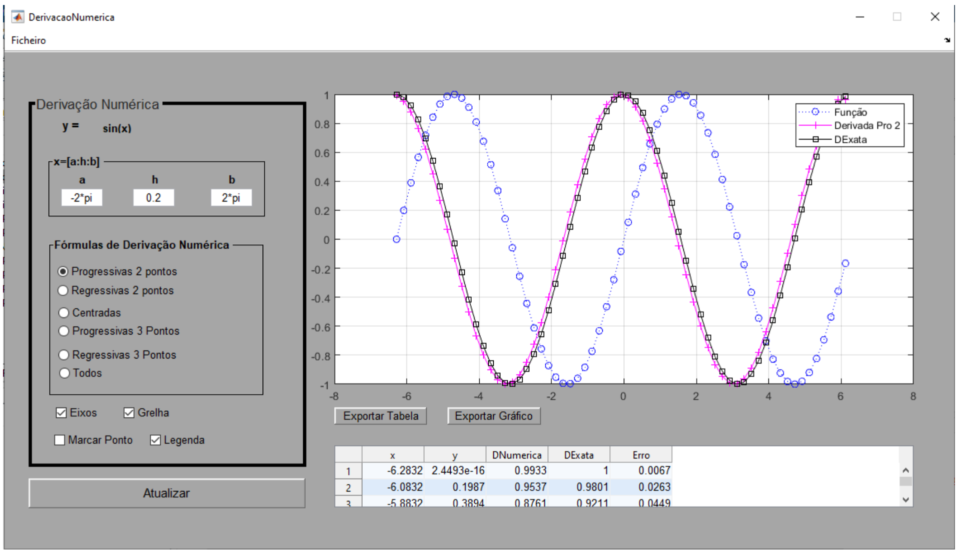


Figura 2. Derivação Numérica

Tarefas a implementar: GUI já criada onde será necessário configurar a ligação entre a "GUI" "*MaquinaDerivadaPrimitiva*" bem como as diferentes formulas da derivação Numérica e a sua representação gráfica.

- GUI 3 : << IntegraçaoNumerica >>

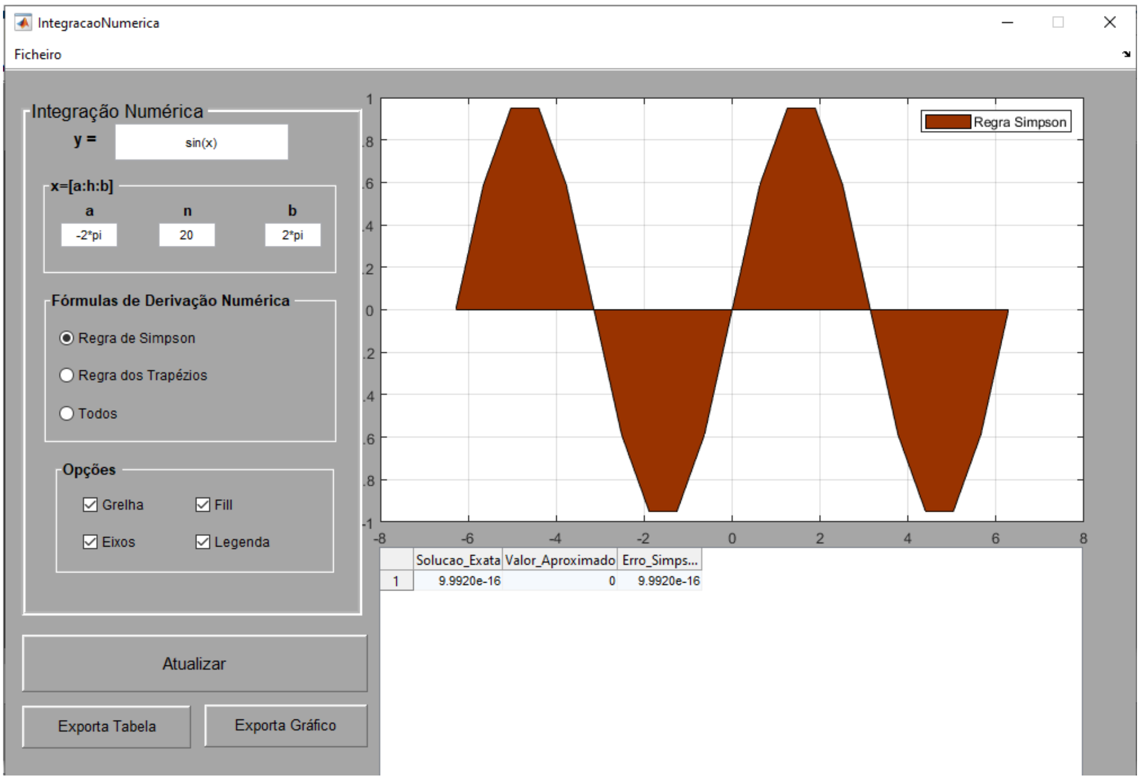


Figura 3.Esboço Integração Numérica

Tarefas a implementar: Recreação de toda a "GUI". Elaborar toda a interligação de informação entre a "GUI" principal "*MaquinaDerivadaPrimitiva* "para preenchimento de dados "y =" automático. Reaproveitar funções da primeira atividade prática nº 1 para a recreação do Gráfico e da respetiva Tabela.

Métodos Numéricos Para Derivação

<table>
<tr><th colspan="3">Fórmulas de diferenças finitas em 2 pontos:</th></tr>
<tr><th>Tipo</th><th>Formula</th><th>Algoritmo / Função</th></tr>
<tr><td>Progressivas</td><td>f'(xk)= (f(xk+1)−f(xk))/h</td><td>function [x,y,dydx]=NDerivacaoDFP_2PONTOS(f,a,b,h,y)
x=a:h:b;
n=length(x);
if nargin==4
    y=f(x);
end;
dydx=zeros(1,n);
for i=1:n-1
    dydx(i)=(y(i+1)-y(i))/h;
end;
dydx(n)=(y(n)-y(n-1))/h;</td></tr>
<tr><td>Regressivas</td><td>f'(xk)= (f(xk)−f(xk−1))/h</td><td>function [x,y,dydx]=NDerivacaoDFR_2PONTOS(f,a,b,h,y)
x=a:h:b;
n=length(x);
if nargin==4
    y=f(x);
end
dydx=zeros(1,n);
dydx(1)=(y(2)-y(1))/h;
for i=2:n
    dydx(i)=(y(i)-y(i-1))/h;
end</td></tr>
</table>

Fórmulas de diferenças finitas em 3 pontos:		
Tipo	**Formula**	**Algoritmo / Função**

Progressivas	F'(Xk)= (−3f(Xk)+4f(Xk+1)−f(Xk+2))/2h	function [x,y,dydx]=NDerivacaoDFP_3PONTOS(f,a,b,h,y)
		x=a:h:b;
		n=length(x);
		if nargin==4
		    y=f(x);
		end;
		dydx=zeros(1,n);
		for i=1:n-2
		    dydx(i)=(-3*y(i)+4*y(i+1)-y(i+2))/(2*h);
		end
		dydx(n-1)=(-3*y(n-2)+4*y(n-1)-y(n))/(2*h);
		dydx(n)=(-3*y(n-2)+4*y(n-1)-y(n))/(2*h);

Regressivas	F'(Xk)= (f(Xk−2)−4f(Xk−1)+3f(Xk))/2h	function [x,y,dydx]=NDerivacaoDFR_3PONTOS(f,a,b,h,y)
		x=a:h:b;
		n=length(x);
		if nargin==4
		    y=f(x);
		end
		dydx=zeros(1,n);
		dydx(1)=(y(3)-4*y(2)+3*y(1))/(2*h);
		dydx(2)=(y(3)-4*y(2)+3*y(1))/(2*h);
		for i=3:n
		    dydx(i)=(y(i-2)-4*y(i-1)+3*y(i))/(2*h);
		end

Centradas	F'(Xk)= (f(Xk+1)−f(Xk−1))/2h	function [x,y,dydx]=NDerivacaoDFC(f,a,b,h,y)
		x=a:h:b;
		n=length(x);
		if nargin==4
		    y=f(x);
		end;
		dydx=zeros(1,n);
		dydx(1)=(y(3)-y(2))/h;
		for i=2:n-1
		    dydx(i)=(y(i+1)-y(i-1))/(2*h);
		end;
		dydx(n)=(y(n-2)-y(n-1))/h;

Derivação Numérica em Matlab

MATLAB possui duas funções para calcular pontos das derivadas: *diff* e *gradient*, mas para este trabalho apenas irá estar em destaque a função Diff.

Diff
Ao passar um vetor de tamanho n, a função *"diff"* retorna um vetor (n-1) contendo as diferenças entre os valores adjacentes. Os valores podem então ser utilizados para determinar a aproximação através de diferenças finitas da derivada de 1ª ordem, ao fazer *dy_dx=diff(Y)/h*.

<u>*Sobre Diff:*</u>

Sintaxe	**Explicação**
Y = diff (X)	Se X é um vetor de comprimento m, então Y = diff(X) retorna um vetor de comprimento n-1. Os elementos de Y são as diferenças entre elementos adjacentes de X. Y = [X(2)-X(1) X(3)-X(2) ... X(m)-X(m-1)]
Y = diff(X,n)	Calcula a n-ésima diferença aplicada as diff(X), operando recursivamente n vezes;
Y = diff(X,n,dim)	Para alem de executar o mesmo que a opção acima designada permiti definir a dimensão do vetor onde efetuará o diff. Dim tem de ser obrigatoriamente um inteiro positivo escalar.

Derivação simbólica no Matlab

Diff, no contexto de derivação simbólica, tem como objetivo calcular a derivada de uma função. Como tal, recebe X como simbólico, e a função de variável X. Após isto tem a possibilidade de ser usadas das respetivas formas:

Sintaxe	Explicação
Diff(F,n)	"Calcula a derivada de n grau da função F em relação a variável determinada pelo sym var."
Diff(F,var,n)	"Calcula a derivada de ordem n de F em relação a variável var."

Métodos Numéricos para Integração

Para a elaboração dos <u>Métodos Numéricos para a integração</u> usou-se, a *Regra dos Trapézios*, e a *Regra de Simpson* que tem como objetivo aproximar-se do valor exato da uma determinada área que se quer calcular:

<u>Regra dos Trapézios:</u> Aproxima a função f(x) a um polinómio de ordem 1 (reta). Com essa aproximação o integral da função f(x) tem como resultado um valor aproximado para a área de uma determinada região limitada [a,b]. com a forma de um trapézio.

<u>Regra de Simpsons:</u> Fornece uma aproximação se o intervalo de integração [a, b] for pequeno. A solução é dividir o intervalo de integração em intervalos menores e aplicar a fórmula de Simpson para cada um destes intervalos, somando os resultados. Deste modo obtemos a fórmula de Simpson composta.

Regra	**Formula**	**Algoritmo / Função**

Trapézios	$IT(f)=h2[f(x0)+2f(x1)+\cdots+2f(xn-1)+f(xn)]$
	
	$ET\rvert\leq b-a12h2M2, M2=maxx\in[a,b]\lvert f''(x)\rvert$
		function T=RTrapezios(f,a,b,n)
		h=(b-a)/n;
		x=a;
		s=0;
		for i=1:n-1
		    x=x+h;
		    s=s+f(x);
		end
		T=h*(f(a)+2*s+f(b))/2;

Simpson	$Is(f)= h/3[f(x0)+4f(x1)+2f(x2)+\cdots+2f(xn-2)+4f(xn-1)+f(xn)]$
	
	$\lvert ES\rvert\leq((b-a)/180)h4M4 , M4=maxx\in[a,b]\lvert f^{(4)}(x)\rvert$
		function out_S=RSimpson(f,a,b,n)
		h=(b-a)/n;
		x=a;
		s=0;
		for i=1:n-1,
		    x=x+h;
		    if mod(i,2)==0
		        s=s+2*f(x);
		    else
		        s=s+4*f(x);
		    end
		end
		out_S=h*(f(a)+s+f(b))/3;

Função Quad

A função Quad, do Matlab, corresponde à aproximação á regra de Simpson para um erro inferior a 1e-6.

Sintaxe	Explicação
Quad(F,a,b)	Aproximação á função F, no intervalo de “a” a “b”.

Exemplos de aplicação e teste dos métodos

- Resultados <u>obtidos</u> para Maquina de Derivação:

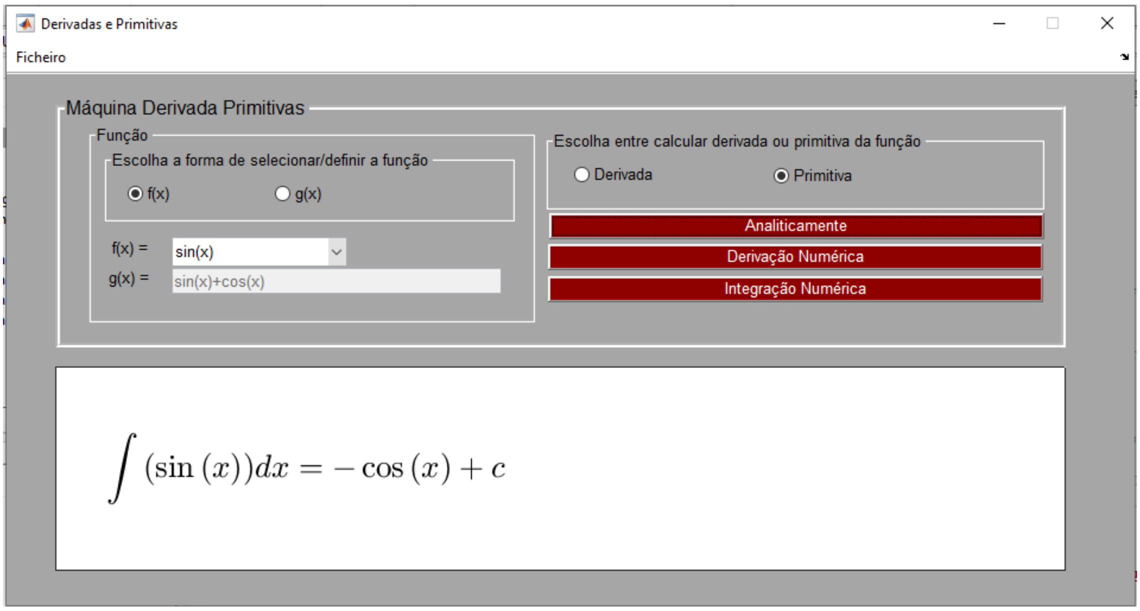


Figura 4. Máquina de Derivação usando F(x)

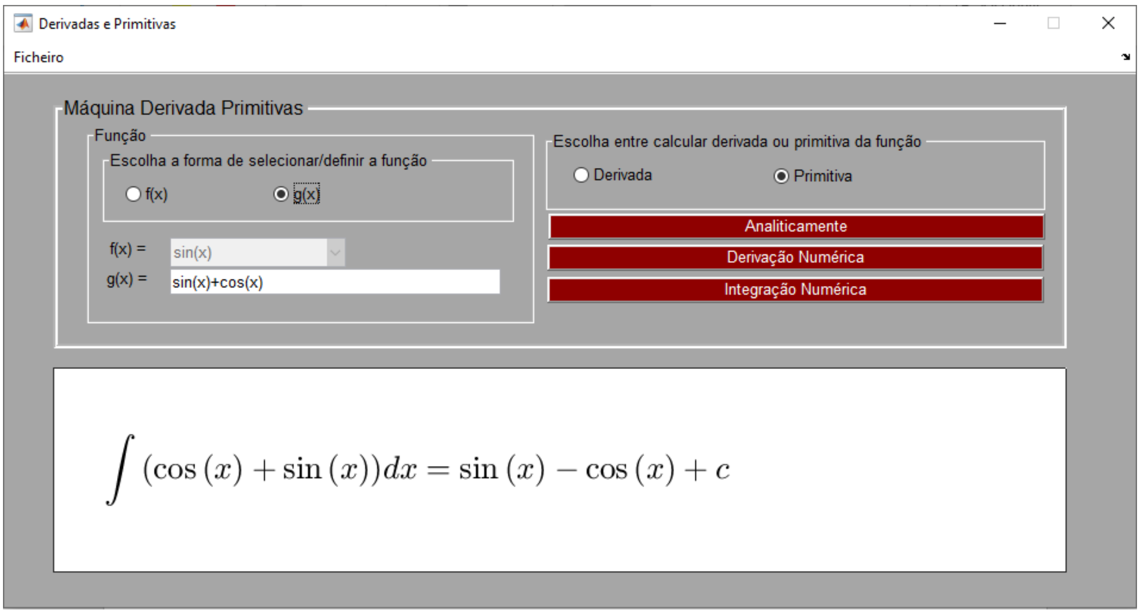


Figura 5. Maquina de Derivação usando G(x)

- Resultados obtidos na Derivação Numérica:

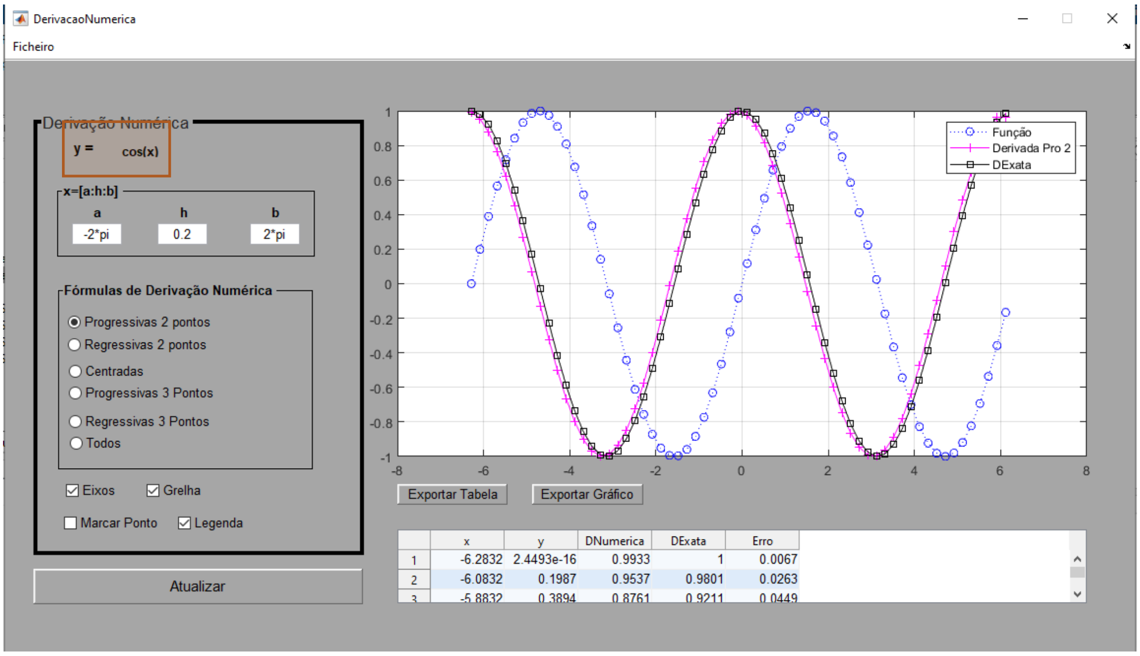


Figura 6. Derivação Numérica Verificação da diferença da função y

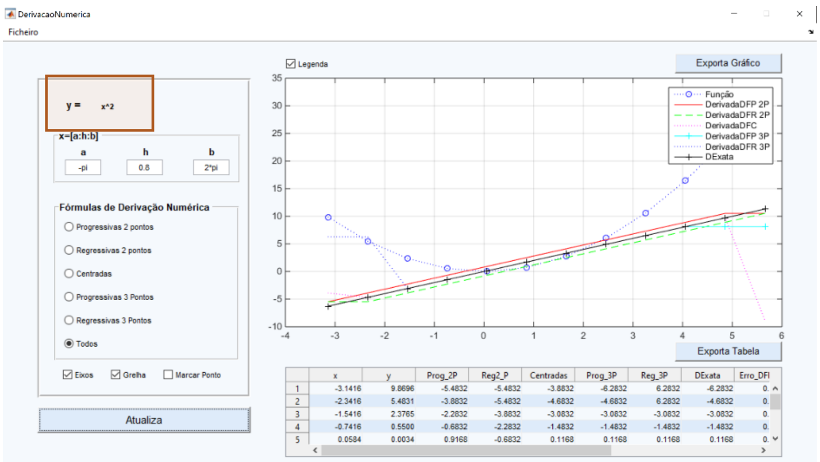


Figura 7.Derivação Numérica Verificação da diferença da função y

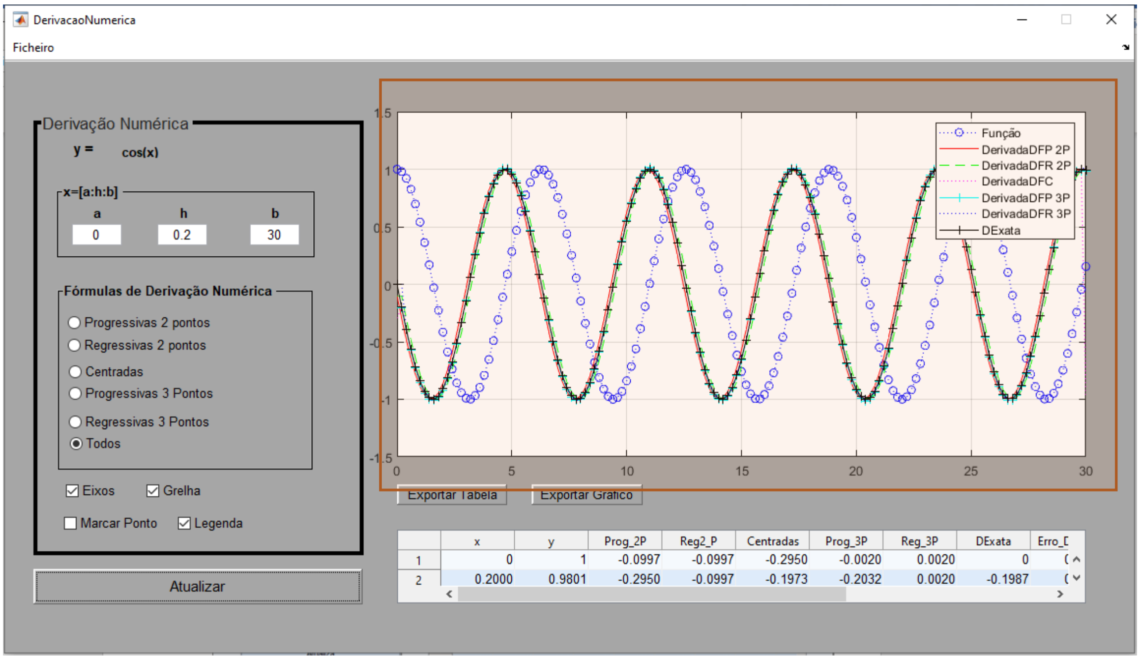


Figura 8. Derivação Numérica Verificação da diferença da função y e alteração do gráfico.

- Resultados obtidos na Integração Numérica:

Figura 9. Integração Numérica Verificação de y.

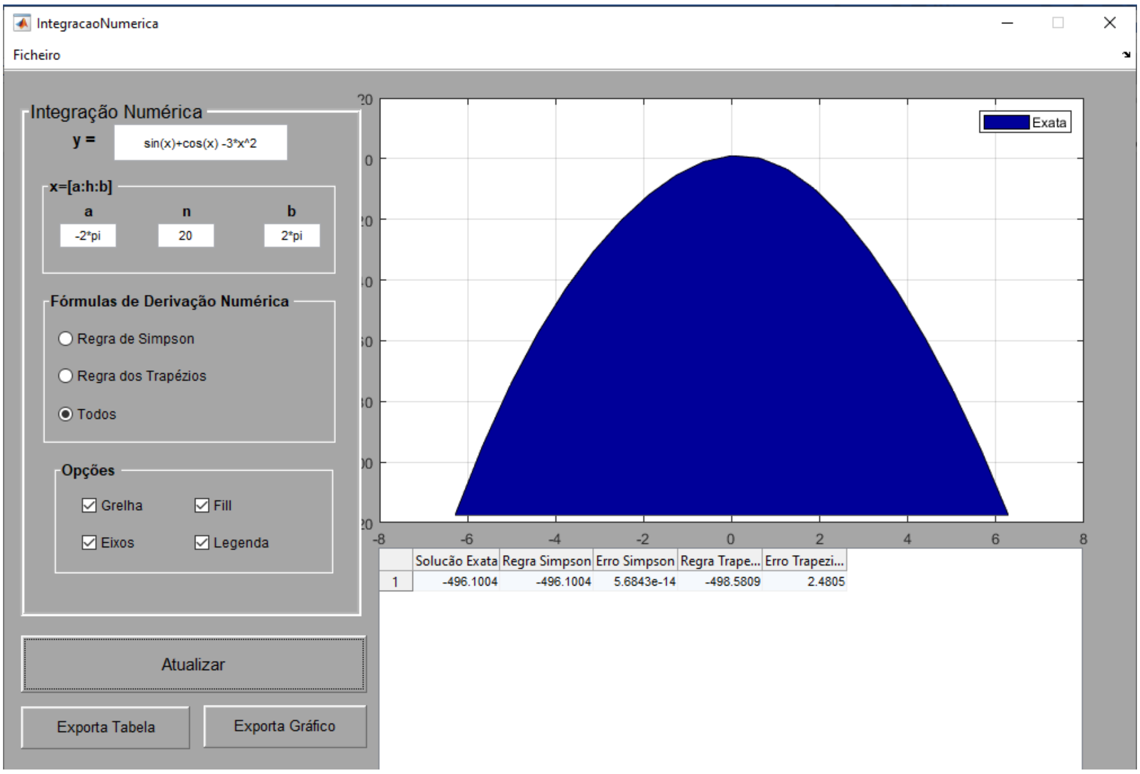


Figura 10. Integração Numérica Verificar função y

Conclusão

Com este trabalho consolidou-se a matéria lecionada relativamente a Integração numérica, Derivação Numérica bem como a sua representação. Para além disso foi importante elaborar novos extras para melhor perceção dos gráficos como a função “fill” representada na GUI Integração Numérica que preenche o gráfico dentro dos limites superiores e inferiores.

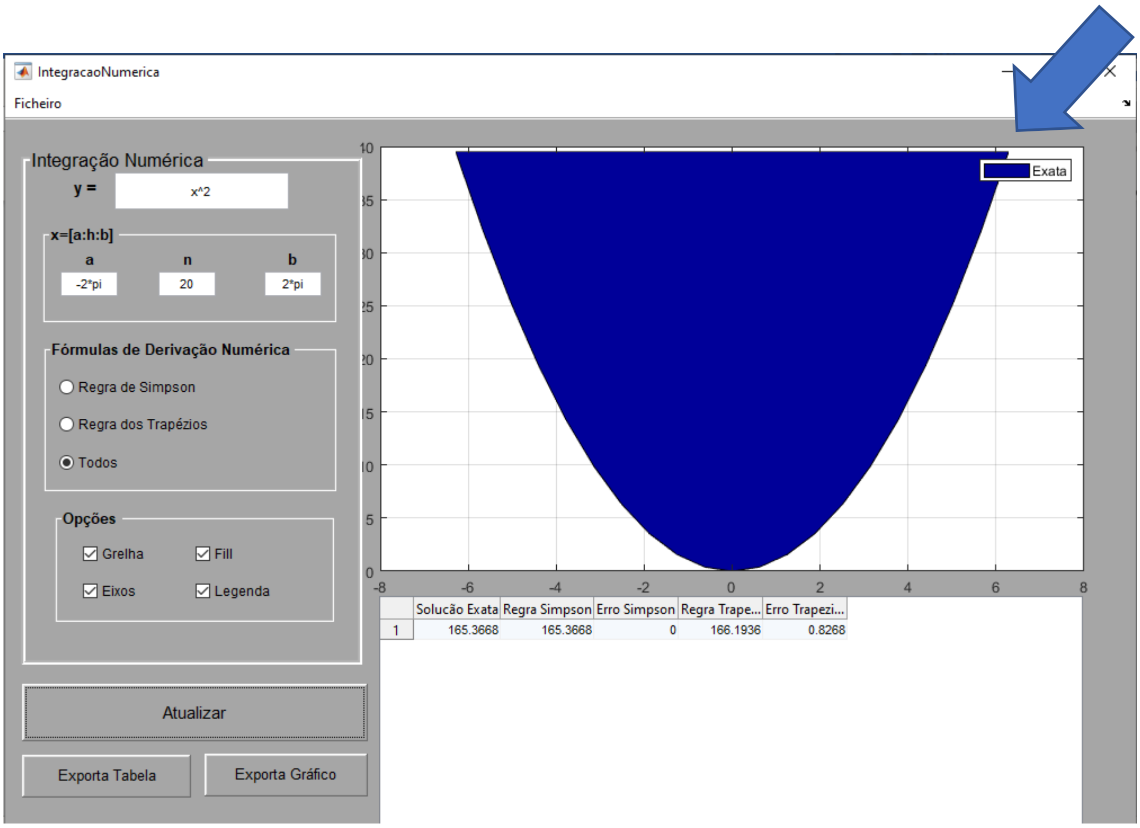


Figura 11. Representação do fill

Bibliografia

Para o “diff” Encontrou se alguma informação remetente a esta função para alem de toda a que era disponibilizada pelo matlab. Segue os links a baixo.

1. https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/diff.html
2. http://professor.luzerna.ifc.edu.br/david-jose/wp-content/uploads/sites/25/2016/02/Aula-21-Diferenciacao-Numerica.pdf