Modelo de PL

1. • Variáveis de decisão:

$x_1 \to$ nº de atletas de natação a viajar no voo TP-444
$x_2 \to$ " " " " ginástica " " " " "
$x_3 \to$ " " " " ciclismo " " " " "
$x_4 \to$ " " treinadores " natação " " " " "
$x_5 \to$ " " " " ginástica " " " " "
$x_6 \to$ " " " " ciclismo " " " " "

• Função objetivo:

Maximizar o nº total de atletas e treinadores a viajar no voo TP-444, ou seja,

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

• Restrições:

$x_1 \leq 42$
$x_2 \leq 22$
$x_3 \leq 34$
{ Nº de atletas das 3 equipas

$x_4 \leq 12$
$x_5 \leq 14$
$x_6 \leq 16$
{ Nº de treinadores das 3 equipas

$x_4 \leq 3x_4$ { Pelo menos 1 treinador por cada 3 atletas de natação

$x_2 \leq 2x_5$ { Pelo menos 1 treinador por cada 2 atletas de ginástica

$x_1 + x_3 + x_4 + x_6 \geq 0{,}7 \times 100$ { Pelo menos 70% dos lugares p/ nadadores, ciclistas e treinadores

$x_1 + x_4 = x_3 + x_6$ { Nadadores + treinadores = ciclistas + treinadores

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 100$ { Nº de lugares disponíveis no voo

$x_j \geq 0, \; j = 1, \ldots, 6$

② $\text{Max } z = 2x_1 + x_2 - Mx_4$

s.a

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 + 4x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + x_5 = 4 \\ x_j \geq 0, \ j = 1, \dots, 5 \end{cases}$$

x_3 - surplus
x_4 - artificial
x_5 - slack

		2	1	0	−M	0			
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b		
← x_4	−M	3	1	−1	1	0	3	$3/3 = 1$	(1)
x_5	0	1	4	0	0	1	4	$4/1 = 4$	(2)
$z_j - c_j$		−3M −2 ↑	−M −1	M	0	0	−3M		

SBNA: $x = (0,0,0,3,4) \rightarrow z = -3M$

		2	1	0	−M	0		
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	
x_1	2	1	$1/3$	$-1/3$	$1/3$	0	1	$(1)' = 1/3\,(1)$
← x_5	0	0	$11/3$	$1/3$	$-1/3$	1	3	$(2)' = (2) - (1)'$
$z_j - c_j$		0	$-1/3$	$-2/3$ ↑	$M + 2/3$	0	2	

SBA: $x = (1,0,0,0,3) \rightarrow z = 2$

		2	1	0	−M	0		
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	
x_1	2	1	4	0	0	1	4	$(1)'' = (1)' + 1/3\,(2)''$
x_3	0	0	11	1	−1	3	9	$(2)'' = 3 \times (2)'$
$z_j - c_j$		0	7	0	M	2	8	

Quadro ótimo pois na linha $z_j - c_j$ não há valores negativos.

SBA: $x^* = (4,0,9,0,0) \rightarrow z^* = 8$

③

$\text{Min } z = -x_1 + 4x_2 \overset{\text{P.ex}}{=} 4$ $(-4,0);(0,1)$

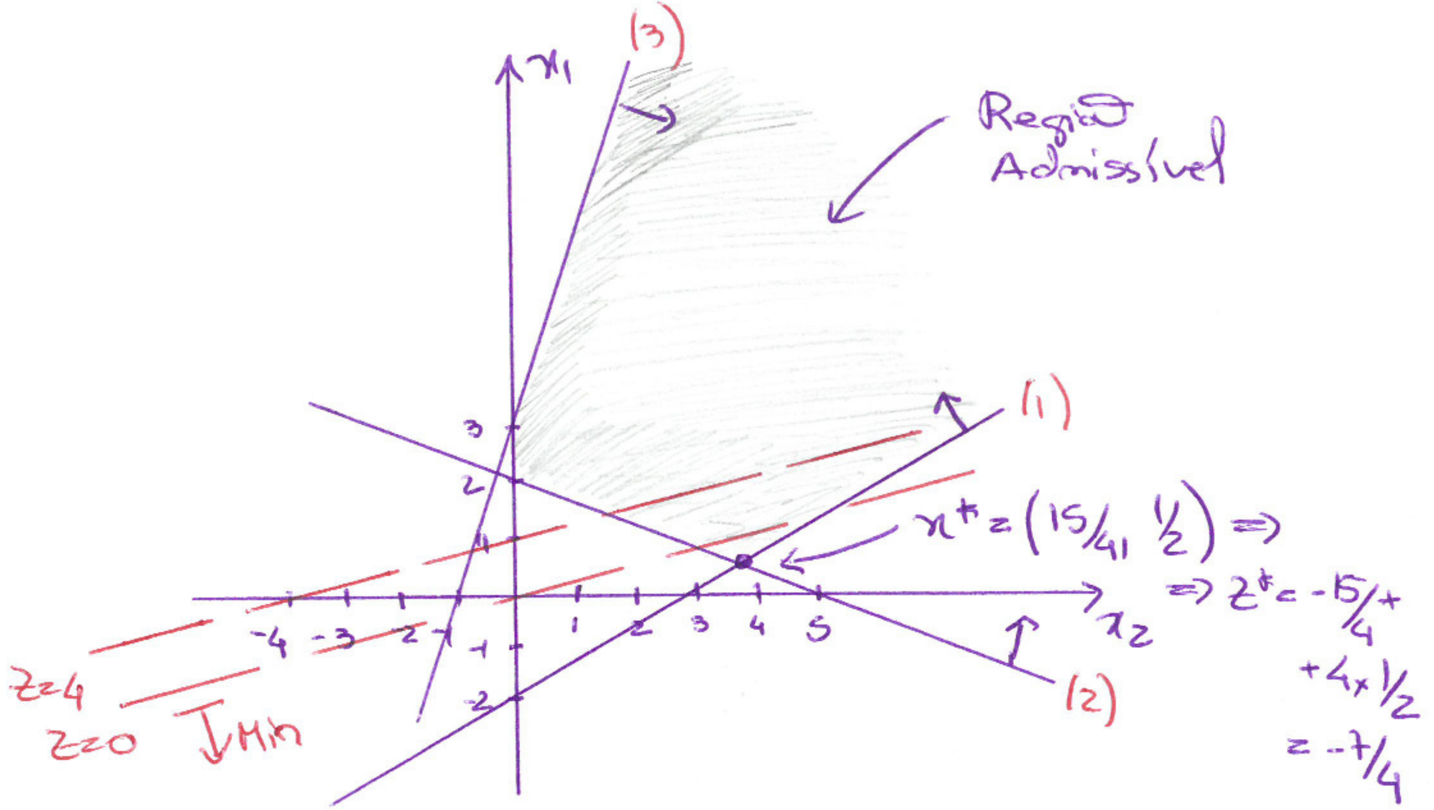
s.a

$2x_1 - 3x_2 \leq 6^{(1)}$ $(3,0);(0,-2)$

$2x_1 + 5x_2 \geq 10^{(2)}$ $(5,0);(0,2)$

$-3x_1 + x_2 \leq 3^{(3)}$ $(-1,0);(0,3)$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$



x^*:

$$\times(-1) \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 = 6 \\ 2x_1 + 5x_2 = 10 \end{array} \right. \Leftrightarrow + \left\{ \begin{array}{l} -2x_1 + 3x_2 = -6 \\ 2x_1 + 5x_2 = 10 \end{array} \right.$$

$$8x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 1/2$$

Substituindo x_2, por exemplo, na 1ª equação:

$$x_1 = \frac{6+3x_2}{2} = \frac{6+3/2}{2} = 15/4$$

(4)

PRIMAL

$\text{Max } Z = -x_1 + x_2 - 3x_3$

s.a

$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 3 \leftarrow U_1$

$x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 1 \leftarrow U_2$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

DUAL

$\text{Min } Z_d = 3U_1 + U_2$

s.a

$2U_1 + U_2 \geq -1$

$U_1 + 2U_2 \geq 1$

$U_1 - U_2 \geq -3$

$U_1 \leq 0, \; U_2 \geq 0$

<u>Solução ótima do dual</u>

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
0	1	0	$4/3$	$M-4/3$	$5/3$	$-7/3$
U_3^*	U_4^*	U_5^*	$-U_1^*$		U_2^*	

$U^* = (-4/3, \; 5/3, \; 0, \; 1, \; 0)$

$Z_d^* = Z^* = -7/3$

(5) opção correta:

"Através da resolução do problema DUAL pelo método DUAL do Simplex, é possível obter a solução ótima do problema PRIMAL, sem o resolver."

(6)

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	$20 \quad ^{2}$	$\times \quad ^{4}$	$\times \quad ^{7}$	$\times \quad ^{1}$	20
O_2	$5 \quad ^{8}$	$10 \quad ^{9}$	$\times \quad ^{5}$	$\times \quad ^{3}$	15
O_3	$\times \quad ^{0}$	$\times \quad ^{0}$	$25 \quad ^{0}$	$5 \quad ^{0}$	30
	25	10	25	5	

(1,1): 20 (2,1): 5 (3,1): 0
(1,2): 0 (2,2): 10 (3,2): 0
(1,3): 0 (2,3): 0 (3,3): 25
(1,4): 0 (2,4): 0 (3,4): 5

(7) Custo de transporte:

$$Z = 2 \times 20 + 8 \times 5 + 9 \times 10 = 40 + 40 + 90 = 170$$

8

3 6	9 2	1	6 *	8
7	2 4	4 3	8	7
0	0	0 3	0 2	5
6	6	6	2	

Quanto mover p/ (1,4)? Min {2, 2, 3} = 2

6			2	8
	6	1		7
		5		5
6	6	6	2	

Nova solução:

(1,1): 6   (2,1): 0   (3,1): 0
(1,2): 0   (2,2): 6   (3,2): 0
(1,3): 0   (2,3): 1   (3,3): 5
(1,4): 2   (2,4): 0   (3,4): 0

9 Opção correta:

"No modelo dual de um problema de transportes, as restrições são sempre do tipo "≤" porque correspondem a variáveis ≥ 0."