ATIVIDADE 3

a) $\text{Min } z = 16x_1 + 14x_2 \Leftrightarrow \text{Max } z' = -16x_1 - 14x_2$

s.a

$10x_1 + 4x_2 \geq 120 \Leftrightarrow -10x_1 - 4x_2 \leq -120$

$3x_1 + 4x_2 \geq 60 \Leftrightarrow -3x_1 - 4x_2 \leq -60$

$x_1 + x_2 \leq 20$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

+ slacks

Multiplicando por -1 as restrições de "≥", ficamos com três restrições de "≤" e conseguimos os termos independentes negativos necessários à resolução pelo m. dual do Simplex.
Nota: multiplicando por -1 a 3ª restrição, teríamos de usar a técnica do "Grande M" ou "2 Fases".

$-10x_1 - 4x_2 + x_3 = -120$

$-3x_1 - 4x_2 + x_4 = -60$

$x_1 + x_2 + x_5 = 20$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

		-16	-14	0	0	0	
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
← x_3	0	-10	-4	1	0	0	-120 (1)
x_4	0	-3	-4	0	1	0	-60 (2)
x_5	0	1	1	0	0	1	20 (3)
$z_j - c_j$		16 ↑	14	0	0	0	0

$\frac{16}{|-10|} = 1{,}6 \quad \frac{14}{|-4|} = 3{,}...$

SBNA: $x = (0, 0, -120, -60, 20) \rightarrow z' = 0$

		-16	-14	0	0	0	
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_1	-16	1	2/5	-1/10	0	0	12
← x_4	0	0	-14/5	-3/10	1	0	-24
x_5	0	0	3/5	1/10	0	1	8
$z_j - c_j$		0	38/5 ↑	8/5	0	0	-192

$(1)' = -\frac{1}{10}(1)$

$(2)' = (2) + 3(1)'$

$(3)' = (3) - (1)'$

$\frac{38/5}{|-14/5|} = 2{,}7 \quad \frac{8/5}{|-3/10|} = 5{,}3$

SBNA: $x = (12, 0, 0, -24, 8) \rightarrow z' = -192$

		-16	-14	0	0	0	
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_1	-16	1	0	-1/7	1/7	0	60/7
x_2	-14	0	1	3/28	-5/14	0	60/7
x_5	0	0	0	3/70	3/14	1	20/7
$z_j - c_j$		0	0	11/14	19/7	0	-1800/7

$(1)'' = (1)' - \frac{2}{5}(2)''$

$(2)'' = -\frac{5}{14}(2)'$

$(3)'' = (3)' - \frac{3}{5}(2)''$

Quadro ótimo pois todos os valores da coluna b ≥ 0.

SBA: $x^* = (60/7, 60/7, 0, 0, 20/7) \rightarrow z'^* = -1800/7 \Rightarrow z^* = 1800/7$

b)

PRIMAL

$$\text{Min } z = 16x_1 + 14x_2$$

s.a

$$10x_1 + x_2 \geq 120 \leftarrow u_1$$
$$3x_1 + 4x_2 \geq 60 \leftarrow u_2$$
$$x_1 + x_2 \leq 20 \leftarrow u_3$$
$$x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0$$

DUAL

$$\text{Max } zd = 120u_1 + 60u_2 + 20u_3$$

s.a

$$10u_1 + 3u_2 + u_3 \leq 16$$
$$4u_1 + 4u_2 + u_3 \leq 14$$
$$u_1 \geq 0, \; u_2 \geq 0, \; u_3 \leq 0$$

c) solução ótimo do dual:

$$u^* = (11/14, \; 19/7, \; 0, \; 0, \; 0)$$

com $zd^* = z^* = 1800/7$

confirmação:

$$zd^* = 120 \times 11/14 + 60 \times 19/7 + 20 \times 0 =$$
$$= 660/7 + 1140/7 = 1800/7 \; \checkmark$$