

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais Fundamentos Teóricos da Computação Prof. Mark Alan Junho Song

Questão 1. Dê exemplos de funções $f: N \rightarrow N$ tais que:

- f é total e injetora, mas não sobrejetora.
- f é total e sobrejetora, mas não injetora.
- f não é total, mas é injetora e sobrejetora.

Questão 2. Prove que $\{n^3 + 3n^2 + 3n \mid n \ge 0\} = \{n^3 - 1 \mid n > 0\}.$

Questão 3. Prove que $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

Questão 4. Defina recursivamente a operação de multiplicação sobre N, usando sucessor e a operação de adição.

Questão 5. Prove que $1 + 2^n < 3^n$ para todo n > 2.

Questão 6. Forneça uma relação que satisfaça a condição:

- ser reflexiva e simétrica mas não transitiva.
- ser reflexiva e transitiva mas não simétrica.
- ser simétrica e transitiva mas não reflexiva.

Obs: uma relação binária ≡ sobre X é uma relação de equivalência se é:

- 1. Reflexiva: $a \equiv a$ para todo $a \in X$.
- 2. Simétrica: $a \equiv b$ implica $b \equiv a$.
- 3. Transitiva: $a \equiv b \ e \ b \equiv c \ implica \ a \equiv c$.