

Aluna(o):

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Instituto de Ciências Exatas e Informática

Curso de Ciência da Computação - Coração Eucarístico

Profa.: Camila Laranjeira - mila.laranjeira@gmail.com

Disciplina: Inteligência Artificial / 1o Semestre de 2022

Lista 02 - Lógica Proposicional

Nesta lista você usará os conceitos de lógica proposicional aprendidos em sala de aula. Antes das questões, este documento apresenta a visão geral dos conceitos com base no material [Preparatório para o Teste da ANPAD](#), da professora Cristiane Neri Nobre.

1. Proposições têm sentido completo e podem ser verdadeiras ou falsas. Na lógica proposicional, são representadas por uma letra maiúscula. Exemplos:

| Proposição | Símbolo |
|-----------------------------|---------|
| A árvore tem folhas. | A |
| Joana se cortou. | B |
| Eu vi um macaco na esquina. | C |

Não são exemplos de proposição:

- Macaco.
- Que horas são?

2. Conectivos. Para compor fórmulas, podemos ter uma ou mais proposições conectadas por um dos seguintes símbolos

1. não (\sim , - ou \neg), também chamada de negação;
2. e (\wedge ou \bullet), também chamada de conjunção;
3. ou (\vee ou $+$), também chamada de disjunção;
4. \rightarrow , também chamada de condicional;
5. \leftrightarrow , também chamada de bicondicional (se e somente se ou ainda bi-implicação);

3. Fórmulas. Quando uma ou mais proposições estão acompanhadas por conectivos, temos a composição de uma fórmula. Exemplos:

| | |
|--|-----------------------|
| Joana não se cortou. | $\neg B$ |
| Eu vi um macaco na esquina ou a árvore tem folhas. | $C \vee A$ |
| A árvore tem folhas e eu vi um macaco na esquina. | $A \wedge C$ |
| Se a árvore tem folhas, então eu vi um macaco na esquina | $A \rightarrow C$ |
| Eu vi um macaco na esquina se e somente se a árvore tem folhas | $C \leftrightarrow A$ |

Conectivos possuem ordem de precedência, mas você pode usar parênteses ou colchetes para alterar essa ordem. Para conectivos dentro de vários parênteses, efetua-se primeiro as expressões dentro dos parênteses mais internos.

| Ordem de Precedência (esquerda para direita) | | | |
|--|----------------|---------------|-------------------|
| \neg | \vee, \wedge | \rightarrow | \leftrightarrow |

Nesse sentido, a expressão $A \rightarrow B \vee C$ é interpretada como $A \rightarrow (B \vee C)$ a menos que parênteses sejam explicitados, como na expressão diferente $(A \rightarrow B) \vee C$.

4. Valor-verdade e Tabela-verdade. Toda fórmula e toda proposição possuem um valor-verdade, que pode assumir o valor **Verdadeiro/V/1** ou **Falso/F/0**. Uma ferramenta para avaliar o valor-verdade de uma determinada fórmula é a tabela-verdade, onde avaliamos os possíveis modelos de nosso problema. A seguir temos a tabela-verdade das fórmulas básicas na lógica proposicional.

| A | B | $\sim A$ (o contrário de A) | $\sim B$ (o contrário de B) | $A \wedge B$ | $A \vee B$ | $A \rightarrow B = (\sim A \vee B)$ | $A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ |
|---|---|-----------------------------|-----------------------------|--------------|------------|-------------------------------------|--|
| V | V | F | F | V | V | V | V |
| V | F | F | V | F | V | F | F |
| F | V | V | F | F | V | V | F |
| F | F | V | V | F | F | V | V |

Tabela 6 - Tabela verdade para a negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional para duas proposições.

Chamamos de **modelo** (w) nesse contexto, a associação de valores-verdade às proposições. Caso não se conheça o valor-verdade de uma ou mais proposições, consideramos que existem diferentes possibilidades de modelo para o problema em questão. No exemplo $w = \{A: V, B: F, C: ?\}$ temos dois possíveis modelos:

- $w1 = \{A: V, B: F, C: V\}$
- $w2 = \{A: V, B: F, C: F\}$

5. Tautologia, contradição e contingência.

- Tautologia: expressões verdadeiras para todos os possíveis modelos.
- Contradição: expressões falsas para todos os possíveis modelos.
- Contingência: expressões que podem ser verdadeiras em alguns modelos e falsas em outros.

Tautologia

| A | C | $A \vee C$ | $A \rightarrow (A \vee C)$ |
|---|---|------------|----------------------------|
| V | V | V | V |
| V | F | V | V |
| F | V | V | V |
| F | F | F | V |

Contradição

| A | $\sim A$ | $A \wedge \sim A$ |
|---|----------|-------------------|
| V | F | F |
| F | V | F |

Contingência

| A | $\sim A$ | $A \rightarrow \sim A$ |
|---|----------|------------------------|
| V | F | F |
| F | V | V |

6. Regras de Inferência. Para derivar novas proposições a partir de um conhecimento prévio existem regras que nos permitem deduzir conclusões lógicas. Essas regras definem **tautologias**, pois deduzem expressões que são verdadeiras para todos os mundos definidos pelo conhecimento prévio.

| Regras de Inferência | | |
|---------------------------------------|-------------------|--------------------------|
| De | Podemos deduzir | Nome/abreviação da regra |
| $P \rightarrow Q$ e P | Q | Modus ponens |
| $P \rightarrow Q$ e $\sim Q$ | $\sim P$ | Modus tollens |
| P e Q | $P \wedge Q$ | Conjunção |
| $P \vee Q$ e $P \vee \sim Q$ | P | Simplificação disjuntiva |
| P | $P \vee Q$ | Adição |
| $P \rightarrow Q$ e $Q \rightarrow R$ | $P \rightarrow R$ | Silogismo hipotético |
| $P \vee Q$ e $\sim P$ | Q | Silogismo disjuntivo |

| | | |
|--|--|-----------------|
| $P \rightarrow Q$ $\sim Q \rightarrow \sim P$ | $\sim Q \rightarrow \sim P$ $P \rightarrow Q$ | Contraposição |
| P $P \vee P$ | $P \wedge P$ P | Auto-referência |
| $(P \wedge Q) \rightarrow R$ | $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ | Exportação |
| P e $\sim P$ | Q | Inconsistência |

Exemplo: a partir das expressões

- Se eu ganhar na Loteria, serei rica
- Eu ganhei na Loteria

Podemos deduzir por Modus Ponens que eu sou rica.



Questões

1. Represente as seguintes frases de acordo com a lógica proposicional. Use o mesmo símbolo quando a mesma proposição aparecer em exemplos diferentes.

| Frase | Fórmula |
|--|---------|
| Está chovendo ou nevando. | |
| Está chovendo, mas não está nevando. | |
| Se está nevando e chovendo, então eu estou com frio. | |
| O ônibus para quando alguém quer descer ou subir. | |
| Só quando o trem passa a cancela fica abaixada. | |
| Se o trem passa, a cancela fica abaixada. | |
| Ana e Beto são mecânicos. | |
| Ana é mecânica ou enfermeira. | |
| Se Ana é mecânica, então ela não é professora. | |

2. Seja A: rosas são vermelhas, B: violetas são azuis e C: Açúcar é doce, escreva em português as seguintes fórmulas:

| Frase | Fórmula |
|-------|---------------------------------------|
| | $\neg B$ |
| | $B \vee \neg C$ |
| | $\neg B \wedge (A \rightarrow C)$ |
| | $C \wedge (\neg A \leftrightarrow B)$ |

3. Considere o modelo $w = \{P: 0, Q: 1\}$ e calcule o **valor-verdade** das expressões a seguir.

| Fórmula | Valor-verdade | Fórmula | Valor-verdade |
|---|---------------|--|---------------|
| $P \rightarrow Q$ | | $P \rightarrow \neg \neg P$ | |
| $\neg P \rightarrow Q$ | | $P \leftrightarrow \neg P$ | |
| $\neg(P \rightarrow Q)$ | | $(P \vee Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$ | |
| $\neg P \vee \neg Q \leftrightarrow P \wedge Q$ | | $P \vee Q \vee \neg P \wedge \neg Q$ | |
| $(\neg P \vee \neg Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$ | | $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ | |

4. Considerando a sintaxe que vimos em aula, transforme em código as expressões da questão 1.

- `Atom(x)`
- `Not(x)`
- `And(x, y), AndList(x1,x2,...,xn)`
- `Or(x, y), OrList(x1,x2,...,xn)`
- `Xor(x,y)`
- `Implies(x, y)`
- `Equiv(x, y)`

| | |
|--------|--|
| Frase | Está chovendo ou nevando. |
| Código | <code>Or (Atom ("Chuva"), Atom ("Neve"))</code> |
| Frase | Está chovendo, mas não está nevando. |
| Código | |
| Frase | Se está nevando e chovendo, então eu estou com frio. |
| Código | |
| Frase | O ônibus para quando alguém quer descer ou subir. |
| Código | |
| Frase | Só quando o trem passa a cancela fica abaixada. |
| Código | |
| Frase | Se o trem passa, a cancela fica abaixada. |
| Código | |
| Frase | Ana e Beto são mecânicos. |
| Código | |
| Frase | Ana é mecânica ou enfermeira. |
| Código | |
| Frase | Se Ana é mecânica, então ela não é professora. |
| Código | |

5. Considere as proposições a seguir e responda: Sócrates está disposto a visitar Platão? Você pode construir uma **tabela-verdade** para te ajudar a chegar na resposta.

Se Platão estiver disposto a visitar Sócrates então Sócrates está disposto a visitar Platão.
Se Sócrates estiver disposto a visitar Platão então Platão não está disposto a visitar Sócrates.
Se Sócrates não estiver disposto a visitar Platão então Platão está disposto a visitar Sócrates.

| | |
|-----------|--|
| Resposta: | |
|-----------|--|

6. Considere que você está numa realidade onde as pessoas sempre mentem ou sempre dizem a verdade. Você encontra duas pessoas, Fulana e Beltrana. Fulana diz: “Pelo menos uma de nós é mentirosa.”

Fulana é a pessoa que sempre mente ou a que sempre diz a verdade? E Beltrana? Justifique.

| | |
|-----------|--|
| Resposta: | |
|-----------|--|