

**Aluna(o):** Rafael Amauri Diniz Augusto  
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS  
Instituto de Ciências Exatas e Informática  
Curso de Ciência da Computação - Coração Eucarístico  
Profa.: Camila Laranjeira - [mila.laranjeira@gmail.com](mailto:mila.laranjeira@gmail.com)  
Disciplina: Inteligência Artificial / 1o Semestre de 2022

### Lista 02 - Lógica Proposicional

Nesta lista você usará os conceitos de lógica proposicional aprendidos em sala de aula. Antes das questões, este documento apresenta a visão geral dos conceitos com base no material [Preparatório para o Teste da ANPAD](#), da professora Cristiane Neri Nobre.

**1. Proposições** têm sentido completo e podem ser verdadeiras ou falsas. Na lógica proposicional, são representadas por uma letra maiúscula. Exemplos:

Proposição	Símbolo
A árvore tem folhas.	A
Joana se cortou.	B
Eu vi um macaco na esquina.	C

Não são exemplos de proposição:

- Macaco.
- Que horas são?

**2. Conectivos.** Para compor fórmulas, podemos ter uma ou mais proposições conectadas por um dos seguintes símbolos

1. não ( $\sim$ , - ou  $\neg$ ), também chamada de negação;
2. e ( $\wedge$  ou  $\bullet$ ), também chamada de conjunção;
3. ou ( $\vee$  ou  $+$ ), também chamada de disjunção;
4.  $\rightarrow$ , também chamada de condicional;
5.  $\leftrightarrow$ , também chamada de bicondicional (se e somente se ou ainda bi-implicação);

**3. Fórmulas.** Quando uma ou mais proposições estão acompanhadas por conectivos, temos a composição de uma fórmula. Exemplos:

Joana não se cortou.	$\neg B$
Eu vi um macaco na esquina ou a árvore tem folhas.	$C \vee A$
A árvore tem folhas e eu vi um macaco na esquina.	$A \wedge C$
Se a árvore tem folhas, então eu vi um macaco na esquina	$A \rightarrow C$
Eu vi um macaco na esquina se e somente se a árvore tem folhas	$C \leftrightarrow A$

Conectivos possuem ordem de precedência, mas você pode usar parênteses ou colchetes para alterar essa ordem. Para conectivos dentro de vários parênteses, efetua-se primeiro as expressões dentro dos parênteses mais internos.

Ordem de Precedência (esquerda para direita)			
$\neg$	$\vee, \wedge$	$\rightarrow$	$\leftrightarrow$

Nesse sentido, a expressão  $A \rightarrow B \vee C$  é interpretada como  $A \rightarrow (B \vee C)$  a menos que parênteses sejam explicitados, como na expressão diferente  $(A \rightarrow B) \vee C$ .

**4. Valor-verdade e Tabela-verdade.** Toda fórmula e toda proposição possuem um valor-verdade, que pode assumir o valor **Verdadeiro/V/1** ou **Falso/F/0**. Uma ferramenta para avaliar o valor-verdade de uma determinada fórmula é a tabela-verdade, onde avaliamos os possíveis modelos de nosso problema. A seguir temos a tabela-verdade das fórmulas básicas na lógica proposicional.

A	B	$\sim A$ (o contrário de A)	$\sim B$ (o contrário de B)	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B = (\sim A \vee B)$	$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
F	F	V	V	F	F	V	V

Tabela 6 - Tabela verdade para a negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional para duas proposições.

Chamamos de **modelo** ( $w$ ) nesse contexto, a associação de valores-verdade às proposições. Caso não se conheça o valor-verdade de uma ou mais proposições, consideramos que existem diferentes possibilidades de modelo para o problema em questão. No exemplo  $w = \{A: V, B: F, C: ?\}$  temos dois possíveis modelos:

- $w1 = \{A: V, B: F, C: \mathbf{V}\}$
- $w2 = \{A: V, B: F, C: \mathbf{F}\}$

## 5. Tautologia, contradição e contingência.

- Tautologia: expressões verdadeiras para todos os possíveis modelos.
- Contradição: expressões falsas para todos os possíveis modelos.
- Contingência: expressões que podem ser verdadeiras em alguns modelos e falsas em outros.

### Tautologia

A	C	$A \vee C$	$A \rightarrow (A \vee C)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

### Contradição

A	$\sim A$	$A \wedge \sim A$
V	F	F
F	V	F

### Contingência

A	$\sim A$	$A \rightarrow \sim A$
V	F	F
F	V	V

**6. Regras de Inferência.** Para derivar novas proposições a partir de um conhecimento prévio existem regras que nos permitem deduzir conclusões lógicas. Essas regras definem **tautologias**, pois deduzem expressões que são verdadeiras para todos os mundos definidos pelo conhecimento prévio.

Regras de Inferência		
De	Podemos deduzir	Nome/abreviação da regra
$P \rightarrow Q$ e $P$	$Q$	Modus ponens
$P \rightarrow Q$ e $\sim Q$	$\sim P$	Modus tollens
$P$ e $Q$	$P \wedge Q$	Conjunção
$P \vee Q$ e $P \vee \sim Q$	$P$	Simplificação disjuntiva
$P$	$P \vee Q$	Adição
$P \rightarrow Q$ e $Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	Silogismo hipotético
$P \vee Q$ e $\sim P$	$Q$	Silogismo disjuntivo

$P \rightarrow Q$	$\sim Q \rightarrow \sim P$	Contraposição
$\sim Q \rightarrow \sim P$	$P \rightarrow Q$	
$P$	$P \wedge P$	Auto-referência
$P \vee P$	$P$	
$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	Exportação
$P$ e $\sim P$	$Q$	Inconsistência

Exemplo: a partir das expressões

- Se eu ganhar na Loteria, serei rica
- Eu ganhei na Loteria

Podemos deduzir por Modus Ponens que eu sou rica.



1. Represente as seguintes frases de acordo com a lógica proposicional. Use o mesmo símbolo quando a mesma proposição aparecer em exemplos diferentes.

Frase	Fórmula
Está chovendo ou nevando.	$A \vee B$
Está chovendo, mas não está nevando.	$A \wedge \neg B$
Se está nevando e chovendo, então eu estou com frio.	$(A \wedge B) \rightarrow C$
O ônibus para quando alguém quer descer ou subir.	$A \rightarrow (B \vee C)$
Só quando o trem passa a cancela fica abaixada.	$A \leftrightarrow B$
Se o trem passa, a cancela fica abaixada.	$A \rightarrow B$
Ana e Beto são mecânicos.	$A$
Ana é mecânica ou enfermeira.	$A \vee B$
Se Ana é mecânica, então ela não é professora.	$A \rightarrow \neg B$

2. Seja A: rosas são vermelhas, B: violetas são azuis e C: Açúcar é doce, escreva em português as seguintes fórmulas:

Frase	Fórmula
As violetas não são azuis	$\neg B$
As violetas são azuis ou o Açúcar não é doce	$B \vee \neg C$
As violetas não são azuis ou (as rosas são vermelhas se o açúcar é doce)	$\neg B \wedge (A \rightarrow C)$
O açúcar é doce e (as rosas não são vermelhas se e somente se as violetas são azuis)	$C \wedge (\neg A \leftrightarrow B)$

3. Considere o modelo  $w = \{P: 0, Q: 1\}$  e calcule o **valor-verdade** das expressões a seguir.

Fórmula	Valor-verdade	Fórmula	Valor-verdade
$P \rightarrow Q$	1	$P \rightarrow \neg \neg P$	1
$\neg P \rightarrow Q$	1	$P \leftrightarrow \neg P$	0
$\neg(P \rightarrow Q)$	0	$(P \vee Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$	1
$\neg P \vee \neg Q \leftrightarrow P \wedge Q$	0	$P \vee Q \vee \neg P \wedge \neg Q$	0
$(\neg P \vee \neg Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$	0	$(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$	1

4. Considerando a sintaxe que vimos em aula, transforme em código as expressões da questão 1.

- `Atom(x)`
- `Not(x)`
- `And(x, y), AndList(x1, x2, ..., xn)`
- `Or(x, y), OrList(x1, x2, ..., xn)`
- `Xor(x, y)`
- `Implies(x, y)`
- `Equiv(x, y)`

Frase	Está chovendo ou nevando.
Código	<code>Or(Atom("Chuva"), Atom("Neve"))</code>
Frase	Está chovendo, mas não está nevando.
Código	<code>And(Atom("Chuva"), Not(Atom("Neve")))</code>
Frase	Se está nevando e chovendo, então eu estou com frio.
Código	<code>Implies(And(Atom("Chuva"), Atom("Neve")), Atom("Frio"))</code>
Frase	O ônibus para quando alguém quer descer ou subir.
Código	<code>Implies(Atom("Parar"), Or(Atom("Descer"), Atom("Subir")))</code>
Frase	Só quando o trem passa a cancela fica abaixada.
Código	<code>Equiv(Atom("Trem passa"), Atom("Cancela abaixa"))</code>
Frase	Se o trem passa, a cancela fica abaixada.
Código	<code>Implies(Atom("Trem passa"), Atom("Cancela abaixa"))</code>
Frase	Ana e Beto são mecânicos.
Código	<code>Atom("Ana e Beto são mecânicos")</code>
Frase	Ana é mecânica ou enfermeira.
Código	<code>Or(Atom("Mecânica"), Atom("Enfermeira"))</code>
Frase	Se Ana é mecânica, então ela não é professora.
Código	<code>Implies(Atom("Mecânica"), Not(Atom("Professora")))</code>

5. Considere as proposições a seguir e responda: Sócrates está disposto a visitar Platão? Você pode construir uma **tabela-verdade** para te ajudar a chegar na resposta.

Se Platão estiver disposto a visitar Sócrates então Sócrates está disposto a visitar Platão.  
Se Sócrates estiver disposto a visitar Platão então Platão não está disposto a visitar Sócrates.  
Se Sócrates não estiver disposto a visitar Platão então Platão está disposto a visitar Sócrates.

Resposta:	Sim.
-----------	------

6. Considere que você está numa realidade onde as pessoas sempre mentem ou sempre dizem a verdade. Você encontra duas pessoas, Fulana e Beltrana. Fulana diz: “Pelo menos uma de nós é mentirosa.”

Fulana é a pessoa que sempre mente ou a que sempre diz a verdade? E Beltrana? Justifique.

Resposta:	Fulana fala a verdade e Beltrana mente.			
	Fulana	Beltrana	Proposição	
	T	T	F	=> Errado
	T	F	T	=> Correto
	F	T	T	=> Errado
	F	F	T	=> Errado