Aluna(o):

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
Instituto de Ciências Exatas e Informática
Curso de Ciência da Computação - Coração Eucarístico
Profa.: Camila Laranjeira - **mila.laranjeira@gmail.com**
Disciplina: Inteligência Artificial / 1o Semestre de 2022

Lista 02 - Lógica Proposicional

Nesta lista você usará os conceitos de lógica proposicional aprendidos em sala de aula. Antes das questões, este documento apresenta a visão geral dos conceitos com base no material Preparatório para o Teste da ANPAD, da professora Cristiane Neri Nobre.

1. Proposições têm sentido completo e podem ser verdadeiras ou falsas. Na lógica proposicional, são representadas por uma letra maiúscula. Exemplos:

Proposição	**Símbolo**
A árvore tem folhas.	A
Joana se cortou.	B
Eu vi um macaco na esquina.	C

Não são exemplos de proposição:

- Macaco.
- Que horas são?

2. Conectivos. Para compor fórmulas, podemos ter uma ou mais proposições conectadas por um dos seguintes símbolos

1. não (~, - ou ¬), também chamada de negação;
2. e (∧ ou •), também chamada de conjunção;
3. ou (∨ ou +), também chamada de disjunção;
4. →, também chamada de condicional;
5. ↔, também chamada de bicondicional (se e somente se ou ainda bi-implicação);

3. Fórmulas. Quando uma ou mais proposições estão acompanhadas por conectivos, temos a composição de uma fórmula. Exemplos:

Joana não se cortou.	$\neg B$
Eu vi um macaco na esquina ou a árvore tem folhas.	$C \vee A$
A árvore tem folhas e eu vi um macaco na esquina.	$A \wedge C$
Se a árvore tem folhas, então eu vi um macaco na esquina	$A \rightarrow C$
Eu vi um macaco na esquina se e somente se a árvore tem folhas	$C \leftrightarrow A$

Conectivos possuem ordem de precedência, mas você pode usar parênteses ou colchetes para alterar essa ordem. Para conectivos dentro de vários parênteses, efetua-se primeiro as expressões dentro dos parênteses mais internos.

Ordem de Precedência (esquerda para direita)			
¬	⋁, ⋀	→	↔

Nesse sentido, a expressão A → B ⋁ C é interpretada como A → (B ⋁ C) a menos que parênteses sejam explicitados, como na expressão diferente (A → B) ⋁ C.

4. Valor-verdade e Tabela-verdade. Toda fórmula e toda proposição possuem um valor-verdade, que pode assumir o valor **`Verdadeiro/V/1`** ou **`Falso/F/0`**. Uma ferramenta para avaliar o valor-verdade de uma determinada fórmula é a tabela-verdade, onde avaliamos os possíveis modelos de nosso problema. A seguir temos a tabela-verdade das fórmulas básicas na lógica proposicional.

A	B	~A (o contrário de A	~B (o contrário de B)	A∧B	A∨B	A→B = (~A∨B)	A↔B = (A→B) ∧ (B→A)
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
F	F	V	V	F	F	V	V

Tabela 6 - Tabela verdade para a negação, conjunção, disjunção, condicional e bicondicional para duas proposições.

Chamamos de **modelo** (`w`) nesse contexto, a associação de valores-verdade às proposições. Caso não se conheça o valor-verdade de uma ou mais proposições, consideramos que existem diferentes possibilidades de modelo para o problema em questão. No exemplo `w = {A: V, B: F, C: ?}` temos dois possíveis modelos:

- `w1 = {A: V, B: F,` **`C: V`**`}`
- `w2 = {A: V, B: F,` **`C: F`**`}`

5. Tautologia, contradição e contingência.

- Tautologia: expressões verdadeiras para todos os possíveis modelos.
- Contradição: expressões falsas para todos os possíveis modelos.
- Contingência: expressões que podem ser verdadeiras em alguns modelos e falsas em outros.

Tautologia

A	C	A ∨ C	A → (A ∨ C)
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Contradição

A	~A	A ∧ ~A
V	F	F
F	V	F

Contingência

A	~A	A → ~A
V	F	F
F	V	V

6. Regras de Inferência. Para derivar novas proposições a partir de um conhecimento prévio existem regras que nos permitem deduzir conclusões lógicas. Essas regras definem **tautologias**, pois deduzem expressões que são verdadeiras para todos os mundos definidos pelo conhecimento prévio.

Regras de Inferência		
De	**Podemos deduzir**	**Nome/abreviação da regra**
P → Q e P	Q	Modus ponens
P → Q e ~Q	~P	Modus tollens
P e Q	P ∧ Q	Conjunção
P ∨ Q e P ∨ ~Q	P	Simplificação disjuntiva
P	P ∨ Q	Adição
P → Q e Q → R	P → R	Silogismo hipotético
P ∨ Q e ~P	Q	Silogismo disjuntivo

P → Q ~Q → ~P	~Q → ~P P → Q	Contraposição
P P ∨ P	P ∧ P P	Auto-referência
(P ∧ Q) → R	P → (Q → R)	Exportação
P e ~P	Q	Inconsistência

Exemplo: a partir das expressões

- Se eu ganhar na Loteria, serei rica
- Eu ganhei na Loteria

Podemos deduzir por Modus Ponens que eu sou rica.

Questões

1. Represente as seguintes frases de acordo com a lógica proposicional. Use o mesmo símbolo quando a mesma proposição aparecer em exemplos diferentes.

Frase	**Fórmula**
Está chovendo ou nevando.	
Está chovendo, mas não está nevando.	A ’ ‹ B
Se está nevando e chovendo, então eu estou com frio.	(A ’B) C
O ônibus para quando alguém quer descer ou subir.	
Só quando o trem passa a cancela fica abaixada.	A ÷B
Se o trem passa, a cancela fica abaixada.	A B
Ana e Beto são mecânicos.	A
Ana é mecânica ou enfermeira.	
Se Ana é mecânica, então ela não é professora.	A B

2. Seja A: rosas são vermelhas, B: violetas são azuis e C: Açúcar é doce, escreva em português as seguintes fórmulas:

Frase	**Fórmula**
As violetas nªo sªo azuis	$\neg B$
As violetas sªo azuis ou o Açœcar nªo Ø doce	$B \lor \neg C$
s nªo sªo azuis ou (as rosas sªo vermelhas se o açœc	$\neg B \land (A \rightarrow C)$
ce e (as rosas nªo sªo vermelhas se e somente se as vi	$C \land (\neg A \leftrightarrow B)$

3. Considere o modelo w = {P: 0, Q: 1} e calcule o **valor-verdade** das expressões a seguir.

Fórmula	**Valor-verdade**	**Fórmula**	**Valor-verdade**
$P \rightarrow Q$	1	$P \rightarrow \neg\neg P$	0
$\neg P \rightarrow Q$	1	$P \leftrightarrow \neg P$	1
$\neg(P \rightarrow Q)$	0	$(P \lor Q) \lor (\neg P \land \neg Q)$	
$\neg P \lor \neg Q \leftrightarrow P \land Q$	0	$P \lor Q \lor \neg P \land \neg Q$	
$(\neg P \lor \neg Q) \leftrightarrow (P \land Q)$	1	$(P \land (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$	

4. Considerando a sintaxe que vimos em aula, transforme em código as expressões da questão 1.

- `Atom(x)`
- `Not(x)`
- `And(x, y)`, `AndList(x1,x2,...,xn)`
- `Or(x, y)`, `OrList(x1,x2,...,xn)`
- `Xor(x,y)`
- `Implies(x, y)`
- `Equiv(x, y)`

Frase	Está chovendo ou nevando.
Código	`Or(Atom("Chuva"), Atom("Neve"))`
Frase	Está chovendo, mas não está nevando.
Código	And(Atom("Chuva"), Not(Atom("Neve")))
Frase	Se está nevando e chovendo, então eu estou com frio.
Código	
Frase	O ônibus para quando alguém quer descer ou subir.
Código	
Frase	Só quando o trem passa a cancela fica abaixada.
Código	
Frase	Se o trem passa, a cancela fica abaixada.
Código	
Frase	Ana e Beto são mecânicos.
Código	
Frase	Ana é mecânica ou enfermeira.
Código	
Frase	Se Ana é mecânica, então ela não é professora.
Código	

5. Considere as proposições a seguir e responda: Sócrates está disposto a visitar Platão? Você pode construir uma **tabela-verdade** para te ajudar a chegar na resposta.

Se Platão estiver disposto a visitar Sócrates então Sócrates está disposto a visitar Platão.
Se Sócrates estiver disposto a visitar Platão então Platão não está disposto a visitar Sócrates.
Se Sócrates não estiver disposto a visitar Platão então Platão está disposto a visitar Sócrates.

Resposta:	

6. Considere que você está numa realidade onde as pessoas sempre mentem ou sempre dizem a verdade. Você encontra duas pessoas, Fulana e Beltrana. Fulana diz: "Pelo menos uma de nós é mentirosa."

Fulana é a pessoa que sempre mente ou a que sempre diz a verdade? E Beltrana? Justifique.

Resposta:	