Ejercicio 1. Rafael Vázquez 49137372B

a) Nos encontramos con combinaciones sin repetición, en las que comenzamos escogiendo subconjuntos de 4 elementos de un conjunto de 15 para el primer coche

Para el segundo de 4 en 4 en un conj de 11, puesto que 4 ya quedaron en el primer coche.

Y lo mismo para los demás coches.

$$\binom{15}{4}\cdot\binom{11}{4}\cdot\binom{7}{4}\cdot\binom{3}{3} = \frac{15!}{4!\,11!}\cdot\frac{11!}{4!\,7!}\cdot\frac{7!}{4!\,3!}\cdot 1 =$$

$$= 1365\cdot 330\cdot 35 = 15765750$$

b) Comenzaremos con los conductores, de los 6 que pueden conducir sentaremos a 4.

Tras sentar a los conductores, sentaremos al resto como en el apartado anterior

$$\underbrace{\binom{6}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}\cdot\binom{3}{1}}_{\text{Conductores}}\cdot\binom{11}{3}\cdot\binom{8}{3}\cdot\binom{5}{3}\cdot{}^{*} = 6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot165\cdot56\cdot10 =$$

$$= 33264000$$

* En el último coche nos quedan 2 personas por sentar y 3 asientos, por lo tanto V_3^2 formas de sentarse

X No porque no importan los asientos

c) Respecto a los conductores mantendremos lo dicho en el apartado anterior.

Veremos el efecto que causa la pareja al sentarse en cada uno de los posibles coches

Si se sientan en el 1: $\rightarrow \binom{9}{1} \cdot \binom{8}{3} \cdot \binom{5}{3}$

los 4 conductores y la pareja hacen que sólo nos queden 9 personas.

En el 2: $\rightarrow \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{3}$

En el 3: $\rightarrow \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{1}$

En el 4: $\rightarrow \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3}$ Me quedan 3 personas, 2 de ellas la pareja, lo que genera que la persona libre vaya en el coche 3: sola o en el coche 4: lleno. +2 posibilidades

$$\binom{9}{1} \cdot \binom{8}{3} \cdot \binom{5}{3} + \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{3} + \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{1} + \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3} + 2 =$$

$$= 9 \cdot 56 \cdot 10 + 84 \cdot 6 \cdot 10 + 84 \cdot 20 \cdot 3 + 84 \cdot 20 + 2 =$$

$$= 16802$$

Añado los conductores

$$\binom{6}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot 16802 = 6048720$$

d) Para que nadie vaya solo haremos que en cada coche además del conductor haya otra persona, otro asiento ocupado.

$$\binom{11}{1}\cdot\binom{10}{1}\cdot\binom{9}{1}\cdot\binom{8}{1} = 7920 \qquad \text{Acompañantes}$$

Los conductores se mantienen como antes

$$\binom{6}{1}\cdot\binom{5}{1}\cdot\binom{4}{1}\cdot\binom{3}{1} = 360 \qquad \text{Conductores}$$

Ahora vemos el efecto que causa la pareja al sentarse en cada posible coche, supondremos que el ~~primer~~ último coche es el de 6 plazas.

$$1: \rightarrow \binom{5}{0}\cdot\binom{5}{2}\cdot\binom{4}{2} = 1\cdot 10\cdot 6 = 60$$

1''

$$2: \rightarrow \binom{5}{2}\cdot\binom{4}{0}\cdot\binom{4}{2} = 10\cdot 6 = 60$$

$$3: \rightarrow \binom{5}{2}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{2}{0} = 10\cdot 6 = 60$$

$$4: \rightarrow \binom{5}{2}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{2}{2} = 60$$

$$60\cdot 4 = 240$$

$$7920\cdot 360\cdot 240 = 684288000$$

Ejercicio 2.

1) Para ello contaremos las posibilidades con cada nº de cifras, por ejemplo, con 1 cifra tenemos 10 posibilidades (0-9)

Con 2 cifras tendremos que escoger para el primer elemento entre 9 posibilidades (no contamos el 0) y para la otra cifra también tenemos 9 posibilidades (0-9 menos la elegida antes)

Con 3 cifras repetimos, la primera 9 posibilidades, y para las otras dos elegimos 2 entre 9.

Por lo tanto:

$$10 + 9 \cdot 9 + 9 \cdot \binom{9}{2} + 9 \cdot \binom{9}{3} + 9 \cdot \binom{9}{4} + 9 \cdot \binom{9}{5} =$$

$$= 10 + 81 + 324 + 756 + 1134 + 1134 =$$

$$= 3439$$

2) Con exactamente cuatro veces 5

5 _ 5 5 _ 5

¿De cuántas formas puedo colocar 4 cincos?

De las 6 posiciones elijo 4 $\binom{6}{4}$

Y las 2 cifras restantes pueden ser cualquier valor (menos 5)

$\binom{6}{4} \cdot 9 \cdot 9 = 15 \cdot 81 = 1215$ elementos tienen 4 veces cinco.

Para al menos 4 veces la cifra cinco observo que pasaría en los casos de tener más de 4 veces cinco

5 veces cinco $\binom{6}{5} \cdot 9 = 6 \cdot 9 = 54$

6 veces cinco $\binom{6}{6} = 1$

$1215 + 54 + 1 = 1270$ tienen al menos 4 veces cinco

3) En este caso tenemos que tener en cuenta que 0 a la izquierda no cuenta

Esto nos deja 2 casos → $\underline{X}\ \underline{0}\ \underline{0}\ \underline{0}\ \underline{0}\ \underline{0}$

↳ $\underline{X}\ \_\ \_\ \_\ \_\ \underline{Y}$

En el primer caso la posición X puede tomar 9 valores (1-9)

En el segundo caso la Y puede llegar a ocupar como máximo 5 posiciones, cada una con 9 posibilidades (1-9)

Finalmente tenemos en cuenta cuando sólo tenemos una cifra, osea del 1 al 9

$$9 \cdot (5 \cdot 9) + 9 = 414$$ exactamente 4 veces cero.

Para al menos 4 ceros, la Y ahora podrá tomar valores del 0 al 9.

$$9 \cdot (5 \cdot 10) + 9 = 459$$ al menos 4 veces cero

4) Para que sumen 8

$\underline{a}\ \underline{b}\ \underline{c}\ \underline{d}\ \underline{e}\ \underline{f}$ $\quad a+b+c+d+e+f=8$

Tenemos que contar cuantas soluciones naturales tiene la ecuación.

Se trata de una combinación con repetición de 6 elementos tomados de 8 en 8.

$$\binom{8+6-1}{6-1} = \binom{13}{5} = \frac{13!}{5!\ 8!} = 1287$$

Sumen 15.

$$\binom{15+6-1}{6-1} = \binom{20}{5} = \frac{20!}{5!\ 15!} = 15504$$

Pero estas soluciones puede incluir valores para a, b, c, d, e, f, que sean ≥ 10, lo cual no nos vale

Pero observamos que el máximo valor que puede tomar una variable es 15, y el menor es 10, para var ≥ 10 Por lo tanto son 5 (15-10), por lo que si una var ≥ 10 el resto son menores

$a+b+c+d+e+f = 15-10 = 5$

$$\binom{5+6-1}{6-1} = \binom{10}{5} = 252 \cdot 6 = 1512$$

Finalmente multiplicamos por 6, para obtener las soluciones en las que una var es > 9.

$15504 - 1512 = 13992$ //

Sumen 22

En este caso si una var ≥ 10 otra también puede serlo. Como solución calcularemos todas e iremos restando. las sol con var > 9

$CR^{6}_{22} = \binom{22+6-1}{6-1} = \binom{27}{5} = 80730$ sol. totales $a+b+c+d+e+f = 22$

$CR^{6}_{12} = \binom{17}{5} = 6188$ soluciones con var > 9

$CR^{6}_{2} = \binom{7}{5} = 21$ soluciones con 2 var > 9

$80730 - (6188 \cdot 6) - (21 \cdot 3) = 43539$ //

De las 6 var dos son > 9, por lo tanto 6/2 = 3 para saber el nº de veces que dos son > 9

Ejercicio 3.

$$\begin{cases} X + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Comienzo despejando X en la primera ecuación

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} Y$$

Ahora sustituyo X en la segunda

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} Y \right) + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} Y + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}}_{Id} Y = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$Y = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$$

Calculo primero la inversa. Para comprobar si tiene inversa el determinante de A, llamémosla A, debe ser $\neq 0$

$\det(A) = -4 \neq 0$ Sí tiene

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1 = F_1 - F_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[F_2 = F_2/-2]{F_1 = F_1/2}$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right)$$

Por tanto $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$

$$Y = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} //$$

Sustituyo Y en la primera

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} //$$

Ejercicio 4. Fecha → 08 02 1999

DNI → 49137372

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 0 & 2 \\ 4 & 9 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Estudiaremos si tiene inversa, para ello su determinante $\neq 0$

Para calcularlo reducimos a la forma escalonada.

$$\det(A) = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 0 & 2 \\ 4 & 9 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow[C_2 = C_2 - 4C_4]{\text{Buscamos hacer } 0} \begin{pmatrix} 1 & -27 & 9 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 1 & 3 \\ 7 & -5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Tomo la adjunta

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -27 & 9 \\ 4 & -3 & 1 \\ 7 & -5 & 7 \end{pmatrix} = 2 \cdot \left(-21 + (-189) - 180 + 5 + 756 + 189\right)$$

$$2 \cdot (560) = 1120 \neq 0$$

Sí tiene

Para calcularla $A^{-1} = \dfrac{\operatorname{adj}(A)^t}{|A|}$

Calculo la adj(A)

$$\operatorname{adj}(A) = \begin{vmatrix} +\begin{vmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 9 & 1 & 3 \\ 3 & 7 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 0 & 8 & 2 \\ 4 & 9 & 3 \\ 7 & 3 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 8 & 0 \\ 4 & 9 & 1 \\ 7 & 3 & 7 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 1 & 3 \\ 3 & 7 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 4 & 1 & 3 \\ 7 & 7 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 4 & 9 & 3 \\ 7 & 3 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 4 & 9 & 1 \\ 7 & 3 & 7 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 8 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 0 & 0 & 2 \\ 7 & 7 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 2 \\ 7 & 3 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 0 \\ 7 & 3 & 7 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 8 & 0 & 2 \\ 9 & 1 & 3 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 0 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 2 \\ 4 & 9 & 3 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 0 \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix} +(142-174) & -(56-14) & +(192-190) & -(56-224) \\ -(666-378) & +(443-156) & -(315-648) & +(234-822) \\ +(558-270) & -(126-14) & +(142-510) & -(56-504) \\ -(234-234) & +(72-2) & -(96-306) & +(8-288) \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix} -32 & -42 & 2 & 168 \\ -288 & 287 & 333 & -588 \\ 288 & -112 & -368 & 488 \\ 0 & 70 & 210 & -280 \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{adj}(A)^{t} = \begin{pmatrix} -32 & -288 & 288 & 0 \\ -42 & 287 & -112 & 70 \\ 2 & 333 & -368 & 210 \\ 168 & -588 & 448 & -280 \end{pmatrix}$$

Finalmente la inversa es:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -32/1120 & -288/1120 & 288/1120 & 0 \\ -42/1120 & 287/1120 & -112/1120 & 70/1120 \\ 2/1120 & 333/1120 & -368/1120 & 210/1120 \\ 168/1120 & -588/1120 & 448/1120 & -280/1120 \end{pmatrix}$$

2. Obtendremos primero la forma escalonada reducida por filas

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 0 & 2 \\ 4 & 9 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{31}(-4)} \begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 0 & 2 \\ 0 & -27 & -35 & -33 \\ 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{41}(-7)} \begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 0 & 2 \\ 0 & -77 & -35 & -33 \\ 0 & -60 & -56 & -61 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{E_2(1/8)} \begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & -27 & -35 & -33 \\ 0 & -60 & -56 & -61 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(-9)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 27/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & -27 & -35 & -33 \\ 0 & -60 & -56 & -61 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{32}(27)}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 27/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & -35 & 9/4 \\ 0 & -60 & -56 & -61 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{42}(60)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 27/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & -35 & 9/4 \\ 0 & 0 & -56 & -46 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_3(-1/35)}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 27/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 9/140 \\ 0 & 0 & -56 & -46 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{13}(-9)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 216/35 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 9/140 \\ 0 & 0 & -56 & -46 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{43}(56)}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 216/35 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 9/140 \\ 0 & 0 & 0 & -212/5 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_4(-5)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 216/35 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 9/140 \\ 0 & 0 & 0 & 212 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_4\left(\frac{1}{212}\right)}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 216/35 \\ 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 9/140 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_{24}\left(-\frac{1}{4}\right) \;\; E_{34}\left(-\frac{9}{140}\right)]{E_{14}\left(-\frac{216}{35}\right)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Hemos obtenido que la forma escalonada de A es la matriz id, por lo tanto $H_A = Id$

De esta forma deducimos que el valor de P tal que $P \cdot A = H_A$, es decir, $P \cdot A = Id$

P es la inversa de A

$$A^{-1} \cdot A = Id$$

¿Existe Alguna otra matriz Q para la que $Q \cdot A = H_A$?

No, solamente una matriz por su inversa va a dar su identidad.

3. El determinante de A ya ha sido calculado y era 1120.

En el caso de $A - id$ realizo la resta y obtengo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 7 & 0 & 2 \\ 4 & 9 & 0 & 3 \\ 7 & 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cancel{C_2 = 2C_2 - 7 \cdot C_4}} \cancel{\begin{pmatrix} 0 & -45 & 9 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 7 & 1 \end{pmatrix}}$$

$$\cancel{2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -45 & 9 \\ 4 & -3 & 0 \\ 7 & -1 & 7 \end{pmatrix} = 2 \cdot (-36 + 1260 + 189}$$

$$4 \cdot \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 7 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} + (-7) \cdot \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 7 & 0 & 2 \\ 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot (495 - 189) - 7 \cdot (162 - 189) = 1413$$

4. Repetimos en $\mathbb{Z}_5$

$$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 8 & 0 & 2 \\ 4 & 9 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Estudiamos si tiene inversa, su det $\neq 0$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} \to 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot (58 - 46) + 2 \cdot (64 - 67) =$$

$$= 36 - 6 = 30 = 0$$

No tiene inversa

2. Calculamos la forma escalonada reducida

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & 4 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{31}} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & 4 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{41}(3)}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & 4 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_2(2)} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & 4 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{12}}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 4 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{32}(2)} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 4 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 4 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{E_3(4)} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 4 & 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{13}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 & \\ 0 & 1 & 0 & 4 & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \end{array} \underbrace{\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{array}}_{P}\right)$$

$$P = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

¿Existe alguna otra matriz Q?

Sí, en lugar de hacer la forma escalonada reducida por filas hacemos por columnas, obteniendo Q, que es la transpuesta de la generada por filas.

El determinante fue calculado anteriormente y es 0

En el caso de A - Id, restamos y obtenemos:

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow 4 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 4 \cdot (40 - 24) - 2 \cdot (32 - 24)$$

$$= 4 - 2 \cdot (3) = 3$$