

Barnsley Fern (Samambaia de Barnsley)

Para esse trabalho resolvi implementar a Barnsley Fern, que é um fractal em forma de samambaia nomeado em homenagem ao matemático Michael Barnsley que o primeiramente o descreveu em seu livro *Fractals Everywhere*. Para a interface é usado Python, e para os cálculos é usado C.

Construções da Barnsley Fern:

Esse fractal é construído usando 4 transformações de matrizes:

$$\begin{aligned}
 f_1(x, y) &= \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\
 f_2(x, y) &= \begin{bmatrix} 0.85 & 0.04 \\ -0.04 & 0.85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.60 \end{bmatrix} \\
 f_3(x, y) &= \begin{bmatrix} 0.20 & -0.26 \\ 0.23 & 0.22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.60 \end{bmatrix} \\
 f_4(x, y) &= \begin{bmatrix} -0.15 & 0.28 \\ 0.26 & 0.24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.44 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Essas transformações são aplicadas em sequência, o 'x' e 'y' de uma alimenta a próxima iteração.

O algoritmo decide qual transformação utilizar de acordo com probabilidades definidas para cada uma. Nessa tabela, o 'p' descreve essas probabilidades:

| w | a | b | c | d | e | f | p | Portion generated |
|-------|-------|-------|-------|------|---|------|------|-------------------------------|
| f_1 | 0 | 0 | 0 | 0.16 | 0 | 0 | 0.01 | Stem |
| f_2 | 0.85 | 0.04 | -0.04 | 0.85 | 0 | 1.60 | 0.85 | Successively smaller leaflets |
| f_3 | 0.20 | -0.26 | 0.23 | 0.22 | 0 | 1.60 | 0.07 | Largest left-hand leaflet |
| f_4 | -0.15 | 0.28 | 0.26 | 0.24 | 0 | 0.44 | 0.07 | Largest right-hand leaflet |

O primeiro ponto se localiza na origem ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$).

Os próximos pontos são calculados com as transformações e suas probabilidades:

f_1 :

$$x_{n+1} = 0$$

$$y_{n+1} = 0.16 y_n$$

f_2 :

$$x_{n+1} = 0.85 x_n + 0.04 y_n$$

$$y_{n+1} = -0.04 x_n + 0.85 y_n + 1.6$$

f_3 :

$$x_{n+1} = 0.2 x_n - 0.26 y_n$$

$$y_{n+1} = 0.23 x_n + 0.22 y_n + 1.6$$

f_4 :

$$x_{n+1} = -0.15 x_n + 0.28 y_n$$

$$y_{n+1} = 0.26 x_n + 0.24 y_n + 0.44$$

Para esses cálculos eu utilizei C, e estão no arquivo calculations.c.

```
C calculations.c barnsley-fern X main.py barnsley-fern calculations_build.py ba
C calculations.c > ...
1  #include <calculations.h>
2
3  float f1_x(float x, float y) {
4      return 0.00;
5  }
6
7  float f1_y(float x, float y) {
8      return 0.16 * y;
9  }
10
11 float f2_x(float x, float y) {
12     return (0.85 * x) + (0.04 * y);
13 }
14
15 float f2_y(float x, float y) {
16     return (-0.04 * x) + (0.85 * y) + 1.6;
17 }
18
19 float f3_x(float x, float y) {
20     return (0.2 * x) - (0.26 * y);
21 }
22
23 float f3_y(float x, float y) {
24     return (0.23 * x) + (0.22 * y) + 1.6;
25 }
26
27 float f4_x(float x, float y) {
28     return (-0.15 * x) + (0.28 * y);
29 }
30
31 float f4_y(float x, float y) {
32     return (0.26 * x) + (0.24 * y) + 0.44;
33 }
34
35 int main() {
36     return 0;
37 }
```

No arquivo main.py é utilizado essas funções que realizam os cálculos de acordo com suas probabilidades, e eu utilizo a biblioteca 'matplotlib' para plotar numa interface.

```
calculations.c barnsley-fern  main.py barnsley-fern X  calculations_build.py ba
main.py > ...
1  from random import randint
2
3  import matplotlib.pyplot as plt
4  from _calculations_cffi import ffi, lib
5
6  x = []
7  y = []
8  x.append(0)
9  y.append(0)
10 |
11 current = 0
12
13 for i in range(1, 50000):
14     z = randint(1, 100)
15
16     if z == 1:
17         x.append(lib.f1_x(x[current], y[current]))
18         y.append(lib.f1_y(x[current], y[current]))
19
20     if z ≥ 2 and z ≤ 86:
21         x.append(lib.f2_x(x[current], y[current]))
22         y.append(lib.f2_y(x[current], y[current]))
23
24     if z ≥ 87 and z ≤ 93:
25         x.append(lib.f3_x(x[current], y[current]))
26         y.append(lib.f3_y(x[current], y[current]))
27
28     if z ≥ 94 and z ≤ 100:
29         x.append(lib.f4_x(x[current], y[current]))
30         y.append(lib.f4_y(x[current], y[current]))
31
32     current = current + 1
33
34 with plt.style.context('dark_background'):
35     plt.scatter(x, y, s = 0.2, edgecolor = 'green')
36     plt.grid(False)
37     plt.axis('off')
38     plt.show()
39
```

Como foi feito a linkagem entre os códigos em C e Python:

Foi utilizada a biblioteca CFFI, que tem como objetivo chamar código C de dentro do código Python.

O bind é feito no arquivo `calculations_build.py` onde a biblioteca é chamada, ela necessita saber do arquivo `header(.h)` e implementação `(.c)`, ele compila o código e gera o bind em um pacote automaticamente numa pasta `Release`. Com isso, é possível utilizar as funções C no Python a lib desse pacote. Nesse caso eu chamei esse pacote de `_calculations_cffi`:

```
main.py > ...
1  from random import randint
2
3  import matplotlib.pyplot as plt
4  from _calculations_cffi import ffi, lib
5
```

Para as funções estão dentro da lib do pacote `_calculations_cffi`, e podem ser acessadas por ela.

```
if z == 1:
    x.append(lib.f1_x(x[current], y[current]))
    y.append(lib.f1_y(x[current], y[current]))
```

Aqui está o fractal gerado através dos códigos:



Links consultados para realizar esse trabalho:

https://en.wikipedia.org/wiki/Barnsley_fern

<https://cffi.readthedocs.io/en/latest/overview.html>

<https://matplotlib.org>