Cálculo da Energia Potencial

Os valores dos dois tipos de energia potencial discutidos neste capítulo, a energia potencial gravitacional e a energia potencial elástica, podem ser calculados com o auxílio de equações. Para chegar a essas equações, porém, precisamos obter primeiro uma relação geral entre uma força conservativa e a energia potencial a ela associada.

Considere um objeto que se comporta como uma partícula e que faz parte de um sistema no qual atua uma força conservativa $\vec{F}$. Quando essa força realiza um trabalho W sobre o objeto, a variação ΔU da energia potencial associada ao sistema é o negativo do trabalho realizado. Esse fato é expresso pela Eq. 8-1 ($\Delta U = -W$). No caso mais geral em que a força varia com a posição, podemos escrever o trabalho W como na Eq. 7-32:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx. \tag{8-5}$$

Essa equação permite calcular o trabalho realizado pela força quando o objeto se desloca do ponto x_i para o ponto x_f, mudando a configuração do sistema. (Como a força é conservativa, o trabalho é o mesmo para qualquer percurso entre os dois pontos.)

Substituindo a Eq. 8-5 na Eq. 8-1, descobrimos que a variação de energia potencial associada à mudança de configuração é dada pela seguinte equação:

$$\Delta U = -\int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx. \tag{8-6}$$

Energia Potencial Gravitacional

Consideramos inicialmente uma partícula, de massa m, que se move verticalmente ao longo de um eixo y (com o sentido positivo para cima). Quando a partícula se desloca do ponto y_i para o ponto y_f, a força gravitacional $\vec{F}_g$ realiza trabalho sobre ela. Para determinar a variação correspondente da energia potencial gravitacional do sistema partícula-Terra, usamos a Eq. 8-6 com duas modificações: (1) Integramos ao longo do eixo y em vez do eixo x, já que a força gravitacional age na direção vertical. (2) Substituímos a força F por $-mg$, pois $\vec{F}_g$ tem módulo mg e está orientada no sentido negativo do eixo y. Temos:

$$\Delta U = -\int_{y_i}^{y_f} (-mg)\, dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg\Big[\, y \,\Big]_{y_i}^{y_f},$$

e, portanto,

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\, \Delta y. \tag{8-7}$$

São apenas as *variações* ΔU da energia potencial gravitacional (ou de qualquer outro tipo de energia)

Created in Master PDF Editor

que possuem significado físico. Entretanto, para simplificar um cálculo ou uma discussão, às vezes gostaríamos de dizer que um valor específico de energia potencial gravitacional U está associado ao sistema partícula-Terra quando a partícula está a certa altura y. Para isso, escrevemos a Eq. 8-7 na forma

$$U - U_i = mg(y - y_i). \tag{8-8}$$

Tomamos U_i como a energia potencial gravitacional do sistema quando o sistema está em uma **configuração de referência** na qual a partícula se encontra em um **ponto de referência** y_i. Normalmente, tomamos $U_i = 0$ e $y_i = 0$. Fazendo isso, a Eq. 8-8 se torna

$$U(y) = mgy \quad \text{(energia potencial gravitacional).} \tag{8-9}$$

A Eq. 8-9 nos diz o seguinte:

A energia potencial gravitacional associada a um sistema partícula-Terra depende apenas da posição vertical y (ou altura) da partícula em relação à posição de referência $y = 0$.

Energia Potencial Elástica

Consideramos, a seguir, o sistema massa-mola da Fig. 8-3, com o bloco se movendo na extremidade de uma mola de constante elástica k. Enquanto o bloco se desloca do ponto x_i para o ponto x_f, a força elástica $F_x = -kx$ realiza trabalho sobre o bloco. Para determinarmos a variação correspondente da energia potencial elástica do sistema bloco-mola, substituímos $F(x)$ por $-kx$ na Eq. 8-6, obtendo

$$\Delta U = -\int_{x_i}^{x_f} (-kx)\, dx = k \int_{x_i}^{x_f} x\, dx = \tfrac{1}{2}k\Big[x^2\Big]_{x_i}^{x_f},$$

ou

$$\Delta U = \tfrac{1}{2}kx_f^2 - \tfrac{1}{2}kx_i^2. \tag{8-10}$$

Para associar um valor de energia potencial U ao bloco na posição x, escolhemos a configuração de referência como aquela na qual a mola se encontra no estado relaxado e o bloco está em $x_i = 0$. Nesse caso, a energia potencial elástica U_i é zero e a Eq. 8-10 se torna

$$U - 0 = \tfrac{1}{2}kx^2 - 0,$$

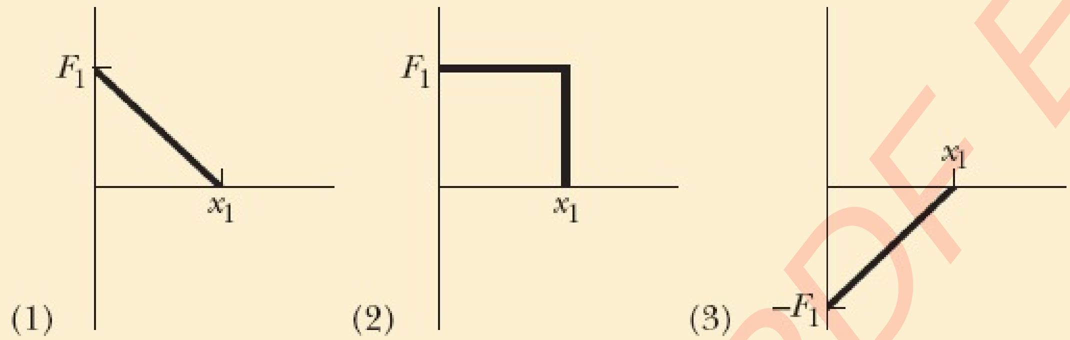
o que nos dá

$$U(x) = \tfrac{1}{2}kx^2 \quad \text{(energia potencial elástica).} \tag{8-11}$$

Created in Master PDF Editor

☑ Teste 2

Uma partícula se move ao longo de um eixo x, de $x = 0$ para $x = x_1$, enquanto uma força conservativa, orientada ao longo do eixo x, age sobre a partícula. A figura mostra três situações nas quais a força varia com x. A força possui o mesmo módulo máximo F_1 nas três situações. Ordene as situações de acordo com a variação da energia potencial associada ao movimento da partícula, começando pela mais positiva.



Escolha do nível de referência para a energia potencial gravitacional de uma preguiça

Este exemplo ilustra um ponto importante: A escolha da configuração de referência para a energia potencial é arbitrária, mas deve ser mantida durante toda a resolução do problema. Uma preguiça, pesando 2,0 kg, está pendurada a 5,0 m acima do solo (Fig. 8-6). (a) Qual é a energia potencial gravitacional U do sistema preguiça-Terra se tomarmos o ponto de referência $y = 0$ como estando (1) no solo, (2) no piso de uma varanda que está a 3,0 m acima do solo, (3) no galho onde está a preguiça, e (4) 1,0 m acima do galho? Considere a energia potencial como nula em $y = 0$.

Created in Master PDF Editor

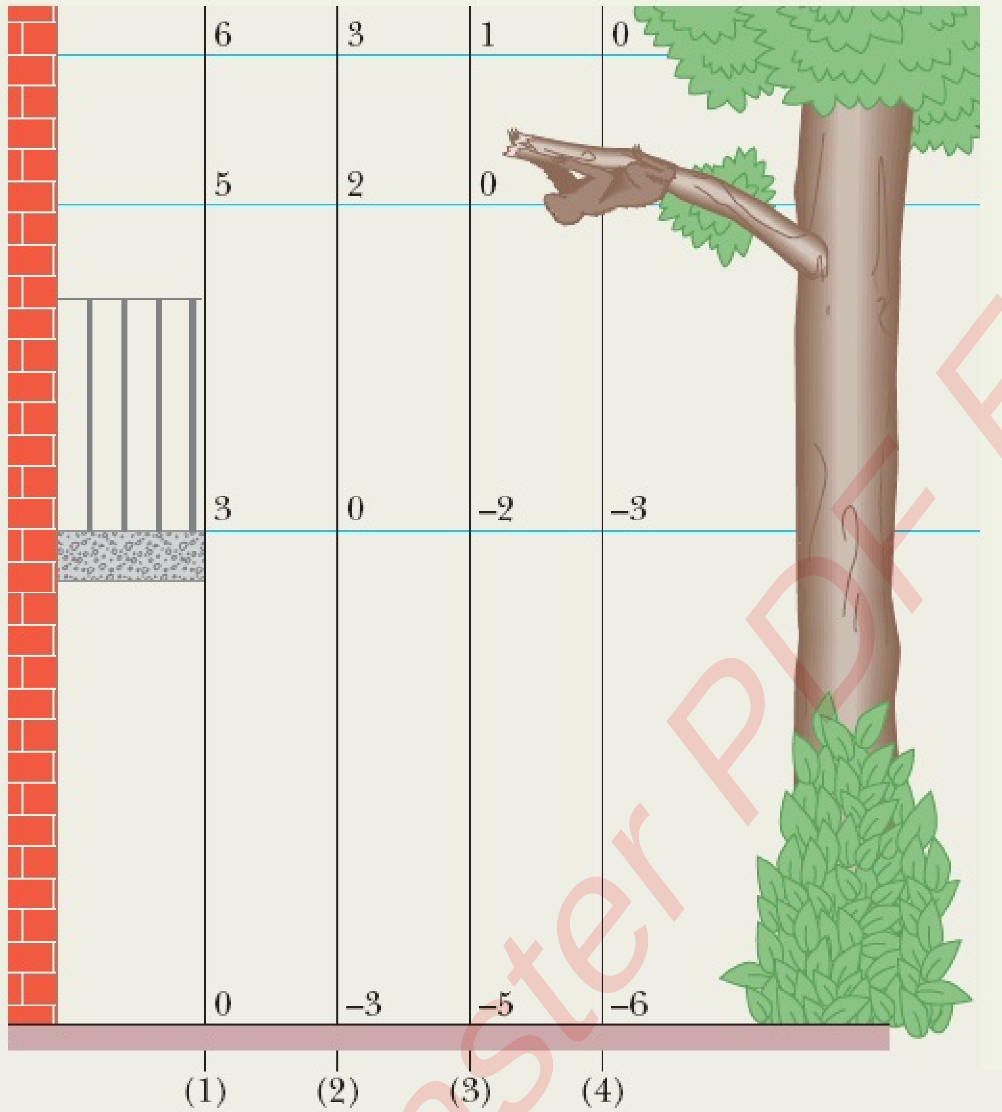


Figura 8-6 Quatro escolhas para o ponto de referência $y = 0$. Em cada eixo y estão assinalados alguns valores da altura em metros. A escolha afeta o valor da energia potencial U do sistema preguiça-Terra, mas não a variação ΔU da energia potencial do sistema se a preguiça se mover, descendo da árvore, por exemplo.

IDEIA-CHAVE

Uma vez escolhido o ponto de referência para $y = 0$, podemos calcular a energia potencial gravitacional U do sistema *em relação a esse ponto de referência* usando a Eq. 8-9.

Cálculos: No caso da opção (1), a preguiça está em $y = 5{,}0$ m e

$$U = mgy = (2{,}0 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m/s}^2)(5{,}0 \text{ m})$$
$$= 98 \text{ J.} \qquad \text{(Resposta)}$$

Para as outras escolhas, os valores de U são

Created in Master PDF Editor

$$
\begin{aligned}
(2)\quad & U = mgy = mg(2{,}0\,\text{m}) = 39\ \text{J},\\
(3)\quad & U = mgy = mg(0) = 0\ \text{J},\\
(4)\quad & U = mgy = mg(-1{,}0\,\text{m})\\
& \quad = -19{,}6\ \text{J} \approx -20\ \text{J}. \qquad \text{(Resposta)}
\end{aligned}
$$

(b) A preguiça desce da árvore. Para cada escolha do ponto de referência, qual é a variação ΔU da energia potencial do sistema preguiça-Terra?

IDEIA-CHAVE

A *variação* da energia potencial não depende da escolha do ponto de referência, mas apenas de Δy, a variação de altura.

Cálculo: Nas quatro situações, temos o mesmo valor da variação de altura, $\Delta y = -5{,}0$ m. Assim, para as situações (1) a (4), de acordo com a Eq. 8-7,

$$
\begin{aligned}
\Delta U &= mg\,\Delta y = (2{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m/s}^2)(-5{,}0\ \text{m})\\
&= -98\ \text{J}. \qquad \text{(Resposta)}
\end{aligned}
$$

Created in Master PDF Editor