

ATENÇÃO: Resolva as questões nessa folha (frente ou verso), mas coloque o resultado escrito a caneta.

Nome: NNome N°: NNum

Assinatura: _____ Data: ____/____/2022

1 Soma de matrizes. Dado as matrizes A e B abaixo, calcule $A + B$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

2 Matriz inversa. Dado as matrizes A e B abaixo, verifique se a matriz B é a matriz inversa de A . Dica, a matriz inversa tem a seguinte propriedade $AA^{-1} = A^{-1}A = I$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

3 Escalonamento de matrizes. Dado o sistema linear abaixo, reescreva-o na forma escalonada. Dica, escreva os coeficientes das incógnitas (os números que multiplicam x, y, z) e na última coluna escreva os termos independentes (aqueles números depois do sinal de igualdade), formando assim a matriz completa.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 3y + 2z = -1 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

4 *Sistemas lineares.* Uma loja resolveu fazer uma promoção de volta as aulas usando caderno, canetas e lápis, com os quais montou os seguintes kits para venda (veja a tabela abaixo). Se os preços não mudarem, descubra quanto custa o um caderno mais um lápis. Dica, chame caderno de x , caneta de y e lápis de z . Monte o sistema linear. Você pode resolver pelo método do escalonamento, mas é mais fácil você isolar uma variável e ir substituindo nas outras equações.

Kit	Preço (R\$)
caderno + caneta	15,00
caderno + lápis	13,00
lápis + caneta	12,00

5 Equação matricial. Sabendo que $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$, determine a matrix X tal que $AX = B$, sendo a matriz A^{-1} e a matriz X dadas abaixo. Dica, multiplique pela esquerda a equação $AX = B$ por A^{-1} e use a propriedade $A^{-1}A = AA^{-1} = I_n$. E lembre-se que $I_n X = X$.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

6 *Sistemas lineares* Resolva o sistema linear 2×2 abaixo:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 10 \\ 1 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

2)

Se $A \cdot B = I$ então B é a inversa de A

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}}_A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+3 & 2-2 \\ 3-3 & 3+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Observe que $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Portanto B não pode ser a matriz inversa de A .

$$3) \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ \quad + 3y + 2z = -1 \\ x + 0y + z = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_3 - L_1}$$

matriz completa não escalonada.

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 2 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\div (-2)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{troca}}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_3 - 3L_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & -7 \end{pmatrix} \text{ Achou!}$$

4) Seja caderno = x ; caneta = y ; lápis = z

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x + z = 13 \\ z + y = 12 \end{cases}$$

$$x + y = 15 \rightarrow x = 15 - y$$

$$x + z = 13 \rightarrow (15 - y) + z = 13 \rightarrow 15 - y + z = 13 \rightarrow z = 13 - 15 + y$$
$$z = -2 + y$$

$$z + y = 12 \rightarrow (-2 + y) + y = 12 \rightarrow -2 + 2y = 12 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2y = 12 + 2 \rightarrow 2y = 14 \rightarrow y = \frac{14}{2} = 7$$

Se $x = 15 - y$ então $x = 15 - 7 = 8$

Se x é o caderno então o caderno custa 8 //

5)

$$AX = B \rightarrow \underbrace{A^{-1}A}_{I_n} X = A^{-1}B \rightarrow \underbrace{I_n X}_X = A^{-1}B \rightarrow X = A^{-1}B$$

$$X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 6 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+8+9 \\ 6+6+6 \\ 5+6+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 18 \\ 14 \end{pmatrix}$$

6)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{copiez}} \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -2x - 4y = -8 \end{cases} \xrightarrow{*(-2)} \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 2x + 3(1) = 7 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$